SOLUCIONES

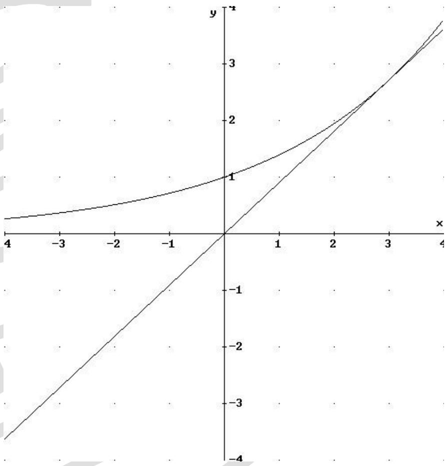
1)

$$\lim_{x\to 0}\frac{Ln(1+x)-senx}{x\cdot senx}=\left(\frac{0}{0}\right)=_{Regla\,L\acute{}Hopital}\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{1+x}-\cos x}{senx+x\cos x}=\left(\frac{0}{0}\right)=_{Regla\,L\acute{}Hopital}\lim_{x\to 0}\frac{-\frac{1}{(1+x)^2}+senx}{\cos x+\cos x-xsenx}=-\mathbf{\frac{1}{2}}$$

2) a) Primero hay que hallar la recta tangente en un punto **a** y después imponer que esta recta pase por el punto (0,0).

$f(x)=e^{x/3}\to f\acute{}(x)=\frac{1}{3}e^{x/3}$, la recta tangente en **x = a** es: $y-e^{a/3}=\frac{1}{3}e^{a/3}(x-a)$, como esta

recta pasa por el origen de coordenadas se tiene que $-e^{a/3}=-\frac{1}{3}ae^{a/3}$, y sacando factor común queda: $e^{a/3}\left(-1+\frac{1}{3}a\right)=0$. Al ser la función exponencial siempre distinta de cero la solución de la ecuación es a = 3.



En x = 3 la recta tangente a la gráfica pasa por el origen de coordenadas.

La recta tangente en x = 3 se halla sustituyendo a = 3 en la ecuación de la recta tangente:

$$y-e^{3/3}=\frac{1}{3}e^{3/3}(x-3)\to y-e=\frac{1}{3}e(x-3)\to \mathbf{y=\frac{1}{3}ex}$$

b) El área pedida está determinada por la gráfica de f y la recta tangente a f en x = 3 entre x = 0 y x = 3.

$$\acute{A}rea=\int_0^3\left(e^{x/3}-\frac{1}{3}ex\right)dx=\left[3e^{\frac{x}{3}}-\frac{e}{3}\cdot\frac{x^2}{2}\right]_0^3=3e-\frac{9e}{6}-3+0=\left(\mathbf{\frac{3}{2}e-3}\right)\mathbf{u^2}$$

3) a)

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\1&m&0\\1&1&1\end{pmatrix}\cdot X+2\cdot\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=3\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0\\1&m&0\\1&1&1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}3&-2&-2\\-2&3&0\\3&0&3\end{pmatrix}$$

Si $|A|\neq 0$ la solución de la ecuación es única y si $|A|=0$ puede que la ecuación no tenga solución o tenga infinitas soluciones.

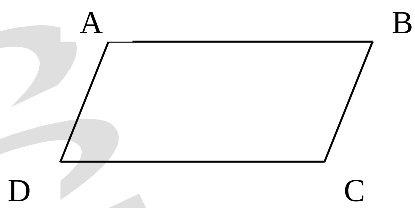
$$|A|=\begin{vmatrix}1&0&0\\1&m&0\\1&1&1\end{vmatrix}=m,\ \mathbf{Si\ m\neq 0}\ \textbf{la ecuación tiene solución única.}$$

Si m = 0, el sistema será $\begin{pmatrix}1&0&0\\1&0&0\\1&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b&c\\d&e&f\\g&h&i\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-2&-2\\-2&3&0\\3&0&3\end{pmatrix}\to\left\{a=3,a=-2\right.$

IMPOSIBLE, por lo tanto, si m = 0 el sistema no tiene solución.

b) m = 1, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{-5} & \mathbf{5} & \mathbf{2} \\ \mathbf{5} & \mathbf{-3} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$$



4) a) Si D = (a , b , c) como $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ se tiene que:
(a-1 ,b , c+1) = (-7-3 , 1-2 , 5-1) = (-10 , -1 , 4)
D = (a , b , c) = (-9 , -1 , 3)

b) El área del paralelogramo se calcula con la fórmula:

$$Área = \left|\overrightarrow{AB} x \overrightarrow{BC}\right| = \left|(2,2,2) x (-10,-1,4)\right| = \left|(10,-28,18)\right| = \sqrt{10^2 + (-28)^2 + 18^2} = \sqrt{\mathbf{1208}}\ \mathbf{u^2}$$