

*El lamentable tipo de educación que reciben los niños en el ámbito escolar con demasiado énfasis en los conceptos abstractos y la memorización rutinaria (...) estanca el desarrollo del substrato numérico instintivo y con ello se derrumba el soporte intuitivo para la adquisición de los nuevos conceptos. A partir de aquí el fracaso en el aprendizaje de las matemáticas está asegurado.”* Dehaene, S. (1997): *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics* (Oxford University Press)

# FUNDAMENTOS DE LA MATEMÁTICA Y CIRCUNSTANCIAS DE SU EDUCACIÓN<sup>1</sup>

## FUNDAMENTOS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

### 1.1. Características de la Matemática

- ***La Matemática es una actividad mental. El pensamiento matemático es uno, y no varios. Su instrumento no es el cálculo sino el razonamiento. El ejercicio de la Matemática consiste principalmente en el descubrimiento y aplicación de estructuras.***
  - Si la Matemática es una actividad del pensamiento, entonces no podremos encontrarla en objeto alguno o colecciones de objetos. Sin embargo, es en el camino de la experimentación donde necesariamente se registran ideas que, pertenecen al pensamiento matemático cuando se establecen como actividad mental separándose del objeto o conjunto de objetos que las ha generado. Más tarde, serán esas ideas intelectualizadas punto de partida para generar otras nuevas que aporten al conocimiento matemático amplitud intelectual. La comprensión de los conceptos y relaciones en las etapas iniciales del aprendizaje goza de exagerada importancia.
  - El saber matemático no puede medirse por la cantidad de ejercicios que hacen los niños, y nosotros presentamos en pesadas carpetas ligeras de “saber”, sino por la actividad mental realizada para: interpretar, resolver, formular, calcular y aplicar correctamente.
  - No existe un cálculo mental y un cálculo escrito. El único cálculo que existe es el mental; la mente no piensa de una forma con bolígrafo y, de otra distinta, sin él.
  - En la Matemática no existen temas, sino estructuras. La composición-descomposición del número de una cifra, se podrá aplicar a otros números de otras cifras: Si,  $5 = 3 + 2$ ;  $50 = 30 + 20$ ; y, 505, por ejemplo, será igual a  $300 + 200 + 3 + 2$ . Por eso es necesario huir de los vagos y superficiales temas que presentan los gobernadores libros de texto –tan agresivos para el conocimiento por su fidelidad al contenido-, y buscar las estructuras básicas que nos permiten saber matemáticas.
  - Son pilares fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático: la observación, la intuición, la creatividad, el razonamiento y la emoción.
- ***Es consistente y, lo que afirma o niega, posee verdad o falsedad universal demostrable.***
  - Consistente significa que, sobre el mismo sistema de axiomas no puede deducirse la “verdad” de una proposición y, simultáneamente la “verdad” de su contraria. Cuando a los niños les decimos “algo” y, más adelante, ponemos un “pero” sobre ese “algo” que contradice lo hablado estamos derivando la explicación de un

---

<sup>1</sup> Extracto del artículo: FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2006) “Fundamentos de la Matemática y circunstancias de su educación” *Revista TESELA*. Dirección General de Ordenación Académica de la Comunidad de Madrid Núm. 5, 8-11 CAP Madrid Centro. ISSN: 1697-4654

sistema didáctico inconsistente. (Restar es quitar, decimos. Pero si me quitan tres euros por la mañana y dos por la tarde me han quitado 5; y, sin embargo, sumo)

- Lo que se afirma o niega es verdad o falso para todos. Expresiones como “esta cuerda es larga” o “32 es un número grande”, no pertenecen al campo de la Matemática.
- La demostración es la actividad más importante ligada al pensamiento matemático. Si lo tenemos en cuenta adaptaremos procedimientos que preparen para la futura actividad; poner en todo momento a disposición del alumno mecanismos válidos de autocorrección: que comprueben, que verifiquen, para que, más tarde, puedan demostrar. La autocorrección es imposible sin la clara comprensión de los conceptos, relaciones y propiedades. Se hace entonces necesario basar la educación en la experiencia, el descubrimiento y la investigación, -permitiendo que el alumno conquiste el concepto-, sin corregir con Bien o Mal -o expresiones parecidas- la actividad que el niño realiza en el proceso de aprendizaje. “No queremos una escuela de respuestas, sino de preguntas”, decía Freire. Será la pregunta, guiada mediante ejemplos y contraejemplos, la que reine de modo de supremo en el pensamiento y la acción de la enseñanza. De este modo, el alumno participará para buscar el conocimiento y no para adivinar en situación de violenta impronta la respuesta que el profesor espera.
- El desafío, el reto, la formulación y resolución de problemas son procedimientos del hacer matemático; más que decir cómo se piensa, hay que **provocar** al pensamiento para cultivar el esfuerzo intelectual que exige el entendimiento de ideas razonables.
- ***Estudia conceptos y propiedades, establece relaciones y genera modelos a través de campos: Numéricos, algebraicos, espaciales, probabilísticos,... Posee un lenguaje propio con el que identifica esos conceptos, propiedades y relaciones.***
  - La comprensión de conceptos es la materia prima para establecer relaciones. El lenguaje propio de la Matemática es más que necesario, pero si ha de ser fructífero y no perturbador, éste será el punto de llegada y no el punto de partida.
  - Existen numerosas formas de llegar al resultado, y no una sola. Expresiones de la forma: “Así se suma”, “así se resta”, “así se calcula...” no ayudan a la interiorización de los procesos ni a la intelectualización de las ideas.
  - Hay que distinguir símbolo de concepto. El concepto hace referencia al significado y, el símbolo, a su representación. Actualmente, los libros de texto confunden una y otra cosa, y hacen una didáctica del símbolo que consigue una indebida e imprecisa apropiación del concepto: “El cero es un donuts”; “El 6 es el número que no quiso ser cero”;...
- ***Se construye mediante procesos lógicos de secuenciación.***
  - La adquisición de conocimientos posee un estado de grados de comprensión y las actividades propuestas tendrán que contemplarlos. El proceso, por ejemplo: “estimación, aproximación, precisión” es un estado ligado y no un conjunto de ejercicios aislados y desprovistos de significado.
- ***Las ideas matemáticas son precisas y rigurosas, distinguiendo perfectamente lo esencial, de lo accidental.***
  - Precisión implica expresarse con el mínimo discurso a partir del cual se puedan establecer las necesarias relaciones que, mediante el razonamiento, completen el conocimiento deseado. La expresión “*a* menos *b* es igual a *c*” ( $a - b = c$ ) no tiene más explicación que la siguiente:  $a - b = c$  porque  $c + b = a$ . Esta explicación es suficiente para todo número *a*, *b* y *c* conocido por el alumno si, y sólo si, el alumno sabe sumar.

- Se suele confundir rigor con formalización; rigor es, ante todo, claridad mental.

## 1.2. Las características de la Matemática en los procesos de enseñanza aprendizaje

De lo leído anteriormente, se pueden suceder las siguientes ideas para aplicar en el proceso de enseñanza –aprendizaje:

- La enseñanza de la Matemática tiene entre otras tareas, una fundamental: Conseguir en el que aprende “Claridad de conceptos, razonamiento correcto y capacidad para establecer relaciones”.
- El que enseña debe preocuparse de DOMINAR SU MATERIA y ESCUCHAR al niño, dirigiendo todos sus esfuerzos a que el alumno: sepa bien, quiera saber, se sienta bien sabiendo y aplique correctamente lo que sabe.
- Que las respuestas que obtenemos no coincidan con las que esperamos implica, simplemente, discrepancia entre la enseñanza y el aprendizaje y no significa, en modo alguno, que el niño no razone.
- El avance educativo supone:
  - No sólo saber decir, sino SABER HACER lo que se sabe decir; qué cansado estoy de las palabras: globalización, constructivismo, significativo, funcional, investigación, descubrimiento,...
  - Obtener un mayor rendimiento con un menor esfuerzo. Hoy se da mucho contenido y se produce poco conocimiento.
- Si el abuso de contenido incomprensible perjudica la acción formativa del individuo, la disminución de contenido que pueda comprenderse perjudica al desarrollo. Tanto error se comete cuando se intenta que un niño aprenda algo que supera su comprensión, como cuando se intenta disminuir la cantidad de conocimiento y facilitar el esfuerzo intelectual que un niño puede conseguir.
- Que el profesor enseñe y los alumnos aprendan lo que el profesor enseña, sólo tiene aprobación y vigencia cuando lo aprendido desarrolla el pensamiento matemático. La pregunta fundamental no es ¿qué hay que enseñar?, sino ¿qué obtenemos con lo que enseñamos?
- La fiabilidad de lo que un profesor enseña, se mide por la validez de lo que sus alumnos son capaces de hacer sin él.
- Actualizarse no consiste en imitar procedimientos que están de moda, sino en conseguir, en tiempo real y con los niños actuales, los objetivos marcados.
- No todos los niños tienen la misma capacidad para aprender matemáticas, pero sí todos tienen la misma necesidad de aprenderlas. La tarea escolar consiste en cubrir las necesidades, y no en clasificar capacidades.
- Los materiales que podremos utilizar para la enseñanza de la Matemática son muchos, pero no apoyarán éstos su eficacia en las propiedades que poseen, sino en su posibilidad para interactuar con la mente del sujeto y que éste pueda: formular, y suponer, y descubrir, y comprender e interpretar correctamente. Entre otros, seguro estoy de dos importantes materiales para la enseñanza de la Matemática: la realidad y la evidencia.

ZEMELMAN, S., DANIELS, H., HYDE, A. (1998): *Best practice: New standards for teaching and learning in America's schools*. Portsmouth, NH: Heinemann.

**AUMENTAR**

**DISMINUIR**

<b>Prácticas de Enseñanza</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso de materiales manipulables</li> <li>• Trabajo de grupo cooperativo</li> <li>• Discusiones</li> <li>• Cuestionar y realizar conjeturas</li> <li>• Ser un facilitador del aprendizaje</li> <li>• Evaluar el aprendizaje como parte integral de la enseñanza</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Práctica mecánica</li> <li>• Memorización mecánica</li> <li>• Respuestas únicas y métodos únicos para encontrar respuestas</li> <li>• Enseñar diciendo</li> <li>• Enseñar a calcular fuera de contexto</li> <li>• Enfatizar la memorización</li> <li>• Ser el dispensador del conocimiento</li> </ul>
<b>Matemáticas como Razonamiento</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Deducir conclusiones lógicas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Confiar en la autoridad (maestro, hoja de respuestas)</li> </ul>
<b>Conexiones Matemáticas</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conectar las matemáticas a otras materias y al mundo real</li> <li>• Aplicar las matemáticas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprender tópicos aislados</li> <li>• Desarrollar habilidades fuera de contexto</li> </ul>
<b>Números/Operaciones/Cálculos</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollar sentido numérico y de operaciones</li> <li>• Varias estrategias para estimar</li> <li>•</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso temprano de notaciones simbólicas</li> <li>• Cálculos complejos y tediosos con lápiz y papel</li> <li>• Memorización de reglas y procedimientos sin entenderlos</li> </ul>
<b>Geometría / Mediciones</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo de sentido espacial</li> <li>• Mediciones reales y los conceptos relacionados con unidades de medida</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Memorizar hechos y relaciones</li> </ul>

# IDEAS SOBRE METODOLOGÍA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

José Antonio Fernández Bravo

[ANTO1940@inicia.es](mailto:ANTO1940@inicia.es)

<http://fernandezbravo.ning.com>

1. Dominar la matemática que se está enseñando, distinguiendo: la idea, de la notación de la idea. Una cosa es el concepto y otra, muy distinta, es la simbología que se utiliza para representarlo. Así, por ejemplo, el número cero no es esto: "0", eso es lo que se utiliza para representar la ausencia de elementos, siempre y cuando así se interprete. No faltan libros de texto en los que, confundiendo concepto y simbología, podemos leer que el cero es una "o" (Letra), que el cero es una rosquilla, que el dos es un patito, o, que el seis (6) es "el número que no quiso ser cero".
2. Dominar el arte de preguntar, partiendo siempre del lenguaje del alumno, como modelo de duda, desafío y camino de comprensión para el aprendizaje, en la adquisición del concepto que se está elaborando intelectualmente; conduciendo al alumno mediante ejemplos y contraejemplos que fomenten la discusión y el diálogo, para que sea él, y sin corrección alguna por nuestra parte, el que advierta con claridad, por el diálogo interior provocado: el acierto o el error cometido.
3. Entender que: la evidencia, la realidad, la necesidad y la curiosidad son las situaciones necesarias en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática; por lo que no debemos olvidar que los materiales que utilizamos pueden, por la metodología empleada, favorecer, o no, esas situaciones. Entendiéndose únicamente por material válido para el aprendizaje de la matemática, aquel que hace uso de ellas.
4. Utilizar modelos didácticos, fomentando la investigación y el método científico que, a modo de recurso, permita el descubrimiento de los conceptos, para facilitar que el alumno llegue al saber matemático con precisión de resultados y sin equivocación alguna.
5. Enunciar, representar y simbolizar, como un buen comunicador y con el rigor y la precisión científica que no impliquen ambigüedad alguna, después, y sólo después, de que el alumno haya comprendido el concepto o relación. Relatar acontecimientos de la Historia de la Matemática que estén relacionados con el concepto trabajado, siempre que sea posible, y de manera sugerente y atractiva.

6. Presentar al alumno actividades matemáticas de cualquier tipo o modelo, desde las más sencillas a las más complejas, cuando el alumno tenga suficientes mecanismos de auto corrección.
7. Fomentar en cualquier etapa educativa, con una correcta adaptación: la aplicación, transferencia y abstracción de los contenidos enseñados, a cualquier campo científico, natural y social.
8. Apoyar la participación del alumno, de forma natural y espontánea, en la búsqueda del conocimiento, y no tan sólo y de forma exclusiva en el antojo de la enseñanza para obtener respuestas a preguntas pre-establecidas.
9. Motivar al aprendizaje de la matemática hacia el saber, hacia el sentir y hacia el querer.
10. Escuchar al alumno, atendiendo a modo científico:
  - a) Que las respuestas que obtenemos no coincidan con las que esperamos implica simplemente discrepancia entre la enseñanza y el aprendizaje, y no significa en modo alguno que el niño no razone.
  - b) El niño nunca responde por azar, si no ha sido intimidado.
  - c) El niño nunca quiere fallar o hacerlo mal, si no ha sido irritado
  - d) Ni existe, ni existirá método alguno de enseñanza superior a la capacidad de aprendizaje de la mente humana.

- GODINO, J. (2004): Didáctica de las matemáticas para maestros. Granada: Universidad de Granada <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- IAN STEWART (2004): De aquí al infinito. Las matemáticas de hoy. Biblioteca de bolsillo. Crítica. Barcelona.
- NCTM (2000): Principios y estándares para la educación matemática. SAEM THALES (956 016050 – [thales.matematicas@uca.es](mailto:thales.matematicas@uca.es) )

#### NUMEROS Y OPERACIONES –GEOMETRÍA Y MEDICIÓN

<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>

#### DICCIONARIO DE MATEMÁTICAS

<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/dictionary/Index.html>

#### MATEMÁTICAS

<http://www.eduteka.org/directorio/index.php?cat=204>

*José Antonio Fernández Bravo*

- *Proyecto Matemático. Iniciación a las matemáticas.* (Cuadernos del alumno de 3 a 5 años y guía del profesor). Madrid. Oxford University Press.
- Desarrollo del pensamiento lógico y matemático. *El concepto de número y otros conceptos.* Grupo Mayéutica. Madrid, 2012. 2ª Edición.
- La resolución de problemas matemáticos. creatividad y razonamiento en la mente de los niños. grupo mayéutica-educación. Madrid, 2010. Páginas 216. Libro premiado con el galardón de “metodología creativa” por el Instituto Europeo de las Creatividades en Italia, 2009.
- *Números en Color. Acción y reacción en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática.* (Libro + CD). Editorial CCS. Madrid, 2007
- *Didáctica de la matemática en la Educación Infantil.* Grupo Mayéutica, 4ª Ed. Madrid, 2007 (Distribuye Museum-Line 91 8300388)
- *Numeración y cuatro operaciones básicas: La investigación y el descubrimiento a través de la manipulación.* Editorial CCS, Madrid, 2002
- *El material Numerator.* (Juego para el alumno) Editorial CCS. Madrid, 2002
- *Secuenciación de conceptos matemáticos. Procesos de enseñanza-aprendizaje de 6 a 8 años de edad.* Editorial CCS. Madrid, 2003 (Prólogo del Profesor Sergio Rábade)
- *La Enseñanza de la matemática. Bases psicopedagógicas y fundamentos teóricos en la construcción del conocimiento matemático y la resolución de problemas.* Editorial CCS. Madrid, 2003 (Premiado por el Ministerio de Educación de Perú)
- *El número de dos cifras. Investigación didáctica e innovación educativa.* Editorial CCS. Madrid, 2004

- Iniciación a las Matemáticas. Nueve cuadernos de trabajo para el alumno de Educación Infantil (3-6 años) Libro del Profesor. Oxford University Press. Oxford Educación. Madrid
- Enséñame a Contar. Investigación Didáctica sobre la técnica de contar como actividad Matemática. Grupo Mayéutica, Madrid, 2005 (Distribuye Museum-Line 91 8300388)

Colección de cuentos que trabajan conceptos lógicos y matemáticos

- *El Hipopótamo gracioso y fuerte*. Ed. CCS. Madrid, 2002
- *La tortuga botarruga*. Ed. CCS. Madrid, 2002
- *Los animales que se escaparon del circo*. Ed. CCS. Madrid, 2002
- *Las nubes del país de la fantasía virtual*. Ed. CCS. Madrid, 2002
- *Si te quieren serás lo que eres*. Editorial CCS. Madrid, 2004
- *La caja de números I*. Editorial CCS. Madrid, 2004
- *La caja de números II*. Editorial CCS. Madrid, 2004
- *La corona de la princesa de los labios de fresa*. Grupo Mayéutica-educación. Madrid, 2010.

“[Avatares y estereotipos sobre la enseñanza de los algoritmos en matemáticas](#)”

[www.fisem.org/paginas/union/revista.php](http://www.fisem.org/paginas/union/revista.php) NÚMERO 4

“La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica” En “La Enseñanza de la Matemática” *Revista Iberoamericana de Educación (RIE)*, (versión impresa) Enero-abril 2007, 43, 119-153  
[www.rieoei.org/rie43.htm](http://www.rieoei.org/rie43.htm)

Neurociencias y Enseñanza de la Matemática. Prólogo de algunos retos educativos <http://www.rieoei.org/3128.htm>