**TARTAGLIA: EL DESAFÍO DE UNA ECUACIÓN**

Hace 450 años, el 14 de diciembre de 1557, moría en la ciudad de Venecia el matemático Niccolò Fontana, más conocido por su apodo de *Tartaglia*. Como afirma el dicho popular,hay personas que nacen con estrella y otras que nacen estrelladas.

Pues a este último grupo pertenece Tartaglia, maltratado por la vida e injustamente considerado por la historia, a pesar de haber sido uno de los matemáticos que más contribuyó,sin embargo, al impul-so dado al desarrollo del álgebra por los matemáticos italianos, con la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, en los comienzos del Renacimiento.

Nacido en Brescia en 1499 o 1500, Tartaglia era hijo de un correo postal llamado Michele Fontana que murió cuando el pequeño Niccolò contaba solo con 6 años de edad, quedando la familia, madre y tres hijos, en una situación de clara pobreza.

La ciudad de Brescia, que dependía de la República de Venecia, pasó a manos de Francia desde 1509 hasta 1513. En una de las invasiones de la ciudad por las tropas francesas, al mando de Gaston de Foix, el 19 de febrero de 1512, sus habitantes se refugiaron en la catedral, pero allanada ésta, a pesar del derecho de asilo propio del lugar, uno de los soldados infirió varias heridas a Niccolò, que tenía entonces 12 años, y una de ellas le dañó la boca de tal modo que durante mucho tiempo no podía hablar ni comer. Fueron los cuidados de su madre los que le salvaron, como él mismo dice en las notas autobiográficas de su obra *Quesiti et inventioni diverse*:

(…) imitando a los perros, que se curan lamiéndose las heridas.

Sin embargo las secuelas de las heridas le impedían hablar correctamente, de ahí el apodo de *Tartaglia* (el tartamudo) con que se le conoce, apodo que llegó a asumir, asociado a su nombre, como si fuera un apellido y con el que firmaba sus libros.

Debido a estas circunstancias no comenzó Tartaglia su asistencia a una escuela hasta dos años más tarde. Fue con el Maestro Francesco con el que se inició en el aprendizaje del alfabeto y las cuatro reglas. Al parecer, las lecciones se desarrollaban por orden alfabético y cuando interrumpió sus estudios,por la falta de medios para sostenerlos, iba todavía por la letra k, con lo que no había conseguido aprender lo suficientecomo para escribir su nombre. Tartaglia fue pues un autodidacta.

Así nos lo refiere en su obra antes mencionada:

Nunca volví a tener un profesor desde aquel día. Continué

trabajando por mi cuenta sobre las obras de autores ya

fallecidos, acompañado tan solo por la hija de la pobreza

que recibe el nombre de trabajo.

Debió progresar en sus estudios de matemáticas de manera bastante rápida, pues no tardó en trasladarse a Verona, donde en 1518 trabajaba ya como maestro de ábaco. Allí se casó y ejerció como profesor durante algunos años. En 1526 impartió sus enseñanzas en Mantúa. En 1534 se trasladó a Venecia para impartir sus clases de matemáticas en la escuela anexa a la iglesia de *San Zanipolo*. Además de enseñar trabajaba como calculista, resolviendo problemas de cálculo a ingenieros y arquitectos. Tras una breve estancia en su Brescia natal, en 1548, regresó a Venecia donde permaneció hasta su muerte.

**Las ecuaciones de grado superior**

Nos encontramos en una época clave para el desarrollo de los métodos algebraicos y por tanto de toda la matemática. No sin muchos esfuerzos, y con un cierto retraso sobre el resto de Europa, se había impuesto al fin en Italia la numeración India ,y con ello había desaparecido la barrera que separaba la Aritmética práctica de la Aritmética teórica. El álgebra retórica que se practica es una ciencia de origen árabe dedicada al estudio de las ecuaciones o regla de la cosa, que así se denomina a la incógnita, la cosa. No tiene una entidad en sí misma, es más bien un método de trabajo mecánico auxiliar para la resolución de determinados problemas.

Pero ocurren tres hechos que van a influir decisivamente en el auge que experimenta la Matemática: la toma de Constantinopla por los turcos, la invención de la imprenta y el descubrimiento

de América. Los griegos cultos ,que huyen de la invasión otomana ,dan a conocer al occidente europeo los originales de las obras de los grandes matemáticos de la antigüedad,un tanto desfiguradas, por cierto, a través de malas traducciones árabes y peores copias manuales.

La abundancia de los viajes marítimos, a raíz del descubrimiento de América, plantea nuevas exigencias al desarrollo de la ciencia y de la técnica. Por su parte, la imprenta se encarga de difundir

todo ello ampliamente. Renace entonces el interés por el álgebra que había permanecido intocable desde la época de su iniciador Diofanto de Alejandría. La matemática y particularmente el álgebra adquieren así un importante desarrollo en toda Italia, y preparan el terreno para que a fines del siglo

XVI el francés Viète dé el salto hacia el álgebra simbólica.

Las ecuaciones estudiadas y resueltas hasta entonces eran las de primer y segundo grado, bien mediante métodos geométricos o más tarde mediante el laborioso lenguaje del álgebra retórica.

El estado de la cuestión es recogido ampliamente por el monje franciscano italiano Luca Pacioli en su obra *Summa de aritmética, geometría, proportioni et proportionalita*, escrita en italiano y no en latín según era costumbre entre los científicos,excelente compilación tanto de los trabajos de épocas

anteriores como de los conocimientos de su tiempo. En esta obra nos dice Luca Pacioli, en referencia a la ecuación de tercer grado:

Diría que el arte (el álgebra) a tal caso todavía no ha dado

modo (solución), así como todavía no ha dado modo al

cuadrar del círculo.

Es decir, que es tan difícil de resolver una ecuación de tercer grado como la cuadratura del círculo, o bien, que nadie hasta la fecha había logrado resolverla.Los matemáticos renacentistas se plantean la cuestión clave:¿Será posible resolver las ecuaciones de grado superior al

segundo?

**La obra de Tartaglia**

Tartaglia fue al parecer un notable profesor y calculista.Destacaban sus exposiciones por el orden y la claridad de los conceptos. Se dedicó así mismo a traducir a los clásicos. En este sentido, es autor de una edición en italiano comentada de los *Elementos de Euclides* (Venecia, 1543). En la dedicatoria

deja clara su intención: Actualmente no sólo han sido destruidas por los modernos

sino anuladas hasta tal punto que las ciencias matemáticas

se han perdido completamente.

En su opinión tal estado de cosas era debido a las variaciones de las lenguas y al desorden de las proposiciones llevadas acabo por copistas y traductores. Su pretensión es pues que:

(…) las proposiciones vuelvan a su primitivo estado y que

la obra del más sabio Euclides vuelva a ser conocida.

A partir del manuscrito latino de Guillermo de Moerbeke (s.XIII), publicó una traducción de varias obras de Arquímedes.Tras su muerte, dejó un trabajo sobre una obra de Jordano Nemorario, importante porque en ella enuncia Jordano por primera vez la ley del plano inclinado.

Traducidas originalmente por él o copiadas de otras traducciones, lo cierto es que Tartaglia se había preocupado por ir a las fuentes para sus estudios matemáticos y no se dejaba seducir por versiones más o menos divulgativas de la época. El primer libro original publicado por Tartaglia fue *Nuova*

*scientia* (1537). En él establece los principios de la balística y trata de matematizar los conocimientos físicos en que se basa, si bien lo consigue sólo en parte. Estudia principalmente el movimiento de un cuerpo en el caso particular del proyectil lanzado por un cañón en el supuesto de una resistencia

nula por parte del aire. Algunas de sus conclusiones las corregirá en publicaciones posteriores.

En 1546 publica *Quesiti et inventioni diverse* (Diferentes problemas y descubrimientos), obra escrita en italiano en forma de preguntas y respuestas. Consta de nueve libros, en los que revisa parte de las conclusiones sobre balística de su *Nova scientia*, trata de otros problemas relativos a la Mecánica y

aborda diversos problemas de Álgebra y Geometría, además de incluir por distintas partes datos de carácter autobiográfico. Uno de los interlocutores que aparecen en el libro es Diego Hurtado de Mendoza, embajador, a la sazón, de Carlos V en la República de Venecia y Trento. Debió ser este hombre un buen aficionado a las matemáticas ya que poseía una gran colección de manuscritos matemáticos de los clásicos, que pasaron, por cierto, posteriormente a engrosar los fondos de la Biblioteca de El Escorial. Parece ser que fue amigo y protector de Tartaglia, lo que indicaría que la tal colección pudo ser una de las fuentes utilizadas por Tartaglia en su tarea de traductor.

El último libro escrito por Tartaglia, aunque no publicado totalmente hasta después de su muerte, fue el *General trattato* *di numeri et misure*. Una especie de enciclopedia de seis partes desarrolladas en 40 volúmenes y un total de 711 páginas. Es como si tratara Tartaglia de actualizar la *Summa aritmética*

de Luca Pacioli. Esta obra recoge los conocimientos de Aritmética y Álgebra de la época. No añade ninguna novedad, pero expone la materia con tanta claridad que no es de extrañar que fuese uno de los textos matemáticos más leídos de todo el siglo XVI. Al parecer, era intención de Tartaglia acabar

la obra con la resolución de la ecuación de tercer grado, pero, bien porque no tuviera tiempo o porque no hubiera sido esa su intención, el hecho es que no lo hizo. Sin embargo, esto

merece capítulo aparte.

**El desaf ío de la ecuación de tercer grado**

Ya hemos visto que hasta el siglo XV los matemáticos consideraban prácticamente imposible resolver ecuaciones de grado superior al segundo, al decir de Luca Pacioli, con los métodos entonces disponibles. Por otra parte, sólo se trabajaba con números positivos, por lo que ecuaciones de tercer grado había de muchos tipos, según que cualquiera de sus términos estuviera en un miembro u otro de la ecuación.

La cuestión es que un profesor de Matemáticas de la Universidad de Bolonia, llamado Scipione del Ferro (ca. 1465-1526) encontró (en 1505?), no sabemos cómo, quizá a partir de alguna obra árabe, la fórmula para resolver la ecuación que hoy escribimos *x*³ + p*x* = q, con *p* y *q* positivos. Pero no le dio publicidad, y poco antes de morir se la comunicó a su yerno, Annibale Della Nave y a uno de sus alumnos, Antonio María del Fiore. El comportamiento de Scipione del Ferro es inconcebible para nuestra mentalidad, ya que cualquiera de nuestros científicos trataría de publicar sus descubrimien-tos en cuanto los tuviera por seguros. No ocurría así por aquel entonces. Era frecuente, en efecto, que los profesores de las universidades se retaran públicamente a resolver o discutir cualquier problema, asunto o tema, con el fin de ganar prestigio, un premio económico previamente apostado, o incluso la misma cátedra de la universidad. En estas condiciones era frecuente que se guardasen los resultados de las investigaciones para sacarlos en el momento oportuno como objeto de un

desafío.

En el caso de la ecuación de tercer grado, fueron tantos los retos y los personajes intervinientes que, más que una disputa, lo que se produjo fue un drama que duró casi veinte años e impregnó prácticamente toda la vida de sus personajes.

Como dice Mario Livio:

(…) en el Renacimiento italiano ninguna historia, ni siquiera

de matemáticos, llega sin sus momentos operísticos.

Estamos, pues, ante un drama en tres actos con prólogo y epílogo incluidos.

**El Prólogo**

Parece ser que un profesor de Milán, Zuanne del Col, pidió a Tartaglia, estando este en Brescia, en 1530, que le resolviera estos dos problemas:

1. Encontrar un número que, multiplicado por su raíz aumentada en tres, de cinco.

2. Encontrar tres números que se diferencien en dos y cuyo producto sea mil.

Sabemos que estos problemas conducen a sendas ecuaciones cúbicas, que Pacioli había declarado imposibles de resolver, pero que Tartaglia afirmó que sí eran resolubles.

**Acto primero**

Naturalmente no tardó en salir a escena Antonio María del Fiore, mediocre matemático, natural de Venecia, a donde se había trasladado Tartaglia en 1534. Transcurría el año 1535,cuando Del Fiore, tratando de impostor a Tartaglia, aseguraba que él sí tenía una fórmula para resolver la ecuación cúbica, que le había entregado su maestro Scipione del Ferro, treinta años antes. Como Tartaglia insistiera en su capacidad para resolver las ecuaciones cúbicas de los tipos:

*x*³ + p*x* = q , *x*³ = p*x* + q , *x*³ + q = p*x* con p>0 y q>0 se planteó el desafío.

Cada contrincante debía de resolver treinta problemas propuestos por su oponente en el plazo

máximo de cuarenta días. La apuesta suponía por parte del perdedor pagar una comida al vencedor y a sus amigos. Mientras Del Fiore no supo resolver ni uno sólo de los problemas,Tartaglia los resolvió todos en menos de dos horas.Pero, le perdonó la comida, quizá se vio suficientemente pagado con el éxito y el prestigio que esto podía suponerle. A partir de ese momento, Del Fiore desaparece de la escena, en tanto que Tartaglia ve aumentada su fama y su popularidad.

**Acto segundo**

La crónica de la disputa se difunde por todas las universidades de Italia, la fama de Tartaglia se ve acrecentada y llega a conocimiento de Gerolamo Cardano, médico, astrólogo, matemático, filósofo y, por si fuera poco, gran aficionado a los juegos de azar. Era Cardano hijo ilegítimo del abogado Fazio Cardano, asesor de Leonardo da Vinci en cuestiones de geometría, quien se había preocu-pado por dar una esmerada educación a su hijo, al principio por él mismo en matemáticas, y pos-teriormente enviándolo a las universidades de Pavía y Padua.

Estamos en el año 1539, con Cardano terminando de escribir su *Practica Aritmética Generalis*. Debió considerar interesante incluir en su libro la resolución de la ecuación de tercer grado mediante la fórmula de Tartaglia y realiza al efecto sucesivos intentos de aproximación con el objeto de conseguir la preciada fórmula.

Primero, a través de un conocido común, el librero Zuantonio da Bassano, que se encontró con Tartaglia el 2 de enero de 1539, en Venecia, para pedirle, en nombre de Cardano, la forma de resolver la ecuación cúbica, a fin de publicarla en su libro, eso sí, indicando la autoría por parte

de Tartaglia. Pero, éste se opuso a tal cuestión.

Ante semejante fracaso, Cardano no se desanimó e insistió de nuevo, mediante carta que le envió a Tartaglia el 12 de febrero de ese mismo año,con elogiosos comentarios sobre su libro *Nuova Scientia*. Volvió a negarse Tartaglia. Cardano entonces cambió de táctica. El 13 de marzo, le escribió de nuevo invitándole a pasar unos días en Milán donde le presentaría al Marqués del Vasto, noble militar español y hombre de prestigio, al cual podría Tartaglia presentarle sus estudios y descubri-mientos sobre balística.

Y por fin aceptó Tartaglia, que se encontró con Cardano el 25 de marzo de 1539, en la casa que éste tenía en Milán. Tras muchas presiones por parte de Cardano, y el juramento por los Santos Evangelios de que no daría a conocer la fórmula y que la guardaría en lenguaje cifrado para que a su muerte nadie pudiera comprenderla, accedió Tartaglia a comunicarle su descubrimiento. Se trataba del método para resolver lasecuaciones:

*x*³ + p*x* = q

*x*³ = p*x* + q

*x*³ + q = p*x* con p>0 y q>0

Y esto lo hizo Tartaglia por medio de unos versos que favorecerían su memorización.

No se sabe por qué circunstancias Tartaglia abandonó la casa de Cardano al día siguiente de haber entregado su tan guardado secreto, regresando a su domicilio de Venecia, sin haber sido presenta-do siquiera al Marqués del Vasto.

**Acto tercero**

Cardano tenía un joven sirviente, Ludovico Ferrari, dispuesto y muy inteligente, que, dirigido por su amo, había aprendido griego, latín y matemáticas. Sus progresos eran tales que se convirtió en su secretario personal y, más tarde en amigo y colaborador de Cardano.

Con la ayuda de Ferrari, se dedicó Cardano por un tiempo a estudiar detenidamente el método de Tartaglia, y consiguió incluso resolver la ecuación general de tercer grado, *x*³ + p*x*² + q*x* = r,

suprimiendo el término de segundo grado, mediante una transformación, y reduciéndola en consecuencia a uno de los casos anteriores.

Pero, se encontró con una nueva dificultad, y es que en algunas ecuaciones resultaban radicandos negativos, en una época en que ni siquiera los números negativos eran aceptados. Es el tipo de ecuación que luego se llamó irreducible. Así que, junto con su ya decidido colaborador Ferrari, en el año 1542, se dirigió a Bolonia. Quien sabe si entre los papeles de Del Ferro no habría alguna idea sobre este caso. Allí se pusieron ambos en contacto con el yerno de Del Ferro, Annibale Della Nave,

quien les permitió buscar entre los papeles de aquél y revisar todos sus trabajos. No apareció nada de lo que buscaban, pero sí se encontraron con el método de resolución de las ecuaciones reduci-bles, exactamente el mismo que les había comunicado Tartaglia, y, por tanto, descubierto con fecha muy anterior. Ahora podrían darlo a conocer sin faltar al juramento.

Cardano decidió publicarlo en un libro que recogería el estado de la cuestión sobre el álgebra. Tardó algún tiempo en redactarlo, y, al fin, en el año 1545 salió a la luz, en la imprenta de Johannes Petreius, de Nuremberg, su mejor obra, *Artis* *Magnae sive de regulis algebraicis* (*Del gran arte, o de las reglas* *algebraicas*), más conocida como *Ars Magna*. En ella aparecen los métodos de resolución de los casos posibles de ecuaciones de tercer grado, los tres de Tartaglia más otros diez, que son

todos los que resultan de poner cada uno de los términos en un miembro u otro de la ecuación, puesto que ningún coeficiente podía ser negativo. Se incluye además la resolución de la ecuación

de cuarto grado, descubierta por Ferrari, que logró reducirla a una de tercer grado, mediante un artilugio consistente en esencia en completar cuadrados perfectos.

Por lo que se refiere a la procedencia de la fórmula de la ecuación de tercer grado, lo describe así Cardano, en el capítulo XIde su *Ars Magna*:

Scipione del Ferro, de Bolonia, hace más de treinta años,

inventó esta regla y la comunicó a Antonio María del Fior,

de Venecia, quien celebró un certamen con Niccolò Tarta -

glia de Brescia, lo que dio ocasión a que Niccolò por sí

mismo la descubriera, el cual me la dio a mi, suprimida la

demostración, como consecuencia de mis ruegos. Pertre -

chado de este auxilio, busqué la demostración por varias

vías, lo que fue muy dif ícil.

**Epílogo**

Al ver el libro publicado por Cardano, la indignación de Tartaglia no pudo ser mayor. Consideraba que Cardano había incumplido su juramento, fuera cual fuese su explicación y las citas de recono-cimiento que le ofrecía en su libro. Producto de todo ello es el libro que Tartaglia publicó en 1546, *Quesiti* *et inventioni diverse*, en el que cuenta su versión de los hechos, vuelca toda la irritación que le embarga, e invita a Cardano a desdecirlo si algo encuentra de incierto en los *Quesiti*… Pero,Cardano da la callada por respuesta y no vuelve sobre el asunto, sino que lo deja en manos de su secretario

y alumno Ferrari. Parece como si Cardano pasase a una postura de desprecio hacia Tartaglia y prefiriese ignorarlo. Se produce entonces un cruce de carteles (un cartel, *cartello* en italiano, era una carta de desafío que se distribuía entre eruditos y dignatarios de Italia) entre Tartaglia y Ferrari, en los que se criticaban mutuamente y acusaban de plagios y errores.

Hasta un total de doce carteles, seis cada uno, se enviaron en distintas fechas. Todo finalizó con el reto por parte de Ferrari a una disputa pública, que Tartaglia se vio obligado a aceptar. Se celebró en Milán el 10 de agosto de 1548. Cada contrincante debía proponer 31 cuestiones a su oponente.

Acudió al duelo lo más granado de la sociedad milanesa incluido el gobernador. Faltaba una persona, Cardano, la que más interesaba a Tartaglia. Todo lo que sabemos del resultado final apunta a una derrota por parte de Tartaglia, que hubo de regresar a Venecia casi como un fugitivo.

**Comentario final**

En primer lugar, independientemente de quien tuviera razón,interesa resaltar el hecho, que no sería el último en la historia de la Matemática, de que dos personas, Del Ferro y Tartaglia, casi simultá-neamente hubieran resuelto un problema del mismo modo. ¿Cómo es esto posible? ¿De qué modo se interrelaciona el cerebro humano con su ambiente para producir semejantes fenómenos? ¿O es que simplemente ambos personajes habían bebido en las mismas fuentes? Eso, hoy por hoy,no podemos saberlo. Quizá algún día aparezca un papiro que nos lo ilustre.

En segundo lugar, debo decir que he preguntado a muchas personas, profesores y alumnos, si les sonaba el nombre de Tartaglia. La mayoría lo desconocía, y los que lo conocían era por *El triángulo de Tartaglia*. Y es que la historia no le reconoció en apenas ninguna otra cuestión de interés, incluso el mismo Triángulo de los coeficientes binómicos es con frecuencia atribuido más a Pascal que a él. No obstante, son varios los resultados, fórmulas y teoremas que podían haber reclamado la paternidad de Tartaglia. Mala suerte la de este hombre, de gran ingenio, que no tuvo más defecto que haber nacido pobre y carecer del ambiente cultural necesario para dar todo lo que su talento prometía. Pues, pobre y solo, en el espacio y en el tiempo, murió Nicolo Fontana, el Tartaglia, en

Venecia, en el año de 1557, muy cerca de donde se encuentra

actualmente el puente de Rialto.



**ACTIVIDADES**

1.- ¿Has oído hablar del triángulo de Tartaglia? Pregunta, investiga, y después comenta brevemente cómo se construye dicho triángulo.

2.- Busca información sobre el origen de dicho triángulo.¿Sabrías decir cómo se llama también en la actualidad?

3.- La fòrmula general del llamado Binomio de Newton está formada por unos coeficientes que coinciden con la línea n+1 del triángulo antes mencionado. Utiliza dicha fórmula para desarrollar :

=

=

=

4.- Dicen que lo difícil es mirar este triángulo durante un par de minutos y no encontrarle alguna regularidad oculta.

Obsérvalo detenidamente y dinos si encuentras la sucesión de números naturales, la sucesión de cuadrados de los números naturales,…

¿Podrías encontrar alguna otra sucesión conocida?

5.- El triángulo también muestra cuántas combinaciones de objetos son posibles.

Expresa dicho triángulo usando los números combinatorios.