3.1. *Problema en escalera descendente de Igualación 2. "Marcos tiene 7 €. Raquel tiene 5. ¿Cuántos € tiene que perder Marcos para tener los mismos que Raquel?"*

Es un problema notablemente más sencillo que el de Igualación 1. Si bien es relativo (ya que da lo mismo en la realidad que sea Raquel la que gane 2, y no Marcos el que los pierda), sí es congruente. Además, las dos cantidades están presentes, por lo que el modelo al que tiene que llegar el alumno (en este caso, los euros de Raquel) está a la vista.

Tampoco existe la dificultad de confusión entre los que se añaden y los que ya estaban, cómo ocurría en EC1. Sencillamente, se quitan los que sobran y se cuentan, puesto que éstos quedan aparte y no se mezclan con ninguna otra cantidad.

3.2. *Problema en escalera descendente de Igualación 6. "Marcos tiene 8 €. Si perdiera 5 tendría los mismos que Rafael. ¿Cuántos € tiene Rafael?"*

Es el problema más sencillo de todos. Similar al problema de Cambio 2 e idéntico al de Igualación 5, aunque en sentido distinto.

3.3. *Problema en escalera descendente de Cambio 4. "Ana tiene 14 canicas. Después de jugar le quedan 8. ¿Cuántas ha perdido?"*

Se trata también de un problema congruente, por cuanto tiene el sentido de disminuir o quitar, y se resuelve con una sustracción. Se trata de una situación muy familiar para el niño, por lo que no presenta demasiada dificultad.

Sin embargo, esta situación presenta también la complicación de la dimensión temporal. Nos remitimos a las mismas explicaciones ya dadas en el capítulo anterior.

3.4. *Problema en escalera descendente de Comparación 5. "Rosa tiene 8 €, y tiene 3 € más que Carlos. ¿Cuántos € tiene Carlos?"*

CM5 es un problema muy difícil. Es incongruente y reversible. La transformación se consigue con la reversibilidad: "Rosa tiene 8 euros. Carlos tiene 3 euros menos que Rosa. ¿Cuánto dinero tiene Carlos?". Se convierte en un problema de Comparación 4, congruente, del que ya nos hemos ocupado.

Hemos de recordar lo que dijimos en un capítulo anterior. Los problemas de Comparación son una buena ocasión de profundizar en el sentido del lenguaje y de la relatividad de los términos comparativos. Por ello, este tipo de problema se debe abordar tal y como está formulado, aunque no se plantee a los alumnos hasta el último curso del Segundo Ciclo de Primaria. Para su proceso de aprendizaje habrá que recurrir a la secuencia diseñada con anterioridad, que ahora ofrecemos con las adaptaciones necesarias.

REPRESENTACIÓN DRAMATIZADA. La utilización del dinero puede ser un buen material, pero también el número de alumnos por clase o el de hojas de un cuaderno. En este último caso, el docente tiene tapados un grupo de 14 folios. Saca a un niño y le entrega otro grupo de 11 folios, y le indica que él tiene 14, y tiene 3 folios más que el montón que tiene el otro alumno. ¿Cuántos folios hay en ese montón? Como es muy posible que los niños se equivoquen, se debe comprobar el error contando los dos montones y, a partir de ahí, buscar nuevas soluciones. También es muy interesante practicar la reversibilidad. Para ello, se pueden poner los ejemplos de CM8 relatados en el apartado anterior.

REPRESENTACIÓN FIGURATIVA (Figura 61).

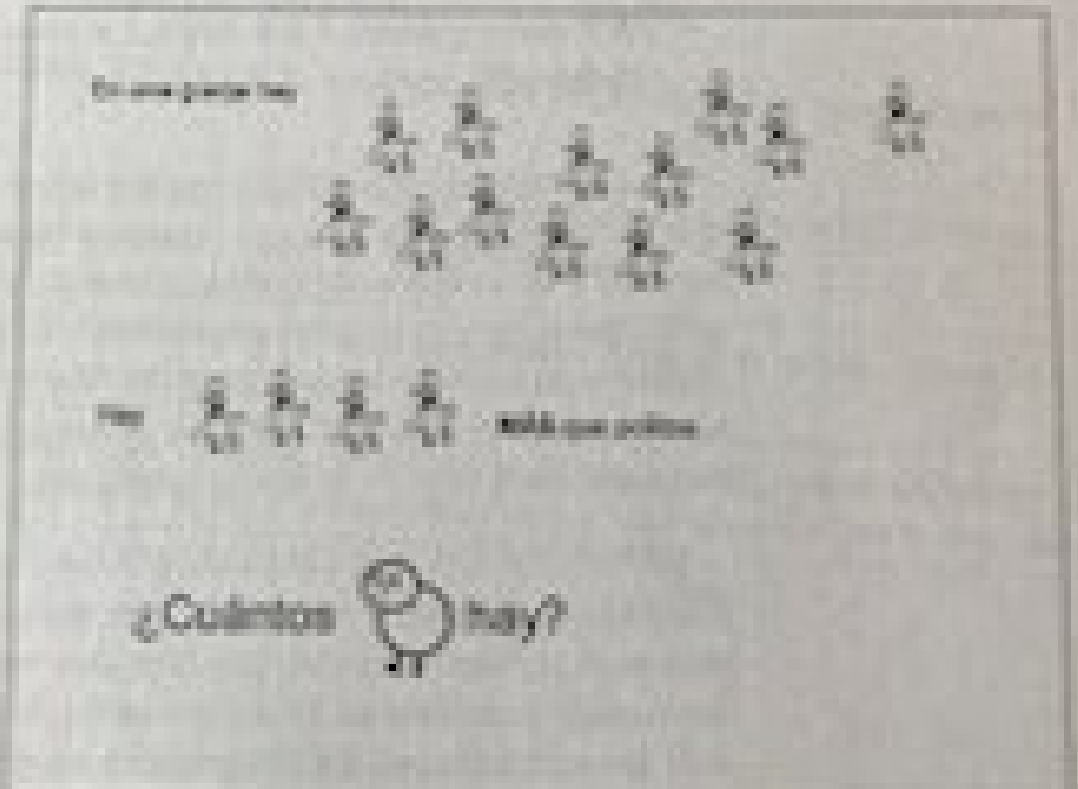


Figura 61

REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA

En nuestra clase hay ••••• ••••• ••••• ••••• ••• alumnos. Hay 4 más que en el grupo B. ¿Cuántos niños hay en el grupo B?

AYUDAS TEXTUALES. Se pueden emplear otros términos para subrayar que hay que añadir alumnos, no detraerlos. Veamos los ejemplos:

En nuestra clase hay 23 alumnos. Hay 4 más que en el grupo B. ¿Cuántos niños hay en el grupo B?
En nuestra clase hay 20 alumnos. Para tener los mismos que el grupo B nos sobran 4. ¿Cuántos niños hay en el grupo B?

Otro ejemplo:

En la fiesta hay 23 niños. Hay 5 niños más que niñas. ¿Cuántas niñas hay?
En la fiesta hay 23 niños. Si formaran parejas con las niñas, a 5 niños les faltaría la pareja por no haber bastantes niñas. ¿Cuántas niñas hay en la fiesta?

3.5 *Problema en escalera descendente de Igualación 3. "Juan tiene 8 €. Si Rebeca ganara 5 tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos € tiene Rebeca?"*

Es un problema muy difícil, relativo e incongruente. Es relativo porque, pese a que la cantidad a igualar sea la misma, afecta de forma distinta a cada uno de los sujetos. Y es incongruente porque el sentido es de añadir, de aumentar, y sin embargo la operación que resuelve el problema es una sustracción. Su transformación lo convierte en un problema más sencillo: "Juan tiene 8 €. Si tuviera 5 menos tendría el mismo dinero que Rebeca. ¿Cuánto dinero tiene Rebeca?". Ahora se ha convertido en Igualación 6 (que ya lo hemos estudiado).

REPRESENTACIÓN DRAMATIZADA. El problema se clarifica mucho si se representa con alumnos y con dinero, algo que quien tiene que sufrir la igualación (Rebeca en el problema original) puede sentir con facilidad. Por ejemplo, en el bolsillo de una niña se introducen 3 € sin que nadie, ni ella misma, sepa cuántos hay. Después se le dan a otro alumno 8 €. Se pregunta por cuántos tiene la niña, si al meterse o ganar 5 más, se queda con los mismos que el niño. Y lo hace, es decir, se introducen los [illegible] en su bolsillo y ahora es cuando tiene los mismos que el niño. Se han de seguir ejemplos, hasta que los alumnos comprendan la complejidad del proceso.

REPRESENTACIÓN FIGURATIVA (Figura 42)

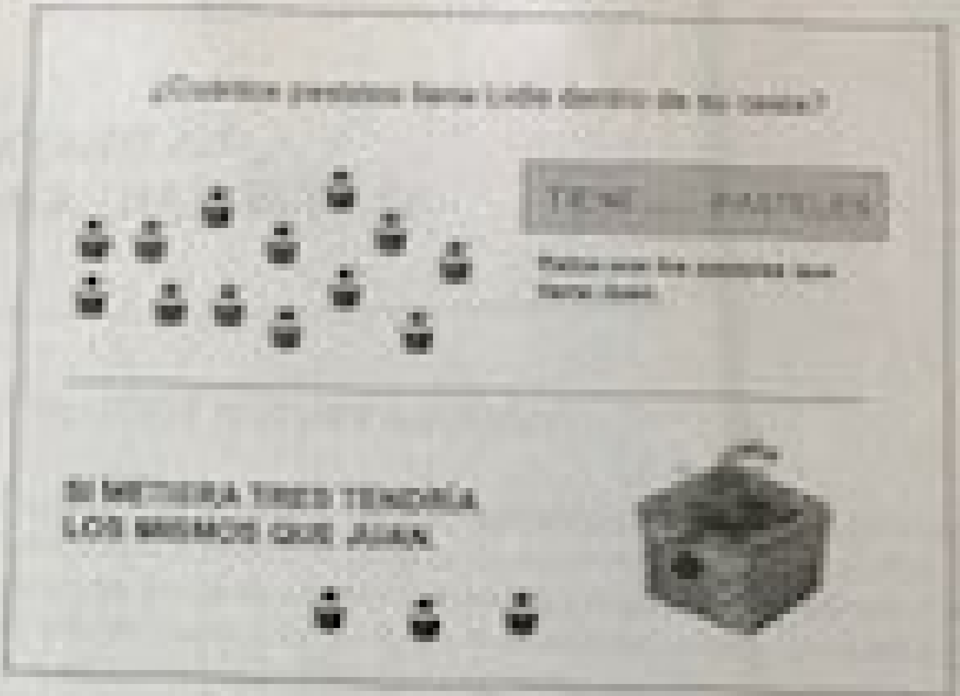


Figura 42

REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA. No se considera necesario poner más ejemplos.

AYUDAS TEXTUALES. Sobre la formulación clásica del problema, se pueden introducir variantes como las que se indican:

"Andrés tiene 12 euros. Si Juan ganara 3 tendría el mismo dinero que Andrés. ¿Cuánto dinero tiene Juan?"
"Andrés tiene 12 euros. Si a Juan le dieran 3 euros, entonces tendría el mismo dinero que a Andrés. ¿Cuánto dinero tenía Juan antes de que le den nada?"

Capítulo XVII
LA RESTA O SUSTRACCIÓN. ALGORITMO ABIERTO BASADO EN NÚMEROS (V)

1. MANIPULACIÓN POR DETRACCIÓN

Parece el modelo más sencillo. Es el más representado y el que proporciona más ejemplos de problemas escolares. De alguna forma, se emplea como prototipo de la resta. Consiste en, partiendo de una cantidad que tenemos delante, quitar una indicada y contar lo que nos queda. Hay, pues, una sola cantidad, a la que se le detrae otra que se indica. Cuatro problemas diferentes requieren esta manipulación:

- Cambio 2: "Tengo 8 € en la hucha. Saco 3. ¿Cuántos me quedan?"
- Cambio 5: "Mi abuelo me ha dado 3 €, y ahora tengo 11. ¿Cuántos tenía antes de que me dieran nada?"
- Combinación 2: "Tengo 12 caramelos. 8 son de menta, y los demás de fresa. ¿Cuántos son de fresa?"
- Comparación 4: "Silvia tiene 9 € y Lidia tiene 3 € menos que ella. ¿Cuánto dinero tiene Lidia?"

Manipulativamente, no es un problema tan sencillo de resolver: vamos quitando hasta que alcancemos la cantidad indicada y, una vez hecho, contamos las que quedan. Ese es el resultado final. Que tal cosa parezca fácil, no quiere decir que lo sea. La dificultad radica en que sólo hay una cantidad, y lo que hay que quitar sólo se tiene presente en la cabeza, con sus descomposiciones y todo. Es lo que hace que a los alumnos de primero y de segundo curso de Primaria les resulte tan difícil. ¿Y por qué se tiene la sensación de que es el más fácil? Porque los problemas son muy explícitos en cuanto a la operación que los soluciona, y con el algoritmo tradicional ni hay modelo de manipulación, ni nada que se le parezca. Está conceptuado como muy fácil porque los problemas que requieren las situaciones de resta por detracción son los que de manera más clara indican que hay que hacer una resta.

Pero claro, el problema es mayor todavía cuando hay que hacerlo con números, que no permiten manipulación y, especialmente, cuando los números son grandes y no podemos controlar mentalmente los que quitamos, los que nos quedan por quitar y los que van quedando. Por ello, el algoritmo que quiera reflejar este tipo de manipulación debe tener tres partes: la que refleja los que se quitan, la que representa la cantidad que aún queda por detraer y, finalmente, lo que va quedando. El resultado es la cantidad que queda cuando ya no hay que detraer nada más.

325 – 136 =		
Quito	Quedan por quitar	Restan

El algoritmo ABN que resuelve este tipo de manipulación lo ilustramos en las tablas siguientes. Partimos del problema: "En el colegio hay 325 niños. 136 se van de excursión. ¿Cuántos niños y niñas quedan?"

En la primera columna se van poniendo las cantidades que se detraen. En la segunda, lo que queda por quitar, y en la última lo que va restando de la cantidad inicial. El ejemplo que ponemos fue resuelto por una alumna experta de 3º de Primaria. Lo realiza en dos pasos.

325 – 136 =		
Quito	Quedan por quitar	Restan
125	11	200

En el primero, detrae 125, que resta de 136.

325 – 136 =		
Quito	Quedan por quitar	Restan
125	11	200
11	0	**189**

En el segundo, detrae los 11 restantes y termina la operación. Se destaca el resultado.

2. LA SECUENCIACIÓN

Para este algoritmo es aconsejable seguir la secuencia de progresión que se propone en los siguientes puntos.

2.1. Destrucción de unidades

En esta fase no es necesario utilizar el algoritmo, sino que los cálculos se tienen que realizar mentalmente. Son, de alguna forma, como la particular tabla de restar; los mismos deben estar muy consolidados y, por ello, se deben practicar mucho. Se recomienda seguir la siguiente gradación:

2.1.1. Tabla de sumar inversa

Se trata de trabajar con las combinaciones de la tabla de sumar, pero adaptada a la sustracción: 17 - 8 = ; 15 – 8 = , etc. Para su aprendizaje, se pueden ayudar de los recursos utilizados en la tabla de sumar. Se recomienda vivamente el empleo de la recta numérica, en el sentido de recorrer hacia atrás el número de objetos o cosas que hay que quitar.

La progresión indicada se debe aplicar a los pasos siguientes:

– Sustracción sin descomposición de decenas
– Complementarios a diez
– Sustracción con descomposición de decenas

En la siguiente tabla se muestran cálculos graduados conforme se ha establecido:

Sin descomposición de decenas	9 – 6 = __ 7 – 4 = __
Complementarios a diez	10 – 6 = __ 10 – 3 = __
Con descomposición de decenas	11 – 4 = __ 13 – 7 = __

2.1.2. Ampliación de los cálculos anteriores

En este paso se debe generalizar el conocimiento adquirido en los cálculos anteriores a las decenas que el niño conozca. La progresión indicada aparece en la siguiente tabla:

Sin descomposición de decenas	29 − 3 = ... 27 − 4 = ...
Complementarios a diez	40 − 8 = ... 50 − 3 = ...
Con descomposición de decenas	31 − 4 = ... 45 − 7 = ...

2.2. Detracción de decenas

Como en el paso anterior ya nos hemos ocupado de la detracción de unidades de números formados por decenas, aquí nos centraremos exclusivamente en el caso de las decenas. Hay tres escalones o pasos a seguir.

2.2.1. Decenas completas

Son los cálculos más sencillos. Se trata de detraer decenas completas de decenas completas: 60 - 40 = ...; 80 − 30 = ... etc. Recomendamos que, a pesar de su sencillez, se practiquen los cálculos con materiales, y no sólo con los signos. Evidentemente, para este tipo de cálculos no es en absoluto necesario el empleo de ningún algoritmo.

2.2.2. Decenas incompletas menos decenas completas

Son también cálculos muy sencillos, y que no requieren del empleo del algoritmo: 45 -30 = ...; 88 − 20 = ...; etc. Si algún alumno tuviera algún grado de dificultad, le bastaría con practicar con el material que se emplease.

2.2.3. Decenas incompletas menos decenas incompletas

Se trata de cálculos algo más complejos, y que generalizan todos los anteriores. Se pueden dividir en tres pasos, escalonados en función de su dificultad.

A. DISTANCIA EXACTA ENTRE DECENAS: 48 − 38 = ...; 99 − 29 = ...

No se suele necesitar para estos cálculos el empleo del algoritmo, si bien es conveniente que, antes de realizar las operaciones mentalmente, se lleven a cabo con el material que se haya seleccionado.

B. DISTANCIA DE DECENAS Y UNIDADES, PERO SIN DESCOMPOSICIÓN

En el caso de 88 – 33 = ..., 44 – 21 = ..., etc. Es conveniente que todos los niños trabajen con el material, y posteriormente introduciremos el algoritmo. Los sujetos más capaces prescindirán muy pronto de él, y realizarán estos cálculos mentalmente.

	77	-43

	77	-43
40	37	3

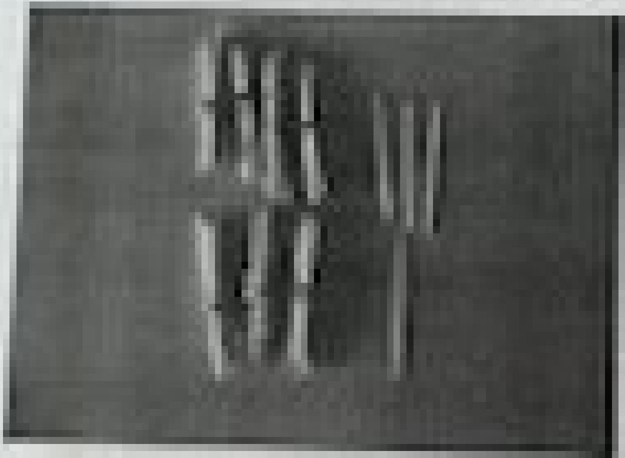
	77	-43
40	37	3
3	34	0

C. DISTANCIAS DE DECENAS Y UNIDADES CON DESCOMPOSICIÓN DE DECENA: 48 – 30 = ..., 41 – 27 = ..., etc.

Estas operaciones requieren ya el uso del algoritmo. Son muy importantes porque van a suponer la generalización básica, que luego se generalizará a números mayores.

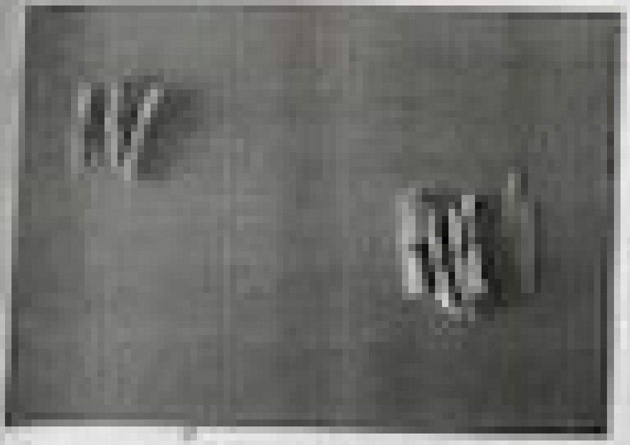
No se debe plantear aquí la denominada "llevada". Lo que sí es interesante es practicar mucho con objetos y que los alumnos interioricen que para restar cantidades más pequeñas de unidades mayores deben cambiar una unidad mayor por su equivalente en unidades más pequeñas. Si se trabaja con palillos, se deshace una decena y se dejan los palillos sueltos. Si se calcula con dinero, se cambia el billete por su equivalente en moneda suelta.

Como se muestra en las fotografías que siguen, la secuencia debe ser como ya se indicó: primero se hace con los materiales, después se hace a la vez con los materiales y el algoritmo, y finalmente sólo con el algoritmo. Sin olvidar que si se presentan dificultades con los números, hay que volver a los materiales.

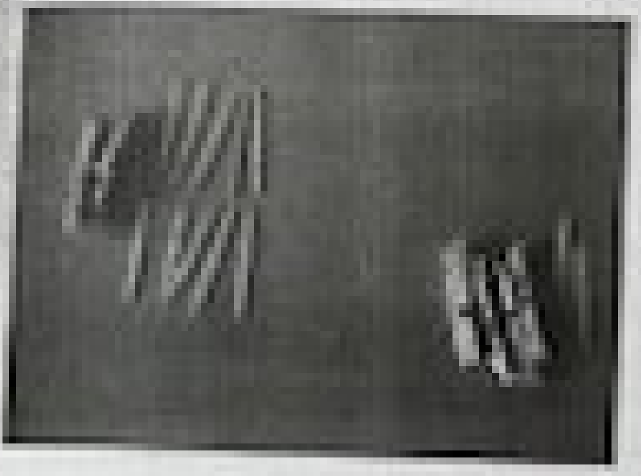


	74	–48

	74	–48
40	34	8

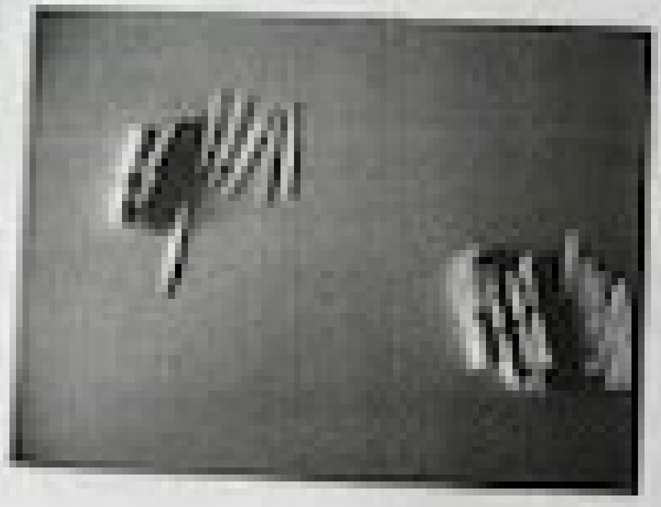


	74	[illegible]
40	34	[illegible]
4	30	[illegible]



	74	[illegible]
40	34	[illegible]
4	30	[illegible]

Se descompone una decena en diez palillos. [illegible]



	74	[illegible]
40	34	[illegible]
4	30	[illegible]
4	26	[illegible]

2.3. *Detracción de centenas*

Las sustracciones en las que minuendo y sustraendo son centenas no presentan dificultades distintas a las que ya se han enfrentado los alumnos en las fases anteriores. Lo nuevo que se les exige, en este momento, es la generalización de lo que ya saben hacer a números más grandes.

La progresión recomendada contempla dos etapas diferenciadas. Una primera, sencilla, que no requiere el uso de algoritmo y que se puede realizar mentalmente, y una segunda que sí lo requiere.

2.3.1. Sin necesidad de empleo del algoritmo

Esta etapa se desglosa en dos pasos diferentes.

A. DETRACCIÓN DE CENTENAS COMPLETAS

En el caso de 800 – 400 = __ etc.

B. DETRACCIÓN EN CENTENAS INCOMPLETAS, DE CENTENAS COMPLETAS

En el caso de 704 – 300 = __; 505 – 100 = __; etc.

2.3.2. Con empleo del algoritmo

Las dificultades de esta fase conviene escalonarlas siguiendo la progresión que sigue:

A. DETRACCIÓN EN CENTENAS COMPLETAS, DE CENTENAS CON DECENAS

En el caso de 500 – 350 = __; 700 – 280 = __; etc.

B. DETRACCIÓN EN CENTENAS CON DECENAS, DE CENTENAS CON DECENAS

En el caso de 550 – 350 = __; 740 – 280 = __; etc.

C. DETRACCIÓN EN CENTENAS COMPLETAS, DE CENTENAS INCOMPLETAS

En el caso de 500 − 358 = ..., 700 − 289 = ..., etc. Este tipo de cálculo es de los que causan más dificultades si se usa el algoritmo tradicional. Sin embargo, con el algoritmo ABN no plantea problemas. Una niña de 2º de Primaria hizo así esta operación:

700 − 395 =		
	395	700
350	45	350
45	0	305

Su cálculo fue claro: la mitad de 700 es 350, y la de 90 es 45. Lo demás resulta evidente.

D. DETRACCIÓN DE CENTENAS INCOMPLETAS DE CENTENAS INCOMPLETAS

En el caso de 548 − 354 = ...; 798 − 289 = ..., etc., que comprende la generalización de todos los casos anteriores.

3. LOS PROBLEMAS DE DETRAER

Cuatro problemas distintos admiten el formato de detracción. Son los de CA2, CA5, CO2 y CM4. El más difícil de todos es el de CA5, siendo los demás más fáciles. Es aconsejable abordarlos en el orden en que aparecen en el presente apartado.

3.1. Los problemas de Cambio 2. "Irene tiene 12 €. Pierde 5. ¿Cuánto dinero le queda?"

Es el problema por el que se deben iniciar los alumnos en los de sustracción por detracción. Es el inverso de Cambio 1. El problema es sencillo; lo que es complicado es la manipulación que supone, como se precisó en la introducción del capítulo.

3.2. Los problemas de Comparación 4. "Andrés tiene 12 euros. Juan tiene 3 euros menos que él. ¿Cuánto dinero tiene Juan?"

Es el problema inverso de Comparación 3. Es de aplicación todo lo que se ha explicado de él en el apartado correspondiente de la suma.

3.3. *Los problemas de Combinación 2. "En un frutero hay 8 piezas de fruta. 5 son manzanas, y las restantes son peras. ¿Cuántas peras hay?"*

Es el problema inverso a Combinación 1, y pregunta por una de las partes cuando se conoce el total y la otra parte. Aunque no es un problema difícil, es conveniente al menos iniciarlo con dramatizaciones.

REPRESENTACIÓN DRAMATIZADA. Funciona muy bien el empleo de los alumnos. Se puede formar un grupo de 14 alumnos, de los cuales 6 pueden ser niños. ¿Cuántas niñas hay? Es sencillo porque se pueden contar las niñas presentes en el grupo. Ahora se puede proponer que se quiere formar otro grupo de 14, pero en lugar de 6 niños va a haber 8. ¿Cuántas niñas tienen que salir a integrarse en el grupo? De aquí se puede saltar a una situación en la que se tengan que emplear números. ¿Cómo averiguamos las niñas que hay en el colegio, si en total hay 600 alumnos y 200 son niños? ¿Y si hubiera 597 y 212 fueran niños? Es un buen momento para introducir el algoritmo ABN: hay que "quitar" todos los niños, y lo que quedan son las niñas.

3.4. *Los problemas de Cambio 5. "Andrés ha ganado 5 euros. Ahora tiene 16. ¿Cuántos tenía antes de ganarlos?"*

Es un problema incongruente, por cuanto el sentido es de aumentar, y sin embargo se resuelve mediante una sustracción. Se trata de una situación bien conocida por los niños, por lo que, representándola adecuadamente, el problema se vuelve sencillo.

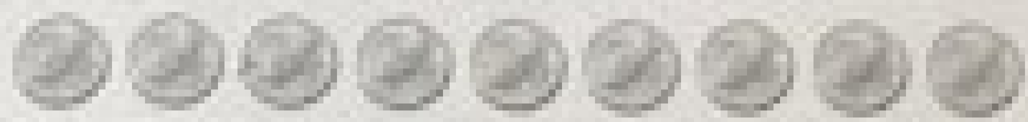
Presenta un rasgo muy diferente respecto a Cambio 6. En Cambio 6 ("Andrés ha perdido 5 euros. Le quedan todavía 7. ¿Cuántos tenía antes de perderlos?") una cantidad del problema no está presente, se ha perdido, y por tanto hay que reconstruirla. En Cambio 5 sí está presente, pero se encuentra "dentro" del total, anidada en la cantidad resultante. La conceptualización del problema debe llevar a contemplar la cantidad total formada por dos partes: lo que había y lo ganado.

REPRESENTACIÓN DRAMATIZADA. Es muy sencilla. A un niño se le introduce en el bolsillo una cantidad de monedas que él no conoce. Después se le introducen, por ejemplo, 6 más, que él sí ve o cuenta. Una vez metidas todas, las saca y tiene que averiguar cuántas había antes de que le dieran las 6 monedas. Lo que el alumno hace normalmente es separar las 6 y contar lo que queda. ¿Cómo lo hace cuando los números son muy grandes? En el caso: "Han venido al colegio 78 niños, Ahora hay [illegible]. ¿Cuántos había antes de que llegaran los "[illegible]"", la acción es detraer los que han venido y quedarán entonces los que ya había.

REPRESENTACIÓN FIGURATIVA. Puede utilizarse el ejemplo de la Figura 43.

A Pepi le han dado:

Con esos euros y con los que tenía reúne:



O sea:

Los euros recibidos

¿Cuántos euros tenía antes de que le dieran nada?

Figura 43

REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA:

En el frigorífico hay ■■■■■■■■■■■ yogures ...
Después de haber metido ■■■■ yogures.
¿Cuántos había antes?

AYUDAS TEXTUALES. Puede ser preciso recordar al alumno, de una forma más expresa, la especial circunstancia que se da en este problema. En el ejemplo siguiente aparece, en primer lugar, el texto estándar, y debajo la ayuda textual centrada en el cambio de la pregunta:

"En un autobús viajan bastantes personas. En una parada se subieron 26. Ahora hay 43. ¿Cuántos viajeros llevaba antes de llegar a la parada?"
"En un autobús viajan bastantes personas. En una parada se subieron 26. Con los que se subieron y los que había ahora hay 43 personas. ¿Cuántos viajeros irían en el autobús si no hubiera subido nadie en esa parada?"

Capítulo XV

LA RESTA O SUSTRACCIÓN. ALGORITMO ABIERTO BASADO EN NÚMEROS (III)

1. MANIPULACIÓN EN ESCALERA ASCENDENTE

Representa un tipo de manipulación no demasiado presente en los libros de texto y cuadernos de trabajo de los alumnos, pero sí en los problemas y situaciones de la vida diaria. Se hace cuando se parte de una cantidad y se quiere ir añadiendo hasta llegar a otra mayor, que sabemos cuál es. El alumno o alumna tiene delante de sí los objetos de los que parte, y va añadiendo hasta que llega al número deseado. Este proceso no está exento de dificultades. La más característica la presentan los alumnos de 1º de Primaria. En primer lugar, cuentan los que hay. Tras ello, van añadiendo y llevando la cuenta de la nueva cantidad que se va formando. Cuando llegan a la cantidad indicada, se dan cuenta que no saben cuántos han puesto, porque al ir añadiendo no han separado los que se añadieron de los que ya había. Es conveniente dejarles cometer el error, porque, como muy tarde, a la segunda vez no lo vuelven a cometer.

Hay una gran diferencia entre resolver este cálculo manipulativamente o con los signos de los números. Manipulativamente, el niño va añadiendo, y centra su atención exclusivamente en la cantidad que va formando. Cuando ha llegado a la que se le pedía, entonces cuenta las piezas que ha añadido. Pero esto no se puede hacer cuando se trabaja con números: tienes que llevar "dos cuentas" a la vez, que son las que pones, por un lado, y el número que alcanzas cada vez. De esta forma, el resultado hay que elaborarlo, y se obtiene sumando todas las que se han ido poniendo.

Dos son los problemas que exigen este tipo de manipulación:

- Cambio 3: "Tenía 8 canicas, y después de jugar tengo 12. ¿Cuántas he ganado?".
- Igualación 1: "Yoli tiene 9 €, y Rubén 5. ¿Cuántos € más debe tener Rubén para tener el mismo dinero que Yoli?"

El algoritmo ABN que resuelve esta [illegible] requiere sólo dos columnas. La primera recoge la cantidad que se va añadiendo. La segunda, lo que se alcanza cada vez. A continuación, un ejemplo desarrollado por un alumno [illegible] de 3º de Primaria.

4528 - 2094 =							
Añado	Llego a	Añado	Llego a	Añado	Llego a	Añado	Llego a
2000	4094	2000	4094	2000	4094	2000	4094
		400	4494	400	4494	400	4494
				30	4524	30	4524
	?					4	4528
						2434	

Caben variantes que no afectan a la esencia del algoritmo. Otro alumno se [illegible] mejor con esta disposición.

Hay que llegar a 4528	
AÑADO A	2094
4	2098
2400	4498
30	4528
2434	

La esencia es la misma, y la evolución del modelo desemboca, al final, en una [illegible] de las diversas variantes que han ido adoptando los alumnos.

2. LA SECUENCIACIÓN

Hay que llegar a 4528	
AÑADO A	2094
4	2098
2400	4498
30	4528
2434	

Este algoritmo presenta una característica que lo hace diferente a otros modelos de manipulación. Exige, para la obtención del resultado, una [illegible] en la [illegible] de las cantidades parciales que se van añadiendo, que no se precisa en otros casos. Observemos los siguientes ejemplos.

[illegible]	
¿CUÁNTO? A	[illegible]
6	[illegible]
900	[illegible]
1500	[illegible]
28	[illegible]
3434	

[illegible]

[illegible]

Por lo anterior, el entrenamiento para la realización de este tipo de algoritmos exige ciertas singularidades, que se irán reflejando en los diversos pasos que forman la secuenciación y progresión en el dominio de los cálculos.

2.2. Detracción de unidades

En esta fase, no es necesario utilizar el algoritmo, sino que los cálculos se tienen que realizar mentalmente. Son, de alguna forma, como la particular tabla de restar, deben estar muy consolidados y, por ello, se deben practicar mucho. Se recomienda seguir la gradación que se propone a continuación.

2.2.1. Tabla de sumar inversa

Se trata de trabajar con las combinaciones de la tabla de sumar, pero a la que le falta un sumando: 8 + ... = 14; ... + 7 = 16; etc. Para su aprendizaje se pueden ayudar de los recursos utilizados en la tabla de sumar. Se recomienda vivamente el empleo de la recta numérica, en el sentido de recorrer hacia arriba los números que faltan para llegar al resultado. Es muy interesante darle el sentido de "cuántos me faltan para llegar a...", o "cuántos debo añadir para llegar a...", porque así se evita que desde el primer momento el alumno identifique restar con ir hacia atrás o quitar.

La progresión indicada se debe aplicar a los pasos siguientes:

- Sustracción sin descomposición de decenas
- Complementación a diez
- Sustracción con descomposición de decenas

En la siguiente tabla se muestran cálculos graduados conforme se ha establecido:

Sin descomposición de decenas	8 + _ = 9, _ + 4 = 7
Complementación a diez	6 + _ = 10, 3 + _ = 10
Con descomposición de decenas	4 + _ = [illegible], 7 + _ = [illegible]

Para este paso se recomienda el uso de tiras numéricas, como la que se muestra en el capítulo del algoritmo ABN de la suma.

2.1.2. Ampliación de los cálculos anteriores. Trabajando con decenas

En este paso se deben tratar dos momentos diferentes. El primero es común al indicado en el algoritmo por detracción. El segundo es específico de este tipo de algoritmo.

A. TRATAMIENTO COMÚN

Sin descomposición de decenas	3 + _ = [illegible], _ + 4 = [illegible]
Complementación a diez	6 + _ = 40, 3 + _ = [illegible]
Con descomposición de decenas	4 + _ = [illegible], 7 + _ = [illegible]

En este paso se debe generalizar el conocimiento adquirido en los cálculos anteriores a las decenas que el niño conozca. La progresión indicada es la que aparece en la tabla.

B. TRATAMIENTO ESPECÍFICO

El entrenamiento básico para la realización de este modelo de algoritmo debe consistir en la progresión dentro de la recta numérica, en pequeños tipos de decenas completas contadas a partir del número que determina (normalmente, el sustraendo en la cuenta tradicional). Esto implica que se desdoble en tres momentos dicho entrenamiento o ejercitación.

B.1. Secuencias de progreso

Consiste, sencillamente, en establecer saltos de diez en diez a través de la primera centena. Por ejemplo, partimos de 11, y a partir de ahí vamos siguiendo la secuencia

11-21-31-41-51-61-71-81-91. Comenzamos en el 27: 37-47-57-67-77-87-97. Para practicar este tipo de ejercicios (y el siguiente) debemos proporcionar a los niños un cuadro o tabla con los números del 1 al 100, que les puede servir de ayuda en un primer momento (Tabla 28).

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tabla 28

8.2. Contando los saltos

Establecidas y automatizadas las secuencias, se ha de ir un poco más allá: que lleven la cuenta de los saltos que dan. Cada salto es una decena, y cinco saltos son, por tanto, 50. Por ejemplo: el niño se sitúa en el número 26 de la tabla. Tiene que llegar al número 76. ¿Cuántos saltos da? Debe contar sobre el tablero: uno hasta 36, 2 hasta 46, tres hasta 56, cuatro hasta 66 y cinco hasta 76. Es decir: 50.

Este ejercicio implica realizar a la vez una doble tarea: la secuencia de progresión y los saltos que se dan, por lo que los niños menos capaces requerirán un entrenamiento mayor. Les sirve de ayuda marcar con una raya cada uno de los saltos que den. Los más capaces lo harán todo enseguida y a la primera.

8.3. Contando los saltos y los restos

El niño se sitúa, por ejemplo, en el 33. Debe calcular cuántos hay hasta el 57. En dos saltos (20: el 43 y el 53) se sitúa lo más cerca posible del 57. A partir del 53, cuenta los cuatro que le faltan. En total hay 24.

Este tipo de ejercicios es básico, y son muy fáciles de generalizar, más adelante, a la centena o a los millares. Ejercicios del tipo que presentamos a continuación son muy necesarios para automatizar los cálculos.

CON AYUDA DE LA TABLA, RELLENA LOS ESPACIOS VACÍOS. FÍJATE EN EL EJEMPLO				
ESTÁS EN EL	LLEGAS AL	SALTOS	RESTO	TOTAL
37	75	[illegible]	[illegible]	[illegible]
41	89			
78	91			
27	59			
17	44			
34	73			
56	97			
61	86			
29	80			
15	67			

2.2. *Introduciendo el algoritmo. Práctica dentro de los cien primeros números*

La automatización de los pasos anteriores permitirá que los alumnos realicen ya el algoritmo ABN de acuerdo con este tipo de manipulación. El formato es sencillo. La adaptación es muy fácil y no requiere de grandes explicaciones. Arriba expresamos el cálculo que debe hacer. El algoritmo presenta las dos columnas:

Hay que llegar a 52	
AÑADO A	16
30	46
6	52
36	

Con este formato se hace una adaptación muy lineal de los tipos de ejercicios que hemos reflejado antes. Aparece en primer lugar el minuendo ("Hay que llegar a 52"), el sustraendo, indicando que es el número al que hay que añadir, los saltos transformados en cantidad (30) y el número al que se llega (46) y, finalmente, el resto (6) con la arribada definitiva al número pedido (52). En la última fila se obtiene el resultado.

Familiarizado el alumno con este formato, se cambia por el definitivo. Formalmente es el mismo, pero recoge otros epígrafes más fieles al formalismo aritmético.

52 − 16 =	
AÑADO A 16	Llego a
30	46
6	52
36	

Las modificaciones son mínimas: se introduce en la primera fila la formulación canónica de la sustracción y se cambia el título de la primera columna.

No se debe emplear mucho tiempo en sustituir el formato por otro más simple y que permita ser intercambiado con el modelo de sustracción en escalera descendente:

52 − 16 =	
30	46
6	52
36	

2.3. *Generalización a centenas y millares*

Una de las bondades del presente modelo es su rapidez de generalización y que no presenta particularidades distintas según sea el tamaño de los números que se utilicen. Es casi automática la transferencia de la habilidad desarrollada con las decenas a las centenas y a números superiores. No obstante, se puede desdoblar esta nueva exigencia en dos momentos.

2.3.1. *Centenas y decenas completas*

Se trata de aplicar la misma destreza anterior, pero "subiendo un escalón": lo que antes se hacía con las decenas, ahora se hace con las centenas. Y lo que se hacía con las unidades, ahora se hace con las decenas. Se muestran algunos ejemplos:

750 − 160 =	
500	660
90	750
590	A

520 − 180 =	
300	480
40	520
340	B

520 − 30 =	
400	430
90	520
490	C

520 − 30 =	
400	430
70	500
20	520
490	D

TABLAS A Y B: son ejemplos de cálculos directos, sin mayor complicación y [illegible] con el mismo orden de unidades.

TABLA C: es un ejemplo en el que [illegible] distintos órdenes de unidades.

TABLA D: es un ejemplo de descomposición de cálculo del resto. En este caso, el alumno buscó el complementario a cien (de [illegible]) y luego añadió lo que quedaba. No hay ningún problema en que se haga así el cálculo, porque no impide la rápida identificación del resultado.

2.3.2. Centenas y decenas incompletas

Son algoritmos algo más complicados, porque tiene que hallar dos restos: el de las decenas y el de las unidades. Puede ocurrir que ambos restos estén dentro de su orden (A), que no lo esté en el caso de las unidades (B), que no lo esté en el caso de las decenas (C) y, por último, que no lo estén ni en el caso de las unidades ni en el de las decenas (D). Por ello, se debe seguir la progresión A-B-C-D, sobre todo con los alumnos menos dotados.

823 – 211 =	
600	811
10	821
2	823
612	A

A es el caso más sencillo. Los restos están dentro de las decenas (20 – 10) y de las unidades (3 – 1).

758 – 129 =	
600	729
20	749
9	758
629	B

B es algo más complicado que A. El resto correspondiente a las unidades hay que buscarlo en una decena superior (no en la decena de [illegible], sino en la de cincuenta).

858 – 273 =	
500	773
80	853
5	858
585	C

C presenta el caso de la búsqueda del resto de las decenas en la centena siguiente.

874 – 278 =	
500	778
90	868
6	874
596	0

Ó presento el caso más complicado, porque las restas tanto de las decenas como de las unidades hay que hacerlas en el siguiente orden de unidades.

La generalización a millares y decenas de millares no presenta mayor complicación, puesto que no se presenta ninguna dificultad nueva respecto a las ya trabajadas. Véase un ejemplo de una alumna de 3º muy competente:

11 348 – 786 =	
10 514	11 300
48	11 348
10 562	

3. LOS PROBLEMAS DE ESCALERA ASCENDENTE

Dos problemas distintos admiten el formato de escalera ascendente. Son los de Cambio 3 e Igualación 1. Se deben abordar en el orden que se expone a continuación.

3.1. *Los problemas de Igualación 1. "Yoli tiene 9 €, y Rubén 5. ¿Cuántos euros más debe tener Rubén para tener el mismo dinero que Yoli?"*

Es un problema relativo, puesto que, al lado con el mismo resultado (4 €), podríamos preguntar por los que tiene que perder Yoli. En este caso, habría un cambio en el dinero de Yoli, lo que no está en el supuesto del problema. Es también incongruente, ya que tiene un sentido de añadir o crecer (la cantidad de Rubén), mientras que el problema se soluciona con una sustracción.

La situación de IG1 es muy adecuada para desligar el sentido de restar o sustraer con el de quitar o retirar. Aquí se añade, y la solución correcta se obtiene agregando y no quitando. Por ello, es recomendable trabajar algunas de las etapas de representación que hemos indicado.

REPRESENTACIÓN DRAMATIZADA. Es muy sencilla. Basta con dos alumnos. Uno de ellos tiene la cantidad menor y el otro la mayor. Los alumnos deben decir que hay que ir poniendo hasta igualar la del niño que tiene más. Hay que dejar que los niños se "equivoquen", para que se den cuenta del error y lo puedan rectificar. Así no lo cometerán más. En un primer momento, el alumno añade monedas hasta igualar la cantidad mayor, y considera que así se ha solucionado el problema. Sin embargo, cuando se le pregunta cuántas monedas ha añadido, no lo puede establecer, porque no separó o no empezó a contar las que añadía. En otros sucesivos, tendrá cuidado en separar las que añade a las que ya hay.

REPRESENTACIÓN FIGURATIVA. La cantidad a igualar puede ser real y estar presente (el caso del problema que venimos tratando), o simplemente puede ser una indicación o un número. Por ejemplo: "Lola tiene 12 €. Un videojuego le cuesta 17. ¿Cuánto le falta?". Mostramos en las figuras 55 y 56 algunos ejemplos.

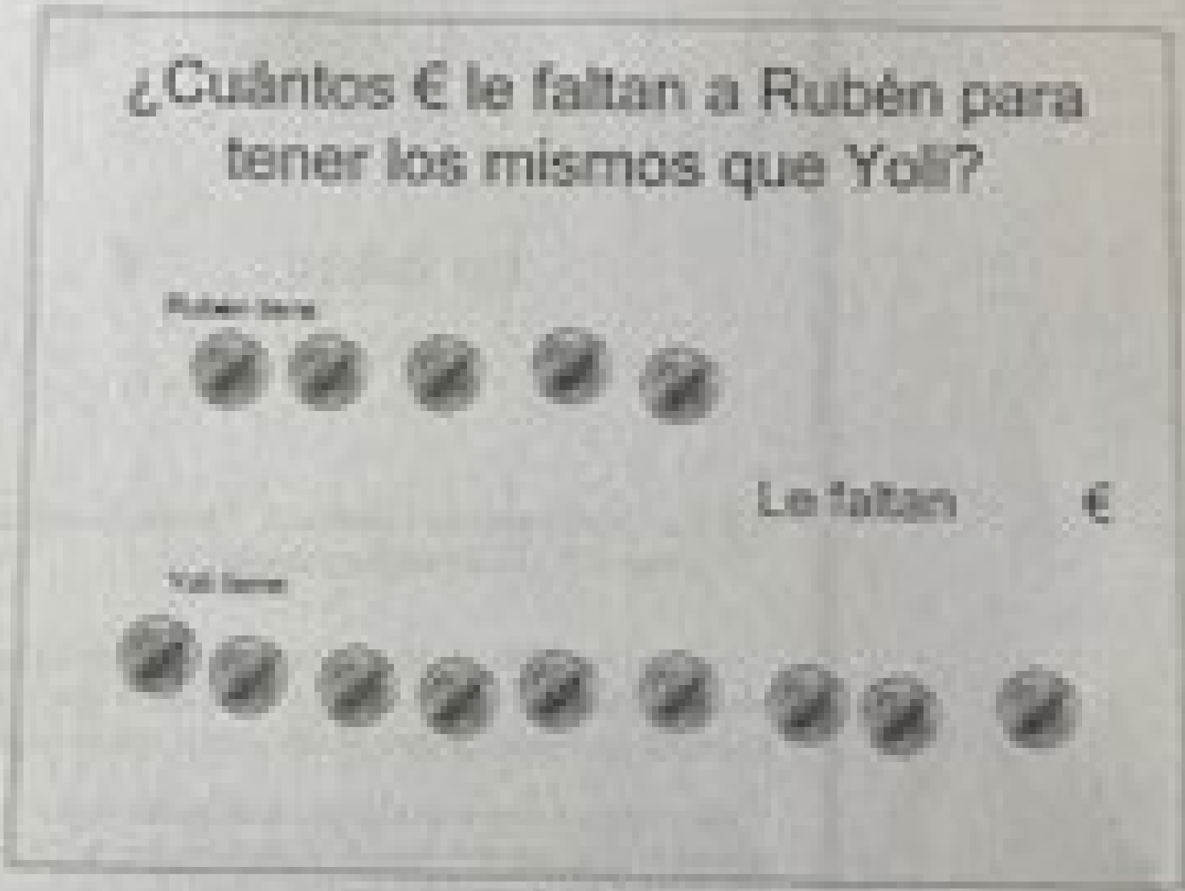
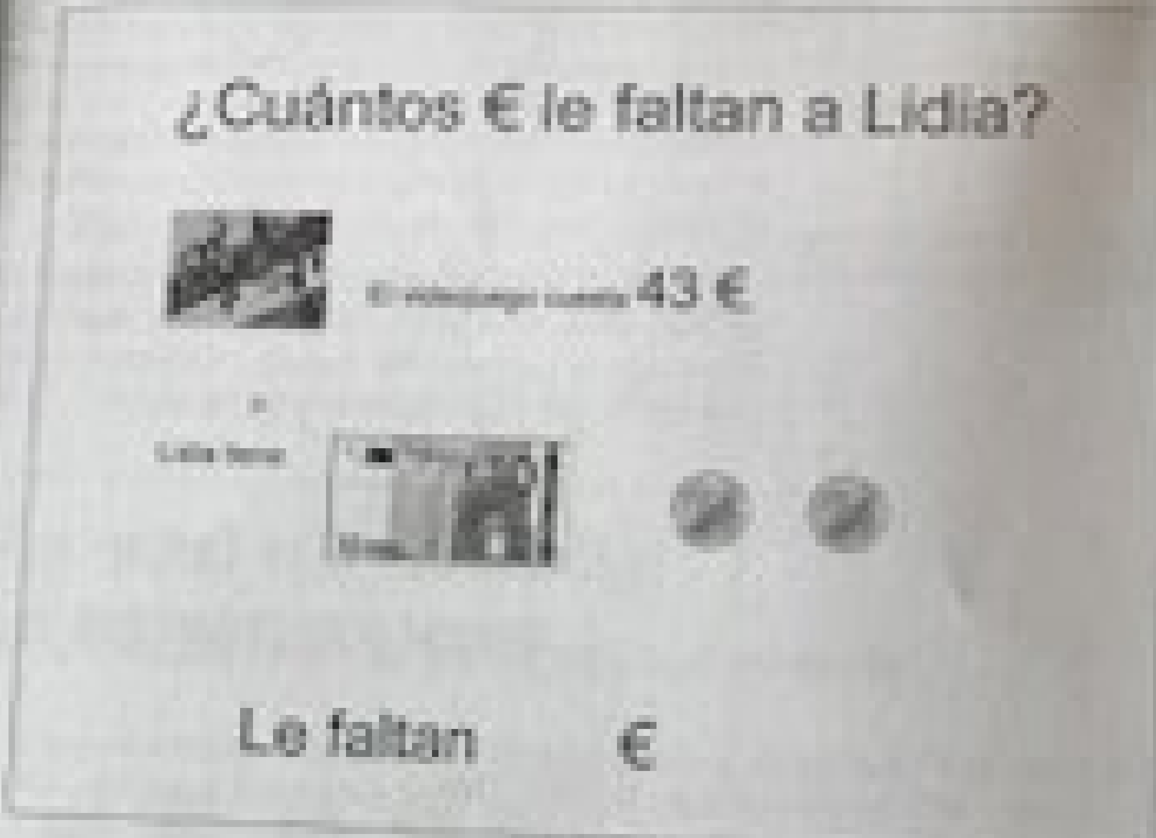


Figura 55



Figura

3.7 *Los problemas de Cambio 3. "Tenía 8 canicas; después de jugar tengo 12. ¿Cuántas he ganado?"*

Se trata también de un problema incongruente, por cuanto tiene el sentido de crecer o aumentar y, sin embargo, se resuelve con una sustracción. Se trata de una situación muy familiar para el niño, por lo que no supone demasiadas dificultades.

Sin embargo, presenta alguna peculiaridad digna de ser notada, y es la dimensión temporal. Si se tiene en cuenta, el problema es de CA3; si no, el problema es de CO2. Nos explicamos.

Considerar la dimensión temporal supone reconstruir toda la acción partiendo del pasado: el niño va con 8 canicas, en el transcurso del juego gana unas pocas y llega a tener 12. El problema entonces se trata de complementar hasta llegar a doce. La base dentro de la misma cantidad y así se puede considerar de Cambio.

No considerar la dimensión temporal supone tener un conjunto de 12 canicas, formado por dos subconjuntos: las canicas ganadas y las canicas que había antes de comenzar. Es decir, un problema de Combinación 2, en el que conocemos el cardinal del conjunto general y uno de los cardinales de los dos subconjuntos.

En nuestra opinión, es preferible considerar la dimensión temporal, permite reconstruir la secuencia, conceptualizar de una forma más secuenciada y trabajar en todos sus apartados la categoría semántica de Cambio.

Capítulo XVI

LA RESTA O SUSTRACCIÓN. ALGORITMO ABIERTO BASADO EN NÚMEROS (IV)

1. MANIPULACIÓN EN ESCALERA DESCENDENTE

Es la situación inversa a la contenida en el capítulo anterior, por lo que mucho de lo señalado es de aplicación aquí. La mayor diferencia que presenta, respecto a la manipulación en escalera ascendente, es una mayor congruencia con el sentido de la operación de restar. Siempre se trata de "bajar" desde un número más alto a otro más bajo, de apartar o de quitar para llegar a un número indicado.

Hay una gran diferencia entre resolver los cálculos en escalera descendente de forma manipulativa o con los signos de los números. Manipulativamente, el niño va quitando, y centra su atención exclusivamente en que se vaya quedando la cantidad pedida. Cuando ha llegado a ella, cuenta las piezas que ha quitado. Pero esto no se puede hacer cuando se trabaja con números: tienen que llevar "dos cuentas" simultáneamente, las que quitas, por un lado, y el número que alcanzas cada vez. De esta forma, el resultado hay que elaborarlo, y se obtiene sumando todas las que se han ido eliminando.

Es el modelo de manipulación que abarca un mayor número de tipos de problemas:

- Cambio 4: "Ana tiene 14 canicas. Después de jugar le quedan 8. ¿Cuántas ha perdido?".
- Comparación 5: "Rosa tiene 8 €, y tiene 3 € más que Carlos. ¿Cuántos € tiene Carlos?".
- Igualación 2. "Marcos tiene 7 €. Raquel tiene 5. ¿Cuántos € tiene que perder Marcos para tener los mismos que Raquel?".
- Igualación 3. "Juan tiene 8 €. Si Rebeca ganara 5 tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos € tiene Rebeca?".

- Igualación 6. "Marcos tiene 8 €. Si perdiera 3 tendría los mismos que Rafael. ¿Cuántos € tiene Rafael?".

Los problemas de CM5 y de IG5 son muy complicados. Por ello, habrá que trabajar el texto y el sentido del lenguaje, como requisito previo a su solución. Será un tratamiento similar al que ya se hizo con CM6 e IC4. Los restantes problemas son más sencillos y tienen una solución más lineal, de aplicación más directa del algoritmo.

El algoritmo ABN que resuelve esta manipulación requiere sólo dos columnas. La primera recoge la cantidad que se va quitando. La segunda, a la que se llega cada vez. Se pone a continuación un ejemplo adaptado del algoritmo de escalera ascendente.

4718 - 2094 =							
Quito	Llego a	Quito	Llego a	Quito	Llego a		Llego a
2000	2718	2000	2718	2000	2718	2000	2718
		600	2118	600	2118	600	2118
				20	2098	20	2098
						4	2094
						2624	

Caben variantes que no afectan a la esencia del algoritmo. Otros alumnos prefieren esta disposición:

Hay que llegar a 2094	
QUITO A	
	4718
2600	2118
20	2098
4	2094
2624	

La esencia es la misma, y la evolución del modelo desemboca, al final, en una uniformización de las diversas variantes que han ido adoptando los alumnos.

2. LA SECUENCIACIÓN

Se va a repetir toda la secuenciación del modelo de escalera ascendente, aunque haciendo notar las características propias que exige el cambio de dirección.

2.1. *Detracción de unidades*

En esta fase no es necesario utilizar el algoritmo, sino que los cálculos se tienen que realizar mentalmente. Son, de alguna forma, como la particular tabla de restar. Son cálculos que deben estar muy automatizados y que, por ello, se deben practicar mucho. Se recomienda seguir la siguiente gradación.

2.1.1 *Tabla de restar inversa*

Para plantearla como una sustracción: primero el resultado y luego el signo menos, debiendo ser hallado el otro término de la sustracción. Si en el caso de la escalera ascendente se recomendaba una presentación en la que se mantenía la estructura directa de la suma, pero con la falta de un sumando (8 + __ = 14; __ + 7 = 15, etc.), en este caso el formato es inverso: 14 − 8 = __; 16 − 7 = __; etc.).

La progresión indicada se debe aplicar a los pasos siguientes:

- Sustracción sin descomposición de decenas
- Complementación a diez
- Sustracción con descomposición de decenas

En la siguiente tabla se muestran cálculos graduados conforme se ha establecido:

Sin descomposición de decenas	9 − 6 = __ 8 − 4 = __
Complementación a diez	10 − 2 = __ 10 − 6 = __
Con descomposición de decenas	11 − 4 = __ 15 − 7 = __

Para este paso se recomienda el uso de tiras numéricas, como la que se muestra en el capítulo del algoritmo ABN de la suma. En esta situación, si se cuenta hacia atrás. Se pone un ejemplo secuenciado (Figuras 57 a 60).

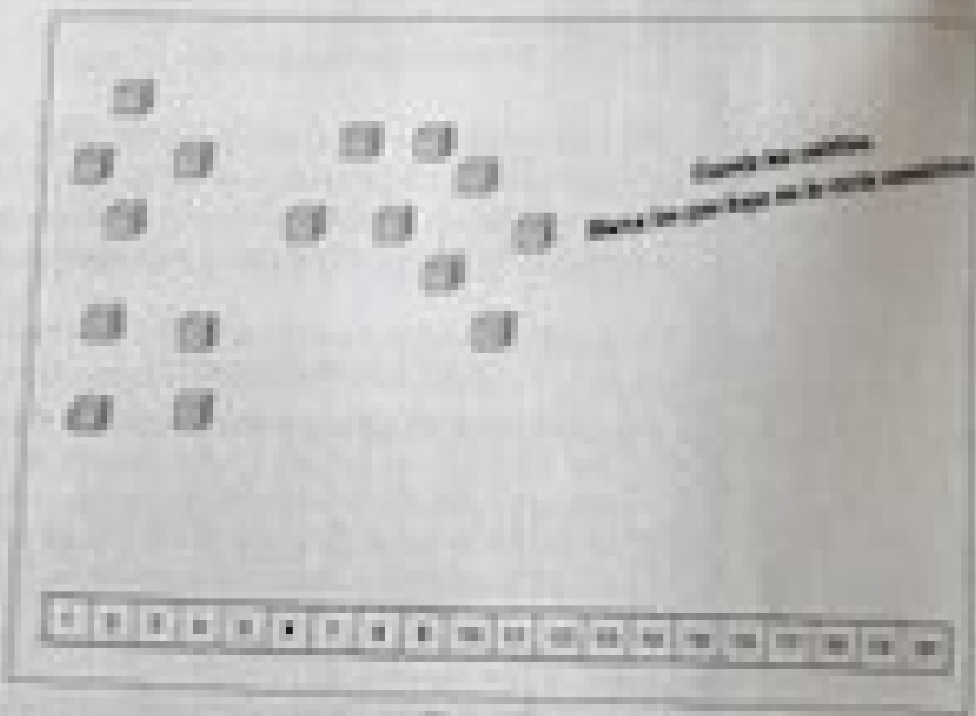


Figura 17

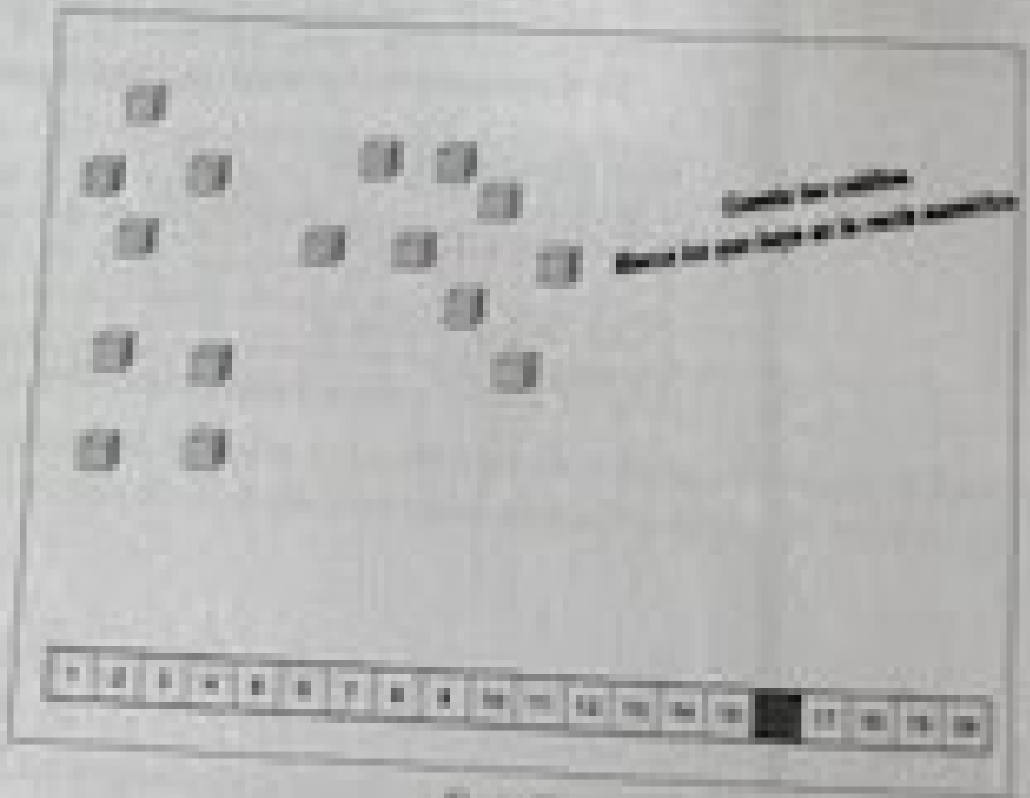


Figura 18

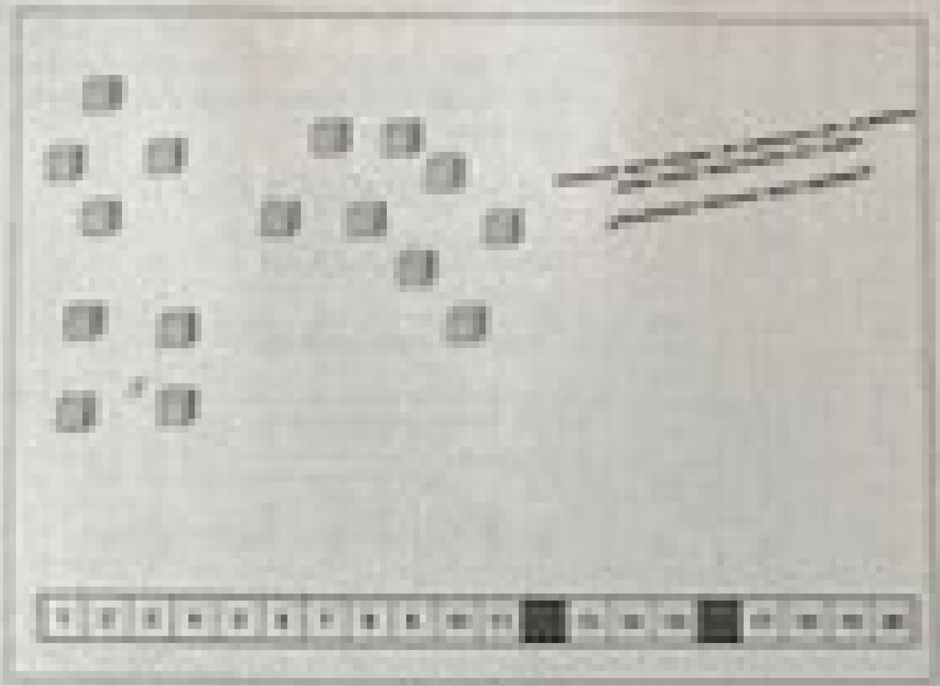


Figura 59

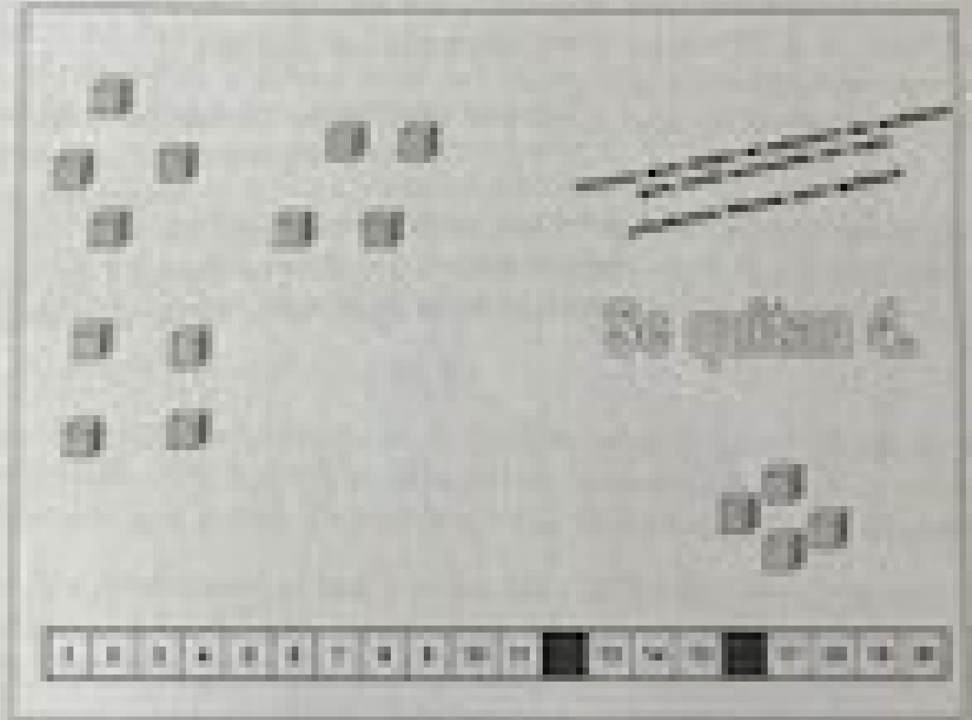


Figura 60

2.1.2. Ampliación de los cálculos anteriores

En este paso se deben atender dos momentos diferentes. El primero es común al indicado en el algoritmo por detracción. El segundo es específico de este tipo de algoritmo.

A. TRATAMIENTO COMÚN

Sin descomposición de decenas	29 – 3 = __ 27 – 4 = __
Complementarios a diez y	40 – 8 = __ 60 – 3 = __
Con descomposición de decenas	31 – 7 = __ 45 – 9 = __

En este paso se debe generalizar el conocimiento adquirido en los cálculos anteriores, a las decenas que el niño conozca. La progresión indicada es la que aparece en la tabla.

B. TRATAMIENTO ESPECÍFICO

El entrenamiento básico para la realización de este modelo de algoritmo debe consistir en la regresión dentro de la recta numérica, en patrones fijos de decenas completas contadas hacia atrás a partir del número que detraemos (normalmente, el sustraendo en la cuenta tradicional). Esto implica que se desdoble en tres escalones dicho entrenamiento o ejercitación.

B.1. Secuencias de progreso

Consiste sencillamente en establecer saltos de diez en diez a través de la primera centena. Por ejemplo, partimos de 81, y a partir de ahí vamos siguiendo la secuencia 81-71-61-51-41-31-21-11-1. Comenzamos en el 97 y nos detenemos en el 37: 97-87-77-67-57-47-37. Para practicar este tipo de ejercicios (y el siguiente) debemos proporcionar a los niños un cuadro o tabla con los números del 1 al 100, que les puede servir de ayuda en un primer momento (Tabla 20).

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tabla 39

B.2. Contando los saltos

Establecidas y automatizadas las secuencias, se ha de ir un poco más allá: que lleven la cuenta de los saltos que dan. Cada salto es una decena, y cinco saltos son, por tanto, 50. Por ejemplo: el niño se sitúa en el número 76 de la tabla. Tiene que llegar al número 26. ¿Cuántos saltos da? Debe contar sobre el tablero: uno hasta 66, 2 hasta 56, tres hasta 46, cuatro hasta 36 y cinco hasta 26. Es decir, cinco saltos de diez: 50.

Este ejercicio implica realizar a la vez una doble tarea: la secuencia de progresión y los saltos que se dan, por lo que los niños menos capaces requerirán un entrenamiento mayor. Los más capaces lo harán todo enseguida y a la primera.

B.3. Contando los saltos y los restos

El niño se sitúa, por ejemplo, en el 83. Debe calcular cuántos hay hasta el 57. En dos saltos (20: el 73 y el 63) se sitúa lo más cerca posible del 57. A partir del 63, cuenta los seis que le faltan. En total hay 26: 20 de los dos saltos y 6 del resto.

Este tipo de ejercicios es básico, y son muy fáciles de generalizar, más adelante, a la centena o a los millares. Repeticiones del tipo que presentamos a continuación son muy necesarias para automatizar los cálculos.

CON AYUDA DE LA TABLA, RELLENA LOS ESPACIOS VACÍOS. FÍJATE EN EL EJEMPLO				
ESTÁS EN EL	LLEGAS AL	SALTOS	RESTO	TOTAL
73	12	6	1	61
[illegible]	[illegible]			
[illegible]	[illegible]			
[illegible]	[illegible]			
[illegible]	[illegible]			
[illegible]	[illegible]			
[illegible]	[illegible]			
[illegible]	[illegible]			
[illegible]	[illegible]			
[illegible]	[illegible]			

2.2. *Introduciendo el algoritmo. Práctica dentro de los cien primeros números*

La automatización de los pasos anteriores permitirá que los alumnos realicen ya el algoritmo ABN de acuerdo con este tipo de manipulación. El formato es sencillo. La adaptación es muy fácil y no requiere de grandes explicaciones. Arriba expresamos el cálculo que debe hacer. El algoritmo presenta las dos columnas.

Hay que llegar a 16.	
QUITO A	52
30	22
6	16
36	

Con este formato, se hace una adaptación muy literal de los tipos de ejercicios que hemos reflejado antes. Aparece en primer lugar el minuendo ("Hay que llegar a 16"), el sustraendo, indicando que es el número del que hay que detraer, los saltos transformados en cantidad (30) y el número al que se llega (22), y, finalmente, el resto (6) con la arribada definitiva al número pedido (16). En la última fila se obtiene el resultado.

Familiarizado el alumno con este formato, se cambia por el definitivo. Formalmente es el mismo, pero recoge otros epígrafes más fieles al formalismo aritmético.

72 – 18 =	
QUITO A 72	Llego a
50	22
4	18
54	

Las modificaciones son mínimas: se introduce en la primera fila la formulación concreta de la sustracción y se cambia el título de la primera columna.

No debe pasar mucho tiempo para sustituir el formato por otro más simple y que permite ser intercambiado con el modelo de sustracción en escalera ascendente.

72 – 18 =	
50	22
4	18
54	

2.3. Generalización a centenas y millares

Una de las bondades del presente modelo es su rapidez de generalización y que no presenta particularidades distintas según sea el tamaño de los números que se utilicen. Es casi automática la transferencia de la habilidad desarrollada con las decenas, a las centenas y a números superiores. No obstante, se puede desdoblar esta nueva exigencia en dos momentos.

2.3.1. Centenas y decenas completas

Se trata de aplicar la misma destreza anterior, pero "subiendo un escalón": lo que antes se hacía con las decenas ahora se hace con las centenas, y lo que se hacía con las unidades, ahora se hace con las decenas. Se muestran algunos ejemplos:

750 – 160 =	
500	250
90	160
590	A

520 – 160 = 360	
300	220
60	160
360	B

520 – 30 = 490	
400	120
90	30
490	C

520 – 30 = 490	
400	120
20	100
70	30
490	D

TABLAS A Y B: son ejemplos de cálculos directos, con mayor complicación y entre números con el mismo orden de unidades.

TABLA C: es un ejemplo en el que minuendo y sustraendo tienen distintos órdenes de unidades.

TABLA D: es un ejemplo de descomposición de cálculo del resto. En este caso, el alumno buscó el complementario a cien y luego quitó lo que quedaba. No hay ningún problema en que se haga así el cálculo, porque no impide la construcción rápida del resultado.

2.3.2. *Centenas y decenas incompletas*

Son algoritmos algo más complicados, porque se tienen que hallar dos restos, el de las decenas y el de las unidades. Puede ocurrir que ambos restos estén dentro de su orden (A), que no lo esté en el caso de las unidades (B), que no lo esté en el caso de las decenas (C) y por último que no lo estén ni en el caso de las unidades ni en el de las decenas (D). Por ello, se debe seguir la progresión A-B-C-D, sobre todo con los alumnos menos dotados.

813 − 201 =	
600	801
10	811
2	813
612	A

A es el caso más sencillo. Los restos están dentro de las decenas (10 − 00) y de las unidades (3 − 1).

758 − 129 =	
600	729
20	749
9	758
629	B

B es algo más complicado que A. El resto correspondiente a las unidades hay que buscarlo en una decena inferior (no en la decena de partida, sino en la de veinte).

858 − 273 =	
500	773
80	853
5	858
585	C

C presenta el caso de la búsqueda del resto de las decenas en la centena inferior.

856 : 276 =	
[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]
8	[illegible]
[illegible]	[illegible]

El presenta el caso más complicado, porque los restos, tanto de las decenas como de las unidades, hay que formarlos en los anteriores órdenes de unidades.

La generalización a millares y decenas de millares no presenta mayor complicación, puesto que no hay ninguna dificultad nueva respecto a las ya indicadas. Vemos un ejemplo de una alumna de 5º muy competente, que ya aprendió con otro algoritmo en escalera ascendente en el capítulo anterior.

11348 : 796 =	
[illegible]	[illegible]
42	796
[illegible]	

3. LOS PROBLEMAS DE ESCALERA DESCENDENTE

Como señalamos en la introducción, cinco problemas distintos se modelizan con este tipo de manipulación: CA4, CM5, IG2, IG3 e IG6. Es lo que tiene mayor tipo de problemas, siendo cinco entre sí muy diferentes:

CA4 ("Ana tiene 14 canicas. Después de jugar le quedan 8. ¿Cuántas ha perdido?") considera una sola cantidad, que se subdivide en dos en función de la intervención del tiempo.

- CM5 ("Rosa tiene 8 €, y tiene 3 € más que Carlos. ¿Cuántos € tiene Carlos?") presenta dos cantidades, pero que no son afectadas por el resultado del problema.

- Los de IG2 ("Marcos tiene 7 €. Raquel tiene 5. ¿Cuántos € tiene que perder Marcos para tener los mismos que Raquel?"), IG3 (Igualación 3. "Juan tiene 8 €. Si Rebeca ganara 3 tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos € tiene Rebeca?") e IG6 ("Marcos tiene 8 €. Si perdiera 3 tendría los mismos que Rafael. ¿Cuántos € tiene Rafael?") tienen también dos cantidades, pero que se transforman al resolverse el problema.

Por ello, es importante seguir la secuencia que aquí se indica.