

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y LAS CREENCIAS MATEMÁTICAS

Martha L. Frank

("Arithmetic Teacher". Enero, 1988)

Una pregunta que con frecuencia se hace desde que la resolución de problemas se ha convertido en un tema popular en la educación matemática es "¿cómo podemos conseguir que los estudiantes se hagan mejores resolutores de problemas?". Las respuestas a esta pregunta se han enfocado hacia técnicas de instrucción tales como las estrategias de resolución de problemas ("heurística"), el método de los cuatro pasos de Polya, o incluso la enseñanza de programación de lenguajes como el Logo o el Basic.

Algunos investigadores sostienen que la innovación curricular no es suficiente para mejorar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas. Confrey (1984) sugiere que la puesta en práctica satisfactoria de tratamientos didácticos enfocados a los procesos de resolución de problemas y que estimule la independencia, la perseverancia y la flexibilidad "requiere cambios en las concepciones que los estudiantes tienen de las matemáticas." Porque es probable que los estudiantes no puedan hacerse mejores resolutores de problemas si no cambian sus creencias acerca de las matemáticas.

¿Qué es lo que los estudiantes creen acerca de las matemáticas? ¿Cómo influyen estas creencias en su modo de resolver problemas?. El presente artículo describe algunos de los resultados de un estudio (Frank, 1985) emprendido con la intención de explorar estas preguntas. Los estudiantes sobre los que se hizo este estudio eran estudiantes matemáticamente competentes (según los tests típicos) de 12-13 años. Pero otros investigadores (Cobb, 1984; Conferí, 1984; Wheatley, 1984; Carpenter, Lindquist, Matthews y Silver, 1983; Schoenfeld, 1983; Buerk, 1982; Confrey y Lanier, 1980; Fey, 1979) han descrito creencias similares en estudiantes de una amplia gama de edades y capacidades.

LAS CREENCIAS QUE LOS ESTUDIANTES TIENEN ACERCA DE LAS MATEMÁTICAS

Los veintisiete estudiantes inscritos en las dos secciones de un curso intensivo de dos semanas sobre resolución de problemas matemáticos con ordenador rellenaron las respuestas a un cuestionario acerca de creencias matemáticas. Quince estudiantes (los de una de las dos secciones) fueron observados diariamente; cuatro estudiantes de esta sección fueron entrevistados. Cada estudiante fue entrevistado al menos cuatro veces. La duración mínima de cada entrevista fue de treinta minutos. Las entrevistas consistieron, en parte, en conversaciones acerca de las matemáticas; pero los estudiantes también resolvieron problemas no rutinarios de matemáticas pensando en voz alta. La siguiente lista de creencias está basada en el análisis de las respuestas dadas por escrito y en los datos procedentes de la observación y de las entrevistas.

1. Las matemáticas son cálculos. Las matemáticas, para los estudiantes sobre los que se hizo este estudio, eran lo que ellos llamaban "Las cuatro operaciones": adición, sustracción, multiplicación y división. Estas operaciones implicaban la memorización de hechos y algoritmos aritméticos. Los algoritmos son procedimientos paso-por-paso o listas de reglas utilizadas para obtener respuestas numéricas. Extensiones de la creencia de que "las matemáticas son cálculos" son "hacer matemáticas significa seguir reglas" y "aprender matemáticas es, sobre todo, memorizar."

2. Los problemas de matemáticas se tienen que resolver rápidamente con unos cuantos pasos.

Estos estudiantes creían, en general, que se da por supuesto que los problemas de matemáticas son tareas rutinarias para las que pueden aplicarse algoritmos aritméticos o algebraicos conocidos. Las tareas no rutinarias eran consideradas como algo marginal a la vía principal de las matemáticas no eran verdaderas matemáticas. Creían que algo funcionaba mal, o bien en sí mismos o bien en el problema, si un problema tardaba "demasiado tiempo" (más de cinco o diez minutos) en ser resuelto.

3. Las matemáticas tienen como objetivo obtener "respuestas correctas". Los estudiantes tendían a ver las matemáticas según la dicotomía "completamente bien hecho" / "completamente mal hecho". Se concentraban casi enteramente en las respuestas y en si esas respuestas eran correctas o incorrectas. Muchos estudiantes creían que sólo el profesor podía decirles si una respuesta era acertada o equivocada. Si una respuesta era equivocada, parecían tener la sensación de que su dedicación al problema había sido una experiencia inútil.

4. El papel de un estudiante de matemáticas es recibir conocimientos matemáticos y demostrar que los han recibido. Las matemáticas -un conjunto de hechos, reglas y procedimientos- es un "paquete" que hay que recibir pasivamente. En las entrevistas, los estudiantes explicaban que esta recepción se lleva a cabo prestando atención en clase, leyendo el libro de texto (en particular, la "letra gorda") y haciendo (quizá con la ayuda de un profesor o de otro adulto) las tareas puestas para hacer en casa. Tú demuestras que has recibido el paquete de matemáticas dando "respuestas correctas" a los problemas de matemáticas. Si sabes dar la respuesta correcta, entonces has "comprendido" la cosa; si no sabes dar la respuesta correcta, entonces no.

5. El papel del profesor de matemáticas es transmitir conocimientos matemáticos y comprobar que los estudiantes han recibido estos conocimientos. Se supone que los profesores deben emplear la hora de clase en "cubrir" el programa señalado por el libro de texto. Si un profesor desarrolla bien el programa, los estudiantes deberían ser capaces de dar rápida y fácilmente las respuestas a las tareas para casa y a las preguntas de los exámenes. Los profesores verifican que los estudiantes han recibido los conocimientos comprobando las respuestas de los estudiantes para asegurarse de que son correctas.

IMPLICACIONES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Cuando un educador matemático habla o escribe sobre la resolución de problemas, probablemente tiene en mente una definición similar a la Wheatley: "Resolver un problema es lo que haces cuando no sabes qué hay que hacer" (Wheatley, 1984). The National Council of Teachers of Mathematics de Estados Unidos (1980) recomienda que las matemáticas en primaria y secundaria estén enfocadas a la resolución de problemas. Pero los estudiantes cuyas creencias matemáticas sean similares a las señaladas aquí ni siquiera aceptan que la "resolución de problemas" (en el sentido de Wheatley) es matemáticas. Para ellos, las matemáticas nunca se supone que estén en una situación en la que "no sabes qué es lo que hay que hacer". Si el profesor ha hecho su trabajo y los estudiantes han hecho el suyo, siempre sabrán aplicar un hecho, una regla o un procedimiento para obtener rápidamente una respuesta.

Los educadores matemáticos hacen con frecuencia una distinción entre **problemas y ejercicios**. Por ejemplo, según Kantowski (1977), una tarea es un problema para un estudiante si implica "una pregunta que no sabe responder o una situación que es incapaz de resolver usando los conocimientos que tiene inmediatamente disponibles." En un ejercicio, sin embargo, el estudiante

conoce un algoritmo que, "una vez aplicado, le llevará con seguridad a una solución." Para los estudiantes con creencias matemáticas como las anteriormente expresadas, las matemáticas consisten en ejercicios, no en problemas.

Esta distinción no es una mera argucia semántica. Un estudiante para quien las matemáticas son una colección de ejercicios puede tener (en el supuesto de que haya aprendido una colección de hechos, reglas y procedimientos) un completo éxito en obtener rápidamente respuestas rápidas a ejercicios. Su actuación puede convencer al observador de que este estudiante tiene talento para las matemáticas. Pero ¿qué ocurre cuando ese estudiante se encuentra con un problema?.

Una posibilidad es que el estudiante se dé cuenta de que esa es una tarea de un tipo diferente de la de los ejercicios que está habituado a ver y que no acepte esta tarea como matemáticas (que de hecho es lo que ocurrió en las entrevistas). En esta situación el estudiante rehúsa tener nada que ver con la tarea (dice "No sé hacerlo" o "Esto no son matemáticas") o trabaja en ella de una manera inconexa y sin método en tanto que el profesor esté insistiendo en que lo intente. En cualquiera de los casos, el estudiante ha aprendido muy poco de su encuentro con el problema.

Otra posibilidad es que el estudiante trate el problema como si fuese un ejercicio. Esto también ocurrió en las entrevistas. El estudiante intenta buscar en su memoria el hecho o la regla apropiados con el objetivo de producir rápidamente una respuesta. Al no lograr conjurar la información apropiada al caso, abandona el problema o pide ayuda al profesor ("No me sale; dime qué tengo que hacer" o "¿Lo estoy haciendo bien?"). Algunas veces, tras una agotadora cantidad de cálculos, se produce algo parecido a una respuesta. Si el profesor comprueba que la respuesta es correcta, vale; se pasa al problema siguiente (¡sin mirar lo que se ha hecho anteriormente!). Si no (si al estudiante no se le ha dicho si la respuesta es correcta o incorrecta), entonces tiene la sensación de que el trabajo realizado sobre el problema ha sido una pérdida de tiempo. De nuevo, poco ha sido lo que se ha aprendido del encuentro con el problema, aunque el estudiante puede salir con la incómoda sensación de que no es muy bueno en matemáticas.

Por último, el estudiante puede efectivamente emplear una estrategia general para la resolución de problemas y conseguir progresar realmente hacia una solución. Pero si la respuesta no aparece ya sobre el horizonte tras cinco minutos, es probable que decida dejar de trabajar el problema. El estudiante siente que algo está haciendo mal -o que quizá sea uno de esos problemas de truco que no se pueden resolver- porque está llevando mucho tiempo conseguir la sacrosanta respuesta.

¿Dónde están, en todo esto, la concentración en el proceso, la independencia, la perseverancia y la flexibilidad que la resolución de problemas se supone que engendra?. Notablemente ausentes.

IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA

Las creencias matemáticas no se forman de la noche a la mañana. Se forman lentamente, durante un largo período de encuentros y experiencias matemáticas. La fuente principal de las experiencias matemáticas de la mayoría de los estudiantes es probablemente la clase de matemáticas. Por ello, lo que ocurra en la clase ejercer una influencia muy fuerte en las creencias matemáticas de los estudiantes de la clase. Los estudiantes aprenden de su experiencia en clase mucho más que contenidos matemáticos. Están también adquiriendo creencias matemáticas que pueden ayudarles -u obstaculizarles- como resolutores de problemas.

Así pues, ¿qué podemos hacer para lograr que nuestros estudiantes se hagan mejores resolutores de problemas?. Todas las sugerencias siguientes están encaminadas al desarrollo de creencias matemáticas que servirán de ayuda en la resolución de problemas.

1. **Empecemos pronto la resolución de problemas.** Si la primera vez que un estudiante se encuentra con un problema es a los 12 ó 13 años, la iniciación es demasiado tardía. Todos los estudiantes necesitan tener la oportunidad de trabajar tanto ejercicios como problemas exactamente desde el comienzo.
2. **Asegurémonos de que los problemas que proponemos son problemas.** Recordemos que lo que para un estudiante es un problema, puede para otro estudiante ser un ejercicio. Asegurémonos de que incluso los estudiantes más brillantes tengan oportunidad de trabajar en problemas verdaderamente desafiantes. La resolución de tales problemas deberá llevar más de cinco o diez minutos y debería requerir el uso de estrategias generales de resolución, tales como: recogida de datos, elaboración de diagramas o gráficos, búsqueda de regularidades, vuelta atrás, ensayo y error.
3. **Enfoquemos los procesos, no los resultados.** Lo que debería discutirse son las resoluciones completas, no meramente las respuestas numéricas. Se debería animar a los estudiantes a que muestren cómo han utilizado varias estrategias para resolver un problema, en lugar de escribir simplemente cuál es la respuesta. Si un estudiante usa una estrategia razonable para resolver un problema, no debería ser penalizado por obtener una respuesta incorrecta. Si el estudiante no obtiene ninguna respuesta, pero puede decir qué es lo que ha aprendido mientras ha estado buscando una solución, debería ver reconocido y estimulado su trabajo.
4. **Los estudiantes deberían trabajar a menudo en pequeños grupos.** Se emplea demasiado en matemáticas "el profesor habla-los estudiantes escuchan". Los estudiantes necesitan tener la oportunidad de hablar de matemáticas unos con otros. Necesitan aprender a depender unos de otros y a confiar en sí mismos como autoridades matemáticas, en lugar de depender exclusivamente de la autoridad del profesor.
5. **Dejemos de dar tanta importancia a los cálculos.** No hay de qué extrañarse si los estudiantes creen que las matemáticas son cálculos. Muchos profesores emplean hasta el setenta por ciento del curso en algoritmos de cálculo y en la memorización de hechos (Whestley, 1983). Cometemos el error de considerar la resolución de problemas como un ribete, un adorno -algo que podemos hacer después de aprender los cálculos-. Es sobre la resolución de problemas, y no los cálculos, sobre lo que debería concentrarse la instrucción matemática si queremos que nuestros estudiantes se hagan mejores resolutores de problemas.