

# CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS

## A) POR LA FORMA DE APARECER LOS DATOS Y LA PREGUNTA

**A.1 Problemas CONSISTENTES** o simples: En este tipo de problemas los datos y pregunta del enunciado llevan directamente a la solución y al algoritmo que se ha de aplicar que se pueden resolver con una sola operación. Si el problema es de restar, primero aparece el minuendo y después el sustraendo; si es de dividir, primero aparece el dividendo y luego el divisor. Por lo que respecta a la pregunta, en este tipo de problemas, debe ir al final del texto y preguntar por la cantidad final.

Ejemplo:

- “Manuel tenía ocho monedas y su abuelo le regala cuatro más. ¿Cuántas monedas tiene ahora?”
- “Un pastor tenía doce ovejas y vendió cuatro. ¿Cuántas ovejas le quedan?”

**A.2 Problemas INCONSISTENTES o simples invertidos:** En este tipo de problemas los datos y pregunta del enunciado se presentan en orden inverso al que corresponde a la operación aritmética requerida para su resolución y que también se pueden resolver con una sola operación.

Si el problema es de restar, primero aparece el sustraendo y luego el minuendo, o si es de dividir, primero aparece el divisor y luego el dividendo. En dichos problemas la pregunta se refiere a la cantidad inicial o a la transformación y se formula al principio o en medio del enunciado.

Ejemplo:

- ¿Cuántas canicas tenía Manuel si ha perdido 5 y le quedan 3?

También se consideran inconsistentes aquellos problemas cuyo enunciado contiene un concepto verbal con significado contrario a la operación requerida para su resolución como puede ser “**más**” cuando es de restar o “**menos**” cuando es de sumar. Esto hace que surja un conflicto en el sujeto cuando intenta resolver el problema, ya que debe vencer la tendencia a resolverlo de manera rectilínea por la lectura de los datos del problema.

- María tiene 32 años y su hijo Manuel 8 ¿ Cuántos años más tiene María?

## B) POR SU ESTRUCTURA SEMÁNTICA:

Centrándonos en los problemas que podemos encontrar en Educación Primaria y partiendo de la clasificación que hacen, entre otros, Vergnaud y J. Luis Luceño Campos , tenemos los siguientes tipos de problemas:

- En los problemas de estructura aditiva tendríamos las siguientes categorías básicas: cambio, combinación y comparación e igualación.

Dentro de los problemas la clasificación de cambio y combinación diferenciaremos en base a que las cantidades utilizadas sean de la misma (cambio) o de distinta naturaleza (combinación).

- En los problemas de estructura multiplicativa tendríamos las siguientes categorías: multiplicación-división-razón, multiplicación-división-escalares y multiplicación-división-combinación (producto cartesiano).

Así pues, en cada problema que presentamos a continuación tendremos en cuenta:

-Categoría y tipo.

-Nivel de dificultad por edades, ciclo y curso académico.

## **B.1.-PROBLEMAS ARITMÉTICOS**

Son aquellos que, en su enunciado, presentan datos en forma de cantidades y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo, cuyas preguntas hacen referencia a la determinación de una o varias cantidades o a sus relaciones, y que necesitan la realización de operaciones aritméticas para su resolución.

Se clasifican en problemas aritméticos de primer, segundo o tercer nivel teniendo en cuenta el número de operaciones que es necesario utilizar para su resolución, así como la naturaleza de los datos que en ellos aparecen.

### **B.1.1. Problemas aritméticos de primer nivel**

Podrían llamarse también de un solo paso, ya que es necesaria la aplicación de una sola operación para su resolución. Se dividen en problemas o situaciones aditivo-sustractivas y multiplicación-división. Es decir, se resolverán siempre con operaciones pertenecientes al mismo campo operativo-conceptual

#### *B.1.1.1. Problemas aditivo-sustractivos*

Son aquellos que se resuelven por medio de la adición o la sustracción. Según la situación planteada en el enunciado pueden ser:

##### a) Problemas de cambio

Se identifican porque en el texto del enunciado incluyen una secuencia temporal, muchas veces manifestada a través de los tiempos verbales utilizados. Parten de una cantidad inicial ( $C_i$ ), la cual se ve modificada en el tiempo, para dar lugar a otra cantidad final ( $C_f$ ). De las tres cantidades que deben aparecer en el problema:  $C_i$ , modificación y  $C_f$ , dos de ellas serán datos y la otra será la incógnita.

Cada una de estas tres posibilidades se puede enfocar desde dos puntos de vista: la cantidad crece o decrece.

De aquí surgen los 6 tipos de problemas de CAMBIO:

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<b>CAMBIO 1 (CA1)</b> Problema de sumar. Se conoce cantidad inicial. Se le hace crecer. Se pregunta por la cantidad final.	1 <sup>er</sup> Ciclo I 1º E. Primaria 6 años.	"Antonio tenía en su hucha ocho euros. Después de su comunión, metió otros doce euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?"
<b>CAMBIO 2 (CA2)</b> Problema de restar: se parte de una cantidad inicial a la que se le hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final.	Ciclo Iº 1º E. Primaria 6 años	"Antonio tenía en su hucha ocho euros. En su cumpleaños se ha gastado cinco euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?"
<b>CAMBIO 3 (CA3)</b> Problema de restar: se conoce la cantidad inicial y se llega, mediante una transformación, a una cantidad final conocida mayor. Se pregunta por el aumento (transformación)	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 7 - 8 años	"Andrés tenía catorce tazos. Después de jugar ha reunido dieciocho. ¿Cuántos ha ganado?"
<b>CAMBIO 4 (CA4)</b> Problema de restar: Se parte de una cantidad inicial y, por una transformación, se llega a una cantidad final conocida y menor que la inicial. Se pregunta por la transformación.	Ciclo Iº-IIº 2º E. Primaria 7 - 8 años	"Andrés tenía catorce tazos. Después de jugar le quedan sólo ocho tazos. ¿Cuántos ha perdido?"
<b>CAMBIO 5 (CA5)</b> Problema de restar: se tiene que averiguar la cantidad inicial conociendo la cantidad final y lo que ha aumentado. Se pregunta cantidad inicial.	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 8 - 9 años	"Jugando he ganado 7 canicas, y ahora tengo 11. ¿Cuántas canicas tenía antes de empezar a jugar?"
<b>CAMBIO 6 (CA6)</b> Problema de sumar: se tiene que averiguar la cantidad inicial y se conoce la cantidad final y su disminución. Se pregunta cantidad inicial.	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 8 años	Jugando he perdido 7 canicas, y ahora me quedan 4. ¿Cuántas canicas tenía antes de empezar a jugar?"

b) Problemas de combinación

En su enunciado se describe una relación entre conjuntos (P1) y (P2) que unidos forman el todo (T). La pregunta del problema hace referencia a la determinación de una de las partes (P1) o (P2) o del todo (T).

De aquí surgen los 2 tipos de problemas de COMBINACIÓN

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<b>COMBINACIÓN 1 (CO1)</b> Problema de sumar: se conocen las dos partes y se pregunta por el todo.	1 <sup>er</sup> Ciclo I 1º E. Primaria 6 años.	"Luisa tiene doce bombones rellenos y cinco normales. ¿Cuántos bombones tiene Luisa en total?"
<b>COMBINACIÓN 2 (CO2)</b> Problema conmutativo y de restar: es el problema inverso al anterior, puesto que se conoce el todo y una de las partes, y se pregunta por la otra.	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 8 años	"Luisa tiene doce bombones contando los rellenos y los normales. Si tiene diez rellenos, ¿cuántos bombones normales tiene Luisa?"

c) Problemas de comparación. Son problemas en los que, a través de un comparativo de superioridad (más que...) o de inferioridad (menos que...), se establece una relación de comparación entre dos cantidades.

La información aportada por el enunciado está en relación con la cantidad de referencia (Cr), la cantidad comparada (Cc) o bien la diferencia (D) entre ambas cantidades. Del mismo modo que en los problemas de cambio, de las tres cantidades que deben aparecer en el problema: (Cr), (D) y (Cc), dos de ellas serán datos y la otra será la incógnita, de donde pueden deducirse en principio tres casos posibles dentro de este tipo de problemas.

Además como el sentido de la comparación puede efectuarse en términos de más que... o menos que... se duplica la casuística anterior.

De aquí surgen los 6 tipos de problemas de COMPARACIÓN:

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<b>COMPARACIÓN 1 (CM1)</b> Problema de restar: Conocemos las dos cantidades y se pregunta por la diferencia en el sentido del que tiene más. Problema de INCONSISTENTE. Es difícil porque la formulación del problema induce al error, ya que el alumno/a asocia "añadir" a "sumar"	Ciclo Iº-IIº 3º E. Primaria 8 años	"Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros más que Raquel tiene Marcos?"
<b>COMPARACIÓN 1 (CM1)</b> Problema de restar: Conocemos las dos cantidades y se pregunta por la diferencia en el sentido del que tiene más. Problema de INCONSISTENTE. Es difícil porque la formulación del problema induce al error, ya que el alumno/a asocia "añadir" a "sumar"	Ciclo Iº-IIº 3º E. Primaria 8 años	"Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros más que Raquel tiene Marcos?"

<p><b>COMPARACIÓN 2 (CM2)</b> Problema de restar: conocemos las dos cantidades y se pregunta por la diferencia en el sentido del que tiene menos.</p>	<p>Ciclo I°-II° 1°-3° E. Primaria 6 - 8 años</p>	<p>"Marcos tiene treinta y siete euros. Raquel tiene doce euros. ¿Cuántos euros tiene Raquel menos que Marcos?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 3 (CM3)</b> Problema de sumar: se conoce la cantidad del 1° y la diferencia "en más" del 2°. Se pregunta por la cantidad del 2°</p>	<p>Ciclo I°-II° 2°-3° E. Primaria 8-9 años</p>	<p>"Esther tiene ocho euros. Irene tiene cinco euros más que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 4 (CM4)</b> Problema de restar: se conoce la cantidad del 1° y la diferencia "en menos" del 2°. Se pregunta por la cantidad del 2°</p> <p>Problema para el 1er Ciclo de EP. aunque algunos alumnos/as no lo dominan hasta el 2° Ciclo.</p>	<p>Ciclo I° 2° E. Primaria 7-8 años</p>	<p>"Esther tiene ocho euros. Irene tiene cinco euros menos que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 5 (CM5)</b> Problema de restar: se conoce la cantidad del 1° y su diferencia "en más" con la del 2°. Se pregunta por cantidad del 2°</p> <p>Problemas para el 2 - 3° Ciclo de E P, y requiere mucho entrenamiento.</p>	<p>Ciclo II°-III° 2°-3° E. Primaria 8-11 años</p>	<p>"Rosa tiene diecisiete euros, y tiene cinco euros más que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 6 (CM6)</b> Problema de sumar: se conoce la cantidad del 1° y su diferencia "en menos" con la del 2°. Se pregunta por cantidad del 2°</p> <p>Problemas para el 2° - 3° Ciclo de E P. Y requiere mucho entrenamiento.</p>	<p>Ciclo II°-III° 2°-3° E. Primaria 8-11 años</p>	<p>"Rosa tiene diecisiete euros, y tiene cinco euros menos que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?"</p>

d) Problemas de igualación

En su enunciado incluyen un comparativo de igualdad (tantos como... , igual que... ). Son situaciones en las que se da al mismo tiempo un problema de cambio y otro de comparación. Dicho de otro modo, una de las cantidades (cantidad de referencia Cr) debe modificarse o se modifica creciendo o disminuyendo (D) para llegar a ser igual a la otra cantidad (cantidad comparada Cc).

En el texto del problema se da información referida a las cantidades (Cr), (D), y (Cc), dos de las cuales aparecerán como datos y la tercera como incógnita a calcular. De nuevo pueden considerarse a partir de esta información tres casos de problemas, pero teniendo en cuenta que el sentido de cambio puede ser aumentando o disminuyendo dependiendo de la relación entre las cantidades Cr y Cc eso duplica el número de posibilidades.

De aquí surgen los 6 tipos de problemas de IGUALACIÓN.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>IGUALACIÓN 1 (IG1)</b>            Problema de restar: conocemos cantidades del 1º y del 2º. Se pregunta por el aumento de la cantidad menor para igualarla a la mayor.</p> <p>Problema INCONSISTENTE. Es difícil porque la formulación del problema induce al error, ya que el alumno/a asocia “añadir” a “sumar”.</p>	<p>Ciclo IIº            3º- 4º E. Primaria            9 - 10 años</p>	<p>“Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros le tienen que dar a Raquel para que tenga los mismos que Marcos?”</p>
<p><b>IGUALACIÓN 2 (IG2)</b>            Problema de restar: conocemos cantidades del 1º y del 2º y se pregunta por la disminución de la cantidad mayor para igualarla a la menor.</p>	<p>Ciclo IIº            3º- 4º E. Primaria            9 - 10 años</p>	<p>“Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros tiene que perder Marcos, para tener los mismos que Raquel?”</p>
<p><b>IGUALACIÓN 3 (IG3)</b>            Problema de restar muy difícil: conocemos la cantidad del 1º y lo que hay que añadir a la 2º para igualarla con la 1ª. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p> <p>Problema INCONSISTENTE. La dificultad principal radica en que refleja una situación de igualación en que, para alcanzar la solución, se debe realizar lo contrario de lo que señala el enunciado.</p>	<p>Ciclo IIº            3º- 4º E. Primaria            9 - 10 años</p>	<p>“Juan tiene diecisiete euros. Si Rebeca ganara seis euros, tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos euros tiene Rebeca?”</p>
<p><b>IGUALACIÓN 4 (IG4)</b>            Problema de sumar muy difícil: conocemos cantidades del 1º y lo que hay que quitar a la 2º para igualarla con la 1ª. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p> <p>Problema INCONSISTENTE. La dificultad principal radica en que refleja una situación de igualación en que, para alcanzar la solución, se debe realizar lo contrario de lo que señala el enunciado.</p>	<p>Ciclo IIº            3º- 4º E. Primaria            9 - 10 años</p>	<p>“Juan tiene diecisiete euros. Si Rebeca perdiera seis euros, tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos euros tiene Rebeca?”.</p>
<p><b>IGUALACIÓN 5 (IG5)</b>            Problema de sumar: conocemos cantidades del 1º y lo que hay que añadirle para igualarla con la del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº            3º- 4º-5º E. Pri.            9 - 11 años</p>	<p>“Marcos tiene ocho euros . Si le dieran cinco euros más, tendría los mismos que tiene Rafael.¿ Cuántos euros tiene Rafael?”.</p>

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<b>IGUALACIÓN 6 (IG6)</b> Problema de restar: conocemos cantidades del 1º y lo que hay que quitarle para igualarla con la del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.	Ciclo IIº-IIIº 3º- 4º-5º E. Pri. 9 - 11 años	“Marcos tiene ocho euros . Si perdiera cinco euros más, tendría los mismos que tiene Rafael.¿ Cuántos euros tiene Rafael?”

### B.1.1.2. Problemas de multiplicación-división razón

Se resuelven a través de una multiplicación o una división. Según la situación planteada en el enunciado pueden ser:

#### a) Problemas de proporcionalidad directa

Son aquellos en los que se establecen entre los datos y la solución una función de proporcionalidad directa. Se trata de problemas que utilizan cantidades extensivas discontinuas (naranjas, dinero, caramelos...).

Es la categoría más sencilla al no plantear contradicciones entre su sentido y las operaciones con las que se resuelven. Dichas operaciones guardan un estrecho parentesco con las de sumar y restar, por lo que a veces los alumnos los resuelvan con estas últimas.

TIPO DE PROBLEMA	NIVEL ACADÉMICO	EJERCICIOS
<b>MULTIPLICACIÓN RAZÓN 1</b> Dada una cantidad de determinada naturaleza (multiplicando) y el “número de veces” que se repite (multiplicador-Razón 1), se pregunta por la cantidad resultante (producto), que es de la misma naturaleza que el multiplicando.	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 7 - 8 años	“Agustín lleva al contenedor ocho envases vacíos de vidrio, va cuatro veces en el día, y siempre que va lleva el mismo nº de envases. ¿Cuántos envases ha llevado en total durante el día?”
<b>MULTIPLICACIÓN RAZÓN 2</b> Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (multiplicando y multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) que es de la misma naturaleza.	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 7 - 8 años	“Hay cuatro montones de manzanas, cada montón tiene treinta y dos manzanas. ¿Cuántas manzanas hay en total en los cuatro montones?”.
<b>MULTIPLICACIÓN RAZÓN 3</b> Dada una cantidad de naturaleza “A” (multiplicando) y otra de naturaleza “B” (multiplicador- Razón3), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicador. Es un problema donde se establece una relación o proporción fija que se cumple en todos los casos comprendidos en el multiplicador.	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 7 - 8 años	“Jaime compra cinco cuentos. Cada cuento cuesta tres euros ¿Cuántos euros pagó?”.

<b>DIVISIÓN PARTICIÓN / RAZÓN</b> Dada una cantidad de naturaleza "A" (dividendo) y otra de naturaleza "B" (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.	Ciclo I°-II° 2°-3° E. Primaria 7 - 8 años	"Una colección consta de noventa y seis cromos. Su álbum tiene doce páginas. En todas ellas se pega el mismo nº de cromos. ¿Cuántos cromos se pegan en cada página?".
<b>DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO RAZÓN</b> Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de distinta naturaleza que las anteriores.	Ciclo II° 3° E. Primaria 8 años.	"Una colección consta de 96 cromos. Si en cada página del álbum pegamos 8 cromos. ¿Cuántas páginas tendrá el álbum?".

b) Problemas de factor N o de comparación multiplicativa

Son muy similares a las situaciones aditivas de comparación. En ellos intervienen dos cantidades del mismo tipo las cuales se comparan (cantidad referente Cr y cantidad comparada Cc) para establecer entre ellas una razón o factor (F). Se caracterizan también porque en el enunciado se incluyen cuantificadores del tipo "... veces más que ..." "... veces menos que ..."

El lenguaje en que se expresa el problema, al igual que ocurre en los problemas de estructura aditiva, puede dar lugar a interpretaciones erróneas por los niños, al tener un sentido distinto con el que se presentan las operaciones que lo resuelven. En estos casos hablaremos nuevamente de problemas inconsistentes

De las tres informaciones a las que se alude en el enunciado (Cr), (Cc) y (F), dos de ellas aparecerán como datos y una tercera será la incógnita. De aquí surgirían tres posibles tipos de problemas. Ahora bien, al considerar que la comparación establecida entre las cantidades puede ser en términos de "veces más que" o "veces menos que", eso duplica el número de posibilidades:

TIPO DE PROBLEMA	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<b>MULTIPLICACIÓN COMPARACIÓN "EN MÁS"</b> Problema de multiplicar que expresa la regla de proporción entre ambas cantidades. Dada la cantidad de uno (multiplicando) y las veces que otro la tiene de más (multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando.	Ciclo II°-III° 4°-5° E. Pri. 9-11 años	"Juan tiene ocho euros. Luisa tiene cuatro veces más dinero que él. ¿Cuánto dinero tiene Luisa?".



TIPO DE PROBLEMA	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>DIVISIÓN PARTITIVA</b> <b>COMPARACIÓN “EN MÁS”</b></p> <p>Dada la cantidad de uno (dividendo) y las veces que otro la tiene de más (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº 4º-5º E. Pri. 9-11 años</p>	<p>“Luisa tiene treinta y dos euros, que es cuatro veces más que el dinero que tiene Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?”.</p>
<p><b>DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO</b> <b>COMPARACIÓN “EN MÁS”.</b></p> <p>Problema que se resuelve con una división por agrupación, porque el dividendo y el divisor son de la misma naturaleza. Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor), se pregunta por el número de veces (cociente) que una es mayor que otra. Es un problema de pura comparación, puesto que no hay nada que se parezca a un reparto.</p>	<p>Ciclo II-III ( 4º-5º E.P. ) 9-11 años</p>	<p>“Antonio recibe cada fin de semana 25 euros. Su primo Daniel 100 euros. ¿Cuántas veces más recibe Daniel que Antonio?”.</p>
<p><b>MULTIPLICACIÓN</b> <b>COMPARACIÓN “EN MENOS”</b></p> <p>Este problema inconsistente que se resuelve con una multiplicación. Dada la cantidad de uno (multiplicando) y las veces que otro la tiene de menos (multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando. Es complicado porque su sentido y vocabulario induce a otras operaciones ( resta o división ).</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>“Aurelio tiene 8 euros. Tiene tres veces menos dinero que Ana. ¿Cuánto dinero tiene Ana? “. </p>
<p><b>DIVISIÓN PARTITIVA</b> <b>COMPARACIÓN “EN MENOS”</b></p> <p>Problema que se resuelve con una división Partitiva. Dada la cantidad de uno (dividendo) y las veces que otro la tiene de menos (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>“Ángel tiene treinta y seis euros. Marta tiene cuatro veces menos dinero que Ángel. ¿Cuántos euros tiene Marta?”.</p>
<p><b>DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO</b> <b>COMPARACIÓN “EN MENOS”</b></p> <p>Problema que se resuelve con una división por agrupación, porque el dividendo y el divisor son de la misma naturaleza. Dadas dos cantidades de la misma naturaleza</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>“Mª Carmen tiene cuarenta y cinco euros . Félix tiene nueve euros ¿Cuántas veces menos dinero tiene Félix que Mª Carmen ?”.</p>

TIPO DE PROBLEMA	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
(dividendo y divisor), se pregunta por el número de veces (cociente) que una es menor que otra.		

c) Problemas de razón o de tasa

Este tipo de problemas incluye en el enunciado informaciones que hacen referencia a medidas de tres magnitudes diferentes. Una de ellas, la llamada magnitud intensiva o tasa, ( $C_i$ ), resulta de relacionar las otras dos (una de las magnitudes dadas en el problema respecto a la unidad de la otra magnitud ej. km/h, euros/kilo,...) que a su vez se llaman extensivas ( $C_{e1}$  y  $C_{e2}$ ). Son los que dependen de una fórmula

TIPO DE PROBLEMA	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<b>MULTIPLICACIÓN</b> <b>FÓRMULA</b> Equivale a un problema de Multiplicación Razón 3, aunque utiliza conceptos de espacio y tiempo que implican una mayor dificultad.	Ciclo III° 5°-6° E. Pri. 10 -11 años	“Un señor recorre cuarenta y cinco Km. en una hora. ¿Cuántos Km. recorrerá en tres horas?”.
<b>DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO</b> <b>FÓRMULA</b> Equivale a un problema de División Razón por agrupamiento, aunque utiliza conceptos de espacio y tiempo que implican una mayor dificultad.	Ciclo III° 5°-6° E. Pri. 10 -11 años	“Si caminas a una velocidad de cinco Km. por hora. ¿Cuántas horas tardarás en recorrer veinticinco Km.?”.
<b>DIVISIÓN PARTITIVA</b> <b>FÓRMULA</b> Equivale a un problema de División Razón Partición, aunque utiliza conceptos de espacio y tiempo que implican una mayor dificultad.	Ciclo III° 5°-6° E. Pri. 10 -11 años	“¿ A qué velocidad irá un coche, si en 5 horas recorre 650 Km?”.

d) Problemas de producto cartesiano

Se trata de combinar de todas las formas posibles (T), los objetos de un tipo ( $C_1$ ) con los objetos de otro tipo ( $C_2$ ). Son problemas muy difíciles para los niños. Emplean cantidades simétricas, puesto que ambas juegan el mismo papel. Por ello la multiplicación es conmutativa y tan sólo se presenta un tipo de problemas de dividir

TIPO DE PROBLEMA	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<b>MULTIPLICACIÓN COMBINACIÓN PRODUCTO CARTESIANO 1 (PC 1)</b> Dadas dos cantidades de distinta naturaleza (multiplicando y multiplicador), se pregunta por el número de combinaciones posibles (producto).	Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años	“En un baile hay tres chicos y dos chicas. ¿Cuántas parejas distintas se pueden formar?”.
<b>DIVISIÓN COMBINACIÓN O PRODUCTO CARTESIANO 2 (PC 2)</b> Dada una cantidad (dividendo) y el número de combinaciones (divisor), se pregunta por la otra cantidad que se combina (cociente).	Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años	“En un baile hay tres chicos y algunas chicas. Se pueden formar seis parejas distintas entre ellos. ¿Cuántas chicas hay en el baile?”.

### B.1.2. Problemas aritméticos de segundo nivel

También llamados problemas combinados. Para su resolución es necesario realizar varias operaciones (dos o más) en un cierto orden. Son más complejos que los de primer nivel puesto que supone establecer unas relaciones más complejas entre los datos aportados por el enunciado. Dentro de esta tipología podría hablarse de diferentes clasificaciones según el criterio seguido. Así, por ejemplo, atendiendo a la estructura del enunciado pueden ser:

#### B.1.2.1. Problemas combinados fraccionados

Son aquellos en los que en el enunciado aparecen varias preguntas encadenadas, las cuales ofrecen al alumnado el plan para responder a la última pregunta, que es propiamente la finalidad del problema

Ejemplo:

*Una señora lleva en la cartera 300 €. Entra en una tienda de ropa y compra 3 pantalones que le cuestan 72€ cada uno y 2 camisetas a 15€ la unidad.*

*¿Cuánto dinero valen los tres pantalones?*

*¿Cuánto paga por las camisetas?*

*¿Cuánto dinero gasta la señora en la tienda?*

*¿Cuánto dinero le quedará en la cartera al salir?*

#### B.1.2.2. Problemas combinados compactos

Resultan bastante más complejos que los fraccionados ya que en ellos aparece solamente una pregunta al final del enunciado. En este caso el alumnado debe relacionar los datos aportados, de un modo estratégico y concebir el plan que le llevará hasta la solución del problema.

*Ejemplo:*

*El coche de mi madre consume 6 litros de gasolina cada 100 kilómetros. Cuando salió de casa antes de iniciar un viaje, el depósito estaba lleno y caben 57 litros. Después de andar 750 km., ¿qué distancia podría recorrer todavía sin volver a repostar combustible?*

Por el tipo de operaciones que es necesario realizar para resolver el problema, se clasifican en:

#### *B.1.2.3. Problemas combinados puros*

Son aquellos en los que los pasos intermedios a realizar para resolver el problema pertenecen todos al mismo campo operativo-conceptual. Es decir se aplican bien sumas y/o restas, o bien multiplicaciones y/o divisiones.

*Ejemplo:*

*Para celebrar el fin de trimestre, las tres clases de tercero de mi colegio hemos ido al cine. En cada clase hay 25 personas. Si hemos pagado en total 225 euros, ¿cuánto nos ha costado a cada alumno/a la entrada al cine?*

#### *B.1.2.4. Problemas combinados mixtos*

En su resolución intervienen distintas operaciones pertenecientes a campos conceptuales diferentes.

*Ejemplo:*

*En un almacén había 127 sacos de garbanzos. Cada saco pesaba 60 kilos. Se sacaron 8 carros de 12 sacos cada uno.  
¿Cuántos kilos de garbanzos quedaron en el almacén?*

#### *B.1.2.5. Problemas combinados directos*

Son aquellos en los que los datos expresados en el enunciado orden en el que deben ser utilizados al resolver el problema.

*Ejemplo:*

*En un concurso escolar ganamos 1200 euros. Para celebrarlo compramos libros de lectura para la clase por valor de 192 euros. Después hicimos una excursión en la que gastamos 900 euros. El resto del dinero lo utilizamos en hacer una merienda. ¿Cuánto dinero costó la merienda?*

#### *B.1.2.6. Problemas combinados indirectos*

Se caracterizan porque la persona que resuelve el problema debe reordenar los datos en función de la pregunta formulada en el enunciado, y combinarlos de forma que le permitan elaborar el plan que le llevará a la solución.

*Ejemplo:*

*Un bidón contenía 112 litros de agua. Con él se llenaron 3 cubas iguales y 2 garrafas de 15 litros cada una. En el bidón quedaron todavía 7 litros de agua. ¿Cuál era la capacidad de cada cuba?*

### **B.1.3. Problemas aritméticos de tercer nivel**

Son aquellos en los que los datos del enunciado vienen dados en forma de números decimales, fraccionarios o porcentuales. La situación planteada es similar a las de primer o segundo nivel, la dificultad añadida está precisamente en el tipo de números en los que se expresan los datos.

*Ejemplos:*

*Un comerciante vendió las 350 botellas de aceite que había comprado. Pagó por cada botella 1,10 euros. En la venta ganó 140 euros. ¿A cómo vendió cada botella?*

*En un hotel que tiene 60 habitaciones, sólo 3 están vacías. ¿Qué porcentaje de habitaciones tiene ocupadas el hotel?*

*Una pieza de  $\frac{3}{4}$  de kilo de solomillo de ternera cuesta 21 euros. ¿Cuánto pagaremos por 2 kilos de esa misma carne?*

Además de los problemas anteriormente expuestos también sería conveniente incluir otros tipos de problemas como:

#### **\* Problemas geométricos**

Con ellos se trabajan diversos contenidos y conceptos de ámbito geométrico, diferentes formas y elementos, figuras bidimensionales y tridimensionales, orientación y visión espacial, los giros... El componente aritmético pasa a un segundo plano y cobra importancia todo lo relacionado con aspectos geométricos. Estos problemas se inician en Educación Primaria pero luego su tratamiento continúa en Secundaria. Es importante que nuestro alumnado adquiera una buena base para que vayan ampliando sus conocimientos en cursos posteriores. Estos problemas podrían trabajarse conjuntamente con el área de educación plástica.

#### **\* Problemas de razonamiento lógico**

Son problemas que permiten desarrollar destrezas para afrontar situaciones con un componente lógico. Actividades de este tipo podrían ser por ejemplo:

Los criptogramas, líneas u otras figuras sobre las que hay que colocar números cumpliendo unas determinadas condiciones, aquellos en los que se dan unas pistas para que a partir de ellas se determine el número o números que las cumplen...

Enigmas que, aunque no tienen por qué ser propiamente matemáticos, mantienen la mente despierta, estimulan la imaginación y desarrollan la facultad de la inteligencia. Constituyen un ejercicio mental y desarrollan estrategias que resultan útiles en muchas ocasiones. Son actividades en las que es fundamental la expresión verbal del proceso seguido para su resolución, ya que no sólo es importante dar la respuesta, sino, también hacer partícipes al resto de compañeros y compañeras de cómo se ha llegado hasta ella.

*Ejemplo:*

*Un grupo de tres personas adultas se desplaza por la selva. Al cabo de cierto tiempo encuentran un río que deben cruzar, pero no pueden atravesarlo nadando. Al otro lado ven a dos niños con una pequeña canoa que se ofrecen a ayudarles. La canoa es tan pequeña que en cada viaje solamente caben los dos niños/as o una persona adulta. ¿Serías capaz de ayudarles a resolver este problema?*

\* Análisis de proposiciones, que son actividades que desarrollan la capacidad para articular argumentaciones y dar explicaciones. Exigen utilizar el lenguaje con precisión, rigor y exactitud.

Ejemplo:

*Escribe VERDADERO o FALSO, detrás de las siguientes condicionales:*

*Si sumo dos números impares, entonces el resultado es par.*

*Si hace sol, entonces no hay nubes.*

*Si no es alemán, entonces no es europeo.*

*Si el resultado de un producto es par, entonces los dos números son pares.*

*Si soy propietario de un coche, entonces tengo el carné de conducir.*

*Si apruebo el examen, entonces he sacado un cinco.*

*Tener 13 años es condición necesaria y suficiente para estudiar 1º de ESO.*

*Saber hablar inglés es condición necesaria y suficiente para dar clase de inglés.*

\* Problemas absurdos:

Este tipo de problemas deben introducirse de vez en cuando entre los ejercicios ordinarios, con el objetivo de que los alumnos/as detecten los planteamientos y o datos erróneos en los mismos. Nunca deben de plantearse de forma consecutiva ya que pondríamos en sobre aviso al alumnado.