

POLINOMIOS

POLINOMIOS

Un **polinomio** es la suma o resta de varios monomios.

- Cada uno de los sumandos se llama **término** del polinomio.
- Los términos que no tienen parte literal se denominan **términos independientes**.
- El **grado de un polinomio** es el del monomio de mayor grado.

EJEMPLO

POLINOMIO	TÉRMINOS	TÉRMINO INDEPENDIENTE	GRADO DEL POLINOMIO
$2x^3 - 3x - 1$	$2x^3; -3x; -1$	-1	3, que es el grado de $2x^3$
$-2xy + 9$	$-2xy; 9$	9	2, que es el grado de $-2xy$
$-5x$	$-5x$	No tiene	1, que es el grado de $-5x$

1) Completa la siguiente tabla:

POLINOMIO	TÉRMINOS	TÉRMINO INDEPENDIENTE	GRADO DEL POLINOMIO
$-2x^3 + 3x - 5$			
$5ab - 5ax^2b$			
$x^3 - 2x^2 - x - 3$			
$6x - 7$			
$5xy - 2y$			
$\frac{2}{3}a^2b + 1$			
$3xy + 5xy^2$			

2) Completa la siguiente tabla:

Polinomio	Grado	Término independiente	Valor numérico para $x=2$
$3x^2 - 5x + 1$			
$3x - 2$			
$x^2 - 7x + 10$			
$x^3 + 1$			

3) Simplifica los monomios o términos semejantes en los siguientes polinomios:

a) $5x - 3x + x^2 + 4$

b) $x^2 - 2x + 6x^2 + 4x - 3$

c) $9x - 5x + 8x^2$

d) $6x + 3x - 5x + 2$

e) $8x - 5x + x - 1$

f) $6 + 2x - 3 + x^4 - 3x$

SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

Para sumar o restar polinomios se suman o restan los monomios semejantes.

EJEMPLO

$A(x) = 2x^2 + 5$

$B(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 3$

$A(x) + B(x) = (2x^2 + 5) + (x^3 - 5x^2 - 2x + 3) =$
 $= x^3 - 3x^2 - 2x + 8$

$A(x) - B(x) = (2x^2 + 5) - (x^3 - 5x^2 - 2x + 3) =$
 $= 2x^2 + 5 - x^3 + 5x^2 + 2x - 3 =$
 $= -x^3 + 7x^2 + 2x + 2$

$$\begin{array}{r} 2x^2 \quad + 5 \\ + x^3 - 5x^2 - 2x + 3 \\ \hline x^3 - 3x^2 - 2x + 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 \quad + 5 \\ -x^3 + 5x^2 + 2x - 3 \\ \hline -x^3 + 7x^2 + 2x + 2 \end{array}$$

4) Dados los polinomios:

$A(x) = 3x^2 - x + 6$

$B(x) = x^2 + 7x - 1$

Calcula las siguientes operaciones:

a) $A+B$

b) $A-B$

5) Sean los polinomios: $P(x) = 2x^3 + x^2 + 2x - 5$ y $Q(x) = 7x - 3x^2 + 4x^3$

Calcula: a) $P(x) + Q(x)$ b) $Q(x) + P(x)$ c) $P(x) - Q(x)$ d) $Q(x) - P(x)$

¿Qué sucede en los apartados a) y b)? ¿Cómo se llama la propiedad?

¿Sucede lo mismo con la resta?

PRODUCTO DE POLINOMIOS

Para calcular el **producto de dos polinomios** se multiplica cada monomio del primer polinomio por cada monomio del segundo. A continuación, se reducen los monomios semejantes.

6) Desarrolla los siguientes productos aplicando la propiedad distributiva:

a) $5 \cdot (4 + x)$ c) $(2 + x) \cdot x$ e) $2x^3 \cdot (x^2 - 2x + 4)$ h) $2xy^2 \cdot (-3x + 4x^3y)$
 b) $4x \cdot (x^2 + 2x)$ d) $-8x^3 \cdot (x - 3)$ f) $\frac{1}{2}x^2 \cdot (4x^3 - 8x + 7)$ i) $5x^3yz \cdot (4yz^2 + 2x - 5xz^2)$

7) Sean los polinomios:

$P(x) = 2x^2 + 3x - 1$ $Q(x) = 3x^2 + x - 1$ $R(x) = 2x - 3$

Calcula:

- a) $P(x) + Q(x)$
- b) $P(x) - Q(x)$
- c) $P(x) + Q(x) - R(x)$
- d) $P(x) \cdot R(x)$

SACAR FACTOR COMÚN

Una aplicación de la propiedad distributiva es **sacar factor común**. Esta operación consiste en extraer como factor común el monomio que se repite en todos los términos.

8) Saca factor común en las siguientes expresiones:

- a) $2x + 2y$ b) $x + xy + x^2$
- c) $6x + x^2$ d) $x + 5xy + x^2$
- e) $x + 2xy + x^3$ f) $8x^2 + 7x^3 - x^4$
- g) $7x^2 + 14x$

9) Extrae factor común:

a) $4x + 4y - 4z =$

b) $3x^3 - 9x^2 + 6x =$

c) $6xy + 3y^2 - 3y =$

d) $5ab + 6ac - 3ac =$

e) $3xy^2 + xy =$

IGUALDADES NOTABLES

Las **igualdades notables** son ciertas igualdades cuya aplicación resulta muy útil para abreviar cálculos con expresiones algebraicas.

Las principales igualdades notables son:

Cuadrado de una suma: $(a + b)^2$

Cuadrado de una diferencia: $(a - b)^2$

Suma por diferencia: $(a + b) \cdot (a - b)$

CUADRADO DE UNA SUMA

El **cuadrado de una suma** es igual al cuadrado del primer sumando más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times \quad a + b \\ \hline + b^2 \\ ba + b^2 \\ \hline a^2 + ab \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

CUADRADO DE UNA DIFERENCIA

El **cuadrado de una diferencia** es igual al cuadrado del primer sumando menos el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{r} a - b \\ \times \quad a - b \\ \hline - b^2 \\ -ba + b^2 \\ \hline a^2 - ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

SUMA POR DIFERENCIA

El producto de una **suma por diferencia** es igual a la diferencia de los cuadrados.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times \quad a - b \\ \hline - b^2 \\ -ba - b^2 \\ \hline a^2 + ab \\ \hline a^2 + 0 - b^2 \end{array}$$

10) Desarrolla, haciendo uso de las fórmulas de los productos notables:

a) $(x + 4)^2 =$

b) $(2x + 3)^2 =$

c) $(x^2 - 3)^2 =$

d) $(x - 4) \cdot (x + 4) =$

11) Desarrolla, utilizando las identidades notables:

a) $(x + 5)^2$

b) $(a + 2b)^2$

c) $(2 + x)^2$

d) $(xy + 1)^2$

e) $(x - 1)^2$

f) $(a - 6b)^2$

g) $(x + 5) \cdot (x - 5)$

h) $(5a + 1) \cdot (5a - 1)$