

1. IDENTIFICACIÓN

TÍTULO: LOS NÚMEROS EN LA NATURALEZA Y EN EL ARTE

ETAPA: SECUNDARIA

NIVEL: 3º ESO ACADÉMICAS

PERSONAL PARTICIPANTE: Profesorado, familia.

ÁREAS: Matemáticas, Plástica, Naturales.

COMPETENCIAS CLAVE:

CL, CMCT, CD, CAA, CEC, SIEP

Aproximación descriptiva: En este curso se estudian las sucesiones, y lo que se pretende con este proyecto es mostrar al alumnado un ejemplo de sucesión muy presente en la naturaleza para luego relacionarlo con el número de Oro, un número que se aplica a muchas disciplinas (arquitectura, arte,...) y que también está muy presente en la naturaleza. A su vez, les mostraré otro número, no tan famoso, pero no por ello menos interesante y que está muy presente en la arquitectura cordobesa (la Mezquita y muchos monumentos de Córdoba) como es el número cordobés descubierto por el arquitecto cordobés Rafael de La Hoz. También se verán distintas formas de llegar a estos números por diversos caminos, desde la geometría (relaciones entre los radios y lados de polígonos regulares) hasta el álgebra (el número de oro como solución de una ecuación de segundo grado). Pero también podrán llegar a ellos, experimentalmente (por ejemplo, dividiendo las falanges consecutivas de sus manos). Además se les guiará para que investiguen y aprendan a construir rectángulos y espirales áureas.

CONCRECIÓN CURRICULAR

Objetivos de la etapa	Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje	Evaluación de la UDI/Proyecto =INDICADORES?	Competencias
<p>2. Mejorar sus habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.</p> <p>10. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar</p>	<p>Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas: Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos y geométricos. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. Confianza en las</p>	<p>B1-3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas en contextos numéricos y geométricos. B1-5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación. B1-6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana. B1-8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. B1-9. Superar bloqueos e</p>	<p>B1-3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos. B1-3.2. Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad. B1-5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico. B1-6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener</p>	<p>Rúbricas</p> <p>Rúbricas</p> <p>Escala de observación</p> <p>Rúbrica</p>	<p>CCL CMCT CAA SIEP CD</p>

<p>y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.</p> <p>11. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.</p> <p>Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.</p>	<p>propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.</p> <p>Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje.</p>	<p>inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas</p> <p>B1-12 Utilizar las tecnologías de la información la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo estos en entornos apropiados para facilitar la interacción.</p>	<p>problemas de interés.</p> <p>B1-6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>B1-6.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.</p> <p>B1-6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>B1-6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.</p> <p>B1-8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.</p> <p>B1-8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.</p> <p>B1-8.4. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.</p> <p>B1-9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p> <p>B1-12.3 Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de</p>	<p>Escala de observación</p> <p>Cuaderno</p> <p>Escala de observación</p> <p>Escala de observación</p> <p>Escala de observación</p> <p>Escala de observación</p> <p>Escala de observación</p> <p>Cuaderno</p> <p>Cuaderno</p>	
--	---	---	--	---	--

			mejora.		
	Bloque 2: Números y Álgebra: Expresiones radicales. Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes. Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución.	B2-2. Obtener y manipular expresiones simbólicas que describan sucesiones numéricas, observando regularidades en casos sencillos que incluyan patrones recursivos. B2-4. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado, ecuaciones sencillas de grado mayor que dos y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, aplicando técnicas de manipulación algebraicas, gráficas o recursos tecnológicos, valorando y contrastando los resultados obtenidos.	B2-2.1. Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores. B2-2.2. Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios. B2-2.4. Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas. B2-4.1. Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido.	Cuaderno Rúbrica Rúbrica Cuaderno	CMCT CCL CD CAA

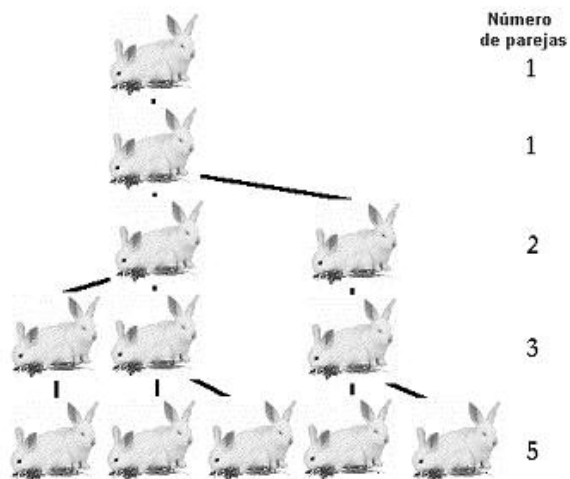
3. TRANSPOSICIÓN CURRICULAR

Tarea 1: LA SUCESIÓN DE FIBONACCI

ACTIVIDAD 1.1: Se le plantea al alumnado el conocidísimo problema de los conejos a través del cuál, será él mismo, el que obtenga la sucesión de Fibonacci.

EJERCICIO 1.1.1.

“Imaginemos una pareja de conejos, macho y hembra, encerrados en un campo donde pueden anidar y criar. Supongamos que los conejos empiezan a procrear a los dos meses de vida, engendrando siempre un único par macho-hembra, y a partir de ese momento, cada uno de los meses siguientes un par más de iguales características. Admitiendo que no muriese ninguno de los conejos, ¿cuántos pares contendría el cercado al cabo de un año?”



EJERCICIO 1.1.2.

Ya hemos obtenido la sucesión de Fibonacci, ahora intenta encontrar la relación que existe entre sus términos y obtén su término general definido por recurrencia.

ACTIVIDAD 1.2: El alumnado investigará elementos de la naturaleza en los que la sucesión de Fibonacci está presente.

EJERCICIO 1.2.1.

Los números de Fibonacci, 1,1,2,3,5,8... están muy presentes en la naturaleza. Un ejemplo es el de los machos o zánganos de una colmena cuyos árboles genealógicos siguen totalmente la serie de Fibonacci. Los machos, no tienen padre, por lo que tienen 1 madre, 2 abuelos (los padres de la reina), 3 bisabuelos (porque el padre de la reina no tuvo padre); 5 tatarabuelos y 8 tataratarabuelos.

Indaga por tu cuenta (haciendo uso de Internet, preguntando a tus profesores de arte, ...) y describe dos elementos de la naturaleza en los que esté presente esta sucesión.

Temporalización: 2 sesiones

Tarea 2: EL NÚMERO DE ORO Y EL NÚMERO CORDOBÉS

ACTIVIDAD 2.1: El alumnado va a obtener la expresión decimal del número de oro y va a ver su presencia en diferentes contextos.

EJERCICIO 2.1.1.

Resuelve la ecuación $x^2 - x - 1 = 0$, y quédate con la solución positiva ¿Es un número irracional? Pues préstale atención porque acabas de conocer al número áureo o número de oro. Un número que te encontrarás muy a menudo en muy diversas disciplinas.

EJERCICIO 2.1.2

Busca un pentágono y un decágono regular por internet e imprímelo. Considera una diagonal cualquiera del pentágono y divídela entre el lado, ¿qué número obtienes? Considera ahora el radio de la circunferencia circunscrita a dicho decágono y divídela entre el lado, ¿qué número obtienes? Si ahora considerases otros pentágonos y decágonos regulares de diferentes tamaños y repitieses el mismo procedimiento ¿seguirías obteniendo el mismo número? ¿por qué?

EJERCICIO 2.1.3

El número de oro aparece en los carnés. Coge varios carnés que tengas y mide el largo y el ancho de cada uno, con la calculadora divide el lado largo entre el corto. ¿Qué número obtienes?

EJERCICIO 2.1.4

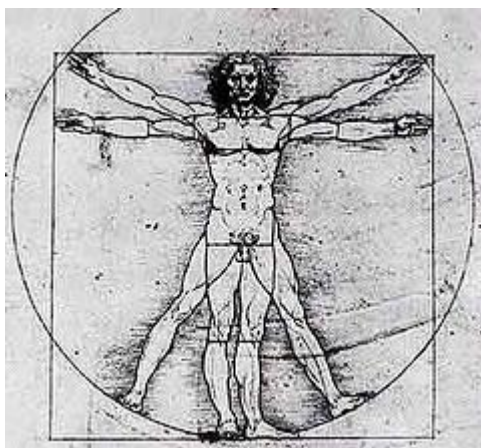
También aparece en el cuerpo humano. Vamos a elegir a 3 personas adultas y vamos a medir su altura, la distancia entre su ombligo y la planta de los pies, y la distancia entre su ombligo la parte superior de su cabeza. Si llamamos h a la altura, n a la distancia del ombligo a los pies y m a la distancia del ombligo a la cabeza, completa:

	$h:n$	$n:m$
PERSONA 1		
PERSONA 2		
PERSONA 3		

Añade una columna a la tabla anterior y pon en ella la media entre los valores de las dos columnas. ¿Qué número obtienes?

EJERCICIO 2.1.5

En los recién nacidos el ombligo divide el cuerpo en dos partes iguales, en un cuerpo desarrollado normalmente, el ombligo divide el cuerpo en dos partes tales que al dividir las obtenemos el número áureo. Leonardo da Vinci lo sabía y lo empleaba en sus obras. Vitruvio estableció una afinidad entre el hombre y las figuras geométricas, al descubrir que el hombre de pie con los brazos extendidos puede inscribirse en un cuadrado, si separa las piernas puede inscribirse dentro de un círculo, que tiene como centro el ombligo.



Aparte de las situaciones citadas, busca información de otros ejemplos en los que esté presente el número áureo.

ACTIVIDAD 2.2: El alumnado va a investigar sobre el rectángulo áureo y la espiral áurea, y va a aprender a construirlas.

EJERCICIO 2.2.1: No solamente existe el número áureo, también existen rectángulos y espirales áureas. Investiga sobre ellas y aprende a construir un rectángulo áureo y una espiral áurea (te puedes ayudar de Internet o del profesor de dibujo)

ACTIVIDAD 2.3: El alumnado va a conocer otro número muy presente en su provincia: el número cordobés.

EJERCICIO 2.3.1: Considera el número $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{2}}$. Obtén su expresión decimal ayudándote de la calculadora ¿qué número obtienes?

EJERCICIO 2.3.2: Busca un octógono regular por internet e imprímelo. Considera el radio de la circunferencia circunscrita a dicho octógono y divídela entre el lado del octógono, ¿qué número obtienes? Si ahora consideras otro octógono regular más pequeño o más grande y haces lo mismo ¿Qué número crees que obtendrás? ¿por qué?

EJERCICIO 2.3.3: El número Cordobés es el número obtenido en los dos ejercicios anteriores $1'30656\dots$. Lo descubrió un arquitecto cordobés y está muy presente en muchos monumentos de Córdoba. Investiga sobre este asunto y da varios ejemplos de monumentos en los que se encuentre presente.

Temporalización: 5 sesiones

TAREA 3: RELACIÓN ENTRE LA SUCESIÓN DE FIBONACCI Y EL NÚMERO DE ORO

ACTIVIDAD 3. 1: El número de oro es la división de un término de la sucesión de Fibonacci entre el término anterior, cuando considero términos muy avanzados en dicha sucesión.

EJERCICIO 3.1.1: Volvamos a la sucesión de Fibonacci. Ahora vamos a dividir un término cualquiera de la sucesión entre el término anterior:

$$\frac{1}{1} = \frac{13}{8} =$$

$$\frac{2}{1} = \frac{21}{13} =$$

$$\frac{3}{2} = \frac{34}{21} =$$

$$\frac{5}{3} =$$

$$\frac{8}{5} =$$

¿A qué número se aproximan los cocientes conforme más avanza en la sucesión?

Temporalización: 1 sesión

4. RÚBRICAS DE EVALUACIÓN DE LAS TRES TAREAS

	Escasa consolidación 1	Aprendizaje medio 2	Buen aprendizaje 3	Excelencia en el aprendizaje 4
Tarea 1	No entiende el patrón seguido en la construcción de la sucesión de Fibonacci y no es capaz de dar ejemplos en los que dicha sucesión esté presente.	Conoce el patrón seguido en la sucesión de Fibonacci, pero no es capaz de dar su definición por recurrencia. Conoce ejemplos en los que dicha sucesión está presente, pero no es capaz de detallar de qué forma está presente.	Conoce el patrón seguido en la sucesión de Fibonacci y es capaz de dar su definición por recurrencia. Conoce ejemplos en los que dicha sucesión está presente, pero no es capaz de detallar de qué forma está presente.	Conoce el patrón seguido en la sucesión de Fibonacci y es capaz de dar su definición por recurrencia. Conoce y detalla ejemplos en los que dicha sucesión está presente.
Tarea 2	El alumno no conoce el número de oro ni el número cordobés, y tampoco sabe de qué manera están presentes estos números en la naturaleza.	El alumnado conoce las expresión decimal de alguno de los números y también conoce alguna forma en la que están presentes, pero sin mucho detalle. Tampoco conoce ninguna de las distintas formas de obtener este número y no tiene ni idea de cómo construir rectángulos y espirales áureas.	El alumnado conoce la expresión decimal de ambos números y conoce de qué forma están presentes en la naturaleza y la arquitectura, aunque no con mucho detalle. Conoce alguna forma de obtenerlos y conoce la existencia de rectángulos y	El alumnado conoce la expresión decimal de ambos números y conoce de qué forma están presentes en la naturaleza y arquitectura de Córdoba con cierto detalle. Conoces las formas de obtenerlos y sabe construir rectángulos y espirales áureas.

			espirales áureas aunque comete fallos al construirlas	
Tarea 3	El alumnado no sabe la relación entre la sucesión de Fibonacci y el número áureo	El alumnado conoce que el número áureo está relacionado con la división entre dos términos de la sucesión de Fibonacci, pero confunde qué términos son.	El alumnado conoce que el número áureo está relacionado con la división de un término de la sucesión de Fibonacci y el anterior, pero no detalla que conforme más avanzado sea el término de la sucesión tomado, mejor será la aproximación con el número áureo.	El alumnado sabe que el número áureo es una aproximación del valor obtenido al dividir un término de la sucesión de Fibonacci entre el término anterior, y que conforme más avanzado esté el término, tanto mejor será la aproximación.