

Educación matemática y competencia lingüística

Juan Emilio García Jiménez

Este artículo pretende contribuir a mostrar cómo la inclusión de una educación por competencias pone en evidencia la íntima relación entre lo matemático y lo lingüístico. La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas necesita del lenguaje y este se completa con la aportación del ámbito propio de las matemáticas. Desarrollando una educación matemática de calidad se contribuye a mejorar la competencia lingüística, pero nuestro foco de interés se pone en hacer una mejor enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, lo que se conseguirá siendo capaces de argumentar, expresar o comunicar oralmente y por escrito, razonar... Desarrollando todos estos aspectos que cualquiera identificaría como propios del ámbito lingüístico, estaremos contribuyendo a una más profunda comprensión y dominio de la competencia matemática.

▣ PALABRAS CLAVE: competencia matemática, competencia lingüística.

La lengua no es la envoltura del pensamiento, sino el pensamiento mismo. (Miguel de Unamuno)

Lo expliqué, lo expliqué, lo expliqué... y lo entendí. (Proverbio)

La actividad genuinamente matemática se caracteriza por el pensar y razonar, por enseñarnos a «pensar bien», como diría Miguel de Guzmán (1991), pero para pensar bien se requiere de la expresión de ese pensamiento, con lo que la lengua resulta imprescindible.

Por otra parte, cuando uno se esfuerza por explicar algo de matemáticas a los demás, mejora su entendimiento de la cuestión, profundiza en el concepto explicado.

Es un hecho comúnmente extendido que la lengua y las matemáticas se



han contemplado como dos campos de conocimiento separados, como alojados en dos habitaciones separadas por un buen tabique. Esta consideración está cambiando y está ampliamente aceptado dentro de la comunidad del profesorado de matemáticas que hay que realizar agujeros a ese tabique, que las matemáticas y la lengua tienen mucho en común y que educar bien en matemáticas tiene mucho que ver con trabajar aspectos de la lengua y literatura.

En el actual marco de la educación por competencias, se aprecia que las competencias matemática y lingüística están íntimamente ligadas. Para asegurarnos de ello, basta con leer lo que se entiende por *competencia matemática* (cuadro 1).

Esta íntima relación entre lengua y matemáticas, que ahora se plasma en los documentos oficiales, ya venía de alguna forma recogida en el párrafo 246 del famoso informe Cockcroft (1985):

La capacidad de expresar lo que se piensa debe ser uno de los resultados de una buena enseñanza de las matemáticas y solo se desarrolla cuando se ha contado con la posibilidad de hablar sobre la materia, de explicar y debatir los resultados obtenidos y de verificar las hipótesis.

En el actual marco de la educación por competencias, se aprecia que las competencias matemática y lingüística están íntimamente ligadas

OCDE	LOE
<p>«La capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en contextos distintos. Incluye el <i>razonamiento matemático</i> y el <i>uso de conceptos</i>, herramientas, hechos y procedimientos matemáticos <i>para describir, explicar y predecir fenómenos</i> (...), de forma que responda a las necesidades de la vida de ese individuo como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo». (INECSE, 2005, p. 15)</p>	<p>«[...] capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático, con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto de aprendizaje. Todos los bloques de contenidos están orientados a aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten <i>razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático</i>, utilizando las herramientas adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimientos para obtener conclusiones, reducir la incertidumbre y para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad.» (Real Decreto 1631/2006)</p>

Cuadro 1. Qué se entiende por *competencia matemática*

Particularmente en el punto segundo del párrafo 343, se alude a la necesidad del lenguaje para la mejor comprensión de las matemáticas:

- > Explicaciones a cargo del profesor.
- > Discusiones entre profesor y alumnos y entre los alumnos mismos.
- > Trabajo práctico apropiado.
- > Consolidación y práctica de técnicas y rutinas fundamentales.
- > Resolución de problemas, incluida la aplicación de las matemáticas a situaciones de la vida diaria.
- > Trabajos de investigación.

Los prestigiosos *Principios y Estándares* de NCTM (2003) señalaban en su primera edición que uno de sus principios era el de aprender a comunicarse matemáticamente y que:

El desarrollo de la potencia matemática de un estudiante implica el aprendizaje de los signos, símbolos y terminología de las matemáticas. Cuando mejor se consigue esto es en situaciones de problema donde los alumnos tienen oportunidad de leer, escribir y discutir ideas para las que el uso del lenguaje matemático es algo natural. A medida que comunican sus ideas aprenden a clarificar, refinar y consolidar su pensamiento.

En la última edición se dice que los programas de matemáticas de todas las etapas deberían capacitar para:

- > Organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación.
- > Comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas.
- > Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás.
- > Usar el lenguaje matemático con precisión para expresar ideas matemáticas.

Educación matemática y competencia en comunicación lingüística

Las matemáticas utilizan continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas. Por ello adquiere especial importancia la expresión tanto oral como escrita de los procesos realizados y de los razonamientos seguidos, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento.

El propio lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto.

En concreto, se puede contribuir a esta competencia recurriendo a varias estrategias:

- > Utilizando el cuaderno como diario de la clase.
- > Proponiendo actividades de grupo que favorezcan la comunicación, el planteamiento de hipótesis, el respeto a las de los demás, etc. Ejem-

El lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto

plos: «La solución es $2/3$, ¿cuál es la pregunta?» o «Si el perímetro es 12, ¿cuál es la figura?».

- > Promoviendo la incorporación del lenguaje matemático como herramienta de comunicación, esto es, utilizando el lenguaje en la formulación y expresión de las ideas matemáticas.
- > Fomentando la expresión oral y escrita de las ideas matemáticas facilitando las discusiones entre los alumnos y con el profesorado. Las ideas se transmiten mediante el lenguaje y se asimilan mediante la discusión. La verbalización de los procesos de pensamiento que se realizan en las actividades matemáticas es muy importante para una correcta comprensión.
- > Incorporación a los recursos de comunicación del alumnado del vocabulario y de las notaciones propias de las matemáticas como área de expresión.
- > Descripción verbal precisa de conceptos y formas geométricas.
- > Actividades de animación lectora a partir de una selección bibliográfica de aula para alumnos.
- > Utilización de comentarios de texto que incluyan contenidos matemáticos como medio para facilitar la comprensión escrita del alumnado.
- > Realización de comentarios de texto sobre contenidos matemáticos.

Para que las propuestas que hagamos desde las matemáticas favorezcan la competencia lingüística, es preciso que propongamos tareas que puedan abordarse por distintos métodos, se puedan representar de forma variada y que ofrezcan oportunidades a los alumnos para interpretar, conjeturar y justificar. En realidad, después de tantos años, seguimos compartiendo aquella propuesta que defendió el Grupo Cero de Valencia: una buena actividad matemática será aquella que...

- > Invite a los alumnos para que sean ellos mismos los que tomen decisiones.
- > Implice a los alumnos en la exploración, la formulación y el contraste de conjeturas, la demostración o la explicación, la reflexión y la interpretación.
- > Promueva la discusión y la comunicación.
- > Favorezca la originalidad y la inventiva.
- > Estimule preguntas como: «qué ocurrirá si» y «que ocurrirá si no».

El informe PISA evalúa la competencia matemática basándose en las ocho competencias matemáticas específicas identificadas por Niss (1999) y sus colegas daneses. Al menos en los aspectos en cursiva en el cuadro 2, en la página siguiente, se resalta la relación entre

Habilidad para preguntar y responder cuestiones en matemáticas y por medio de las matemáticas	Habilidad para utilizar el lenguaje y las herramientas matemáticas
<ul style="list-style-type: none"> > Pensar matemáticamente. > Modelizar matemáticamente. > Proponer y resolver problemas de matemáticas. > Razonar matemáticamente. 	<ul style="list-style-type: none"> > Comunicar en, con y sobre las matemáticas. > Representar objetos y situaciones matemáticas. > Utilizar símbolos y formalismos matemáticos. > Utilizar recursos auxiliares y herramientas.

Cuadro 2. Competencias matemáticas específicas

el trabajo matemático y la competencia lingüística.

Dentro de este apartado, se presentan las conclusiones de uno de los grupos de trabajo del Seminario federal sobre análisis y desarrollo de la competencia matemática celebrado en Córdoba del 27 al 30 de noviembre de 2008 y convocado por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. Desde las matemáticas se considera que

puede contribuirse al desarrollo de la competencia lingüística, organizando las acciones en tres apartados: metodología, aprendizajes y recursos (cuadro 3).

Punto de partida y relación con el currículo

Las tareas matemáticas basadas sobre todo en la resolución de problemas y trabajos de investigación contemplan, sin duda alguna, esto

METODOLOGÍA
<ul style="list-style-type: none"> > Potenciar la realización de actividades de expresión y comprensión oral. > Realizar actividades partiendo de documentos escritos y al revés, desde exposiciones orales hacer actividades escritas. > Fomentar la realización de trabajos para comunicar. > Realizar actividades de comprensión lectora. > Asociar a cada actividad o tarea la expresión oral y escrita.
APRENDIZAJES
<ul style="list-style-type: none"> > Matematizar textos (literatura, prensa, cómics, etc.). > Introducir temas o actividades matemáticas a partir de textos novelados. > Modelizar situaciones a partir de frases o textos cortos. > Inventar problemas o relatos que respondan a algún elemento matemático. > Reelaborar definiciones.
RECURSOS
<ul style="list-style-type: none"> > Textos de literatura y matemáticas.

Cuadro 3. Desarrollo de la competencia lingüística desde las matemáticas

que puede leerse en PISA 2003 (OCDE, 2005) respecto de la comprensión lectora:

- > Obtención de la información.
- > Comprensión general.
- > Elaboración de una interpretación.
- > Reflexión y valoración del contenido de un texto.

Desde un punto de referencia más cercano, el currículo del MEC. (Real Decreto 1631/2006) establece claramente las líneas básicas para una cooperación de las matemáticas con la competencia lingüística, en particular con el desarrollo de la comprensión lectora desde los distintos apartados que conforman el currículo.

Veamos en las diferentes partes del currículo algunas referencias al respecto:

Desde un punto de vista formativo, la resolución de problemas es capaz de activar las capacidades básicas del individuo, como son leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, revisarlo, adaptarlo, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de la solución, etc., pues no en vano es el centro sobre el que gravita la actividad matemática en general. También se introducen en este bloque la capacidad de expresar verbalmente los procesos que se siguen.

Las destrezas algebraicas se desarrollan a través de un aumento progresivo del uso y manejo de símbolos y expresiones desde el primer año de secundaria al último, poniendo especial atención en la lectura, la simbolización y el plantea-

miento que se realizan a partir del enunciado de cada problema.

El estudio de las relaciones entre variables y su representación mediante tablas, gráficas y modelos matemáticos es de gran utilidad para describir, interpretar, predecir y explicar fenómenos diversos de tipo económico, social o natural. Los contenidos de este bloque se mueven entre las distintas formas de representar una situación (verbal, numérica, geométrica) o a través de una expresión literal y las diferentes formas de traducir una expresión de uno a otro lenguaje.

La utilización de diagramas y gráficos más complejos con objeto de sacar conclusiones a partir de ellos. La utilización de hojas de cálculo facilita el proceso de organizar la información; posibilita el uso de gráficos sencillos, el tratamiento de grandes cantidades de datos; y libera tiempo y esfuerzos de cálculo para dedicarlo a la formulación de preguntas, comprensión de ideas y redacción de informes.

Una forma adecuada de cómo debemos tratar este tema puede verse de nuevo en PISA 2003 (INECSE, 2005):

A los alumnos se les presentan una serie de textos diferentes, sobre cada uno de los cuales se le formulan una serie de preguntas. El material muestra distintas situaciones verosímiles sobre las que se articulan uno o varios ítems. Cada ítem interpela al alumno y le propone una tarea o problema.

La competencia matemática para la que estamos todos llamados a trabajar desde que la Unión Europea y el currículo español recogido en la Ley Orgánica de Educación han tomado este tema como primordial, señala los siguientes aspectos:

- > Pensar y razonar.
- > Argumentar.
- > Comunicar.
- > Modelar.
- > Plantear y resolver problemas.
- > Representar.
- > Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico, así como las operaciones.

Si nos fijamos por separado en estos aspectos de la competencia matemática y los unimos con el tema de la comprensión lectora, podemos encontrar las siguientes capacidades:

- > Pensar y razonar:
 - Distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas).
- > Argumentar:
 - Disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede (o no) ocurrir y por qué?).
 - Crear y expresar argumentos matemáticos.
- > Comunicar:
 - Entender enunciados de otras personas sobre estas materias en forma oral y escrita.
- > Modelar:
 - Traducir la realidad a una estructura matemática.
- > Plantear y resolver problemas:
 - Plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados).

- Resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.

> Representar:

- Decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones.
- Escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.

> Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico, y las operaciones. Incluye las capacidades de:

- Decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal, y entender sus relaciones con el lenguaje natural.
- Traducir desde el lenguaje natural al simbólico y formal.
- Manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas.

Algunos ejemplos de desarrollo de la competencia lingüística desde las matemáticas

Organizaremos estos ejemplos siguiendo la clasificación que hace de los tipos de texto OCDE/PISA:

Formato de textos continuos

Actividad a partir de un texto literario

Desde que tuvo uso de razón, el Nini siempre oyó decir que la señora Clo, la del Estanco, era la tercera rica del pueblo. Delante estaban don Antero, el Poderoso, y doña Resu, el Undécimo Mandamiento. Don Antero, el Poderoso, poseía las tres cuartas partes del término; doña Resu y la señora Clo sumaban entre las dos,

las tres cuartas partes de la cuarta parte restante y la última cuarta parte se la distribuían, mitad por mitad, el Pruden y los treinta vecinos del lugar. Esto no impedía a don Antero, el Poderoso, manifestar frívolamente en su tertulia de la ciudad que por lo que hacía a su pueblo, la tierra andaba muy repartida.

(*Las ratas*, de Miguel Delibes)

A partir del texto, para trabajar su comprensión y desarrollar las competencias matemática y lingüística, se pide a los alumnos que respondan a cuestiones como estas:

1. Señala quiénes son los personajes citados en el texto. No olvides sus notes.
2. Ordena los personajes en función de la extensión de tierras que poseen.
3. ¿Quiénes son los dos personajes de los que no tenemos expresión directa de las tierras que poseen?
4. Utiliza el programa Geogebra para representar mediante rectángulos y cuadrados las tierras de:
 - Don Antero.
 - Doña Resu y la señora Clo.
 - El Pruden.
 - Los treinta vecinos del pueblo.
5. Indica qué fracción del total de las tierras del pueblo tiene cada uno de sus habitantes.

Enunciados de problemas

Los problemas requieren atravesar la fase 1 de Polya (1989). Comprensión implica algo más que entender el enunciado, supone la comprensión real del problema. Para lo cual deben tenerse en cuenta puestas en común, trabajo en grupo, incluso el apoyo del profesor al resolutor.

En esta primera fase debemos buscar la información que nos pueda dar el problema, analizar críticamente dicha información, clasificarla, completarla con las informaciones que nos da nuestro propio conocimiento y nuestra experiencia acerca del contexto de la situación problemática.

Un adecuado tratamiento metodológico en la resolución de problemas en grupo y su puesta en común repercute en el pensamiento matemático y en el desarrollo de la competencia lingüística

Mediante la lectura buscaremos la información, la cuantificaremos, la describiremos y la clasificaremos.

Durante la primera fase (comprensión e interpretación del problema) debemos:

- > Identificar los elementos explícitos del problema.
- > Encontrar el sentido de las palabras, despojándolas de toda ambigüedad.
- > Comprender qué pide el problema.
- > Conocer, buscar un problema parecido.
- > Reformular el problema.
- > Establecer relaciones entre los elementos del problema.
- > Representar esas relaciones.
- > Reorganizar y jerarquizar conceptualmente la información.
- > Representar las relaciones entre los elementos del problema, luego de su reorganización conceptual.

En la puesta en común, los alumnos y las alumnas explicarán sus soluciones al problema. El docente puede seleccionar aquellas que procedan de diferentes métodos. Esto les dará la oportunidad de explicarse, para que otros que han pensado de manera distinta puedan comprenderlo.

Es muy importante destacar que en la resolución de los problemas cuando se proponen para solucionar en grupo, y especialmente en la puesta en común, un adecuado tratamiento metodológico habilita oportunidades para pensar y razonar, argumentar, comunicar, etc.; por tanto, oportunidades para la expresión oral y escrita, lo que en definitiva repercute en el pensamiento matemático y, desde luego, en el desarrollo de las competencias matemática y lingüística.

Formato de textos discontinuos

Tablas

Análisis del famoso partido de baloncesto España-EE.UU.¹ de la final olímpica de Pekín, según el formato habitual que aparece en la prensa.

La actividad propuesta nos permite una lectura de información en formato de tablas. Como el lector sin duda imaginará, aquí hay muchas matemáticas y, desde luego, nos proporcionará oportunidades para cultivar aspectos de la competencia matemática citados, como antes se ha señalado en PISA (argumentar, comunicar, pensar, razonar y resolver problemas). También se trabajará la competencia

lingüística porque se pone en marcha la obtención de la información, comprensión general, elaboración de una interpretación, reflexión y valoración del contenido de información, en este caso, dada mediante una tabla.

En este mismo apartado de los formatos de lectura de textos discontinuos, también deben incluirse los gráficos de tipo funcional o estadístico.

Formularios

Un prospecto:

POSOLOGÍA	
Niños	<ul style="list-style-type: none"> - 0-2 años (hasta 12 kg de peso): la dosis será de 30 mg/kg/día en dosis iguales cada ocho horas. - 2-14 años (hasta 40 kg de peso): la dosis básica será 25 mg/kg/día distribuida en tres tomas. - Niños de más de 40 kg, dosificar como adultos.
Adultos	<p>La posología habitual es 20 mg/kg/día tres veces al día hasta un máximo de 1500 mg.</p> <p>Este medicamento no puede prescribirse en caso de embarazo.</p>

Los prospectos forman parte de una información para los ciudadanos comprometidos, constructivos y reflexivos que indicaba PISA.² Para extraer la información es preciso emplear competencias lingüística y matemática. Esta última se ha mostrado que falta incluso en los profesionales sanitarios, como puede verse en «Cinco países europeos re-

comiendan a sus sanitarios estudiar cálculo»:³

1. Comenzar dando a los estudiantes el artículo citado del diario *El País*, pedirles una lectura y comentarlo en clase para sensibilizarles sobre la necesaria competencia matemática.
2. Dar el prospecto para trabajar por grupos, con el objetivo de sacar la información que contiene y luego preparar cuestiones para comprobar el buen entendimiento lingüístico y matemático.
3. Puede proporcionarse una tabla para que rellenen con valores. Se trataría de combinar la idea de tabla-gráfica-fórmula para trabajar la relación entre dos magnitudes variables, como son la cantidad de dosis de fármaco que se ha de suministrar y el peso de un niño.
4. Relacionar gráficas dadas de peso y dosis por toma con fórmulas.
5. A partir de una gráfica sobre la eliminación de un fármaco en las horas y días siguientes a su última ingesta, proponer cuestiones para la correcta «lectura» de la gráfica.

Resumen e ideas finales

Las competencias matemática y lingüística están íntimamente relacionadas; ya sea de manera explícita o implícita, cuando se trabaja en una de ellas, se está actuando sobre la otra. Hagamos, pues, consciente esta relación y trasladémosla a nuestras programaciones y a los planteamientos diarios en el aula.

Las competencias superan los límites de una materia en particular; si bien cada competencia tiene una materia

más apropiada para su desarrollo, es en el contexto global cuando alcanza su plenitud. Por esto precisamente gana la educación matemática cuando se contempla junto con la competencia lingüística.

El tratamiento conjunto de ambas competencias se verá facilitado solo si:

- > El profesorado de los departamentos de matemáticas valora y trabaja adecuadamente en las clases aquellos aspectos de la competencia matemática que tienen relación con la competencia lingüística. La lengua como las matemáticas no es exclusiva de unos o de otros.
- > Se establecen estructuras organizativas con tiempos y espacios para la comunicación del profesorado de matemáticas y lengua de un mismo grupo de alumnos.
- > Nos dirigimos hacia una concepción global del conocimiento, tratando de ir hacia proyectos interdisciplinares.

Hemos de cambiar de algún modo la concepción del currículo y en particular de las matemáticas, un currículo que no está al servicio de la materia, sino de una formación compleja de nuestro alumnado. ■

NOTAS



1. Puede verse la actividad completa en Centro Virtual leer.es (www.leer.es) del Ministerio de Educación.
2. Puede verse la propuesta didáctica completa en: http://docentes.leer.es/wp-content/uploads/leer_comprender_matematicas/index_farmacos.html
3. Artículo publicado en el diario *El País* (17/11/2008).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



COCKROFT, W.H. (1985): *Las Matemáticas si cuentan. Informe Cockroft*. Madrid. Ministerio de Educación y Ciencia.

GUZMÁN, M. DE (1991): *Para pensar mejor*. Barcelona. Labor.

INSTITUTO NACIONAL DE EVALUACIÓN Y CALIDAD DEL SISTEMA EDUCATIVO (INECSE) (2005): *PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y Solución de Problemas*. Madrid. MEC.

MARTÍNEZ MONTERO, J. (2008): *Competencias básicas en Matemáticas*. Madrid. Wolters Kluwer.

NCTM (2003): *Estándares curriculares y para la evaluación matemática*. Sevilla. SAEM Thales.

NISS, M. (1999): «Competencies and Subject Description». *Uddanneise*, núm. 9, pp. 21-29.

POLYA, G. (1989): *Cómo plantear y resolver problemas*. México. Trillas.

«Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria». *Boletín Oficial del Estado*, (núm. 5 enero 2007).

HEMOS HABLADO DE:

- Competencia matemática.
- Didáctica de las matemáticas.
- Competencia en comunicación lingüística.

AUTOR

Juan Emilio García Jiménez
CEP de Villarrobledo (Albacete)
juanemiliogj@gmail.com

Este artículo fue solicitado por AULA DE INNOVACIÓN EDUCATIVA en julio de 2011 y aceptado en noviembre de 2011 para su publicación.