

REPASO

4º ESO

TEMA 1: LOS NÚMEROS REALES

1.1	Enteros y fracciones	pag 3
1.2	Números reales	pag 5
1.3	Potencias	pag 11
1.4	Notación científica	pag 13
1.5	Radicales	pag 13
1.6	Logaritmos	pag 17

TEMA 2: POLINOMIOS

2.1	Polinomios: operaciones con polinomios, igualdades notables y fracciones algebraicas	pag 19
-----	--	--------

TEMA 3: ECUACIONES, SISTEMAS E INECUACIONES

3.1	Ecuaciones	pag 27
3.2	Sistemas de ecuaciones	pag 30
3.3	Inecuaciones	pag 35

TEMA 4: TRIÁNGULOS

4.1	Semejanza de triángulos	pag 38
4.2	Métrica de triángulos	pag 39
4.2	Áreas, perímetros y volúmenes	pag 40

TEMA 5: TRIGONOMETRÍA

5.1	Trigonometría	pag 44
-----	---------------	--------

TEMA 7: VECTORES Y ECUACIONES DE LA RECTA

7.1	Vectores	pag 47
7.2	Ecuaciones de una recta	pag 48

TEMA 6: FUNCIONES

6.1	Interpretación de una función	pag 52
6.2	Características de una función	pag 61

TEMA 1: LOS NÚMEROS REALES**1.1 Enteros y fracciones:**

1. Dados los números -2, 0, 5, -5, 2:
 - a. Representálos en una recta
 - b. Ordénalos de menor a mayor
 - c. Calcula su valor absoluto

2. El número 227 ¿es primo o compuesto?, ¿por qué?

3. Escribe el primer número mayor de 500 que sea múltiplo de:
 - a) 2; b) 3; c) 4; d) 5; e) 6; f) 7; g) 8; h) 9; i) 11

4. Efectúa las siguientes operaciones

<ol style="list-style-type: none"> a. $12+233+34+95+777=$ b. $-333 - 4444 - 1 - 77 - 999=$ c. $20 \cdot 50 \cdot 40 \cdot 90 =$ d. $48000 : 60 : 4 : 20 =$ e. $22 + 55 - 333 - 444 + 7 - 25=$ f. $27+32 \cdot 41 - 82 : 2 - 23 \cdot 5 + 48 \cdot 99=$ 	<ol style="list-style-type: none"> g. $(23+77) \cdot 4 - (45 - 34 + 27) =$ h. $25 \cdot (-33+2) + 84 : (-45+43) =$ i. $700 \cdot 86 - 900 \cdot 25 + 1000 : (-2) =$ j. $-99+533 - 25+400 - 7 - 25 =$ k. $27:9+32:(41-49)+82:41- 27 \cdot 5=$ l. $5 \cdot (23 - 77) \cdot 4 - (2 - 34 - 71) \cdot 7 =$ m. $-500 \cdot 26 - 90 \cdot 20 + 1000 : (-20) =$
--	---

5. Halla la descomposición factorial de:

a) 540	b) 792	c) 450	d) 672	e) 528	f) 900
--------	--------	--------	--------	--------	--------

6. Halla el M.C.D. y el m.c.m. de:

<ol style="list-style-type: none"> a. 24 y 28 b. 880 y 1400 c. 1575 y 945 	<ol style="list-style-type: none"> d. 924 y 3432 e. 600, 264 y 396 f. 900, 1350 y 792
--	--

7. Jose y María van a la costa. Jose sube a lo alto de una montaña que está a 357 metros y María buceando, baja a 17 metros. ¿Qué distancia vertical los separa?

8. El recibo de teléfono es bimensual y consta de dos partes: cuota de abono 7'46€, alquiler del equipo 1'50€; esos gastos son mensuales. Llamadas metropolitanas 315 pasos, llamadas provinciales 3 pasos, llamadas interprovinciales 224 pasos, resto de llamadas 16 pasos. Si el precio del paso es de 0'03€, y existe un descuento de tres euros en la facturación si superamos en llamadas la cantidad de 6€. ¿Cuál es el importe total sin IVA?

9. Sonia empaqueta sus libros de 2 en 2 y le sobra 1; los empaqueta de tres en tres y le sobra 1, de 4 en 4 y le sobra 1, por fin de 7 en 7 y no le sobra ninguno. ¿Cuántos libros tiene Sonia?

10. El señor Gómez va al banco, ingresa un cheque por valor de 1920'25€, y le cobran 4'80€ de gastos. En la cartilla tiene 5110'65€, le suman los intereses del

trimestre anterior que son 34'23€, le descuentan el recibo de la luz por valor de 78'52€, y el del teléfono por valor de 38'04€. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la cartilla el señor Gómez?

11. Contesta las siguientes cuestiones sobre múltiplos y divisores:

- a. ¿es 204 múltiplo de 17? ¿por qué?
- b. Escribe todos los divisores naturales del número 21.
- c. ¿es 143 múltiplo de 13? ¿y de 11? ¿por qué?
- d. Escribe todos los divisores del número 6 y los del número 14.
- e. El número 36810 ¿es múltiplo de 2?, ¿y de 3?, ¿y de 5?. Razona tus respuestas.

12. Calcula cuánto debe valer x para que el número “16X” sea:

- a. Múltiplo de 2
- b. Múltiplo de 3
- c. Múltiplo de 5

13. Di si son verdaderas o falsas y por qué las siguientes afirmaciones:

- a. 258763 es múltiplo de 5
- b. 368922 es múltiplo de 2
- c. 3 es divisor de 4671
- d. 3 es divisor de 171

14. Calcula MCD y mcm de:

- a. 12, 16 y 20
- b. 8, 9 y 24
- c. 60 y 105
- d. 42 y 63
- e. 15, 3 y 6
- f. 8, 12 y 36
- g. 6, 12 y 30
- h. 48 y 144
- i. 20, 25 y 30

15. Completa el siguiente cuadro:

Valores				[-a+b]·[-c - d]	[a+5]·[-(b) - d]·c	[a - 5]·b·[-c+d]	[a+d]·[4+b]·[-c - 4]
a	b	c	d				
-7	-5	-8	+4				
+3	+2	-1	0				
-4	+7	+3	-6				
-3	-2	+2	-4				

16. En un granja hay 547 pavos, y en otra vecina, 422. Los hemos vendido y queremos utilizar camiones iguales para el transporte. ¿Podemos utilizar 9 camiones? ¿y 17? ¿y 19? ¿Por qué?

17. En cada estantería de un almacén no caben más de 9 garrafas. ¿Es posible colocar en las estanterías 8343 garrafas de manera que estén todas completas? ¿Cuántas estanterías ocuparían?

18. Para construir un tramo de una autovía se han extraído 1375 toneladas de tierra que hay que transportar en 11 camiones, y cada uno de ellos puede cargar 25 toneladas. ¿Cuántos viajes deberá realizar cada camión?

19. Se quiere alicatar una pared que mide 615 cm de ancho y 225 cm de alto con azulejos cuadrados del mayor lado posible, de manera que no haya que cortar ningún azulejo. ¿Cuántos azulejos se necesitarán? ¿cuánto debe medir cada azulejo?

20. Dos depósitos de vino contienen respectivamente 3600 litros y 5450 litros, y se quiere repartir su contenido en toneles iguales, de modo que para ello se utilice el menor número de toneles posible. ¿Cuál será la capacidad de dichos recipientes?

21. Representa gráficamente en un recta las siguientes fracciones y ordénalas de menor a mayor:

a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{3}{4}$ c) $\frac{8}{3}$ d) $-\frac{15}{4}$

22. Simplifica:

a) $\frac{15}{12}$ b) $\frac{30}{24}$ c) $\frac{25}{15}$ d) $\frac{52}{78}$ e) $\frac{12}{48}$ f) $\frac{90}{15}$ g) $-\frac{36}{60}$ h) $-\frac{18}{92}$

23. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\frac{7}{4} + \frac{9}{4} =$ c. $\frac{3}{8} - \frac{5}{3} + \frac{1}{6} =$ e. $\frac{7}{8} - \frac{13}{6} =$
 b. $\frac{9}{4} + \frac{1}{3} =$ d. $\frac{15}{7} - \frac{6}{7} =$ f. $-\frac{7}{6} + \frac{13}{15} - \frac{4}{5} =$

24. En un determinado centro de secundaria, $\frac{1}{3}$ de los alumnos han elegido matemáticas, $\frac{3}{8}$ han elegido informática y el resto un segundo idioma. ¿qué fracción representan los que han elegido segundo idioma?

25. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\frac{7}{4} \cdot \frac{8}{3} =$ c. $\frac{3}{8} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) =$ e. $\frac{7}{6} : \frac{15}{8} + \frac{3}{4} =$
 b. $\frac{5}{4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$ d. $\frac{15}{8} : \frac{6}{5} =$ f. $\left(-\frac{7}{6} + \frac{11}{15}\right) : \frac{4}{5} =$

26. Opera:

a. $\frac{5}{4} + \frac{7}{3} =$ g. $5 \cdot \frac{6}{7} =$ m. $8 + \frac{7}{6} =$
 b. $\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{5}{4} =$ h. $\frac{4}{5} + 3 - \frac{5}{4} =$ n. $\frac{8}{5} + 3 \cdot \frac{5}{6} =$
 c. $\frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{4}{7} + \frac{2}{3}\right) =$ i. $\frac{3}{4} : \left(7 + \frac{3}{5}\right) =$ o. $\frac{5}{4} \cdot \left(-3 + \frac{5}{8}\right) =$
 d. $\frac{11}{8} - \frac{7}{5} =$ j. $\frac{9}{4} : 5 =$ p. $\frac{5}{4} - 3 =$
 e. $\frac{7}{6} - \frac{15}{8} : \frac{3}{4} =$ k. $\frac{6}{5} - 15 : \frac{3}{4} =$ q. $\frac{7}{6} - 15 - \frac{3}{8} =$
 f. $\left(-\frac{11}{6} - \frac{8}{15}\right) : \frac{2}{5} =$ l. $\left(\frac{11}{5} + \frac{7}{15}\right) \cdot \frac{5}{2} =$ r. $\left(\frac{1}{25} + \frac{7}{10}\right) : \frac{5}{2} =$

27. En España hay 15.015.000 trabajadores. Los $\frac{2}{15}$ trabajan en el sector primario (pesca y agricultura); los $\frac{5}{13}$ trabajan en el sector secundario (industria y construcción), y el resto trabaja en el sector terciario (servicios). Calcula el número de trabajadores de cada uno de los tres sectores.

28. En la compra que hemos hecho hoy, nos hemos gastado $\frac{3}{5}$ del dinero que llevábamos en la frutería; $\frac{2}{3}$ de los que nos quedaba en la pescadería, y el resto, que eran 7'2€ en la panadería. ¿Cuánto dinero teníamos al principio?

29. En una reunión, la sexta parte son niños y niñas, las $\frac{2}{5}$ partes son mujeres, y el resto son hombres. Si hay 156 hombres, ¿cuántas personas hay en la reunión?

30. En el trayecto de vuelta del trabajo a su casa, Antonio ha hecho dos paradas. Llevando $\frac{2}{5}$ del camino, paró en la gasolinera y, cuando llevaba $\frac{1}{3}$ más del

camino, paró a comprar pan. Sabiendo que le faltan 11'2 km para llegar, ¿cuál es la distancia de casa al trabajo?

31. Un trabajador ha realizado las $\frac{2}{7}$ partes de un encargo; otro realizó las $\frac{2}{5}$ partes, y un tercero lo terminó. Si le pagan en total 1008€ ¿cuánto le corresponderá a cada uno?
32. Halla el perímetro de un rectángulo, sabiendo que la longitud de la base es de 43'2 cm y que la altura mide $\frac{3}{5}$ de la base.
33. Encuentra el mayor y el menor número de tres cifras que sea divisible a la vez por 3, 5 y 7.
34. Una campana tañe cada 20 minutos, otra cada media hora y una tercera cada hora y media. Si han sonado simultáneamente a las 6 de la mañana, ¿a qué hora volverán a sonar por primera vez juntas? ¿Cuántas veces habrán sonado juntas hasta las doce de la noche?
35. Un mayorista tiene 750 kg de café de calidad extra, 1050 kg de calidad suprema y 1200 kg de calidad normal. Quiere hacer paquetes iguales de mezcla de modo que en cada paquete entre el menor número posible de kg justos de cada calidad. ¿Cuántos paquetes puede hacer con todo el café de que dispone? ¿Qué composición tienen estos paquetes?
36. Una finca rectangular mide 450 m de larga por 600 m de ancha. Queremos vallarla y para ello colocamos estacas en todo el contorno. ¿Cuál es el número mínimo de estacas que hay que poner para que estando equidistantes entre sí haya una en cada esquina?
37. Los campeonatos deportivos más relevantes en el mundo se celebran cada 4 años según la tabla siguiente:

Olimpiadas	Años múltiplos de 4 o bisiestos, ejemplo: Barcelona, 1992
Mundiales de Atletismo	Años múltiplos de 4 más 1, ejemplo: EE.UU, 1993
Mundiales de Fútbol	Años múltiplos de 4 más 2, ejemplo: Corea-Japón, 2002
Mundiales de Esquí	Años múltiplos de 4 más 3, ejemplo: Granada, 1995

Suponiendo que estos eventos deportivos se sigan realizando con la misma periodicidad, ¿qué campeonato se celebrará en los años 2015, 7425, 12304 y 2222?

38. ¿Cuánta diferencia hay, expresada en minutos, entre $\frac{2}{5}$ de día y 12 horas?
39. A continuación indicamos tres fechas significativas desde el punto de vista matemático:
 - a. El año 230 a. C. aparece la criba de Eratóstenes (números primos).
 - b. Pitágoras muere en el año 500 a.C.
 - c. Valentín Otho da una buena aproximación de π en el año 1573.
 Calcula el tiempo transcurrido entre:
 - i.La aparición de la criba de Eratóstenes y la aproximación de π .
 - ii.La muerte de Pitágoras y la aproximación de π .
 - iii.La criba de Eratóstenes y la muerte de Pitágoras.
40. La mitad de la sexta parte del cuádruplo del dinero que llevo son 800€, ¿cuánto dinero llevo?
41. Se reparten 36 kg de castañas entre tres amigos. El primero se lleva la mitad más 2 kg, el segundo la cuarta parte de lo que queda más 1 kg, ¿cuántas castañas se lleva el tercero?
42. Llevamos recorridos los $\frac{7}{15}$ de un camino y aún falta $\frac{1}{3}$ de km para llegar a la mitad, ¿qué longitud tiene el camino?
43. Los $\frac{5}{8}$ de 1 kg de carne cuestan 9€, ¿cuánto cuesta 750 gr de carne?

44. Una persona realiza 20 inspiraciones por minuto y en cada inspiración introduce $\frac{5}{12}$ de litros de aire a los pulmones. ¿Qué volumen de aire entra en los pulmones al cabo del día?
45. Un coche recorre 90 km en $\frac{3}{4}$ de hora y otro recorre 58 km en 28 minutos, ¿cuál es más veloz?
46. Un balón bota en el suelo, y en cada bote alcanza la mitad de la altura anterior. Si en el tercer bote alcanza una altura de 3m, ¿desde qué altura cayó?

47. Efectúa:

$$a. -2 + \frac{4}{5} - \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \right) =$$

$$b. 5 - 3 \cdot \left[\frac{1}{8} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right] =$$

$$c. 2 - \frac{2}{3} : \frac{5}{2} + (-2) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$d. \left(\frac{2}{3} - 2 \right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 5 \right) - \left(4 + \frac{1}{3} \right) \cdot \left(2 - \frac{1}{3} \right) =$$

$$e. -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3} \right) =$$

$$f. \frac{13}{15} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{5} - \frac{1}{30} \right) =$$

$$g. \frac{\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{(-3) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right)} =$$

48. Tres amigos se reparten un premio que les ha tocado en un sorteo, de forma que el primero se lleva $\frac{3}{5}$ del total; el segundo se lleva $\frac{5}{8}$ de lo que queda, y el tercero se lleva 37'5€ ¿A cuánto ascendía el premio?

49. Opera:

$$a. -\frac{3}{4} : \left(1 + \frac{3}{5} \right) + \left(-\frac{1}{3} \right) : \left(1 - \frac{1}{5} \right) =$$

$$b. \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{4}{3} : \frac{7}{5} + \frac{12}{5} =$$

$$c. 1 + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{6} \right) + \frac{1}{6} : \frac{1}{5} =$$

$$d. \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{3} : \frac{1}{2} =$$

$$e. \left(\frac{12}{5} - \frac{3}{4} \right) : \left(-\frac{1}{3} + 1 \right) - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$f. -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3} \right) =$$

50. Para llegar a nuestro destino de vacaciones, hemos recorrido por la mañana $\frac{2}{3}$ del camino; por la tarde, $\frac{2}{3}$ de lo que faltaba, y aún nos quedan 30'5 km para llegar. ¿Cuál es la distancia total a la que está dicho destino?
51. Adrián, Eloy y Mari Carmen quieren comprar un regalo de cumpleaños que cuesta 27'05€. Adrián aporta $\frac{2}{5}$ del precio total; Eloy, $\frac{1}{3}$ y Mari Carmen, el resto. ¿Cuánto dinero pone cada uno?
52. Victoria se gasta $\frac{2}{5}$ del dinero que tiene en comprarse un disco y $\frac{1}{4}$ del total en la merienda. Si tenía 30'25€:
- ¿Qué fracción del total le queda?
 - ¿Cuánto dinero le queda?
53. La base de un triángulo mide 35'2 cm, y su altura mide $\frac{7}{20}$ de la base. ¿Cuál es su área?
54. En una reunión hay entre 500 y 600 personas. Averigua cuántos son exactamente, sabiendo que pueden formarse grupos de 3, de 15, de 18 y de 27.
55. Alicia se gasta $\frac{2}{3}$ del dinero que tenía en comprarse unos pantalones. Después, se gasta $\frac{1}{4}$ de lo que quedaba en ir al cine. Si aún le quedan 12€, ¿Cuánto dinero tenía al principio?

56. En una clase de 36 alumnos, la tercera parte prefiere practicar fútbol (F) y la cuarta parte baloncesto (B). La quinta parte del resto se interesa por el voleibol (V). La mitad de los que quedan prefieren otros deportes (O) y la otra mitad no practica ningún deporte (ND). ¿Qué fracción de la clase se interesa por cada deporte? ¿Cuál es el número de alumnos que prefieren cada uno de los deportes?
57. El pilar central de un puente está dividido en tres partes: una primera parte enterrada, una segunda sumergida en el agua y una tercera al aire. Si en un pilar determinado la parte que sobresale del agua representa $\frac{5}{9}$ de su longitud total, la parte sumergida es de 21 m y la parte enterrada equivale a $\frac{1}{5}$ de la que sobresale del agua,
- ¿qué fracción del pilar está sumergido?
 - ¿cuál es la longitud del pilar?
 - ¿cuántos metros mide la parte que sobresale del agua?
58. Una comunidad de vecinos obtiene $\frac{2}{7}$ de su consumo energético de placas solares. La parte restante la pagan entre todos a partes iguales. Si son 20 vecinos y cada uno paga al mes 20'5€:
- Halla el valor en euros del consumo energético total de la comunidad
 - Halla en euros el ahorro que tiene la comunidad por las placas cada mes
 - ¿Qué fracción del ahorro le corresponde a cada vecino?
 - ¿Cuántos euros se ahorra cada vecino al mes?
59. Antonio le da las $\frac{3}{8}$ partes de un tonel lleno de vino a su hermano; las $\frac{3}{4}$ partes del resto las reserva para su propio consumo, y $\frac{1}{2}$ de lo que queda lo dedica a la elaboración de vinagre. Si tras eso le sobran 18 litros:
- ¿Cuál es la capacidad del tonel?
 - ¿Cuántos litros dedica Antonio a cada actividad?
60. A fin de mes, una familia comprueba que ha gastado los $\frac{3}{7}$ de sus ingresos mensuales en alimentación; los $\frac{5}{28}$ en gastos relacionados con la vivienda; los $\frac{2}{13}$ para la compra de ropa; y 182'50€ para gastos diversos, como distracciones, viajes, etc. Sabiendo que este mes ha ahorrado 42'83€, halla sus ingresos mensuales.
61. De un bidón de aceite se saca primero la mitad y después la quinta parte, quedando aún tres litros. ¿Cuál es la capacidad del bidón?
62. En un depósito lleno de agua había 3000 litros. Un día se gastó $\frac{1}{6}$ del depósito; y otro, 1250 litros. ¿Qué fracción queda?
63. De un solar se vendieron los $\frac{2}{3}$ de su superficie, y después los $\frac{2}{3}$ de lo que quedaba. El ayuntamiento expropió los 3200 m² restantes para un parque público. ¿Cuál era su superficie?
64. En un puesto de frutas y verduras, los $\frac{5}{6}$ del importe de las ventas de un día corresponden al apartado de frutas. Del dinero recaudado en la venta de fruta, los $\frac{3}{8}$ corresponden a las naranjas. Si la venta de naranjas asciende a 89€, ¿qué caja ha hecho en total el establecimiento?
65. Una pelota pierde en cada bote $\frac{2}{5}$ de la altura a la que llegó en el bote anterior. ¿qué fracción de la altura inicial, desde la que cayó, alcanza después de cuatro botes?
66. Se adquieren 10 kg de ciruelas para hacer mermelada. Al deshuesarlas, se reduce en $\frac{1}{5}$ su peso. Lo que queda se cuece con una cantidad igual de azúcar, perdiéndose en la cocción $\frac{1}{4}$ de su peso. ¿Cuántos kilos de mermelada se obtienen?

67. Un campo rectangular de 120 m de largo se pone a la venta en dos parcelas a razón de 50€ el m². La primera parcela, que supone los 7/12 del campo, sale por 140000€. ¿Cuánto mide la anchura del campo?
68. Compró a plazos un equipo de música que vale 500€. Hago un pago de 60€, después los 2/3 de lo que me queda por pagar, y luego 1/5 de lo que aún debo.
- ¿Qué parte de la deuda he pagado?
 - ¿Cuánto me queda por pagar?
69. Un ciclista, yendo a una velocidad de 24 km/h, tarda 1h30m en recorrer los 3/5 de la distancia entre dos ciudades, A y B ¿Qué distancia hay entre esas ciudades? Si salió de A a las 10h, ¿a qué hora llegará a B?
70. Al lavar una tela su longitud se reduce en 1/10 y su anchura, 1/15 ¿Qué longitud debe comprarse de una pieza de 0'90 m de ancho para tener, después de lavada, 10'5 m² de tela?
71. Un taxista cambia el aceite de un vehículo cada 3500 km y le hace una revisión general cada 8000km. ¿Cada cuántos kilómetros coinciden las dos operaciones?
72. En una cooperativa tienen 420 l de un tipo de aceite y 225 l de otro. Quieren envasarlo con el menor número posible de garrafas iguales. ¿Qué capacidad tendrá cada garrafa?
73. Se desea cubrir con baldosas cuadradas una habitación de 330 cm de ancho por 390 cm de largo. ¿Qué tamaño deben tener las baldosas si deben ser lo mayor posible y no se quiere cortar ninguna?

1.2 Números reales:

74. Indica el conjunto numérico más pequeño entre N, Z, Q y R al que pertenecen los siguientes números:

a. $3\sqrt[3]{81}$

d. $\sqrt[3]{-125}$

b. -4^2

e. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

c. 12'123123412345...

75. Indica el valor absoluto de los siguientes números:

a. $|-123| =$

b. $|34'5| =$

c. $|-0'04| =$

d. $|+77'9| =$

76. Calcula los siguientes valores absolutos:

a. $|5-10| =$

c. $|-10-15| =$

b. $|5-4 \cdot 3 : 6| =$

d. $|-8 \cdot 2 : 4 - 3 \cdot 2| =$

77. Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales o irracionales:

a. $-4\sqrt[3]{3}; \frac{3}{4}; \sqrt{3}; 2\sqrt[3]{7}; -2; \sqrt{16}$

e. $-2\sqrt[3]{1}; -\frac{9}{3}; \sqrt{8}; \sqrt[3]{8}; -\sqrt{3}$

b. $\sqrt{31}; \sqrt{25}; \sqrt[3]{27}; \sqrt{\frac{4}{9}}; -\frac{3}{4}; -2$

f. $-1\sqrt[3]{3}; \frac{1}{3}; 1\sqrt[3]{3}; \sqrt{3^2}; \sqrt[3]{3}$

c. $-\sqrt{2}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{2}; 2\sqrt[3]{7}; \sqrt{9}$

g. $2\sqrt[3]{25}; -\frac{3}{4}; -\frac{20}{5}; \sqrt{18}; \sqrt{9}$

d. $8\sqrt[3]{25}; 3\sqrt[3]{25}; -2\sqrt[3]{1}; \sqrt{34}; \sqrt[3]{8}$

1.3 Potencias:

92. Calcula:

a. $-15 + [13 - 12 : (-2)^2 + 3^2] =$

d. $3 \cdot (-2)^4 - 5 \cdot [4 - 24 : (-2)^3 + 7] =$

b. $24 - (-2)^3 - 2 \cdot [12 - 4 \cdot (-3)^2 + 2] =$

e. $25 : (-5)^2 + 2 \cdot [10 - 2^2 \cdot 5 + 4] =$

c. $40 - 3 \cdot [15 - 2 \cdot (-2)^2 + (5 - 3)^3] =$

f. $(-1)^2 + (-2)^2 - 3^2 =$

93. Calcula las siguientes expresiones y deja el resultado en forma de potencia:

a. $7^4 \cdot 7^2 =$

c. $2^4 : 2^2 =$

f. $5^4 \cdot 5^{-7} =$

h. $7^9 : 7^{-5} =$

b. $3^{-8} \cdot 3^5 =$

d. $6^5 : 6^{-3} =$

g. $9^3 : 9^5 =$

e. $4^3 \cdot 4^5 =$

94. Calcula:

a. $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) =$

d. $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-2)^3 + \frac{7}{2} : \frac{2}{7} =$

b. $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} - \frac{2}{5} : \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

e. $-1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}\right] =$

c. $\frac{9}{2} - \frac{1}{3} \cdot \left[3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] =$

f. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right) =$

95. Resuelve las siguientes expresiones:

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{5}{8} =$

b. $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 =$

c. $\left\{ \left[\left(-\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \right]^3 : \left(-\frac{3}{5}\right)^{15} \right\} - \left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 =$

d. $\left[\left(\frac{3}{2} - 4\right) - \left(1 - \frac{8}{3}\right) + \frac{1}{2} \right]^4 - \left(1 + \frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right)^3 =$

96. Efectúa las siguientes operaciones dando el resultado en forma de potencia:

a. $\left(\frac{7}{3}\right)^5 : \left(\frac{7}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{3}\right)^{-2} =$

e. $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{5}\right) \cdot (-5) \right]^4 =$

b. $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^3 : \left(\frac{1}{5}\right)^2 \right]^{-1} =$

f. $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{3}{4}\right) \right]^5 =$

c. $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \right]^3 =$

g. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} =$

d. $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8}\right)^3 =$

h. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(-\frac{2}{3}\right) =$

97. Realiza con la calculadora:

a. $\frac{3 \cdot 25^3 + 2 \cdot 3 \cdot 7}{4 \cdot 2^2 - 3} =$

b. $2 \cdot 83 - \frac{4^3}{2 \cdot 7} \cdot (2 \cdot 3 \cdot 1^2 - 15) =$

98. Calcula:

a. $\frac{2^{-5} \cdot 2^4 \cdot 2^3}{2 \cdot 2^8} =$

c. $\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{11}{5} - \frac{1}{2} : \frac{1}{5} \right)^2 =$

f. $\frac{(2^3)^{-1} \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 8}{7^3 \cdot 5^2 \cdot 2^0} =$

b. $\left(\frac{2}{5} \right)^2 - \frac{1}{5} \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{1}{2} : \frac{1}{5} \right] =$

d. $\frac{4^{-4} \cdot 2^3}{8^{-2}} =$

e. $\left[\left(\frac{2}{5} \right)^{-2} : \left(\frac{2}{5} \right)^{-4} \right]^2 =$

99. Realiza las siguientes operaciones:

a. $\frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2}{\frac{5}{3} + \frac{1}{8} - \frac{7}{12} : \frac{29}{12}} =$

c. $\frac{12}{4 + \frac{5}{\left(2 + \frac{1}{4} \right)^{-2} : \frac{4}{9} - 1}} =$

b. $\frac{\left(\frac{7}{4} \right)^{-1} + \frac{3}{11}}{1 - \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{11}} : \left(1 - \frac{1}{2} \right)^{-2} =$

d. $\left[\left(\frac{1}{3} - 1 \right)^{-3} - \frac{2}{5} \cdot 5 \right]^{-1} - \frac{2}{3} : 4 =$

100. Simplifica y expresa el resultado como potencias de exponente positivo:

a. $\frac{6x^5 y^{-4} x^2}{9x^{-1} y^7 x^4} =$

g. $\frac{5^5 \cdot 2^{-4} \cdot 5^2}{2^{-1} \cdot 2^7 \cdot 5^4} =$

b. $\frac{6x^5 \cdot (-y^{-9}) \cdot (-x)^4}{15x^{-1} \cdot (-y)^5 x^3} =$

h. $\frac{8 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{-2} \cdot (-2)^3}{\left(-\frac{1}{2} \right) \cdot (16^{-1})^4} =$

c. $\frac{3^5 \cdot 2^{-4} \cdot 3^2}{(-2)^{-8} \cdot 2^7 \cdot (-3)^3} =$

i. $\frac{\left(\frac{1}{5} \right)^5 \cdot 100 \cdot 32^{-1}}{(-2)^{-5} \cdot (-5^{-2})} \cdot \frac{1}{10} =$

d. $\frac{81 \cdot \left[-(3^{-1})^2 \right]^3}{\left(\frac{1}{9} \right)^4 \cdot \frac{1}{27}} : (-3^2)^{-1} =$

j. $\frac{\frac{2}{3} \cdot (12)^{-3} \cdot 162}{\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{16}{9} \right)^{-5}} : \frac{24^{-1}}{-\frac{3}{2}} =$

e. $\left[\frac{\left(\frac{3}{7} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^3}{\left(\frac{1}{7} \right)^{-2}} \right]^{-3} : \left[\frac{\left(\frac{1}{7} \right)^{-5} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{43}}{\left(\frac{3}{7} \right)^{-4}} \right] =$

f. $\frac{4 \cdot (-x)^{-2} \cdot (-y)^4 \cdot x^8}{14 \cdot [(-x \cdot y)^{-3}]^5} =$

101. Simplifica y expresa el resultado como potencia de exponente positivo:

a. $\frac{45^2 \cdot 35^{-4} \cdot 12^3}{20^4 \cdot 30^{-2} \cdot 42^3} =$

c. $\frac{49^3 \cdot 36^{-5} \cdot 20^2}{40^{-4} \cdot 21^5 \cdot 42^3} =$

b. $\frac{18^5 \cdot 28^{-4} \cdot 15^2}{14^{-2} \cdot 10^5 \cdot 24^{-4}} =$

d. $\frac{35^3 \cdot 49^4 \cdot 12^5}{24^2 \cdot 14^3 \cdot 15^4} =$

1.4 Notación científica:

102. Expresa en notación científica:

a. 3.000.000

c. 4.500.000.000

e. 0'0000000008

b. 0'0005

d. 0'00000034

f. 830.000.000.000

103. Convierte en notación decimal los siguientes números en notación científica:

a. $1'6 \cdot 10^{-6} =$

c. $1'987 \cdot 10^4 =$

e. $10^{-9} =$

g. $10^9 =$

b. $1'5 \cdot 10^6 =$

d. $-5'8888 \cdot 10^{-3} =$

f. $4'66555 \cdot 10^6 =$

h. $-4'02 \cdot 10^8 =$

104. Un año-luz es la distancia recorrida por la luz en un año. Sabiendo que la velocidad de la luz es $3 \cdot 10^5$ km/s:

a. ¿Cuántos km son 1 año-luz?

b. ¿A cuántos minutos-luz está la Tierra del Sol, sabiendo que esta dista del Sol 150 millones de km?

c. ¿A cuántos segundos-luz está la Tierra de la Luna, siendo la distancia Tierra-Luna de 384000 km?

105. Convierte los siguientes números de notación decimal a notación científica:

a. 78.990.000

f. 76

k. 1 milésima

b. 0.0000234

g. 143'8

l. 1 diez milésima

c. 12.000

h. 7.860

m. 124 milésimas

d. 43'567

i. 10 millones

n. 25 millonésimas

e. 0'00000002

j. 1 décima

106. Escribe en notación científica:

a. 1 trillón (1 millón de billones):

b. La velocidad de la luz, 300.000 km por segundo:

c. Un año luz (kilómetros que recorre la luz en un año)

d. Radio del Universo, 15.000 millones de años luz

e. La masa de la Tierra

f. La longitud del ecuador terrestre, 400.000.000 m.

107. Notación científica:

a. Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tienen unos 4.500.000 por milímetro cúbico y que su cantidad de sangre es de unos 5 litros. Expresa el resultado en notación científica.

b. Calcula la longitud que ocuparían todos esos glóbulos rojos puestos en fila, si su diámetro es de 0'0008 milímetros por término medio.

c. Sabiendo que 18g de agua contienen $6'022 \cdot 10^{23}$ moléculas de agua, expresa en notación científica la masa de una molécula de agua.

108. Dados los siguientes números $0'39999\dots$, 2 , $\sqrt{2}$, $0'4$, $\sqrt[3]{5^{-2}}$,

a. Ordénalos de menor a mayor

b. Indica cuál es el menor conjunto numérico al que pertenece cada uno de ellos.

c. Intercala, una vez ordenados, un número irracional entre cada dos de ellos.

1.5 Radicales:**109. Calcula las siguientes raíces:**

$$\text{a. } \sqrt[10]{1024} = \quad \text{b. } \sqrt[3]{343} = \quad \text{c. } \sqrt[4]{1296} = \quad \text{d. } \sqrt[5]{243} = \quad \text{e. } \sqrt[3]{216} =$$

110. Calcula estas raíces:

$$\text{a. } \sqrt[7]{-2187} = \quad \text{b. } \sqrt[4]{625} = \quad \text{c. } \sqrt[6]{64} = \quad \text{d. } \sqrt{225} =$$

111. Calcula:

$$\text{a. } \sqrt[4]{256} = \quad \text{b. } \sqrt[3]{1000} = \quad \text{c. } \sqrt[3]{125} = \quad \text{d. } \sqrt[4]{\frac{81}{625}} = \quad \text{e. } \sqrt[3]{\frac{216}{343}} =$$

112. Obtén el valor de las siguientes raíces con calculadora:

$$\begin{array}{lll} \text{a. } \sqrt{625} = & \text{c. } \sqrt{201} = & \text{e. } \sqrt[3]{45} = \\ \text{b. } \sqrt[3]{708} = & \text{d. } \sqrt{789} = & \text{f. } \sqrt[3]{354} = \end{array}$$

113. Transforma en una única raíz:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = & \text{d. } 3 \cdot \sqrt[3]{2} = \\ \text{b. } 11 \cdot \sqrt{3} = & \text{e. } \sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{4} = \\ \text{c. } \sqrt{125} : \sqrt{5} = & \text{f. } \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{2} = \end{array}$$

114. Realiza con la calculadora:

$$\begin{array}{lll} \text{a. } \frac{2+10^{-2}}{2-10^{-2}} = & \text{b. } \frac{3 \cdot \sqrt{125}}{4 \cdot \sqrt{405} - 3 \cdot \sqrt{80}} = & \text{c. } \frac{2'53 : 10^{-2} + 3'5 \cdot 10^{-1}}{3 \cdot \sqrt{\frac{4}{9}}} = \end{array}$$

115. Escribe como potencia los siguientes radicales:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \sqrt[3]{x} = & \text{d. } 4 \cdot \sqrt[3]{x^2} = \\ \text{b. } \frac{1}{\sqrt[3]{3}} = & \text{e. } \sqrt{\sqrt{x^3}} = \\ \text{c. } \sqrt[4]{6xy} = & \text{f. } \sqrt{\sqrt[3]{18}} = \end{array}$$

116. Simplifica:

$$\begin{array}{l} \text{a. } 3 \cdot \sqrt{18} - 2 \cdot \sqrt{32} + \frac{5}{2} \cdot \sqrt{72} = \\ \text{b. } 4 \cdot \sqrt{12} - \frac{3}{2} \cdot \sqrt{48} + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{27} + \frac{3}{5} \cdot \sqrt{75} = \\ \text{c. } 7 \cdot \sqrt{54} - 3 \cdot \sqrt{18} + \sqrt{24} - \frac{3}{5} \cdot \sqrt{50} - \sqrt{6} = \end{array}$$

117. Efectúa las operaciones siguientes dando el resultado lo más simplificado posible:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \sqrt{13+\sqrt{9}} = & \text{e. } (\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2}) = \\ \text{b. } 3 \cdot \sqrt{5} \cdot (2 \cdot \sqrt{5} + 3) = & \text{f. } \frac{5 \cdot \sqrt{108} + 2 \cdot \sqrt{243}}{5 \cdot \sqrt{48}} = \\ \text{c. } \sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8} = & \text{g. } \sqrt[4]{4 \cdot \sqrt[3]{128}} = \\ \text{d. } \sqrt[4]{243} : \sqrt[4]{3} = & \end{array}$$

h. $(2 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{3})^2 =$

i. $\sqrt{1 + \sqrt{6 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}} =$

j. $\sqrt{25 \cdot \sqrt{81 \cdot \sqrt{256}}} =$

k. $\frac{3 \cdot \sqrt{125}}{4 \cdot \sqrt{405} - 3 \cdot \sqrt{80}} =$

118. Simplifica los radicales extrayendo factores:

a. $\sqrt{12x^3y^5z^2} =$

b. $\sqrt[3]{\frac{8x^4}{81y^6}} =$

c. $\sqrt[6]{27^3y^6} =$

d. $\sqrt[3]{-16x^4y^9} =$

e. $\sqrt[4]{48x^5y^3} =$

f. $\sqrt{\frac{400x^5}{27y^7}} =$

119. Expresar como una única raíz:

a. $\sqrt[3]{2^4 \sqrt{2 \sqrt{2}}} =$

b. $\sqrt[3]{a^3 \sqrt{2a^3 \sqrt{2a}}} =$

c. $\frac{\sqrt{3\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}}{\sqrt[4]{6}} =$

120. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\sqrt{27a^4} - \sqrt[6]{27a^{12}} + \sqrt{3a^4 - 6a^2b + 3b^2} =$

b. $(\sqrt[3]{5x^2y} \cdot \sqrt{2xy^3}) : \sqrt[9]{10x^5y^3} =$

c. $\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt[6]{\frac{27}{125}} - \sqrt{15} + \sqrt{\frac{1}{15}} =$

d. $\frac{\sqrt[3]{2a} \cdot \sqrt[4]{16a^3}}{\sqrt[6]{8a^2}} =$

121. Simplifica las siguientes expresiones:

a. $\frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}} =$

b. $\frac{\sqrt{a \cdot b}}{\sqrt[3]{a \cdot b}} =$

c. $\frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} =$

d. $\sqrt{\frac{a^2}{m \cdot n^2} + \frac{a^2}{m^2 \cdot n}} =$

e. $\sqrt{4a^2cd + 8abcd + 4b^2cd} =$

f. $\sqrt{98a^2b^4c^2} + \sqrt[3]{250a^6b^9c^3} - \sqrt[4]{32a^8b^{12}c^4} + \sqrt{128a^6b^2c^4} =$

g. $\frac{1}{a} \sqrt{\frac{ab^2}{4}} + 3b \sqrt{\frac{1}{4a}} - \frac{1}{a} \sqrt{ab^2} =$

h. $(a + b + \sqrt{a^2 + b^2}) \cdot (a + b - \sqrt{a^2 + b^2}) =$

i. $\sqrt{2a + 5 - \sqrt{4a^2 - 8}} \cdot \sqrt{2a + 5 + 2\sqrt{a^2 - 2}} =$

j. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} - \sqrt{a \cdot b} + \frac{1}{\sqrt{a \cdot b}} =$

$$k. \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} =$$

$$l. \frac{\sqrt[3]{a^{\frac{5}{7}}} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[5]{a^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt[4]{a^{\frac{2}{5}}}} =$$

122. Simplifica:

$$a. \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{8x}}{\sqrt{12x}} =$$

$$b. \sqrt[3]{x^7} =$$

$$c. \frac{\sqrt{3xy^3} \cdot \sqrt{2x^2y}}{\sqrt{6x^3y^4}} =$$

$$d. \sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{x}}} =$$

$$e. (\sqrt{8x} \cdot \sqrt[3]{16y^5}) \cdot \sqrt[4]{2xy} =$$

$$f. \sqrt{\frac{10a}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{6a}} =$$

$$g. \frac{\sqrt{2a} \cdot \sqrt[3]{5a^2}}{\sqrt[6]{10a}} =$$

h.

$$\sqrt[3]{a^4 \sqrt{a^5 \sqrt{a}}} =$$

$$i. \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{4}}}} =$$

$$j. \sqrt{8^3 \sqrt[2]{16^9 32}} =$$

$$k. \sqrt{8 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{32}} =$$

$$l. \frac{\sqrt{3^3 \cdot \sqrt[3]{3}}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{3}} =$$

$$m. 4 \cdot \sqrt{27} - 5\sqrt{12} + \sqrt{3} =$$

$$n. 2 \cdot \sqrt[3]{81} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{3} - \frac{2}{5} \cdot \sqrt[3]{24} =$$

$$o. \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8} - \sqrt[4]{4} + \sqrt{\frac{2}{25}} =$$

$$p. 2 \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{27} + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{12} - 3 \cdot \sqrt{\frac{75}{9}} =$$

$$q. (\sqrt{5} + 2) \cdot (\sqrt{5} - 2) =$$

$$r. (4\sqrt{x} - \sqrt{y}) \cdot (4\sqrt{x} + \sqrt{y}) =$$

$$s. (2\sqrt{a} - 1) \cdot (2 + \sqrt[3]{a}) =$$

123. Racionaliza:

$$a. \frac{1}{\sqrt{15}}$$

$$d. \frac{3}{\sqrt[3]{3}}$$

$$g. \frac{-2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

$$b. \sqrt{\frac{7}{5}}$$

$$e. \frac{1}{\sqrt[4]{4}}$$

$$h. \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} + 1}$$

$$c. \sqrt{\frac{2+x}{2-x}}$$

$$f. \frac{3}{3 + \sqrt{3}}$$

124. Racionaliza (simplificando antes o después) las siguientes expresiones:

$$a. \frac{5}{2 \cdot \sqrt[3]{4}}$$

$$c. \frac{\sqrt{3} - 2}{5 + 2\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$e. \frac{\sqrt{3} - \sqrt{6} + 2}{2\sqrt{3} + 4}$$

$$b. \frac{2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}$$

$$d. \frac{\sqrt{a}}{2 - \sqrt{a}}$$

$$f. \frac{2 + 4\sqrt{6} + \sqrt{18}}{\sqrt{6} + 3\sqrt{8} - \sqrt{18}}$$

g. $\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

h. $\frac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

1.6 Logaritmos:

125. Calcula con la calculadora: $\log_4 7$, $\log_5 12$, $\log_3 16$ y $\log_6 13$.

126. Calcula x en las siguientes igualdades:

a. $\log_2 2 = x$

m. $\log x = -3$

x. $\log_{\frac{1}{9}} \left(\frac{\sqrt[4]{3}}{3} \right) = x$

b. $\log_3 9 = x$

n. $\log_3 (-9) = x$

y. $\log_{\frac{1}{9}} (-3) = x$

c. $\log_3 81 = x$

o. $\log_{\sqrt{3}} 3 = x$

z. $\log_x 7 = -2$

d. $\log_4 16 = x$

p. $\log_{\sqrt{2}} 8 = x$

aa. $\log_7 (x^4) = 2$

e. $\log_2 0.5 = x$

q. $\log_2 \frac{1}{4} = x$

bb. $\log 5^{2x} = 3$

f. $\log_4 0.0625 = x$

r. $\log_{125} 5 = x$

cc. $2^{x-1} = 5$

g. $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x$

s. $2^{\log_2 8} = x$

dd. $\log_{\sqrt{\frac{3}{3}}} (\sqrt[4]{3}) = x$

h. $\log_x 36 = 4$

t. $\log_2 (\log_2 2) = x$

ee. $0.8^{-2x} = 4$

i. $\log_x 100 = -3$

u. $\log_{81} 3 = x$

ff. $3^{x-1} = 10$

j. $\log_5 x = 3$

v. $\log_4 8\sqrt{2} = x$

k. $\log_4 x = -\frac{1}{2}$

w. $\log_{0.2} \frac{\sqrt{5}}{25} = x$

l. $\log 100 = x$

127. Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a. $\log_2 64 - 5\log_3 \sqrt[5]{3} + \log_7 7^{10} - \log 1 =$

b. $\log_2 64 + 3\log_2 1 - \log_3 \frac{1}{3} \cdot \log_{11} 121 =$

c. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} - \log_5 0.2 + \log_6 \frac{1}{36} - \log_2 0.5 =$

128. Halla el valor de x en las siguientes expresiones, aplicando las propiedades de los logaritmos:

a. $\log x = \log 17 + \log 13$

e. $\log x = 4\log 2 - \frac{1}{2}\log 25$

b. $\log x = \log 36 - \log 9$

f. $\log x = \log 5 + 2\log 15$

c. $\log x = 3\log 5$

d. $\log x = \log 12 + \log 25 - 2\log 6$

g. $\log 2x = \log 9 - \frac{1}{2}\log 27 + \log \sqrt{3}$

129. Calcula:

a. $\log 26$ sabiendo que $\log 2 = 0.30103$ y $\log 13 = 1.1139$

- b. Sabiendo que $\log 5 = 0,6990$, calcula $\log 625$ y $\log 25$
 c. Sabiendo que $\log 2 = 0,30103$ y $\log 3 = 0,477121$, hallar los logaritmos de los siguientes números: $\frac{1}{3}$, $6,30$, $0,25$ y $\sqrt{0,3}$.

130. Sabiendo que $\log 2 = 0,301030$ calcula el logaritmo en base 2 de los números: 10, 100, 1000, 10^n , $0,1$, $0,0001$ y 10^{-n} .

131. Calcula sin utilizar la calculadora científica:

a. $\log_5 3 \cdot \log_9 25 =$ b. $\log 5700 - \log 5,7 =$ c. $2^{\log_6 5} \cdot 3^{\log_6 5} =$

132. Sabiendo que $\log 2 = 0,30103$, utiliza las propiedades de los logaritmos para calcular:

a. $\log 20 =$ d. $\log 0,002 =$ g. $\log \frac{\sqrt[7]{2^5}}{2} =$ h. $\log 0,125 =$
 b. $\log 200 =$ e. $\log 0,0002 =$
 c. $\log 0,2 =$ f. $\log \sqrt[5]{16} =$

133. Sabiendo que $\log 16 = 1,2041$, calcular $\log 125$ sin usar la calculadora. Razona la respuesta.

134. Sabiendo que $\log 2 = 0,30103$ y $\log 3 = 0,477121$, calcula los logaritmos decimales de los siguientes números: 4, 5, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30,

32, 36, 40, 45, 48, 50, 72, $14,4$, $0,048$, $2,88$, $0,015$, 36000 , $\sqrt{5,76}$, $\frac{1,25}{\sqrt{0,32}}$, $\frac{32^3 \cdot 0,64^5}{0,0125 \cdot \sqrt[3]{80^3}}$

135. Sabiendo que $\log_{36} x = 0,1589$, calcula $\log_6 x$.

136. Si llamamos $t = \log_5 N$, expresa en función de t:

a. $\log_5 125N$ b. $\log_5 \frac{25}{N}$ c. $\log_5 (625N^2)$ d. $\log_5 \sqrt[4]{N}$

137. Calcula las siguientes expresiones:

a. $2^{\log_2 512} =$ b. $2^{\log_{10} 3} \cdot 5^{\log_{10} 3} =$ c. $\log_3 (1000)^{\log_3} =$

138. Sabiendo que $\log a = \frac{1}{2}$ y $\log b = \frac{3}{2}$, calcula sin hallar a ni b, el valor de las siguientes expresiones:

a. $\log(10b^6) =$ c. $\log\left(b \cdot \frac{0,01}{a}\right) =$
 b. $\log^4 \sqrt{\frac{b}{a}} =$ d. $(\log a \cdot \log b)^2 =$

139. Simplifica las expresiones:

a. $a^{\log_a x} =$ c. $\log_a a^x =$ e. $\log_5 5^4 =$
 b. $a^{r \cdot \log_a x} =$ d. $4^{3 \cdot \log_2 x} =$

140. Sabiendo que $\log_a x = \sqrt{3}$, calcular:

a. $\log_a x^3 =$ c. $\log_{a^3} x =$ e. $\log_{a^x} x =$
 b. $\log_x a =$ d. $\log_{a^3} (a \cdot x^3) =$

141. La ecuación $5^x = 7^{-x}$ ¿tiene alguna solución?. En caso afirmativo razona tu respuesta y hállalas.

142. Halla con la calculadora los números x, tales que:

a. $\log x = 2'905$

b. $\log x = 2'22272$

c. $\log x = -1'3456$

143. Sabiendo que $\log a = 2'5674$, y $\log b = -1'2345$; calcula:

a. $\log \frac{a^3 \cdot \sqrt[5]{a^2 \cdot b^4}}{b^2 \cdot \sqrt[3]{a^5 \cdot b}} =$

b. $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64 \cdot 4^2}}{2^5 \cdot \sqrt[3]{512}} =$

TEMA 2: POLINOMIOS

2.1 Polinomios: operaciones con polinomios, igualdades notables y fracciones algebraicas

1. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

- a. Si x vale 2, la expresión 5x vale 10.....
- b. La expresión $5x^2$ es un monomio.....
- c. Se cumple que $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
- d. El monomio $5x^3$ es de grado 3.....
- e. Los monomios $6x^3$ y $6x^2$ son semejantes.....
- f. En el monomio $4a^2b^6$ el coeficiente es 8.....
- g. En el polinomio $5x^2 + 3x + 4$ la indeterminada es la x

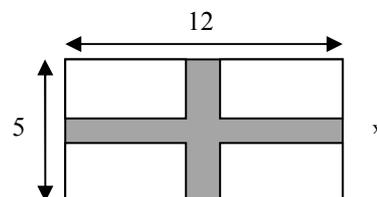
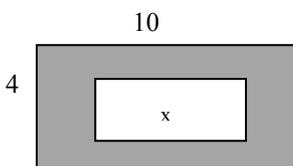
2. Escribe un polinomio que tenga las características que se indican:

- a. Polinomio creciente de 5 términos.....
- b. Polinomio de grado 4 con 3 términos.....
- c. Polinomio de grado 2 sin término independiente.....
- d. Polinomio completo de grado 3.....
- e. Polinomio incompleto de grado 4
- f. Polinomio creciente de grado 2.....

3. Observa el siguiente polinomio y contesta $2x^5 + 4x^3 + 2x^2 + 3x + 2$

- a. ¿Cuántos términos tiene?
- b. ¿Cuál es el término principal?
- c. ¿Cuál es el término de grado 2?
- d. ¿Es creciente o decreciente?
- e. ¿Es completo o incompleto?
- f. ¿Cuál es el grado del polinomio?
- g. ¿Cuál es el término independiente?
- h. ¿Cuál es el opuesto de este polinomio?
- i. ¿El 1 es una raíz de este polinomio?
- j. ¿Cuál es el valor numérico para x=2?

4. Expresa el área de las regiones sombreadas como polinomios en la variable x:



x

5. Relaciona con flechas las expresiones que sean equivalentes:

$x + x$	$3x$
$x \cdot x \cdot x \cdot x$	$2x$
$x + x + x$	x^2
$x \cdot x$	x^3
$x + x + x + x$	x^4
$x \cdot x \cdot x$	$4x$

6. Calcula el valor de las siguientes expresiones si $x=2$:

a. $4x^2 - 7x + 5$

b. $5x^3 + 3x^2 - 6$

7. Calcula el valor de las siguientes expresiones si $x=2$:

a. $5x^3 - 3x + 1$

b. $9x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 6$

c. $3x^5 + x^3 + 2x^2 - 1$

8. Calcula el valor de las expresiones siguiendo el ejemplo:

	$x = 1$	$x = -1$	$x = 2$	$x = -2$
$3x$				
$2x + 1$				
$3x^2 + 2x + 5$				
$4x^3 + 2x^2 + 3x + 2$				
$7x^3 + 5x + 10$				

9. Realiza las siguientes operaciones:

a. $3x^2 - 2x^2 =$

c. $4x^2 + 2x^2 =$

e. $5a^4 \cdot 2a^3 =$

g. $7m^2 \cdot 3m^3 =$

b. $10x^3 - 5x^3 =$

d. $6a^4 \cdot 3a^2 =$

f. $9x^5 + 3x^5 =$

h. $2b^5 \cdot 9b^2 =$

10. Resta al polinomio $P(x) = 3x^4 + 5x^2 - 4x + 2$ el polinomio $Q(x) = 5x^3 + 2x^2 + 4x + 3$

11. Multiplica los polinomios: $P(x) = 3x^4 + 5x^2 - 4x + 2$ y $Q(x) = 2x^2 + 3x + 2$

12. Realiza las siguientes operaciones:

a. $5x^2 - 3x^4 + 2x^2 + 7x^4 =$

d. $(2x^2 + 4x - 3) \cdot 4x^2 =$

b. $(5x^2 + 2x) - (3x^2 + 7x) =$

e. $(4x^6)^2 =$

c. $(6x^5 + 4x^3) \cdot 2x^2 =$

f. $(3a^6)^3 =$

13. Reduce:

a. $2x^2 - 3x^2 + 2x^2 =$

f. $7x^3 + 2x^3 + \frac{1}{3}x^3 =$

b. $3x^2 + 6x^2 + 5x^2 =$

c. $4x^7 - 8x^7 =$

g. $2x^2 - \frac{6}{9}x^2 =$

d. $18x^3 : 9x =$

e. $3x^4 - 2x + 5x^4 =$

h. $\frac{2}{5}xy^2 - 3xy^2 =$

i. $(-8x^5) \cdot (2x) =$

j. $3x^3 - 12x^3 - x^3 =$

k. $(-2x) \cdot (3x^4) =$

l. $12x^2 - 2 + 7x^2 =$

m. $(25x^7) : (-5x^3) =$

n. $15x^3 - 2x^3 + x^3 =$

o. $(7x^8) : (7x) =$

p. $6xy + 2xy + 3xy =$

q. $(-3x^2)^3 =$

r. $\left(\frac{3}{2}x^3\right)^5 =$

s. $\left(\frac{1}{2}x\right)^3 =$

t. $(6xy)^2 =$

u. $(-3ab^3)^5 =$

14. Desarrolla las siguientes igualdades notables:

a. $(x - 2)^2 =$

b. $(x + 3)^2 =$

c. $(3 - x)^2 =$

d. $(3x - 1) \cdot (3x + 1) =$

e. $(1 + 2x) \cdot (1 - 2x) =$

15. Extrae factor común en las siguientes expresiones:

a. $2x^2 + 4x + 6 =$

b. $3x + 6z + 18 =$

c. $4x^2y - 3xy + 2xy^2 =$

d. $7x^3 - 21x^2 + 3x =$

e. $6x^5 - 2x^4 - 4x^3 =$

16. Calcula:

a. $(x - 1)^3 =$

b. $(4x^2 - 3y^3)^2 =$

c. $(5x + 2y^2)^3 =$

17. Escribe una expresión equivalente a cada una de las siguientes:

a. $(x + y)^2 =$

b. $(a - b)^2 =$

c. $(m + n)^2 =$

d. $(x - 1)^2 =$

e. $m^2 - n^2 =$

f. $16 - y^2 =$

g. $(x - 3)^2 =$

h. $(x - y) \cdot (x + y) =$

i. $(5 + y)^2 =$

j. $x^2 - 25 =$

18. Relaciona con flechas las expresiones equivalentes:

$(x + y)^2$

$x^2 - y^2$

$(x - y)^2$

$(x - y) \cdot (x + y)$

$x^2 - 2xy + y^2$

$x^2 + 2xy + y^2$

19. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios para los valores que se indican:

a. $x^5 - 3x^2 + 2$, en $x = 1$, $x = -1$, $x = 2$

b. $7x^4 + 2x^2 - 3$, en $x = 0$, $x = -1$, $x = 2$

c. $5x^3 - 2$, en $x = 5$, $x = -4$, $x = 7$

d. $7x^6 - 3x^4 - 2x + 1$, en $x = 1$, $x = -1$, $x = 0$

20. Dado $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ y $Q(x) = 3x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 2x + 4$, calcula:

a. $P(0), P(1), P(-1), P(2)$ y $P(-2)$

b. $Q(0), Q(1), Q(-1), Q(2)$ y $Q(-2)$

21. Dados $P(x) = 3x^3 - x^2 + x - 1$, $Q(x) = 3x^3 + x^2 - 3x - 4$ y $R(x) = 2x^2 - 7x + 6$

Calcula:

a. $P(x) - Q(x) + R(x) =$

c. $P(x) - (Q(x) + R(x)) =$

b. $P(x) + Q(x) - R(x) =$

d. $P(x) - (Q(x) - R(x)) =$

22. Calcula:

a. $(2x^2) \cdot (x^4 - 3x^2 + 2x - 1) =$

b. $(x^3 - 2x^2 + x - 1) \cdot (-3x) =$

23. Completa:

a. $(\underline{\hspace{1cm}} + 3x^3 - \underline{\hspace{1cm}} - x + \underline{\hspace{1cm}}) \cdot (3x) = 6x^5 + \underline{\hspace{1cm}} - 6x^3 - \underline{\hspace{1cm}} + 3x$

b. $(3x^5 + \underline{\hspace{1cm}} - 2x^3 - \underline{\hspace{1cm}} + 4x - \underline{\hspace{1cm}}) \cdot (-4x^3) = \underline{\hspace{1cm}} - 8x^7 + \underline{\hspace{1cm}} + x^5 - \underline{\hspace{1cm}} + 8x^3$

c. $(2x^5 - \underline{\hspace{1cm}} + 2x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 2) \cdot (-2x) = \underline{\hspace{1cm}} + 8x^4 - \underline{\hspace{1cm}} - 2x^2 + \underline{\hspace{1cm}}$

24. Sean los polinomios $A(x)$, $B(x)$ y $C(x)$ siguientes:

$$A(x) = \frac{1}{3}x^2y - \frac{3}{2}xy^2 + 3xy, \quad B(x) = \frac{5}{6}x^2y - \frac{1}{3}xy + \frac{7}{5}xy^2, \quad C(x) = \frac{3}{4}xy^2 - \frac{3}{4}x^2y - \frac{5}{6}xy$$

Calcula:

a. $A(x) - B(x) + C(x) =$

d. $A(x) - [B(x) + C(x)] =$

f. $B(x) - [A(x) - C(x)] =$

b. $A(x) + B(x) - C(x) =$

e. $C(x) - [A(x) - B(x)] =$

c. $B(x) + C(x) - A(x) =$

25. Calcula el valor numérico de los polinomios dados para los valores de las indeterminadas que se indican:

a. $P(x) = 3x^2 - 4x + 2$, para $x = \frac{1}{2}$

b. $Q(x) = \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{3}{4}$, para $x = 1$

c. $R(x) = 7x^2 - 6xy + 2y^2$, para $x = -1$, $y = \frac{2}{3}$

d. $S(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2y + 5x - 3y + \frac{1}{6}y^3$, para $x = 2$, $y = 3$

26. Dados los polinomios $A(x) = x^3 - 2x^2 + 5$, $B(x) = x^2 + 1$, $C(x) = x^4 - 3x^2 + 5x + 2$

y $D(x) = 2x^2 - 3x + 1$. Calcula:

a. $A(x) + B(x) + C(x) =$

f. $B(x) \cdot C(x) =$

b. $A(x) \cdot B(x) - C(x) =$

g. $B(x) \cdot D(x) - 2 \cdot C(x) =$

c. $[C(x) - B(x)] \cdot D(x) =$

h. $C(x) : B(x) =$

d. $[D(x) - B(x)]^2 =$

i. $C(x) : A(x) =$

e. $[A(x) + D(x)] \cdot B(x) =$

j. $C(x) \cdot B(x) : A(x) =$

27. Multiplica los siguientes pares de polinomios:

a. $P(x) = 3x^2 + 2x - 3$ y $Q(x) = x - 2$

b. $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$ y $Q(x) = x^2 - 1$

c. $P(x) = x^5 - 2x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{5}$ y $Q(x) = x^4 - \frac{10}{6}x^2$

28. Sean los polinomios A(x), B(x) y C(x) siguientes:

$A(x) = x^2 + 2x - 2$, $B(x) = x^2 - 3x + 1$, $C(x) = 2x - x^2 + 3$

Calcula:

a. $A(x) \cdot B(x) =$

e. $[-A(x)] \cdot B(x) \cdot C(x) =$

b. $B(x) : [-C(x)] =$

f. $A(x) \cdot [-B(x)] \cdot C(x) =$

c. $[-C(x)] \cdot A(x) =$

g. $A(x) \cdot B(x) \cdot [-C(x)] =$

d. $2 \cdot A(x) \cdot B(x) =$

29. Simplifica las siguientes expresiones:

a. $(2 - 3x)^2 + (3 + 5x)^2 - (4 - 2x)^2 =$

b. $(3a - b)^2 - (3a + b)^2 + (a - b)^2 =$

c. $3x \cdot (2 - x)^2 + (3 - 5x) \cdot (x - 1)^2 + (x - 4) \cdot (x + 2)^2 =$

d. $\left(\frac{1}{3}x + y^2\right)^2 - \left(\frac{2}{3}x - y^2\right)^2 - \left(y^2 - \frac{3}{4}x\right)^2 =$

e. $2ab - \left(\frac{3}{2}a + b\right)^2 + \frac{3}{5}a^2 + \frac{2}{3}b^2 =$

f. $\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}a^2\right)^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}a^2\right)^2 - \frac{3}{5}\left(2 - \frac{5}{6}a^2\right)^2 =$

g. $3\left(\frac{1}{3}a + b\right)^2 - \frac{1}{2}(a + b)^2 + (a + b + ab)^2 =$

h. $(x^3 - y^3)^2 - x^4(x - y)^2 + y^4(x + y)^2 =$

30. Efectúa los siguientes productos:

a. $\left(\frac{3}{4}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3}{2}x - 5\right) \cdot \left(x^2 + \frac{4}{9}\right) =$

b. $\left[\frac{1}{2} \cdot \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot (x + 1) - \left(x + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(x - \frac{3}{4}\right)\right] - 3x^2 =$

31. Sean los polinomios $A(x) = 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1$, $B(x) = -x^2 + x - 1$ y

$C(x) = x^3 - x + 1$ **Calcula:**

a. $A(x) - [B(x) + C(x)] =$

d. $[B(x)]^2 - A(x) =$

b. $A(x) \cdot B(x) - C(x) =$

e. $A(x) \cdot [B(x) - C(x)] =$

c. $A(x) - [B(x) - C(x)] =$

f. $[B(x)]^2 - [C(x)]^2 =$

32. Divide los siguientes pares de polinomios:

- a. $A(x) = 6x^2 + 17x + 10$ y $B(x) = 2x + 1$
- b. $A(x) = 10x^3 - 13x^2 - x - 3$, $B(x) = 5x^2 + x + 1$
- c. $A(x) = x^4 + 2x^2 - 6x + 5$, $B(x) = x^2 - 2x - 1$
- d. $A(x) = 2x^3 + 3x^2 - 15x - 18$, $B(x) = x + 3$
- e. $A(x) = 6x^4 - 16x^3 + 21x^2 + 3$, $B(x) = 6x - 3$
- f. $A(x) = 2x^4 - 13x^3 + 31x^2 - 40x + 30$, $B(x) = 2x^2 - 3x + 4$
- g. $A(x) = 30x^4 + 3x^3 - 21x^2 + 3$, $B(x) = 6x - 3$
- h. $A(x) = x^4 - 2x^3 - 75x^2 + 46x - 3$, $B(x) = x^2 + 8x$
- i. $A(x) = x^5 + 5x^3 - 3x^2 + 2x - 15$, $B(x) = x^3 - 3$

33. Realiza las siguientes divisiones:

- a. $(2x^5 - 3) : (2x^2 - 4)$
- b. $(2x^3 - 3x^2 - 5x - 5) : (x - 2)$
- c. $(4m^2 - 19m + 4m^3) : (-3 + 2m)$
- d. $(x^6 - 3x + x^3 - 3) : (x^2 - 3x)$
- e. $(3x^2 - 5x^3 - 1 + x^4 - 4x) : (3x - 1 - 5x^3)$
- f. $(9x^2 - 4 - 10x^3 + x - 15x^4) : (3x - 1 - 5x^3)$
- g. $(8x^5 - 14x^4 - 5x^3 + 16x^2 - 8x + 3) : (2x^2 - 5x + 3)$
- h. $(7x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 5x + 3) : (x^2 - x + 1)$
- i. $(x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 5x + 6) : (x^2 + 3x - 2)$
- j. $(x^4 - 2x - 15) : (x^2 - 5)$
- k. $(4x^3 - 12x^2 + 17x - 10) : (2x^2 - 3)$
- l. $(6x^3 - 17x^2 - 3 + 4x) : (1 + 3x^2 - 4x)$
- m. $(3x^2 - 13x^3 + 6x^4 + 2 + 3x) : (6x^2 - 2x)$
- n. $(7x^5 - 2x^3 + 3) : (2x^2 - 1)$
- o. $(x^4 - 6x - 2x^3 + 2 + 8x^2) : (x^2 + x + 1)$

34. Calcula las siguientes divisiones de polinomios utilizando, si es posible, el método de Ruffini. Escribe el cociente y el resto.

- a. $(x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x - 2) : (x - 2)$
- b. $(3x^3 - 5x^2 + 7x + 3) : (x + 3)$
- c. $(x^5 - 2x^3 + 3x + 2) : (x + 1)$
- d. $(x^3 - 6x^2 + 15) : (x + 5)$
- e. $(x^3 - 7x^2 + 8x - 3) : (x - 2)$
- f. $(x^5 - 3x^3 + 4x^2 - 8x + 9) : (x + 5)$
- g. $(x^3 - x^2 + 11x - 10) : (x - 2)$
- h. $(3x^4 - 10x^3 - x^2 - 20x + 5) : (x - 4)$
- i. $(20 - 22x^3 + 5x^5) : (x - 2)$

o. $x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 9x^2 - 4x + 12$

40. Haz la descomposición factorial de los siguientes polinomios:

a. $\frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{4}x^3 - 3x^2 + 13x - 12$

b. $\frac{1}{6}x^3 - x^2 + \frac{11}{6}x - 1$

c. $\frac{1}{2}x^5 - \frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{3}x^2 - 3x$

d. $\frac{3}{4}x^5 - x^4 + \frac{1}{4}x^3$

41. Simplifica estas fracciones:

a. $\frac{7x-14y}{7x} =$

e. $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4} =$

i. $\frac{x^3-5x^2+2x+8}{x^3-x^2-8x+12} =$

b. $\frac{2x+6}{x^3-9x} =$

f. $\frac{2x-3}{4x^2+16} =$

j. $\frac{2x^4-50x^2}{x^3-10x^2+25x} =$

c. $\frac{x^2-x}{x^2+2x} =$

g. $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16} =$

k. $\frac{3x^4-48}{x^4-8x^2+16} =$

d. $\frac{x^2+4x}{4x+16} =$

h. $\frac{x^2-9}{x^2-5x+6} =$

l. $\frac{x^3-1}{x^2-1} =$

42. Calcula el valor numérico de las siguientes fracciones en los valores que se indican:

a. $\frac{x^2+3x-1}{x^2-4} =$ para $x=0$, $x=1$ y $x=2$

b. $\frac{x^3+2x}{x^3+2x^2+3x} =$ para $x=1$, $x=2$ y $x=3$

c. $\frac{3x^3-5x^2+x-7}{x^2+x+1} =$ para $x=0$, $x=1$ y $x=-1$

43. Calcula el M.C.D. y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

a. $A(x) = x^2 - 16$ $B(x) = x^2 - x - 12$ $C(x) = x^2 - 3x + 2$

b. $A(x) = x^2 - 3x + 2$ $B(x) = x^2 - 4x + 3$

c. $A(x) = x^5 - x^4 - 5x^3 + x^2 + 8x + 4$ $B(x) = x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 13x + 10$

d. $A(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x + 4$ $B(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 2$

e. $A(x) = x^4 - 15x^3 + 75x^2 - 125x$ $B(x) = x^4 - 25x^2$ $C(x) = x^5 - 4x^4 - 5x^3$

44. Efectúa las operaciones indicadas, expresando el resultado en la forma de una única fracción algebraica, lo más simplificada posible:

a. $\frac{2}{x} + \frac{5}{x} =$

c. $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} =$

b. $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+1} =$

d. $\frac{2x-1}{x-1} + \frac{3x+1}{x+1} - \frac{1-x}{x^2-1} =$

e. $\frac{3x-1}{x-3} + \frac{x-5}{x+2} =$

f. $\frac{2x}{x-1} - \frac{2x+3}{x^2+4} =$

g. $\frac{3x-1}{x^2+x-2} \div \frac{2x+3}{x^2-x-6} =$

h. $\frac{x+5}{2x-2} + \frac{x-1}{3x} =$

i. $\frac{x-2}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x^2-4x+4} =$

j. $\frac{x+2}{x} \div \frac{x-2}{x^2} =$

k. $\frac{2x-6}{x+3} \div \frac{2x+8}{x^2-9} =$

l. $\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right) \cdot (x^3 + x^2) =$

m. $\left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \left(\frac{5}{3x} + \frac{x}{3} - x\right) =$

n. $\left(x - \frac{x}{x+1}\right) \div \left(x + \frac{x}{x+1}\right) =$

o. $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}\right) =$

p. $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{x-1}\right) =$

TEMA 3: ECUACIONES, SISTEMAS E INECUACIONES

3.1 Ecuaciones

1. Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

- a. La expresión $2x+3=9$ es una ecuación de primer grado con una incógnita.....
- b. La expresión $5x^2 - 3x+1$ es un sistema de ecuaciones.....
- c. Las dos ecuaciones $4x+2=6$ y $4x=4$ son equivalentes.....
- d. La ecuación $x+1=x+2$ tiene como única solución $x=1$

2. Halla el valor de x en la ecuación $2x+5=x+8$

3. Escribe la expresión algebraica que corresponde a cada situación:

- a. Yo tengo x años. ¿Cuál es la edad de mi hermano si tiene 3 años más que yo?.....
- b. La altura de un edificio es h metros. ¿Cuál es la altura de cada uno de sus 5 pisos?.....
- c. Una pelota de fútbol pesa m gramos. ¿Cuánto pesa una pelota de balonmano si pesa 200 gramos menos?.....
- d. En un país viven x millones de personas. ¿Cuántas personas viven en otro país en el que hay el triple de personas?.....

4. Escribe con una frase el significado de las siguientes expresiones:

- a. La relación entre la edad de dos hermanos es $y = x + 2$
- b. El área del círculo es $A = \pi \cdot r^2$
- c. La relación entre dos números es $p = 2q - 3$
- d. La densidad de un material depende de la masa y el volumen: $d = \frac{m}{v}$

5. Traduce al lenguaje algebraico las siguientes frases:

15. Queremos repartir un dinero entre varios chicos. Si damos 100 céntimos a cada uno sobran 15 céntimos, mientras que si le damos 125 céntimos faltan 35 céntimos. ¿Cuántos chicos hay? ¿Cuánto dinero tenemos?
16. La suma de tres números naturales consecutivos es 84. Halla dichos números.
17. En un rectángulo de base 70m. y altura 30m. se disminuyen 10m la base ¿Cuánto debe aumentar la altura para que resulte la misma superficie?
18. El tronco de un gato mide de largo $\frac{1}{2}$ de su longitud total y la cabeza mide igual que la cola, 6cm. ¿Cuánto mide el gato?
19. La valla del patio rectangular de un colegio mide 3600m. Si su largo es el doble que su ancho, ¿cuáles son las dimensiones del patio?
20. En una reunión hay triple número de mujeres que de hombres y doble número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántas mujeres, hombres y niños hay si asistieron a la reunión 60 personas?
21. Un poste de teléfonos tiene bajo tierra $\frac{2}{7}$ de su longitud y la parte exterior mide 8m. ¿Cuánto mide en total el poste?
22. Resuelve la ecuación $(2x+3)^2 = x \cdot (1-3x)$
23. Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado: $4x^2 - 20x + 25 = 0$
24. Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado: $2x^2 + 5x + 3 = 1$
25. Resuelve las siguientes ecuaciones del tipo $ax^2+c = 0$
- | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|
| a. $x^2 - 1 = 0$ | e. $-x^2 + 1 = 0$ | i. $3x^2 - 147 = 0$ |
| b. $80 = 20x^2$ | f. $4x^2 - 100 = 0$ | j. $x^2 - 144 = 0$ |
| c. $3x^2 - 27 = 0$ | g. $-16x^2 = -64$ | k. $7x^2 = 343$ |
| d. $-x^2 - 27 = 0$ | h. $x^2 - 16 = 0$ | l. $3x^2 = 243$ |
26. Resuelve las siguientes ecuaciones del tipo $ax^2+bx = 0$
- | | | |
|------------------|---------------------|---------------------|
| a. $x - x^2 = 0$ | d. $3x^2 - 39x = 0$ | g. $2x^2 + 7x = 0$ |
| b. $x^2 = x$ | e. $4x^2 + 20x = 0$ | h. $x^2 - 64x = 0$ |
| c. $3x^2 = 30x$ | f. $6x^2 - 6x = 0$ | i. $5x^2 - 40x = 0$ |
27. Resuelve las siguientes ecuaciones del tipo $ax^2+bx+c = 0$
- | | | |
|------------------------|-------------------------|------------------------|
| a. $2x^2 - x - 1 = 0$ | e. $x^2 + x - 6 = 0$ | i. $9x^2 - 6x + 1 = 0$ |
| b. $x^2 - 7x + 12 = 0$ | f. $8x^2 - 10x + 3 = 0$ | j. $100x^2 + 20x = -1$ |
| c. $x^2 + 5x - 6 = 0$ | g. $4x + 1 = -4x^2$ | k. $x^2 + x + 1 = 0$ |
| d. $x^2 - 5x + 6 = 0$ | h. $12 = x^2 + x$ | l. $-x^2 + 2x - 3 = 0$ |
28. Resuelve:
- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| a. $x^2 - 24 = 0$ | b. $3x^2 + 12 = 0$ | c. $7x^2 - 28 = 0$ |
|-------------------|--------------------|--------------------|

- | | | |
|---------------------|-----------------------|------------------------|
| d. $6 - x^2 = 0$ | h. $6x^2 + 2x = 0$ | l. $x^2 - 4x + 4 = 0$ |
| e. $4x^2 - 9x = 0$ | i. $x^2 - 2x - 8 = 0$ | m. $x^2 - 6x + 10 = 0$ |
| f. $3x^2 + 27x = 0$ | j. $x^2 - 2x - 3 = 0$ | n. $-2x^2 - x - 1 = 0$ |
| g. $7x^2 = 3x$ | k. $3x + 10 = x^2$ | |

29. Calcula el valor de m para que las siguientes ecuaciones tengan raíz doble:

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| a. $2x^2 - 4x + m = 0$ | b. $mx^2 + 2x + 1 = 0$ | c. $x^2 - mx + 36 = 0$ |
|------------------------|------------------------|------------------------|

30. Escribe la ecuación de segundo grado cuyas soluciones son:

- | | | |
|-----------------------|-------------------------|------------------------|
| a. $x_1 = 2, x_2 = 1$ | b. $x_1 = -3, x_2 = -2$ | c. $x_1 = 5, x_2 = -1$ |
|-----------------------|-------------------------|------------------------|

31. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

- | | | |
|---------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| a. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ | b. $4x^4 - 257x^2 + 64 = 0$ | c. $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ |
|---------------------------|-----------------------------|----------------------------|

32. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------|
| a. $\sqrt{x+5} = 8$ | c. $x+5 = \sqrt{2x^2+50}$ |
| b. $\sqrt{x^2+5} = \sqrt{2x+40}$ | d. $x - \sqrt{2x+9} = 3$ |

3.2 Sistemas de ecuaciones:

33. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 4x - 7y + 5 = 10 \\ 4x + 3y - 6 = 19 \end{cases}$

34. Un coleccionista tiene un montón de minerales y unas cuantas cajas. Si coloca 7 minerales en cada caja, le sobran 10 minerales. Pero si mete 9 ejemplares por caja, le sobran 2 cajas. Averigua el número de minerales y cajas que tiene.

35. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x - 2y = 14 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$

36. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{2} \\ x + y = 4 \end{cases}$

37. En una papelería una persona compra 4 libretas y 3 rotuladores por un total de 15 euros. Otra persona compra 2 libretas y 5 rotuladores por 11 euros. ¿Cuánto cuesta cada libreta y cada rotulador?

38. Encuentra la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

- | | | |
|---|---|--|
| a. $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$ | e. $\begin{cases} 7x + 5y = -20 \\ 5x + 7y = 20 \end{cases}$ | h. $\begin{cases} \frac{1}{6}x - \frac{y+1}{3} = \frac{5}{6} \\ 5x + \frac{y}{4} = \frac{29}{2} \end{cases}$ |
| b. $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$ | f. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 8 \\ 3x + 5y = 41 \end{cases}$ | i. $\begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ 2x - 5y = -4 \end{cases}$ |
| c. $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$ | g. $\begin{cases} 3(x+2) - 5y = 11 \\ x - 7(y-1) = 14 \end{cases}$ | j. $\begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$ |
| d. $\begin{cases} 4x + 4y = -4 \\ 2x - 5y = 12 \end{cases}$ | | |

$$\text{k. } \begin{cases} 3x + 5y = 31 \\ 4x - y = 26 \end{cases}$$

$$\text{n. } \begin{cases} 3x + 5y = 20 \\ 2(x - 5y) = 0 \end{cases}$$

$$\text{q. } \begin{cases} 2x = 3y \\ \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}y + 2 \end{cases}$$

$$\text{l. } \begin{cases} 3x + 2y = \frac{9}{2} \\ 4x - y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{o. } \begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{y}{3} = 20 \\ 2x - \frac{y}{6} = \frac{15}{2} \end{cases}$$

$$\text{m. } \begin{cases} 2x - 7y = -22 \\ x + y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{p. } \begin{cases} x + 2y = 20 \\ 3x - \frac{y}{4} = 10 \end{cases}$$

39. Resuelve este sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas despejando la x de la primera ecuación y sustituyéndola en las otras dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 2 \\ 3x - 4y + 4z = 10 \\ 2x + 2y - 3z = -1 \end{cases}$$

40. La suma de dos números es 24, y el doble del primero menos el segundo es 6. ¿Cuáles son esos números?
41. Tenemos un total de 26 monedas, unas de 50 céntimos y otras de 20 céntimos. Si en total tenemos 5 euros y ochenta céntimos. ¿Cuántas monedas tenemos de cada clase?
42. Beatriz se ha gastado 222 euros al comprar una cazadora para Juan y otra para Laura. La de Juan costó 24€ más que la de Laura. ¿Cuánto costó cada cazadora?
43. Descompón el número 1000 en dos número de manera que al dividir el mayor entre el menor, el cociente sea 2 y el resto 220.
44. En un colegio hay 237 estudiantes menos de Primaria que de Secundaria. Sabiendo que el número total es de 1279 alumnos, de los que 200 son de Educación Infantil, ¿cuántos alumnos hay de Primaria y cuantos de Secundaria?
45. Una familia tiene periquitos y perros de mascotas. Averigua cuantos perros y cuantos periquitos tienen, sabiendo que en total hay 6 animales y el número total de patas es 16.
46. En un rectángulo de perímetro 152, la base mide 9 unidades más que la altura. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
47. La razón de dos números es $\frac{3}{5}$, y si aumentamos el denominador una unidad y disminuimos el numerador en 2 unidades, la nueva razón es $\frac{4}{11}$. ¿Cuáles son los dos números?
48. El perímetro de un rectángulo es 24cm. y su área es 20 cm^2 . ¿Cuáles son sus dimensiones?

49. Si disminuimos 3m cada lado de un cuadrado se obtiene otro cuadrado cuya área es 63 m^2 más pequeña que la del cuadrado primitivo. ¿Cuál eran las dimensiones primitivas de este cuadrado?
50. Al añadir a un número tres unidades y multiplicar por si mismo el valor resultante, se obtiene 100. Calcula dicho número.
51. La diferencia de dos números es 3 y la suma de sus cuadrados es 117. ¿Cuáles son esos números?
52. La suma de dos números es 15 y su producto es 26. ¿Cuáles son dichos números?
53. Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.
54. Halla tres números impares consecutivos, tales que sus cuadrados sumen 5051.
55. Tres segmentos miden 8, 22 y 24 cm Si a los tres les añadimos una misma longitud, el triángulo construido con ellos es un rectángulo. Halla dicha longitud.
56. Las dos cifras de un número suman 11 y el producto de dicho número por el que se obtiene de invertir sus cifras es 3154. Halla dicho número.
57. Hace 5 años el padre de Luis tenía el triple de edad que él, dentro de 5 años tendrá el doble. ¿Qué edad tiene el padre de Luis? ¿Y Luis?
58. Dos hermanos viven en pueblos distantes 15 km A veces se ven saliendo a la misma hora uno que el otro. El que vive en el pueblo A camina a una velocidad de $5\sqrt{5} \text{ km/h}$, el que vive en el pueblo B camina a velocidad de $4\sqrt{5} \text{ km/h}$. ¿A qué distancia del pueblo A se encuentran?
59. Dos ciclistas del mismo pueblo entrenan juntos. Un día uno de ellos salió una hora antes que el otro y fue a una velocidad de 20 km/h El otro, para alcanzarlo, aceleró un poco más y corrió a 30 km/h ¿A qué distancia del pueblo alcanzó el segundo ciclista al primero?
60. Halla dos números sabiendo que su suma es 27 y que el mayor es 5 veces un cuarto del menor.
61. A una reunión asisten hombres, mujeres y niños. Los hombres son el doble que las mujeres y los niños juntos. Los niños son la tercera parte de las mujeres. Entre todos llenan las butacas de la sala que son 144. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay?
62. Halla los lados de un triángulo sabiendo que son tres números consecutivos y que su perímetro es 12cm

63. ¿Qué número hay que sumado con su mitad más su tercera parte de 22?
64. El perímetro de un rectángulo es 180m Tiene dos metros menos de ancho que de largo ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
65. Rosa y Juan deciden hacer un regalo a su madre por su cumpleaños. El regalo les cuesta 2400€. Juntan sus ahorros: Rosa tiene 100€ más del doble de lo que tiene Juan y como aún les falta 200€ se los da su padre. ¿Cuánto dinero tenía cada uno?
66. Los libros de Historia de una biblioteca son el doble que los de matemáticas y física juntos. Y el triple que los de matemáticas menos los de física. De física hay 15 libros. ¿Cuántos libros hay en la biblioteca? ¿cuántos son de matemáticas? ¿cuántos son de historia?
67. Halla un número de dos cifras, sabiendo que la suma de éstas es 10 y que, si se invierte el orden de las mismas, la diferencia entre ambas es 18.
68. Un joyero ha vendido 18 colgantes de plata y 13 de oro por un total de 31.500 céntimos de euro. ¿Cuál es el precio de un colgante de cada clase, sabiendo que los de oro cuestan cuatro veces más que los de plata?
69. De un número de tres cifras se sabe que es capicúa, que la suma de todas sus cifras es 11 y que la cifra de las centenas es dos unidades menor que la de las decenas. Halla dicho número.
70. En un hotel hay habitaciones dobles y sencillas. Tiene, en total, 95 habitaciones y 165 camas. ¿Cuántas habitaciones hay de cada clase?
71. El padre de Luisa, para motivarla a estudiar matemáticas, le propone el siguiente plan: hacer 25 ejercicios, por cada uno bien hecho cobrará 100 céntimos, y por cada uno mal hecho devolverá 50 céntimos. Si al final su padre le paga 1450 céntimos, ¿cuántos ha hecho bien y cuántos ha fallado?
72. Descompón el número 473 en dos partes de modo que, al dividir la mayor entre la menor, se obtenga 7 de cociente y 9 de resto.
73. Un tren que marcha a 100 km/h pasa por la ciudad A hacia la ciudad B; en el mismo instante, pasa por B en dirección hacia A otro tren que marcha a 140 km/h. Si la distancia entre A y B es de 300 km ¿cuánto tardarán en cruzarse? ¿a qué distancia de A lo harán?
74. Halla dos números cuya suma sea (-2) y cuya diferencia sea 44.
75. Busca dos números, sabiendo que al dividir el mayor por el menor, obtenemos 3 de cociente y 4 de resto, mientras que si los aumentamos en nueve unidades, nos da una división exacta de cociente 2.
76. Halla un número de dos cifras tal que si lo dividimos por la suma de los valores absolutos de sus cifras, obtenemos 4 de cociente y resto 3, mientras

que la diferencia entre el doble de dicho número y el número obtenido invirtiendo sus cifras es 20.

77. Dos motocicletas salen al mismo tiempo de dos lugares que distan 70km entre sí. Halla la velocidad media de los dos, sabiendo que si van en dirección contraria, se cruzan después de 40 minutos, mientras que si van en el mismo sentido, el más veloz alcanza al otro después de 4h40m
78. Halla dos números tales que si se dividen el primero por 3 y el segundo por 4, la suma de los cocientes es 15, mientras que si se multiplica el primero por 2 y el segundo por 5, la suma de los productos es 174.
79. Calcula dos números que sumen 150 y cuya diferencia sea cuádruplo del menor.
80. El oro pierde, al introducirlo en agua, 0'051g. de su peso, y la plata 0'095. Calcula la cantidad de oro y de plata que tiene un objeto de 6g, si pierde 0'35g al meterlo en agua.
81. Antonio dice a José: “Yo tengo dos veces la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tu tienes. Cuando tú tengas la edad que yo tengo ahora, la suma de ambas edades será 63” ¿Cuáles son las edades de Antonio y de José?
82. En un corral hay gallinas y conejos; si se cuentan las cabezas, son 50, si las patas son 134. ¿cuántos animales hay de cada clase?
83. Las dos cifras de un número suman 12, y si se invierte el orden de estas cifras, el número disminuye en 36 unidades. ¿Cuál es este número?
84. Descompón el número 1000 en dos números de manera que al dividir el mayor entre el menor, el cociente sea 2 y el resto 220.
85. El perímetro de un triángulo isósceles es de 16dm y la altura 4. Halla los lados de dicho triángulo.
86. El área de un triángulo rectángulo es 120dm^2 , y la hipotenusa mide 26dm ¿cuáles son las longitudes de sus catetos?
87. El perímetro de un triángulo rectángulo mide 30m y el área 30m^2 . Calcula los catetos.
88. El área de un triángulo rectángulo es de 150dm^2 y la altura relativa a la hipotenusa 12dm Halla los catetos.
89. El área de un triángulo rectángulo es de 96dm^2 , y la diferencia entre la suma de los catetos y la hipotenusa es 8cm. Halla la longitud de los catetos y de la hipotenusa.

90. La suma de los radios de dos círculos es 70cm. y la suma de las áreas de éstos es igual al área de un tercer círculo de 50cm de radio ¿Cuál es el radio de los dos primeros círculos?
91. Los lados paralelos de un trapecio miden 15cm y 36cm, respectivamente, y los no paralelos 13 y 20cm. Calcula la altura del trapecio.
92. La altura relativa a la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 6cm; las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa difieren entre si en 9cm. Calcula dichas proyecciones, el perímetro y el área del triángulo.
93. La diferencia de las diagonales de un rombo es de 2dm. Si a las dos las aumentamos en 2dm, el área aumenta en 16 dm^2 . Busca las diagonales, el perímetro y el área de dicho rombo.
94. El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?
95. Halla una fracción equivalente a $\frac{5}{7}$, cuyos términos elevados al cuadrado sumen 1184.
96. Halla dos números tales que su suma, producto y cociente sean iguales entre sí.
97. La suma de un número con su inverso es $\frac{37}{6}$. Halla el número.
98. Resuelve los sistemas de ecuaciones lineales (puedes aplicar el método de Gauss)
- | | |
|--|---|
| $\left. \begin{array}{l} x + 7y + 3z = 6 \\ \text{a. } 2x + 8y + 2z = 6 \\ x + 3y + 3z = 2 \end{array} \right\}$ | $\left. \begin{array}{l} 4x + 5y + 2z = 13 \\ \text{b. } 7x + 6y + 5z = 20 \\ 3x + 7y + 2z = 13 \end{array} \right\}$ |
|--|---|

99. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

- | | |
|--|--|
| $\text{a. } \left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{array} \right\}$ | $\text{c. } \left. \begin{array}{l} 2x^2 + 3y^2 = 11 \\ 5x^2 + 6y^2 = 26 \end{array} \right\}$ |
| $\text{b. } \left. \begin{array}{l} 3x - y = 6 \\ x \cdot y = 24 \end{array} \right\}$ | $\text{d. } \left. \begin{array}{l} 5x^2 - y^2 = -4 \\ -x^2 + y^2 = 40 \end{array} \right\}$ |

3.3 Inecuaciones:

100. Resuelve las siguientes inecuaciones, representando gráficamente sus soluciones.
- | | |
|---|---|
| <p>a. $4 \cdot (x - 4) \leq 3 \cdot (x - 2) - 7$</p> <p>b. $2x - 3 < 5$</p> <p>c. $x - 6 > 4$</p> <p>d. $12 \geq 3 \cdot (x + 2)$</p> <p>e. $6 - 2x \leq 4$</p> <p>f. $4 - 2x \geq 5$</p> | <p>g. $4x + 15 < 25$</p> <p>h. $5x + 3 > 2x - 6$</p> <p>i. $10 - 3x < 4x - 4$</p> <p>j. $2 \cdot (5 - 7x) \geq 52$</p> <p>k. $3 \cdot (2x - 1) + 1 \leq -13 - 5x$</p> <p>l. $2x + 9 \geq 3x + 5$</p> |
|---|---|

m. $3x - 8 \geq 5x + 2$

101. Resuelve:

a. $\frac{x}{3} - \frac{2x+1}{8} - \frac{8-10x}{45} > \frac{1}{360}$

b. $\frac{2x}{3} + x < 16$

c. $\frac{x+5}{3} - \frac{2x-3}{4} > 5 - \frac{x-1}{2}$

d. $\frac{x+3}{2} - 2 \leq \frac{x+1}{3} + \frac{2x+2}{4}$

e. $\frac{x+2}{3} - \frac{4x+10}{6} \geq -\frac{15}{3}$

f. $\frac{x}{10} > 4x - \frac{78}{10}$

g. $\frac{6x-22}{20} - \frac{10x+2}{14} \geq \frac{2x-14}{10} - \frac{10x-12}{21}$

h. $\frac{2x-1}{3} + \frac{5x-1}{2} < \frac{26}{3}$

i. $\frac{3 \cdot (4x-7)}{4} - \frac{x}{8} \geq \frac{3x}{8} - \frac{21}{4}$

j. $\frac{3x+5}{6} - \frac{5-2x}{2} \leq \frac{x-12}{3}$

k. $\frac{4-3x}{3} - \frac{2x-3}{4} > -\frac{65}{12}$

l. $\frac{2-3x}{3} + \frac{1-2x}{6} \geq \frac{19-22x}{18}$

m. $\frac{x-1}{4} - \frac{x+2}{3} > \frac{3x-1}{6} - x$

102. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de primer grado:

a. $\begin{cases} 2x-3 > x-2 \\ 3x-7 < x-1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x+3 \cdot (x-1) < x+1 \\ 2 \cdot (x+3) > x+2 \end{cases}$

c. $\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{4x-2}{4} - \frac{x-1}{3} \geq x \end{cases}$

d. $\begin{cases} \frac{3 \cdot (2-x)}{2} - x < \frac{16}{5} - \frac{x+1}{5} \\ \frac{x+4}{3} - \frac{x-5}{6} > 3 - \frac{2x-3}{18} \end{cases}$

e. $\begin{cases} 3x - \frac{1}{2}x + 5 < 0 \\ \frac{1}{2}(x+1) + \frac{x-1}{3} - \frac{x}{5} > 0 \end{cases}$

f. $\begin{cases} x - \frac{1}{3} \geq x+4 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$

g. $\begin{cases} x + \frac{1}{5} > 0 \\ \frac{x+3}{2} \leq x \end{cases}$

h. $\begin{cases} \frac{x-4}{3} \geq x+2 \\ x > 1 \end{cases}$

i. $\begin{cases} x + \frac{1}{5} < 3 \\ x \leq \frac{4-2x}{5} \end{cases}$

103. Averigua qué números naturales verifican que su suma con su consecutivo es superior a 35.

104. Si la base de un rectángulo mide el triple que su altura, indica que valores puede medir dicha base para que el perímetro del rectángulo sea superior a 18cm.

105. Un montañero puede caminar a una velocidad comprendida entre 4 y 7km/h dependiendo de la mayor o menor dificultad del terreno. Averigua entre qué valores oscila la distancia que puede recorrer si camina durante 6 horas seguidas.

106. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|--|
| a. $4 - 2x \geq 5x - x^2$ | h. $6x^2 > 12x$ | o. $x^2 - 5x + 6 > 0$ |
| b. $2x^2 - 2 > 3x - 5$ | i. $-27x \leq -12x^2$ | p. $-2x^2 + 3x - 1 < 0$ |
| c. $2x^2 - 3x - 9 < 5$ | j. $-2x^2 - 10x - 8 > 0$ | q. $x^2 - 7x - 12 \leq 0$ |
| d. $x^2 - 7x + 10 > 0$ | k. $x^2 - 4x - 12 \geq 0$ | r. $4x^2 + 4x + 1 \geq 0$ |
| e. $x^2 - 7x + 6 < 0$ | l. $x^2 + 6x - 7 < 0$ | s. $-(x+2)^2 + 3x \leq 2 \cdot (-x^2 + 1)$ |
| f. $x^2 - 7x + 12 \geq 0$ | m. $x^2 + x + 2 > 0$ | |
| g. $-8x \leq -x^2 - 15$ | n. $x^2 + 4x + 4 < 0$ | |

107. Resuelve las siguientes inecuaciones (por factorización):

- | | | |
|------------------------------------|--|---|
| a. $x^3 - 2x^2 - 3x < 0$ | i. $\frac{x^2 - 3x + 2}{6 - x^2 + x} > 0$ | p. $\frac{x+2}{3x-1} < 0$ |
| b. $x^4 + 2x^2 - 3x^3 \geq 0$ | j. $\frac{x \cdot (x-1) \cdot (x+3)}{(x^2-4) \cdot (x+5)} > 0$ | q. $\frac{x+1}{x+2} > 3$ |
| c. $\frac{x-2}{x+3} > 0$ | k. $x - 3 + \frac{25}{x} - 7 < 0$ | r. $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 7x + 7} > 0$ |
| d. $\frac{x^2 + x}{x-2} > 0$ | l. $\frac{3x-9}{2x+8} > 0$ | s. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 4} > 0$ |
| e. $\frac{x}{x+1} > 0$ | m. $\frac{x+3}{x-2} < 2$ | t. $\frac{2x-1}{x+2} - 2 \leq 0$ |
| f. $\frac{x-2}{x+2} \leq 0$ | n. $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4} > 0$ | u. $\frac{2x-1}{x+4} \geq 4$ |
| g. $\frac{x}{x-3} + 1 \leq 0$ | o. $\frac{1}{4} > \frac{x-1}{x+2}$ | |
| h. $\frac{1}{x-3} > \frac{2}{x+3}$ | | |

108. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de segundo grado:

- | | | |
|---|--|--|
| a. $\begin{cases} x^2 - 3x > 0 \\ x - 3x^2 < 0 \end{cases}$ | c. $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ x^2 - 3x - 4 > 0 \end{cases}$ | e. $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ x^2 - 4x + 3 < 0 \end{cases}$ |
| b. $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ 12 + x - x^2 \geq 0 \end{cases}$ | d. $\begin{cases} 2x^2 - 5x + 1 > 0 \\ x^2 - 6x + 9 > 0 \end{cases}$ | |

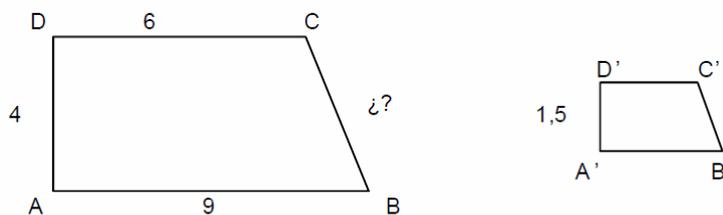
109. Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas de inecuaciones con dos incógnitas:

- | | | |
|--|--|--|
| a. $2x - y \leq 5$ | e. $\begin{cases} x + y > 0 \\ 3x - y < 4 \end{cases}$ | i. $\begin{cases} 2x + 3 \geq y \\ \frac{x+y}{2} < 1 \end{cases}$ |
| b. $3x + 4y > 12$ | f. $\begin{cases} y > 2 \\ y \leq x - 4 \end{cases}$ | j. $\begin{cases} 2x - 3y \leq 1 \\ \frac{3x+4y}{5} < 0 \end{cases}$ |
| c. $\begin{cases} x + y \geq 3 \\ 2x - y < -2 \end{cases}$ | g. $\begin{cases} x + y > 0 \\ -x + y < 0 \end{cases}$ | |
| d. $\begin{cases} 2x - y < 0 \\ 3x + 2y > 6 \end{cases}$ | h. $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - y < 0 \end{cases}$ | |

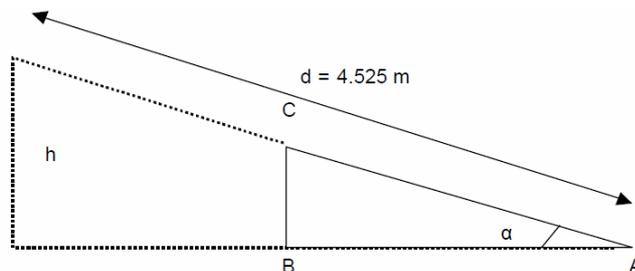
TEMA 4: TRIÁNGULOS

4.1 Semejanza de triángulos:

1. Los lados de un triángulo miden 10cm, 7cm y 6cm, y los de otro miden 20, 14 y 32cm respectivamente. ¿Son semejantes dichos triángulos?
2. Los lados de un triángulo miden 5, 8 y 7cm. Calcula los lados de un triángulo semejante a él si la razón de semejanza es igual a 5.
3. Dados los cuadriláteros siguientes, halla el lado que falta e indica cuánto tienen que medir los lados del cuadrilátero menor para que sean semejantes



4. Un ciprés proyecta una sombra de 10'5m. En ese mismo instante, un pequeño castaño de 1'8m de altura arroja una sombra de 60cm. Calcula la altura del ciprés.
5. Desde un barco se mide la distancia a la cima de un monte, resultando $d=4'525\text{m}$, y el ángulo α que forma la visual sobre el horizonte. Sobre un papel dibujamos un triángulo rectángulo ABC de forma que uno de sus ángulos agudos es α ; medimos el cateto $BC=21\text{cm}$ y la hipotenusa $AC=83\text{cm}$. Calcula la altura del monte.



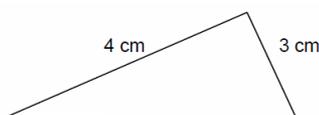
6. Dos octógonos son semejantes con una razón de semejanza de 15. Si el perímetro del primero es de 45cm, calcula el perímetro del segundo.
7. Dos triángulos tienen una razón de semejanza de 2. La altura del primero mide 2cm y su base 1cm. Calcula la base y la altura del segundo triángulo. Calcula las áreas de los dos triángulos y determina la razón (cociente) existente entre ellas.

4.2 Métrica de triángulos:

8. Cambio de medidas. Completa:

3'52 km =	cm	12'5 m ² =	cm ²
0'52 m =	km	2 cm ³ =	m ³
83 dm =	hm	2'85 m ² =	dam ²
2'73 km =	dm	3'2 m ³ =	cm ³
57'3 hm =	dm	281 cm ² =	m ²
57'3 cm =	dam	3'4 dam ³ =	dm ³
284 dam =	km	4'8 dam ² =	m ²
3'6 hm =	cm	420 dm ³ =	m ³
12 m =	hm	3'8 dam ² =	mm ²
0'47 km =	mm	0'25 dm ³ =	m ³

9. Calcula cuánto mide el cateto desconocido de un triángulo cuya hipotenusa mide 13cm, si el otro cateto mide 5cm
10. Calcula cuánto mide la hipotenusa de un triángulo rectángulo de lados 3 y 4cm. ¿Cuánto medirán las diagonales de un rectángulo de lados 3 y 4cm?
11. Los lados de un triángulo miden 4, 6 y 7cm ¿Es rectángulo?
12. Un triángulo rectángulo isósceles (aquel que tiene dos catetos iguales) tiene una hipotenusa de 10cm Indica cuanto miden los catetos.
13. Determina cuánto mide el perímetro de un cuadrado si su diagonal mide 5cm.
14. Calcula cuánto mide la altura de un triángulo isósceles si los lados iguales miden 13cm y la base mide 10cm.
15. Calcula el área de un triángulo rectángulo si los catetos miden 6 y 8cm y la hipotenusa mide 10cm.
16. Determina la altura del triángulo rectángulo de la siguiente figura:



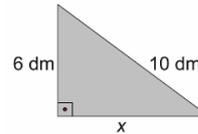
17. Si el perímetro de un triángulo rectángulo isósceles mide 14cm, determina la longitud de la hipotenusa y de los catetos.

18. Determina el área de un triángulo equilátero de lado 10cm.

19. Halla la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, sabiendo que sus catetos miden 9cm y 12cm, respectivamente.

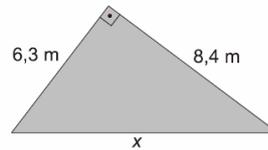
20. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 6dam. Uno de los catetos mide 3´6dam. Halla la longitud del otro cateto:

21. Halla la longitud del cateto desconocido:



22. Halla la longitud de uno de los catetos de un triángulo rectángulo, sabiendo que la hipotenusa mide 12cm, y el otro cateto mide 9´6cm.

23. Halla la longitud de la hipotenusa:

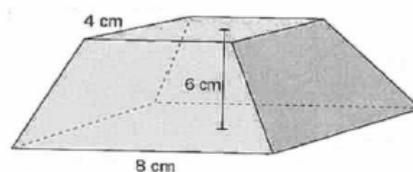


4.3 Áreas, perímetros y volúmenes:

24. Halla el área y el perímetro de las siguientes figuras:

<p>a)</p>		
<p>b)</p>	<p>c)</p>	
<p>d)</p>	<p>e)</p>	

25. Determina el valor de la longitud de la diagonal de una cara de un cubo de 10cm de arista. Determina además el valor de la diagonal de dicho cubo.
26. Un prisma de 15cm de altura tiene una base cuadrada de 12cm de lado. Calcula su área lateral, su área total y su volumen.
27. Una pirámide tiene una base cuadrada de 12cm de lado. Calcula su área lateral si la altura de los triángulos que forman las caras es de 10cm. Calcula además el volumen de la pirámide si la altura de la misma es de 8cm.
28. En una pirámide se puede relacionar la altura de una cara (llamada apotema) con la altura de la pirámide utilizando el teorema de Pitágoras. Calcula la altura de una pirámide de base cuadrada si la altura de la cara es de 13cm y el lado del cuadrado de la base es de 10cm
29. Calcula el área y el volumen de una pirámide cuya base es un cuadrado de 200m de lado y tiene una altura de 300m.
30. Cada una de las plantas de un rascacielos de 48 pisos tiene unas dimensiones de 40×30m, y una altura de 2'70m. Calcula el volumen, en metros cúbicos, que tiene el rascacielos.
31. Las dimensiones de un paralelepípedo (prisma de caras paralelas dos a dos) son 2×6×8cm. Calcula cuánto mide la arista de un cubo que tiene la misma área que él. ¿Cuál de los dos tiene mayor volumen?
32. El volumen de un tronco de pirámide se puede obtener como la resta de los volúmenes de dos pirámides. Calcula el volumen del tronco de pirámide de la figura si la pirámide completa mide 12cm de altura.



33. Calcula para los prismas de las figuras 1 y 2:

- a. El valor de sus diagonales
- b. La superficie
- c. El volumen.

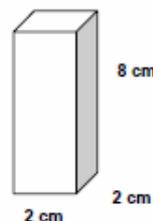


FIGURA 1

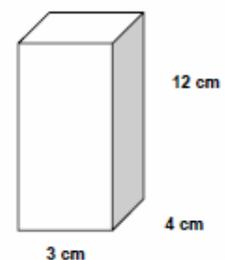
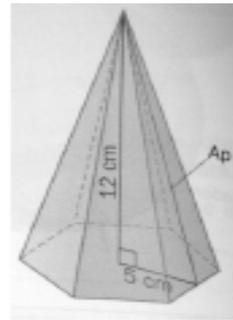


FIGURA 2

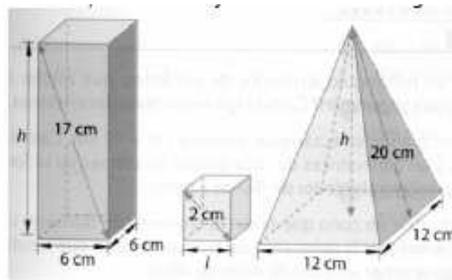
34. Calcula el valor de la apotema de la pirámide regular de la figura. Calcula además su superficie y su volumen



35. En un jardín rectangular de 80×90 m se ha construido una piscina, también rectangular, que tiene unas dimensiones de 10×15 m. Determina la profundidad de la piscina, sabiendo que, al esparcir de forma regular por todo el jardín la tierra extraída, el suelo circundante se elevó 3 cm.

36. Cada una de las plantas de un rascacielos de 48 pisos tiene unas dimensiones de 40×30 m, y una altura de 2'70 m. Calcula el volumen, en metros cúbicos, que tiene el rascacielos.

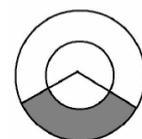
37. Calcula la altura, el área lateral, el área total y el volumen de los siguientes cuerpos geométricos:



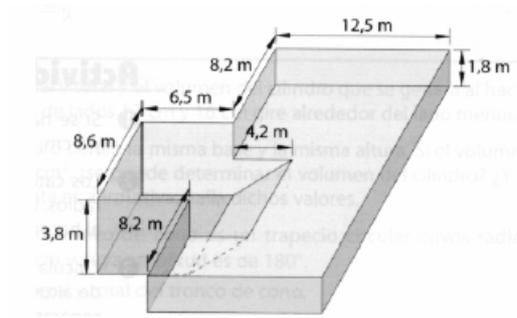
38. Una pirámide cuadrangular regular tiene una base de 12 cm de lado y una altura de 8 cm
- Calcula la apotema de la pirámide y de la base
 - Halla el área lateral y el área total.
 - Determina el volumen de la pirámide.

39. Halla el volumen de un prisma regular rectangular sabiendo que su altura es 5 cm mayor que la arista de la base y que el área total del prisma es de 176 cm^2 .

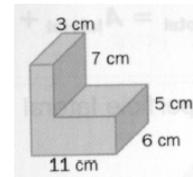
40. Halla el área de la corona circular limitada por las circunferencias de radios 12 cm y 9 cm. Además si trazamos dos radios que forman un ángulo de 135° , halla el área del trapecio circular resultante.



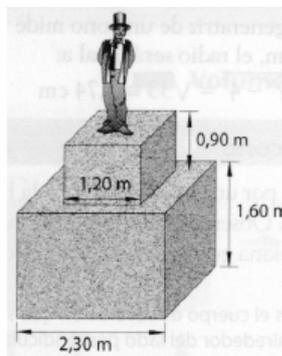
41. Calcula el volumen de agua necesario para llenar la piscina cuyas dimensiones se muestran en la siguiente ilustración:



42. Calcula el área del siguiente poliedro y su volumen:



43. La peana de la estatua cuyas dimensiones se muestran en la ilustración está compuesta por dos prismas regulares cuadrangulares superpuestos. Calcula su volumen y su superficie.



44. Una pirámide cuadrangular regular tiene una base de 12cm de lado y una altura de 8cm

- Calcula la apotema de la pirámide y la de la base
- Halla el área lateral y el área total
- Determina el volumen de la pirámide.

45. Halla el volumen de un prisma regular rectangular, sabiendo que su altura es 5cm mayor que la arista de la base y que el área total del prisma es de 176 cm^2 .

TEMA 5: TRIGONOMETRÍA

1. Responde a las siguientes cuestiones:

- Si la cotangente de un ángulo α es negativa, ¿entre que valores puede variar α ?
- ¿Qué relación debe existir entre el seno y el coseno de un ángulo para que su tangente sea mayor que uno?
- Si un ángulo está comprendido entre 90° y 180° , ¿qué es mayor su seno o su coseno?
- Expresa en radianes el ángulo que forman entre si las agujas de un reloj cuando marcan la una y veinte. (Nota: debes tener en cuenta que se mueven las dos agujas)
- Un reloj señala las 12 en punto. Después de 6 minutos, ¿qué ángulo, medido en radianes, forman las agujas de horario y minuterero? (Ten en cuenta que se mueven ambas agujas)
- Calcular las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60° sin utilizar calculadora, mediante triángulos rectángulos.

2. Halla las demás razones trigonométricas en los siguientes casos:

- | | |
|---|--|
| a. Si $\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{2}$ y $\alpha \in II^\circ C$ | f. Si $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{3}{4}$ y $\alpha \in IV^\circ C$ |
| b. Si $\operatorname{sen}\alpha = -\frac{1}{2}$ y $\operatorname{tg}\alpha < 0$ | g. Si $\operatorname{sec}^2 \alpha = 3$ y $\alpha \in III^\circ C$ |
| c. Si $\operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{5}$ y $\operatorname{sen}\alpha < 0$ | h. Si $ \cos \alpha = 0'6$ y $\alpha \in II^\circ C$ |
| d. Si $\operatorname{tg}\alpha = 2$ y $\operatorname{sen}\alpha < 0$ | i. Si $\operatorname{sen}\alpha = a$ y $\alpha \in II^\circ C$ |
| e. Si $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ y $\alpha \in III^\circ C$ | |

3. Encuentra un ángulo del segundo cuadrante cuya tangente vale $-3/4$ y calcula el valor de las demás razones trigonométricas.

4. Hállense todos los ángulos “ α ” comprendidos entre 0° y 360° para los que se verifica cada una de las siguientes igualdades:

- | | |
|--|---|
| a. $\operatorname{sen}\alpha = \cos 35^\circ$ | d. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} 35^\circ}$ |
| b. $\cos \alpha = -\operatorname{sen} 35^\circ$ | |
| c. $\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg} 35^\circ$ | |

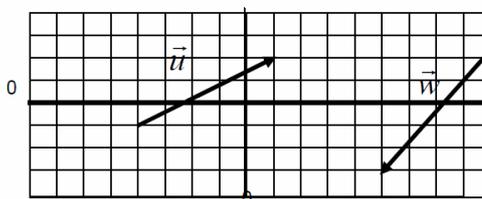
5. ¿Cuáles son los ángulos más pequeños, entre 0° y 45° , de los que habría que buscar su razón trigonométrica para hallar cada uno de los siguientes valores?
- a. $\cos 3345^\circ$ b. $\operatorname{sen} 4159^\circ$ c. $\operatorname{tg} 2820^\circ$
6. Halla la apotema de un pentágono regular de 10m de lado. 
7. En un triángulo isósceles los lados iguales miden 10m cada uno, y la base 12m. Hallar la altura del triángulo y su área.
8. Hallar la fórmula con la que se obtiene el área de un triángulo equilátero en función del lado.
9. Una cometa está unida al suelo por un hilo de 100m que forma con la horizontal del terreno un ángulo de 60° . Suponiendo que el hilo está tirante, hallar la altura a la que se encuentra la cometa.
10. Las puntas de las ramas de un compás distan 7cm y cada rama mide 12cm. Hallar el ángulo que forman las ramas del compás.
11. En una circunferencia de 100m de radio se unen dos puntos con una cuerda de 100m ¿Cuánto vale el ángulo central?
12. La longitud del lado de un octógono regular es 12m. Halla los radios de las circunferencias inscrita y circunscrita.
13. Calcular los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 12 y 6m.
14. Si las dos ramas de un compás forman un ángulo de 60° y cada rama tiene 60cm de longitud, halla el radio de la circunferencia que puede trazarse.
15. Los tres cables que sujetan la torre de una emisora de radio tienen sus anclajes en una circunferencia de 100m de radio y forman un triángulo equilátero. Si cada cable forma con la horizontal un ángulo de 45° , hallar la altura de la torre.
16. Dos circunferencias coplanarias (en el mismo plano) de radios 4 y 6m respectivamente tienen centros distantes 12m. Calcular la inclinación sobre la recta que une los centros de la tangente común exterior y la tangente común interior.
17. Desde cierto punto del suelo se ve el punto más alto de una torre formando un ángulo de 30° con la horizontal. Si nos acercamos 75m hacia el pie de la torre, ese ángulo se hace de 60° . Halla la altura de la torre.
18. Un hombre que está situado al oeste de la antena de una emisora de radio observa que su ángulo de elevación es de 45° . Camina 50m hacia el sur y observa que el ángulo de elevación es ahora de 30° , hallar la altura de la antena.

19. En la pirámide de Keops, de base cuadrangular, el lado de la base mide 230m y el ángulo que forman la base con cualquiera de las caras de la pirámide es de 52° . Calcular:
- La altura de la pirámide
 - La altura de una cara
 - La arista
 - El ángulo que forma la arista con la base
 - El ángulo de la cara en la cúspide
 - El volumen de la pirámide ($V = \frac{\text{area base} \cdot \text{altura}}{3}$)
20. Se desea medir la altura de una torre cuya base no es accesible y está situada en un terreno horizontal. Desde un punto A la torre parece levantar 45° sobre el horizonte. Separándose 12m más de A se llega a un punto B desde el que la torre parece levantar 30° sobre el horizonte. Hallar la altura de la torre.
21. Se desea medir la anchura x de un río y la altura h, sobre el río, de un punto P. Desde el punto A situado en la orilla del río se ve P con una inclinación de 60° y desde el punto B situado a 40m de A la inclinación con la que se ve P es de 45° . Calcular h y x.
22. La base de un triángulo mide 126m y los ángulos adyacentes son de 45° y 60° respectivamente. Halla la altura del triángulo.
23. Manuel quiere conocer a qué distancia se encuentra un castillo (punto C) que está en la orilla opuesta de un río. Manuel toma dos puntos A y B en su orilla, estos puntos distan 100m y mide los ángulos $CBA=120^\circ$ y $BAC=30^\circ$. ¿A qué distancia de B está el castillo? ¿Y de A?
24. Dos individuos A y B observan un globo que está situado en un plano vertical que pasa por ellos. La distancia entre los individuos es de 4km. Los ángulos de elevación del globo desde los observadores son 45° y 60° respectivamente. Hallar la altura del globo y su distancia a cada observador.
25. Un avión vuela entre dos ciudades A y B que distan 80km. Las visuales desde el avión a A y a B forman ángulos de 30° y 45° con la horizontal respectivamente. ¿A qué altura está el avión? ¿A qué distancia se encuentra de cada ciudad?

TEMA 6: VECTORES Y ECUACIONES DE UNA RECTA

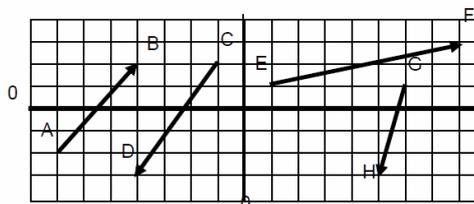
a. Vectores:

1. Observa los vectores representados y contesta las siguientes preguntas:



- a. ¿Qué coordenadas tiene el origen de los vectores? ¿Y los extremos?
- b. ¿Cuáles son las componentes de los vectores?
- c. Calcula el módulo de los vectores.
- d. Encuentra otros cuatro vectores distintos, que tengan distintas direcciones entre ellos, con los puntos anteriores. Halla los módulos de estos vectores.
- e. Dibuja un vector equipolente a los representados con origen en (4,0).
- f. Suma gráficamente los vectores representados con otro vector de componentes (3,-5)
- g. ¿Cuáles son las componentes de los vectores suma del ejercicio anterior?
- h. Representa el vector $\vec{v}(2,1)$ cuyo origen está en el punto (-7,0).
A continuación representa un representante del vector $3\vec{v}$.
- i. Realiza las siguientes operaciones: $\vec{u} \cdot \vec{v}, \vec{u} \cdot \vec{w}, \vec{v} \cdot \vec{w}, 3\vec{w} - 2\vec{u}, 5\vec{u} + 4\vec{v}$.

2. Observa los valores representados en la cuadrícula y completa la tabla:

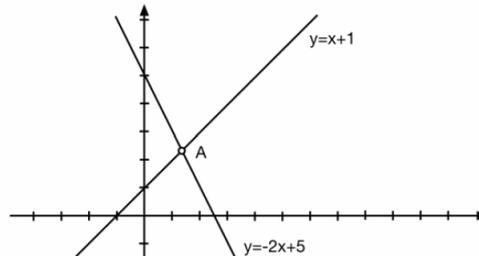


- a. Halla las coordenadas de cada punto
- b. Halla las coordenadas de los vectores representados y sus módulos.
- c. Encuentra todos los vectores que se puedan hacer con esos puntos
- d. Haz el producto escalar de los vectores $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$ y $\overline{EF} \cdot \overline{GH}$
- e. Realiza las operaciones: $3\overline{AB}$, $2\overline{CD} - 5\overline{EF}$, $7\overline{GH} + \overline{AB}$

6.2 Ecuaciones de la recta:

3. Representa la recta r paralela al eje de ordenadas que pasa por el punto (3,4) y la recta s paralela al eje de abscisas que pasa por el punto (2,3):
 - a. ¿Cuál es la ecuación de la recta r?
 - b. ¿Cuál es la ecuación de la recta s?
 - c. ¿En qué punto se cortan esas rectas?
 - d. ¿Es creciente la recta s?
 - e. ¿A qué recta pertenece el punto (3,2)?

4. Halla las coordenadas de A:



5. ¿Cuál es la ecuación en forma explícita de la recta que pasa por los puntos (2,2) y (6,14)?
6. Dada la ecuación $y=2x-5$, encuentra la ecuación de una recta que sea paralela y de otra que sea perpendicular que pasen por los puntos (1,2) y (3,4) respectivamente.
7. Escribe la ecuación de una recta que cumpla cada una de las siguientes condiciones:
 - a. Pasa por el punto (0,5) y es paralela al eje x.
 - b. Pasa por el punto (2,3) y es paralela al eje y
 - c. La pendiente es 2 y pasa por (0,3)
8. Calcula el valor de m y k en la recta $y=mx+k$ para que sea paralela a la recta $y-3x-1=0$, y pase por el punto (4,3).
9. Encuentra el punto de corte de las rectas: $y=x+4$ e $y=2x+1$.
10. Calcula la distancia entre los siguientes puntos:

a. A(1,1); B(2,3)

b. A(2,1); B(2,2)

c. A(8,1); B(-1,2)

11. Calcula todas las ecuaciones de la recta que pasa por el punto A y tiene como vector \vec{v} :

a. A(1,1); $\vec{v}=(-1,4)$

d. A(0,0); $\vec{v}=(-1,2)$

b. A(2,2); $\vec{v}=(-5,3)$

e. A(0,1); $\vec{v}=(2,2)$

c. A(-2,-5); $\vec{v}=(0,1)$

f. A(3,1); $\vec{v}=(2,5)$

12. En la función $y=mx+n$, ¿cómo debe ser m para que la función sea creciente?

13. ¿Cuál es la pendiente de la recta $y=3$?

14. Halla la ecuación de la bisectriz del primer cuadrante.

15. ¿Cuál es la recta que tiene por ecuación $y=0$? ¿y la de ecuación $x=0$?

16. Escribe la ecuación de la recta paralela al eje vertical y que pase por el punto (2,3)

17. Sea la recta $y = \frac{3}{2}x - 5$:

a. Escribe la ecuación de dos rectas paralelas a ella.

b. Escribe la ecuación de una recta con la misma ordenada en el origen y que no sea paralela a ella.

18. Sean las rectas:

r: $y = 3x - 2$ s: $y = -3x + 2$ t: $3x - y + 5 = 0$ u: $y = \frac{3x - 2}{2}$

a. Compara sus pendientes y di, sin dibujarla, cuales son paralelas.

b. Representálas gráficamente y comprueba tus respuestas.

19. ¿Verdadero o falso?

a. La recta $x=4$ es paralela al eje de abscisas

b. La recta $x-3=0$ es paralela al eje de ordenadas.

c. La recta $y=-2$ es paralela al eje de abscisas.

d. La recta $y=2x-1$ e $y=x-1$ son paralelas.

20. Calcula todas las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos A y B donde:

a. A(1,1); B(8,4)

d. A(2,2); B(-2,2)

b. A(3,4); B(1,0)

e. A(-1,-1); B(1,2)

c. A(8,8); B(0,0)

f. A(-2,-3); B(1,1)

21. Calcula la ecuación de la recta paralela a r: $2x-3y=2$ que pase por el punto:

a. A(1,3)

b. B(0,2)

c. C(-2,3)

34. Calcula el área del triángulo que forma la recta $r: x-2y+4=0$ con los ejes de coordenadas.

35. Halla las tres medianas del triángulo ABC, donde los puntos $A(4,1)$; $B(8,3)$ y $C(2,5)$.

36. Hallar las longitudes de las tres alturas del triángulo cuyos vértices son $A(2,-3)$; $B(1,1)$ y $C(-3,-1)$.

37. Para cada una de las siguientes rectas hallar los vectores \vec{v} que tengan su dirección y vectores \vec{n} que sean perpendiculares a ellas:

a. $2x+4y+5=0$

c. $y=2x+9$

b. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = -4 - 3t \end{cases}$

d. $\frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1$

38. Calcula el baricentro, ortocentro y circuncentro del triángulo de vértices:

a. $A(0,0)$; $B(2,0)$ y $C(0,2)$

c. $A(-1,-1)$; $B(0,2)$ y $C(3,1)$

b. $A(1,1)$; $B(-1,0)$ y $C(1,-2)$

d. $A(2,2)$; $B(0,0)$ y $C(5,1)$

39. Representa gráficamente estas funciones:

a. $y = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \leq 3 \\ 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

b. $y = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 1 \\ 4-x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

40. Hallar un punto P' , simétrico de $P(1,-2)$ respecto al punto $A(3,4)$

41. Hallar un punto P' , simétrico de $P(1,-2)$ respecto a la recta $r: 4y=3x$

42. Un cuadrado tiene dos lados contenidos en las rectas $r: x-3y+12=0$ y $s: x-3y+2=0$. Uno de los vértices es $P(6,6)$. Halla los restantes.

43. Un cuadrado tiene un vértice en $A(1,12)$ y su centro es el punto $P(6,0)$. Halla sus otros vértices y su área.

44. Dados los puntos $P(1,-2)$ y $Q(2,8)$, hallar un punto R , alineado con los puntos P y Q y tal que verifique la relación: $\overline{PR} = 2 \cdot \overline{RQ}$

45. Hallar las rectas paralelas a la $4x-3y=7$, tales que su distancia al origen de coordenadas sea 6.

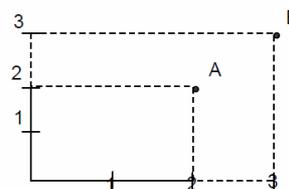
TEMA 7: FUNCIONES

7.1 Interpretación de funciones:

1. Indica si las siguientes frases son verdaderas (V) o falsas (F):
 - a. La abscisa es la coordenada del eje horizontal _____
 - b. El punto (3,1) y el punto (1,3) ocupan la misma posición en un sistema de coordenadas _____
 - c. El punto de intersección entre dos rectas es el punto que está entre dos secciones determinadas de las rectas _____
 - d. En un sistema de coordenadas se pueden representar todos los puntos del plano _____

2. Observa la gráfica y contesta:

- a. ¿Cuáles son las coordenadas del punto A?
- b. ¿Cuáles son las coordenadas del punto B?
- c. Representa el punto C de coordenadas (2,1)
- d. Representa el punto D de coordenadas (2,3)

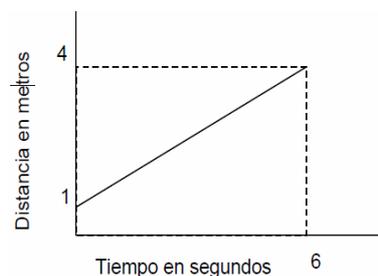


3. Completa la siguiente tabla:

nº de perros	1	2	3			6
nº de patas	4	8		16	20	

4. Interpreta la siguiente gráfica, que representa la distancia a la que está una bicicleta del instituto según el tiempo transcurrido desde que empezó a correr:

- a. ¿cuál es la distancia recorrida en los 6s.?
- b. ¿cuánto tiempo se tarda en recorrer 2m?
- c. ¿a qué distancia estará al cabo de 3s.?

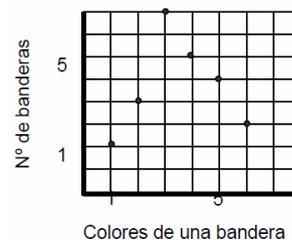


Edad (años)	Peso (kg)
0	3
1	5
2	8
3	12
4	16

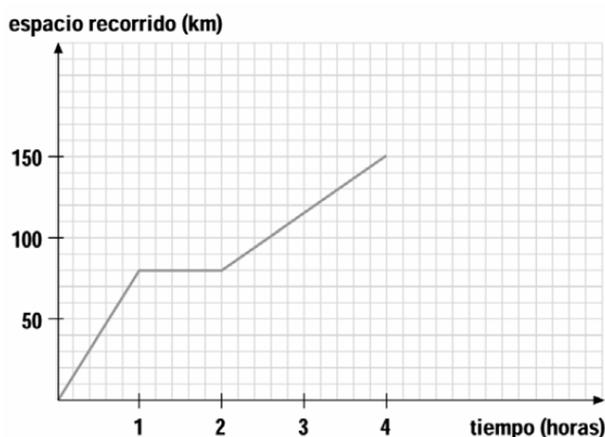
5. Construye la gráfica que corresponde a los datos de la tabla:

- a. Observa la gráfica y escribe una frase que indique la relación que hay entre la edad y el peso.
- b. ¿en qué año ha aumentado más de peso.

6. Completa la siguiente tabla con los valores que puedes observar en la gráfica:



7. La gráfica muestra los kilómetros recorridos por un autobús, desde que sale de la cochera:



- ¿Cuál fue su velocidad durante la primera hora?
- El autobús se para. ¿Durante cuánto tiempo?
- ¿Cuántos kilómetros recorre en total?
- ¿Va más rápido la primera hora que la última hora?
- ¿Informa la gráfica a qué distancia de la

cochera se encuentra?

- ¿Podría tener esta gráfica un tramo decreciente?

8. Representa la gráfica de la función cuya expresión analítica es $y=2x+1$.

9. Observa la siguiente tabla y contesta:

grosor del libro (cm)	1	2	3	4	5	6	7
nº de páginas	200	400	600	800	1.000	1.200	1.400

- ¿qué variable se relacionan?
- ¿cuál es la imagen de 1?
- ¿cuál es la antiimagen de 800?
- ¿cuál es la imagen de 1'5?

10. La relación entre el número de kilos de manzanas (n) que hemos comprado a 0'8€/kg y el precio total (T) se puede expresar con la fórmula $T=0'8 \cdot n$. Relaciona con flechas los elementos de las dos columnas siguientes:

T
n
10 kilos
1'6€

2 kilos
Variable dependiente
8 euros
Variable independiente

11. Indica si las siguientes frases son verdaderas (V) o falsas (F):

- En el punto (8,3) el valor de la ordenada es 8.
- Una gráfica continua se puede trazar sin levantar el lápiz del papel
- Una función puede relacionar dos variables cualitativas
- En una función a una imagen le pueden corresponder varias antiimágenes.

12. Representa la gráfica que relaciona la duración de una llamada telefónica con su precio:

Duración (segundos)	5	10	15	20	25
Precio (euros)	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35

13. Un coche A recorre 200km en 2 horas y luego recorre 400km más en las 5 horas siguientes. Otro coche B sale del mismo sitio y recorre 500km en 6 horas.

- Representa en una misma gráfica el movimiento de ambos coches.
- ¿Cuáles son las coordenadas del punto de intersección de los dos coches?
- ¿A qué distancia del origen se encuentra el coche A a las 4 horas?

14. Representa la gráfica que corresponde a la siguiente tabla:

Año	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Sueldo (euros)	500	530	565	598	634	680	723

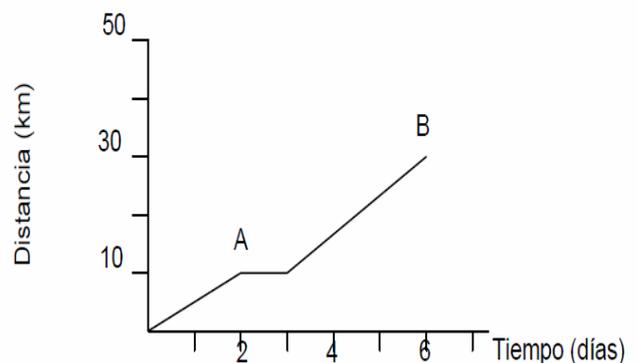
- ¿Es una función? ¿Por qué?
- Si el sueldo de 1996 fuera 500€, ¿esta relación sería una función? ¿por qué?
- ¿es una función continua o discontinua?

15. Representa en unos ejes de coordenadas el punto (-7, 5). Construye un cuadrado de lado 2 cuyo vértice superior izquierdo sea ese punto. ¿Cuáles son las coordenadas de los otros tres vértices?

16. Busca la imagen de $x=1$ y de $x=-2$ por la función $f(x)=3x+2$. Busca la antiimagen por esta misma función de $y=-1$ y de $y=2$.

17. Observa la siguiente gráfica y contesta:

- ¿Qué magnitud indica el eje vertical?
- ¿En qué unidades se expresa la magnitud del eje vertical?
- ¿Qué magnitud indica el eje horizontal?



- d. ¿En qué unidades se expresa la magnitud del eje horizontal?
- e. ¿Qué coordenadas tiene el punto A? ¿y el punto B?

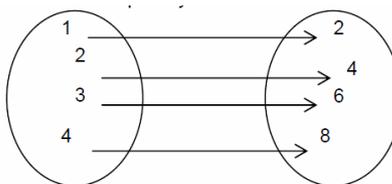
18. Construye una gráfica con los datos de la siguiente tabla señalando las magnitudes y las unidades en los ejes:

	enero	febrero	marzo	abril	mayo	junio	julio
Papel gastado (hojas)	20.000	15.000	25.000	22.000	20.000	15.000	16.000
Papel reciclado (hojas)	3.000	2.000	5.000	6.000	8.000	8.000	9.000

- a. ¿Alguna de las dos funciones es creciente?
- b. ¿En qué mes se ha reciclado más papel?
- c. ¿En qué mes ha gastado menos papel?

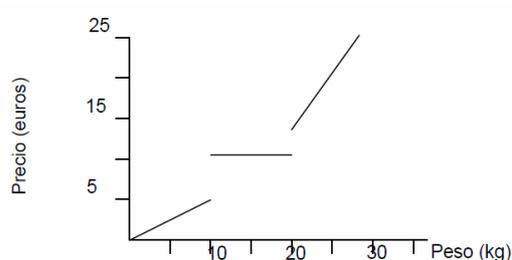
19. Escribe en forma de conjunto el dominio y el recorrido de la función que cuya relación se muestra en el siguiente diagrama:

- a. Dominio
- b. Recorrido

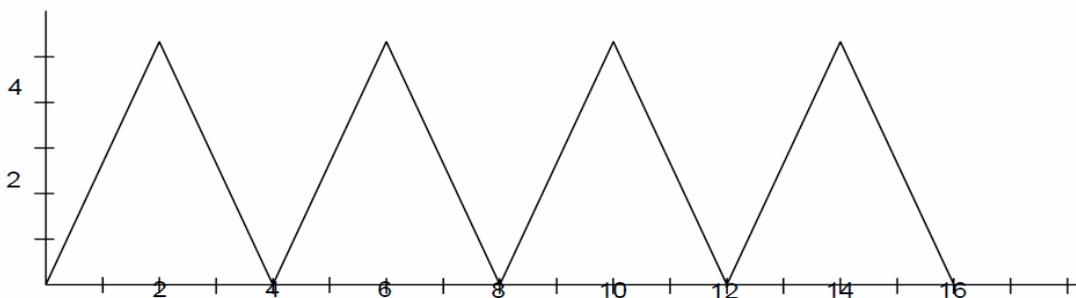


20. Observa la siguiente gráfica y contesta:

- a. ¿Cuánto cuestan 15kg?
- b. ¿En qué puntos es discontinua esta función?



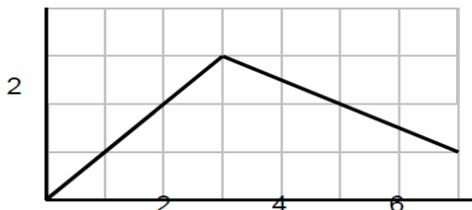
21. Observa la siguiente gráfica y contesta:



- a. ¿Qué clase de función representa esta gráfica?
- b. Señala un máximo con la letra A y un mínimo con la letra B.
- c. ¿Cuál es el periodo de la función?
- d. ¿Cuáles son las coordenadas del primer máximo?
- e. ¿Cuáles son las coordenadas del último mínimo?

22. Indica si las siguientes frases son verdaderas (V) o falsas(F):
- En la función $f(x)=5x+1$ la imagen de 2 es 11.
 - En la función $f(x)=x/2$ el valor 0 forma parte de su dominio.
 - En la función $f(x)=2/x$ el valor 0 forma parte de su dominio.
 - En la función $f(x)=2/x$ el valor 2 forma parte del recorrido de la función.

23. Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función:



24. Indica las coordenadas de:

- Máximo absoluto
- Máximo relativo
- Mínimo absoluto
- Mínimo relativo

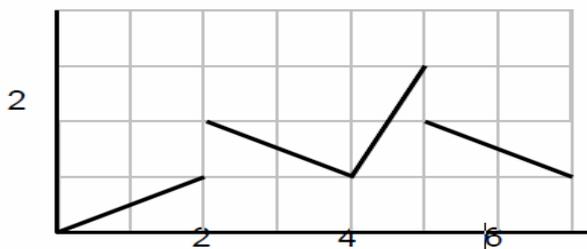


25. Indica cuál es el dominio y el recorrido de la función que a cada número par positivo menor que 20 le hace corresponder el número impar que le sigue.

26. Completa las siguientes igualdades con los signos $<$, $=$ o $>$:

- En la función constante entre 2 y 7: $f(4)$ ___ $f(6)$
- En una función creciente entre 20 y 50: $f(27)$ ___ $f(49)$
- En una función decreciente entre 14 y 23: $f(15)$ ___ $f(22)$

27. Indica un intervalo en el que la función es continua y los puntos en los que es discontinua:



28. Calcula los puntos de corte con los ejes de la función $f(x) = x^2 - x - 6$.

29. Traza las siguientes gráficas:

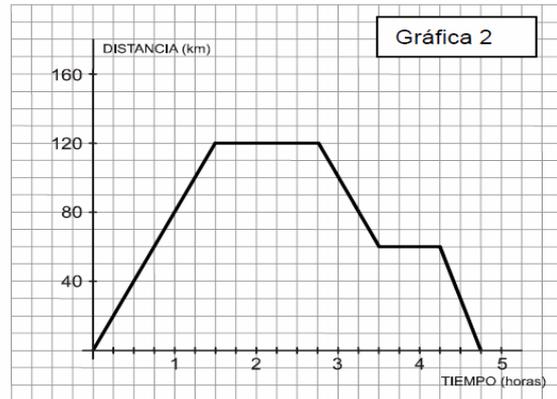
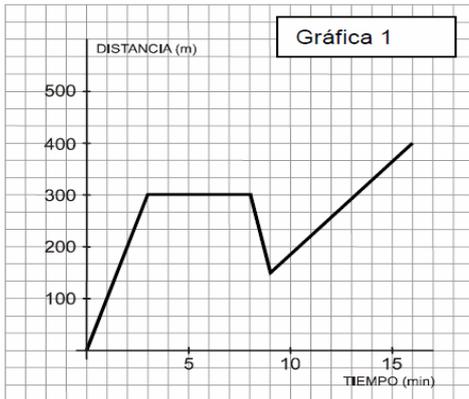
- Una función periódica de periodo 2
- Una función simétrica

30. Suponiendo que la función del ejercicio 7 representa las ganancias de una empresa desde que empezó hace 6 años, utiliza los puntos de intersección hallados para indicar en que periodo esta empresa tiene pérdidas y cuándo

tiene beneficios. Si lo crees necesario, puedes representar la función gráficamente.

31. El recorrido de Lourdes para ir de su casa al instituto viene reflejado en la gráfica 1:

- ¿Cuánto tiempo tarda en llegar?
- ¿A qué distancia está el instituto de su casa?
- ¿Cuánto tiempo se queda Lourdes esperando a su amiga Rocío?
- ¿Qué piensas que ocurre entre el minuto 8 y el 9 desde que sale de su casa?

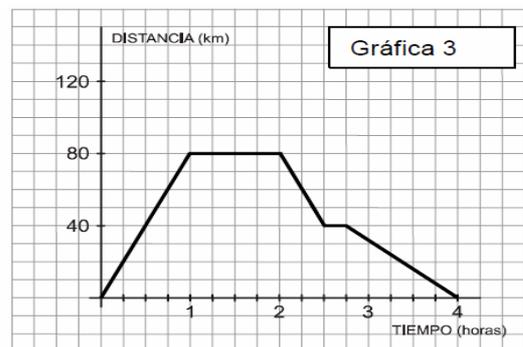


32. La gráfica 2 describe un viaje en coche:

- ¿A qué distancia del punto de partida se encuentra el lugar al que han ido?
- ¿Cuántas paradas hacen?
- ¿Cuánto tiempo permanecen parados?
- ¿Cuánto dura el viaje en total?

33. Sara fue de viaje con sus padres a visitar a su abuela. La siguiente gráfica muestra el viaje realizado:

- ¿A qué distancia de su casa se encuentra la de la abuela de Sara?
- ¿Cuánto tiempo estuvieron de visita?
- A la vuelta, pararon en una gasolinera; ¿durante cuánto tiempo? ¿A qué distancia de su casa se encuentra la gasolinera?



34. Al colgar diferentes pesos de un muelle, éste se va alargando según los valores que indica esta tabla:

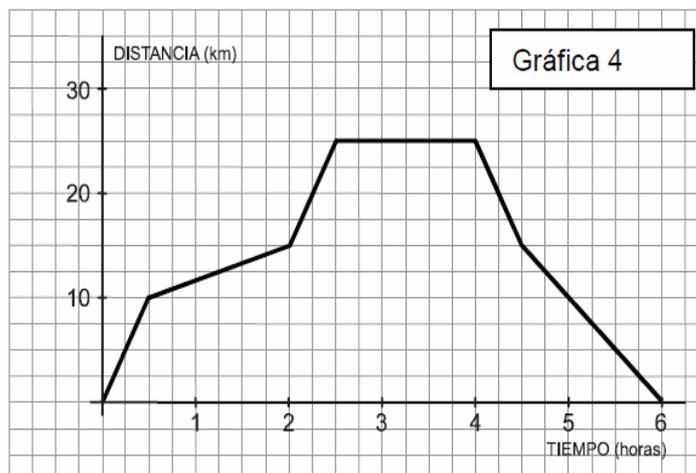
Peso (gr)	0	2	5	10
Longitud (cm)	5	6	7,5	10

- Haz la gráfica de esta función
- Halla su expresión analítica
- Explica el significado de la pendiente

35. Una receta para hacer helados recomienda poner 5g de vainilla por cada 100cm^3 de leche.
- Encuentra la relación entre la cantidad de leche y de vainilla.
 - Representa la función.

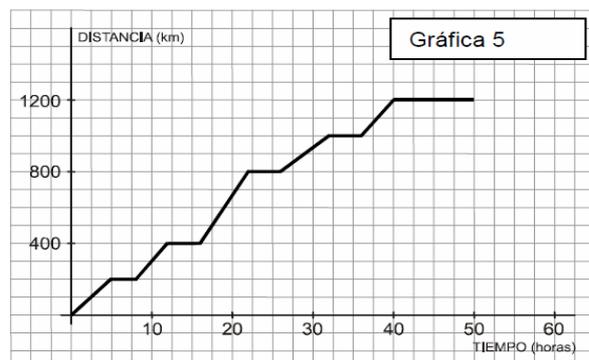
36. La siguiente gráfica corresponde a una excursión en bicicleta:

- ¿A qué distancia se encuentra el lugar al que hemos ido?
- ¿cuánto tiempo hemos tardado en llegar a dicho lugar?
- ¿Cuánto tiempo hemos estado parados?
- En el camino de ida tuvimos que subir una cuesta. ¿Cuánto tardamos en subirla? ¿Qué longitud tenía?



37. El recorrido que realiza un autobús urbano en una determinada ciudad viene reflejado en la siguiente gráfica:

- ¿Cuántas paradas realiza el autobús?
- ¿Cuánto tiempo permanece en la última parada?
- ¿A qué distancia del punto de partida se encuentra cada una de las paradas que realiza?
- ¿Cuánto tiempo dura el recorrido?



38. Una milla equivale, aproximadamente, a 1´6km

- Haz una tabla para convertir millas en kilómetros.
- Dibuja la gráfica y escribe su ecuación.

39. La temperatura de ebullición, T, de un líquido depende de la presión, P, a la que está sometido. Cuanto menor es P, menor es T. La tabla que muestra esta dependencia es:

Presión (atm)	1	0,692	0,467	0,122
Temperatura (°C)	100	90	80	50

Supongamos que la presión del líquido a nivel del mar, es 1 atmósfera.

- ¿Es proporcional esta relación?. Razónalo
- Representa gráficamente estos valores.

40. En una heladería A venden el helado a 5€ el litro, y cobran 1€ por un envase, sea el tamaño que sea. En otra heladería B cobran 0´5€ por un envase y 6€ por cada litro de helado.

- a. Representa la función litros de helado-coste para cada heladería y escribe sus ecuaciones
- b. Analiza cual de las dos ofertas es más ventajosa según la cantidad de helado que compremos.

41. Esta tabla muestra lo que cuesta imprimir una hoja publicitaria en una imprenta:

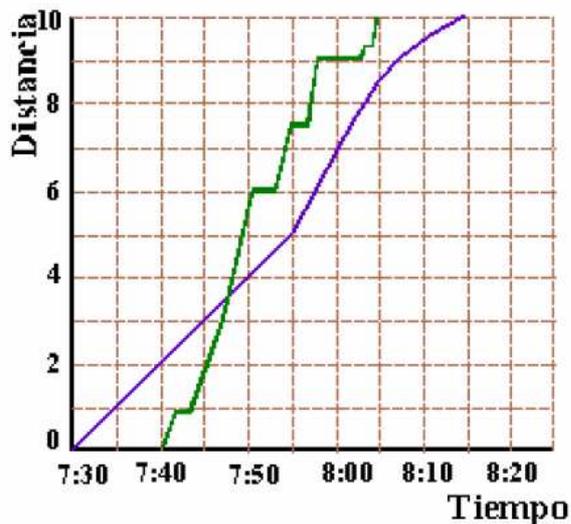
Nº de ejemplares	50	100	200	500
Coste (€)	2,25	3	4,5	9

- a. ¿Cuánto costaría imprimir un solo ejemplar? ¿Y 1000 ejemplares?
 - b. Halla la expresión analítica de la función nº de ejemplares-coste
 - c. Representala gráficamente como si fuera continua (realmente es una función discreta formada por puntos aislados)
42. En el contrato de trabajo a un vendedor de libros le ofrecen dos alternativas:
- ✓ Opción A: Sueldo fijo mensual de 1000€
 - ✓ Opción B: Sueldo fijo mensual de 800€ más el 20% de las ventas que haga.
- a. Haz una gráfica que muestre lo que ganaría en un mes según la modalidad del contrato. Toma como variable independiente las ventas que haga y como variable dependiente el sueldo.
 - b. Escribe la función analítica de cada función.
 - c. ¿A cuánto tienen que ascender sus ventas para ganar lo mismo con las dos modalidades del contrato? ¿Cuáles son esas ganancias?
43. La temperatura de fusión del hielo en la escala centígrada es 0°C, y en la Fahrenheit es 32°F. la ebullición del agua es a 100°C, que equivale a 212°F.
- a. Encuentra la función lineal que nos da la relación entre las dos escalas y representala.
 - b. Expresa en grados Fahrenheit las siguientes temperaturas: 25°C; 36'5°C; 10°C.
 - c. Pasa a grados centígrados 86°F y 63'5°F
44. En un recibo de consumo de energía eléctrica de un mes aparece esta información: Consumo 1400kwh; Precio del kwh: 0'2€.
- a. ¿Cuánto cobrarán por la energía consumida?
 - b. Haz una gráfica que relacione consumo-coste. Para ello utiliza estas escalas:
 - ✓ Eje horizontal: 1 cuadradito=100kwh
 - ✓ Eje vertical: 1 cuadradito=20€
 - c. Escribe su ecuación
 - d. Si, además, la empresa suministradora cobra al mes 20€ por alquiler del equipo, ¿cómo queda la ecuación consumo-coste?. Representala junto a la anterior y escribe su ecuación.
 - e. ¿Qué transformación sufre el precio si añadimos el 16% de IVA? ¿Cómo se transforma el alquiler del equipo? Representa junto a las otras, la gráfica de la función resultante y escribe su ecuación.

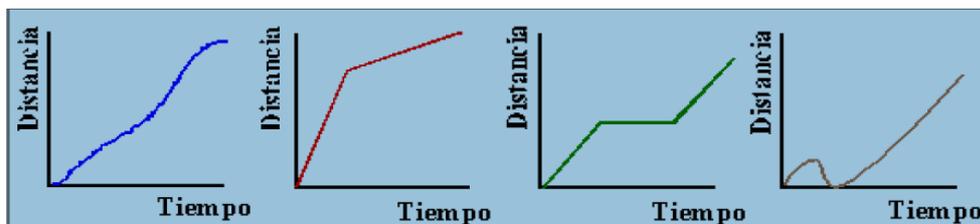
45. El precio de un viaje en tren depende de los kilómetros recorridos. Por un trayecto de 140km pagamos 17€, y si se recorren 360km, cuesta 39€. Escribe la ecuación de la recta que relacione los kilómetros recorridos, x , con el precio del billete, y represéntala gráficamente.

46. Alicia va al colegio en autobús y Antonio en bicicleta. Alicia siempre coge el autobús de las ocho menos veinticinco y para en el colegio a las 8. Aquí ves la gráfica de Antonio en bici y la de Alicia en el autobús:

- ¿Iba hoy el autobús puntual?
- El autobús ha parado varias veces por el camino ¿Cómo lo puedes ver en la gráfica? ¿Cuántas paradas hizo?
- ¿A qué hora y a qué distancia de la casa de Alicia y Antonio adelantó el autobús a la bici?
- ¿Quién llegó antes a la mitad del camino? ¿cuántos minutos antes?
- ¿Cuántos km le quedaban a Antonio cuando Alicia llegó al cole?
- ¿A qué hora, aproximadamente, llevaba más ventaja Alicia?
- ¿A qué hora la ventaja de Alicia era exactamente de un kilómetro?



47. Vamos de Puebla a unas clases en Ribeira. La distancia aproximada es de unos 10km. La clase comienza a las 8:15 y salimos de casa a las 7:30. Las siguientes gráficas muestran cómo las cosas son bastante distintas para Antonio, Bernabé, Carlos y Delicia.



Antonio: Salgo con calma. En el camino comienzo a pedalear más fuerte.

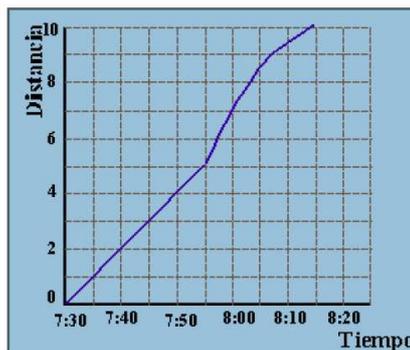
Bernabé: Acababa de salir cuando me di cuenta de que olvidé las zapatillas y tuve que volver.

Carlos: Fui en moto, pero por el camino me quedé sin gasolina. Así que pie al suelo y andando.

- ¿A quién corresponde cada gráfica?
- ¿Qué diría Delicia?

Si precisamos la gráfica de Antonio, podremos responder a varias cuestiones de manera más precisa:

- ¿Cuántos km lleva recorridos Antonio a las 7:45? ¿qué ocurre a las 7:55?
- ¿cuántos km pedaleó entre las 8 menos cuarto y las ocho?
- ¿Ha ido a la misma velocidad los veinte primeros minutos?



- f. Si Antonio hubiera seguido con la misma velocidad, ¿habría llegado a tiempo al colegio?
- g. ¿Entre qué horas fue menor la velocidad de Antonio?
- h. Sandra sale al mismo tiempo que Antonio. Después de 20 minutos va exactamente 1km detrás de Antonio, y llega 5 minutos después que él al colegio. ¿Cómo se puede estar seguro de que Sandra no ha pedaleado siempre a la misma velocidad?. Dibuja la gráfica de Sandra.
- i. Roberto sale de Puebla 5 minutos después que Antonio y llega 5 minutos antes. Dibuja la gráfica de Roberto en los mismos ejes que la de Antonio, sabiendo que ha pedaleado a velocidad constante. ¿Por qué tu gráfica y la de tus compañeros ha de ser exactamente igual?

7.2 Características de una función:

48 Calcula el dominio de las siguientes funciones:

1) $f(x) = 2$

2) $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$

3) $\frac{2}{x-3}$

4) $\frac{5}{x^2 - 2x - 3}$

5) $\frac{7}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$

6) $\frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x+5}$

7) $\frac{2x+1}{x^2 - x - 2}$

8) $\frac{4x+5}{x^2 + 6x + 10}$

9) $\sqrt{3x+5}$

10) $\sqrt{6-7x}$

11) $\sqrt{x^2 + 4x + 4}$

12) $\sqrt{x^3 - 11x^2 + 34x - 24}$

13) $\sqrt{3x^2 - 14x - 5}$

14) $\sqrt{x^4 - x^2}$

15) $\frac{2x^2 + 3x + 1}{\sqrt{x^2 + 6x + 8}}$

16) $\frac{\sqrt{x^2 - 5x}}{x^2 - x - 2}$

17) $\frac{\sqrt{3x+5}}{x^3 - x}$

18) $\sqrt{\frac{x^2 - 7x}{x-2}}$

19) $\sqrt{\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 3x}}$

20) $\sqrt{\frac{5x-3}{x^2 - 6x - 7}}$

21) $\frac{2x+6}{\sqrt{x^2 - 9}}$

22) $\sqrt{2x-12}$

23) $\frac{2x+4}{3x+10}$

24) $\sqrt{\frac{2x+4}{3x+9}}$

25) $\frac{7x+1}{(x+5)^2}$

26) $\frac{x^2+1}{\sqrt{x}}$

27) $\frac{6x^2+1}{x^2-4}$

28) $\sqrt{x^3 - 3x^2 + 4}$

29) $\frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$

49 Hallar $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, $f \circ g$, $g \circ f$ siendo:

1) $f(x) = 1 - x^2$ $g(x) = x^2 - 3x + 3$

2) $f(x) = 3x^3 - x$ $g(x) = x^2 - 10x + 25$

3) $f(x) = \sqrt{3x-6}$ $g(x) = x^2$

4) $f(x) = \sqrt{x-3}$ $g(x) = 2x^2 + 1$

5) $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = x + 1$

6) $f(x) = \frac{1}{4-x}$ $g(x) = x - 4$

7) $f(x) = \frac{1}{2x-10}$ $g(x) = \frac{1}{x-5}$

8) $f(x) = \frac{1}{2x-6}$ $g(x) = x - 1$

9) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ $g(x) = \frac{1}{x}$

10) $f(x) = x^2 + 3x + 1$ $g(x) = 7x^2 + 1$

50 Hallar la función recíproca de:

a. $f(x) = 2x + 5$

b. $f(x) = x$

c. $f(x) = 5x - 7$

d. $f(x) = -7x + 2$

e. $f(x) = \frac{3x-12}{2}$

51 Representa gráficamente las siguientes funciones:

a. $f(x) = 3x + 10$

b. $f(x) = 5x + 1$

c. $f(x) = -2$

d. $f(x) = -x - 5$

e. $f(x) = x^2 - 1$

f. $f(x) = 1 - x^2$

g. $f(x) = 2x^2 - 8$

h. $f(x) = x^2 - 5x + 6$

i. $f(x) = 2x^2 - 5$

52 Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a intervalos y estudia su continuidad:

1) $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x < -2 \\ 2x+1 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

3) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x > 0 \\ 2x-1 & \text{si } x < -1 \end{cases}$

4) $f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \\ 2x+1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

5) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x < 0 \\ 1-x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2x+3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

6) $f(x) = \begin{cases} x^2+4 & \text{si } x > 0 \\ x^2-5x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

7) $f(x) = \begin{cases} x^2-6x & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } 1 < x < 2 \\ x^2-9 & \text{si } x > 2 \end{cases}$