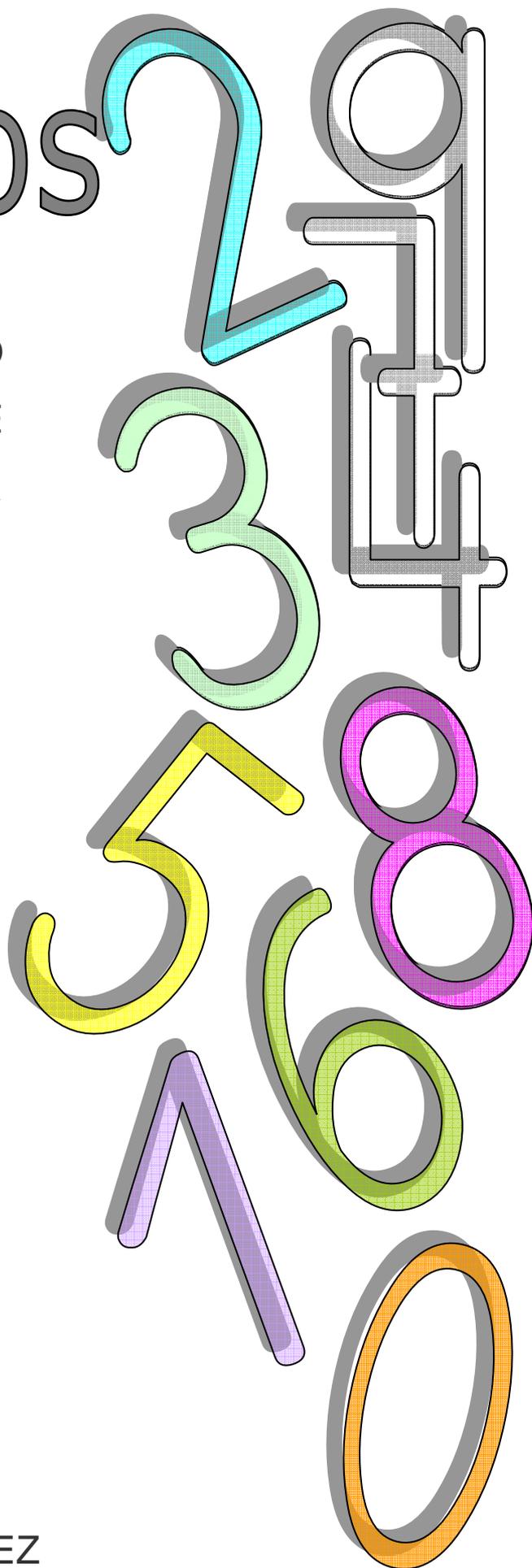


Recursos

PARA DESARROLLAR
EL SENTIDO NUMÉRICO
EN EL PRIMER CICLO DE
LA EDUCACIÓN PRIMARIA

(I)

guía didáctica



M TERESA GARCÍA PÉREZ

ÍNDICE

Página 3 _____ ¿QUÉ ES EL SENTIDO NUMÉRICO?

Página 6 _____ SENTIDO NUMÉRICO Y COMPETENCIAS BÁSICAS

Página 9 _____ RECURSOS PARA DESARROLLAR EL SENTIDO NUMÉRICO

Página 14 _____ PROPUESTA DIDÁCTICA

PRIMERA PARTE: NÚMEROS DEL 0 AL 99

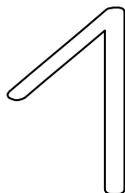
Página 15 _____ LOS NÚMEROS QUE COMPONEN LA SECUENCIA DEL 0 AL 99

Página 32 _____ RELACIONES DE ORDEN Y CANTIDAD ENTRE NÚMEROS

Página 43 _____ EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Página 56 _____ LA SUMA Y LA RESTA

Página 89 _____ CÁLCULO ESCRITO CON ALGORITMOS TRANSPARENTES



¿QUÉ ES EL SENTIDO NUMÉRICO?

Expresiones como “sentido numérico”, “conciencia numérica” o “pensamiento numérico” se están imponiendo con fuerza en los estudios actuales sobre el conocimiento matemático. En términos generales se refiere a varias capacidades importantes que implican dominar una amplia gama de habilidades con los números.

Para McIntosh (1992), el pensamiento numérico consiste en la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

En los Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática del National Council of Teachers of Mathematics (1989) se identificaron cinco componentes que caracterizan el sentido numérico: (1) *entender correctamente el significado de los números*; (2) *ser consciente de las múltiples relaciones que se dan entre los números*; (3) *reconocer la magnitud relativa de los números*; (4) *conocer el efecto relativo de las operaciones numéricas*; (5) *disponer de puntos de referencia para las mediciones de objetos comunes y de situaciones en el entorno*.

En la misma línea, Sowder (1992) expresa: “El sentido numérico se desarrolla cuando los estudiantes comprenden el tamaño de los números; piensan sobre ellos y los representan de diferentes maneras; utilizan los números como referentes y desarrollan percepciones acertadas sobre los efectos de las operaciones con números.”

Aunque aún no hay un consenso general en torno al concepto y operativización del pensamiento numérico, muchos autores están tratando de definirlo, identificar las claves para su desarrollo, establecer criterios para evaluarlo y analizar sus repercusiones en el aprendizaje infantil.

El contexto escolar es un lugar privilegiado para trabajar con las posibilidades que ofrece esta poderosa herramienta. Los docentes debemos considerar el sentido numérico como un objetivo esencial, y articular los recursos y actividades necesarias para desarrollarlo. Así lograremos que nuestros alumnos y alumnas estén capacitados para:

- **Comprender los usos de los números en la vida diaria, interpretando su significado en función del contexto y la situación.**

Esto significa que los entiendan y sepan utilizarlos en sus múltiples facetas: como secuencia verbal, para cardinar conjuntos, cuantificar magnitudes, expresar un orden, etiquetar, marcar coordenadas, como una tecla para pulsar, etc.

- **Reconocer el orden entre los números y las regularidades o patrones de nuestro sistema de numeración decimal.**

Esta capacidad les llevará a entender cómo se forman los números, cómo se obtienen unos de otros, a estimar distancias entre ellos y a desarrollar estrategias eficaces para el cálculo mental.

- **Anticipar los efectos de las operaciones sobre los números y realizar estimaciones acertadas sobre los resultados.**

Así llegarán a tener una comprensión profunda del sentido de las operaciones matemáticas, de la forma en que se relacionan unas con otras y de su idoneidad a la hora de resolver diferentes situaciones.

- **Conectar la realidad con esquemas y estructuras matemáticas y a la inversa.**

Se trata de que, por una parte, sepan traducir al lenguaje matemático contextos funcionales relacionados con la vida diaria. Por otra, que interpreten las expresiones con números y signos para comprender relaciones, procesos y estructuras que ocurren a nuestro alrededor.

- **Transferir el conocimiento que tienen sobre los números y las operaciones a razonamientos más complejos.**

Esto les llevará, por ejemplo, a visualizar cuándo es oportuno componer o descomponer números para solucionar cálculos, o cuándo es posible reemplazar una operación por otra equivalente que facilite la resolución de un problema.

El currículo del Área de Matemáticas(*) otorga especial importancia a este nuevo concepto y lo incorpora de manera explícita entre los bloques de contenidos:

“El Bloque 1, **Números y operaciones** pretende esencialmente el desarrollo del sentido numérico, entendido como el dominio reflexivo de las relaciones numéricas que se puede expresar en capacidades como: habilidad para descomponer números de forma natural, comprender y utilizar la estructura del sistema de numeración decimal, utilizar las propiedades de las operaciones y las relaciones entre ellas para realizar mentalmente cálculos. Los números han de ser usados en diferentes contextos, sabiendo que la comprensión de los procesos desarrollados y el significado de los resultados es un contenido previo y prioritario frente a la destreza de cálculo...”

(*) LOE. Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la educación primaria.

2

SENTIDO NUMÉRICO Y COMPETENCIAS BÁSICAS

Además de ser núcleo esencial en **la competencia matemática**, el sentido numérico es un componente imprescindible en todas y cada una de las demás competencias básicas.

La **autonomía e iniciativa personal** lo necesita porque ayudará a que los niños y niñas sientan más seguridad y confianza en sus propias capacidades a la hora de afrontar problemas con base matemática. También para favorecer que superen bloqueos, mejoren la autoestima y mantengan una actitud personal de implicación activa en la búsqueda de soluciones.

Sowder (1992) se refiere al sentido del número como “una red conceptual bien estructurada, que da la posibilidad de relacionar las propiedades de los números con las de la operatoria y resolver problemas en forma flexible y creativa”. Esta definición conecta directamente con **la competencia de aprender a aprender**, que hallará en el sentido numérico un importante recurso para organizar la actividad mental que requieren los procesos de razonamiento lógico-matemático. Gracias a él, cada vez serán más capaces de asumir el esfuerzo que se necesita ante un nuevo reto, reflexionar sobre la información que trasciende a los propios datos y aplicar lo que ya se tiene aprendido para planificar el camino que nos acerque más a la solución correcta.

La **competencia en comunicación lingüística** encuentra en el sentido numérico un recurso para enriquecer y ampliar las destrezas comunicativas. Al trabajar con contenidos matemáticos, el lenguaje tiene que ocupar desde el primer momento un lugar privilegiado como vehículo para la descripción de los razonamientos,

los procesos y los resultados. La verbalización debe acompañar constantemente todas las actividades numéricas por sencillas que sean: *¿Por qué crees eso? ¿Cómo lo has pensado? ¿Por qué has puesto aquí este número? ¿Y este signo? ¿Podrías explicárselo a los demás? ¿Alguien piensa que es otra la solución?...* Para ello, es necesario crear un clima propicio a la comunicación y la participación, animar desde el principio a los niños y niñas para que expliquen sus respuestas aportando argumentos que puedan justificarlas.

La competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico incorpora habilidades para conocer e interactuar con el entorno de un modo saludable, desarrollando actitudes de responsabilidad y respeto. El conocimiento en profundidad de los números, la interpretación contextualizada de su valor, la resolución de problemas en la vida cotidiana,... son herramientas imprescindibles para formar personas conscientes e informadas que observen su realidad con espíritu crítico, que analicen las cifras que les llegan desde los medios de comunicación y que actúen como consumidores responsables frente a los mensajes publicitarios.

La competencia **social y ciudadana** integra conocimientos diversos y habilidades complejas que son necesarios para entender la sociedad y desenvolvernó en ella. Desde una visión colectiva, las habilidades numéricas nos sirven para ampliar el conocimiento que tenemos sobre aspectos cuantitativos de la realidad social. Desde nuestra identidad como ciudadanos, cada día vivimos situaciones en las que debemos demostrar nuestra capacidad a la hora de expresar cantidades, contar, medir, ordenar, comprar, comunicarnos, interpretar o transmitir información que contiene datos y números.

Un patrimonio esencial de los pueblos y las sociedades son sus manifestaciones en los ámbitos del arte y la cultura. La **competencia cultural y artística** se propone que los alumnos y alumnas adquieran las habilidades y actitudes necesarias para que puedan

conocer estas manifestaciones, comprenderlas, valorarlas, sentirlas y disfrutarlas. También que apliquen lo aprendido para expresarse de manera creativa en trabajos individuales o cooperativos. Las matemáticas (números, relaciones, proporciones, formas,...) están presentes en todas las disciplinas artísticas. Detectar y comprender dicha presencia puede contribuir de manera importante en el desarrollo de esta competencia básica.

La **competencia en el tratamiento de la información y competencia digital** “consiste en disponer de habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar información, y para transformarla en conocimiento. Incorpora diferentes habilidades, que van desde el acceso a la información hasta su tratamiento en distintos soportes una vez tratada, incluyendo la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación como elemento esencial para informarse, aprender y comunicarse”. Ninguno de los procesos que se han mencionado puede desarrollarse satisfactoriamente sin que la persona tenga un amplio conocimiento sobre los números y las expresiones matemáticas que los contienen. El lenguaje numérico constituye uno de los lenguajes específicos básicos que requiere esta competencia al mismo nivel que el textual, el icónico, el visual el gráfico y el sonoro.

Para terminar, señalar como requisito imprescindible que tanto las competencias básicas como el sentido numérico necesitan de escenarios emocionalmente positivos para desarrollarse. Es fundamental que en las aulas creemos ambientes afectivos en los que haya respeto, seguridad, esfuerzo, colaboración... En definitiva, espacios donde sea posible que todos, docentes y alumnado, nos emocionemos y disfrutemos enseñando y aprendiendo matemáticas. Recordando a Guillermina Weldegg, “Es la emoción la puerta y la conexión directa al aprendizaje.”

3

RECURSOS DIDÁCTICOS PARA DESARROLLAR EL SENTIDO NUMÉRICO

Los recursos que se presentan a continuación se integran en una propuesta didáctica amplia para desarrollar el sentido numérico en la escuela. Aunque se dirigen principalmente a los niños y niñas del primer ciclo de la educación primaria, tienen también una extensa aplicación en aulas específicas y en situaciones de apoyo por dificultades relacionadas con la numeración y el cálculo.

Además de su papel como soportes materiales en procesos de razonamiento numérico, los recursos cumplen otras importantes funciones en la dinámica del aula:

- Promueven en el alumnado una disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la interpretación y el uso de información numérica.
- Facilitan la creación de contextos en el grupo-clase que conducen a la participación, la comunicación y la cooperación.
- Alientan la iniciativa personal y la autonomía.
- Motivan, favorecen la atención y animan al aprendizaje.
- Se adaptan a las características de los niños y niñas de esas edades, permitiendo la atención a la diversidad y a las necesidades individuales.

Son elementos muy prácticos, resistentes y fáciles de manejar en los que contrasta la sencillez del diseño con su enorme potencial. En ningún momento anulan o reemplazan a los recursos tradicionales ni a los derivados de las nuevas tecnologías, todos ellos deben unirse y convivir en el aula formando un entramado rico y diverso al servicio de una enseñanza y un aprendizaje de calidad.

LA CINTA NUMÉRICA



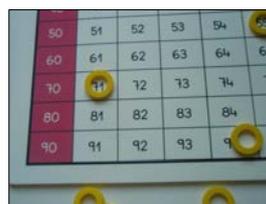
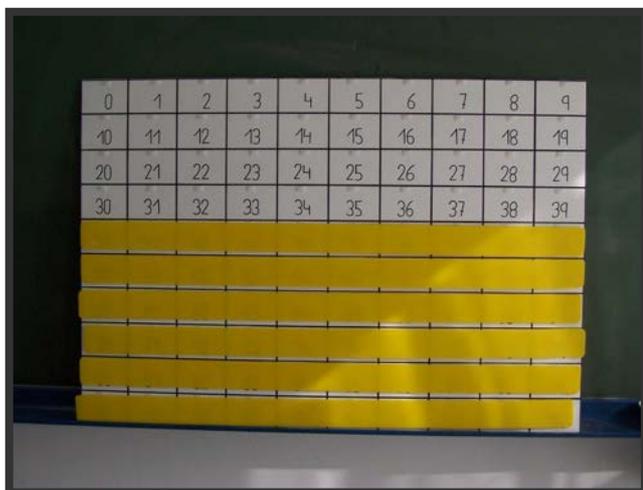
Este recurso facilita la apropiación de los números del cero al cien como una secuencia linealmente ordenada.

En las actividades diarias, nos proporciona un soporte constante para conectar el nombre de los números con su representación simbólica y para desarrollar actividades que profundicen en las nociones de cantidad y orden.

Cada niño y niña puede verla y recurrir a ella en cualquier momento para consultar dudas o efectuar comprobaciones. Además, contribuye a enriquecer el contexto de aprendizaje, ya que cada número aporta información sobre sí mismo en relación con los demás: podemos ver los que le anteceden y le siguen, si está situado al principio, en la parte central o al final de la serie, compararlo con la posición que ocupan otros y cuantificar la distancia entre ambos, ...

Es un excelente soporte para recoger información numérica de sucesos, situaciones o acontecimientos que afecten al aula, o para representar datos referidos a problemas que debamos resolver.

PANELES NUMÉRICOS GRANDE Y PEQUEÑO



Los paneles presentan los números del cero al noventa y nueve por familias, lo cual nos permite nuevas posibilidades de análisis y de relación. Uno de ellos es grande y permite al docente utilizarlo como soporte material a sus explicaciones para toda la clase. El otro tiene un tamaño más pequeño y es de uso individual por parte del alumnado.

Las actividades que realizamos con los paneles se alternan y complementan con las que hacemos sobre la cinta y con otros recursos del aula. Esto proporciona al alumnado una mayor flexibilidad en el razonamiento sobre los números, aspecto directamente relacionado con la calidad de su sentido numérico.

Disponer de estos recursos facilita enormemente las actividades que consisten en descubrir regularidades, analizar y describir la relación entre los números que pertenecen a la misma fila o a la misma columna, calcular la diferencia en un caso y en el otro, etc.

CAJA DE NUMERACIÓN



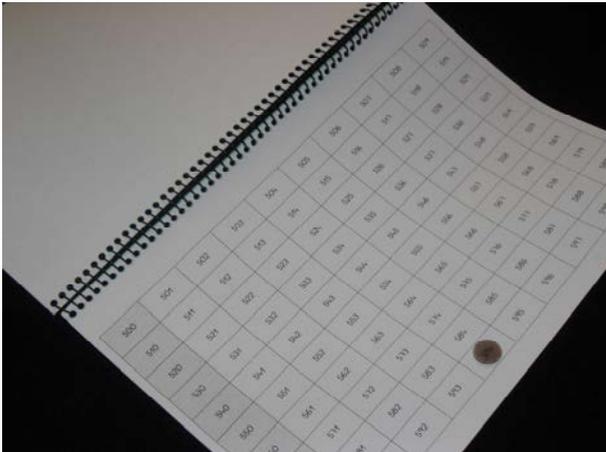
Se trata de un recurso que facilita al máximo la exploración y la manipulación de los números, favoreciendo una correcta comprensión del Sistema de Numeración Decimal.

Con la caja, los niños y niñas van construyendo los nueve primeros números, después la decena y las cantidades hasta el noventa y nueve. La labor realizada con las decenas abre de manera natural el camino hacia la construcción de la centena. Podemos comprobar la estructura de este nuevo elemento: constituye una unidad dentro del sistema de numeración, 1 centena, que a su vez está formada por diez decenas, cada una de las cuales contiene diez unidades.....la equivalencia entre los distintos órdenes es visible y constatable con este recurso.

El trabajo con la caja de numeración produce un salto cualitativo en la comprensión del número y de su tamaño, ya que proporciona un modelo concreto y fiel a la realidad visible, que da sentido al uso de los símbolos escritos y a los conceptos relativos al valor posicional.

Debemos relacionar las cantidades en la caja con otros recursos del aula (cinta numérica, panel, reglas, cintas métricas, etc.) para trabajar con representaciones intercambiables. Esto nos ayudará a desarrollar gradualmente una mayor flexibilidad en el razonamiento y a conectar con modos de representación que requieren mayor nivel de abstracción.

CUADERNO DE NUMERACIÓN



Se trata de un cuaderno que contiene los números del 0 al 999 distribuidos en filas y columnas.

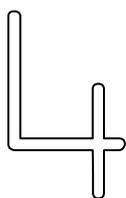
Con él podemos trabajar fácilmente tramos altos y desarrollar las mismas actividades que en los paneles: practicar el

recitado por filas y columnas, establecer relaciones de orden y cantidad, repasar los conceptos aprendidos del SND, aplicar procedimientos y estrategias para el cálculo, etc.

En el siguiente capítulo se desarrolla la propuesta didáctica para cada uno de los bloques de contenidos numéricos propios del primer curso de la Educación Primaria.

Se plantea con un enfoque activo y participativo que otorga una importancia fundamental a los saberes previos, la reflexión, el diálogo y el clima emocional. Desde este punto de partida, se pretende una construcción colectiva del conocimiento que conjugue la experiencia grupal, más lúdica y motivante, con aquella que debe realizar cada alumna y alumno por sí mismo con su esfuerzo y su trabajo personal.

En este proceso, el docente desarrolla una labor crucial e insustituible como guía, orientador del trabajo y organizador de la línea de razonamiento.

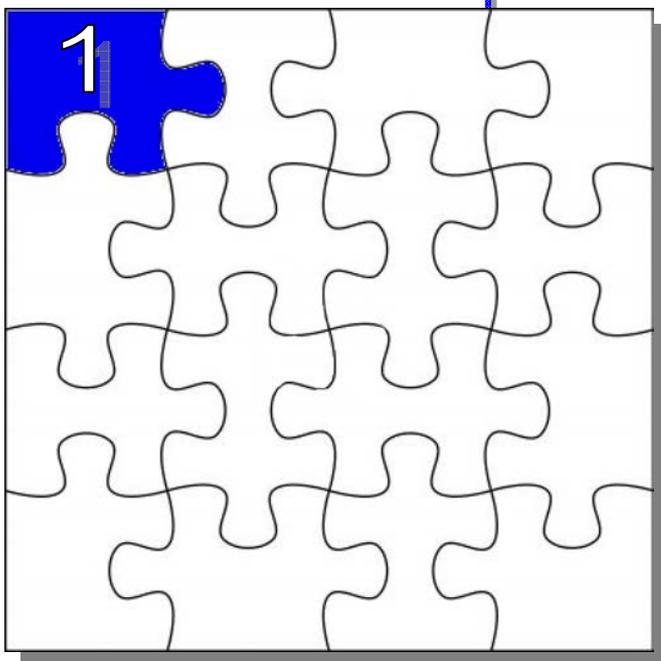


PROPUESTA DIDÁCTICA

PRIMERA PARTE:

NÚMEROS DEL 0 AL 99

1. LOS NÚMEROS QUE COMPONEN LA SECUENCIA DEL 0 AL 99.....p. 15
2. RELACIONES DE ORDEN Y CANTIDAD ENTRE NÚMEROS.....p. 32
3. EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL (SND).....P. 43
4. LA SUMA Y LA RESTA.....P. 56
5. CÁLCULO ESCRITO CON ALGORITMOS TRANSPARENTES.....p. 88



1

LOS NÚMEROS QUE COMPONEN LA SECUENCIA DEL 0 AL 99

OBJETIVOS

- Identificar y localizar cualquier número de la serie.
- Nombrar y escribir secuencias ascendentes y descendentes.
- Construir y nombrar series que resulten de contar a intervalos regulares.
- Apreciar regularidades en la sucesión de números.



ACTIVIDADES CON LA CINTA

- ❏ Nombrar series ascendentes y descendentes desde el cero.
- ❏ Nombrar series ($\uparrow\downarrow$) comprendidas entre dos números.
- ❏ Ejercitar los cambios ($\uparrow\downarrow$) a cada nueva decena.
- ❏ Apreciar regularidades.
- ❏ Identificar y localizar cualquier número de la serie.
- ❏ Construir series ($\uparrow\downarrow$) que resultan de contar a intervalos regulares.
- ❏ Recrear lo aprendido aplicándolo a contextos de juego.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

ACTIVIDADES CON LOS PANELES

- ❏ Nombrar series ($\uparrow\downarrow$) desde el cero.
- ❏ Nombrar series ($\uparrow\downarrow$) comprendidas entre dos números.
- ❏ Aislar una familia para estudiarla.
- ❏ Apreciar regularidades.
- ❏ Identificar y localizar números.
- ❏ Construir series ($\uparrow\downarrow$) que resultan de contar a intervalos regulares.



ACTIVIDADES CON LA CINTA

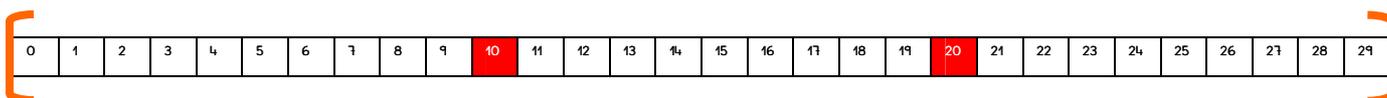
🧩 NOMBRAR SERIES ASCENDENTES Y DESCENDENTES DESDE EL CERO.

Es primordial conocer pronto el nombre de los números y ser capaz de emitirlos en el orden correcto. La cinta facilita este aprendizaje ya que sirve de soporte y guía para el recitado de las secuencias numéricas.

El docente puede acotar un determinado tramo e invitar al alumnado a decir los números a medida que los vaya señalando. Es importante ir despacio, pronunciando bien para interiorizar cada palabra correctamente. Mantener un ritmo adecuado al recitar hará que se destaquen tanto las regularidades como los cambios que contiene la serie.

Ejemplificaremos para los números del cero al veintinueve.

Acotamos ese tramo en la cinta:



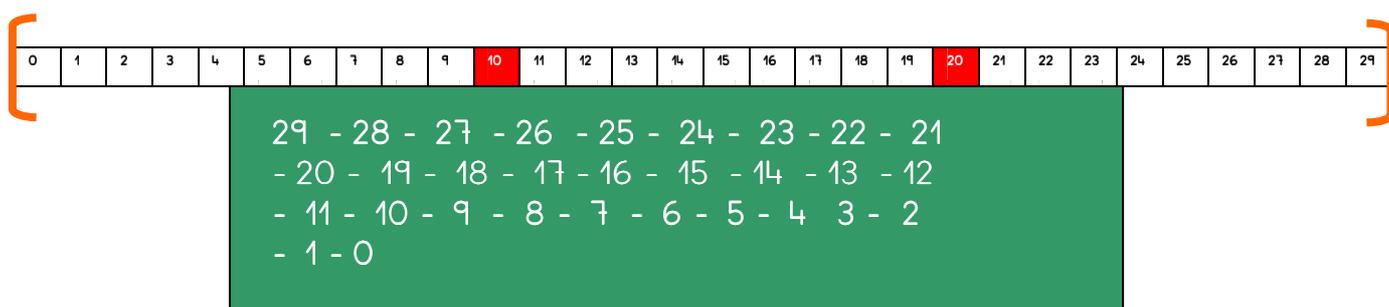
“Vamos a decir uno a uno los números conforme yo los vaya señalando: cero, uno, dos, (...) y veintinueve.”

“Ahora los escribiréis en vuestro cuaderno” (las primeras veces los puede escribir también el docente en la pizarra para dar el modelo de separación en guiones y recordar la importancia de mantener los espacios y hacer bien los trazos).

La cinta constituye también un buen apoyo para familiarizarnos y consolidar la secuencia regresiva de números. Al principio, algunos niños y niñas tienen dificultades para escribir estas series en la dirección adecuada. Para ayudarles, el docente puede ofrecerles el modelo correcto escribiendo los números de izquierda a derecha, en la pizarra, a medida que los vayan nombrando.

“...Ahora vamos a decir los números de esta serie hacia atrás (va señalando en la cinta): veintinueve, veintiocho, (...) y cero.”

“Los diréis de nuevo y yo los iré escribiendo en la pizarra.”



“Ahora los escribiréis en vuestro cuaderno”.

🧩 NOMBRAR SERIES (↑↓) COMPRENDIDAS ENTRE DOS NÚMEROS.



“Vamos a decir uno a uno los números entre el cuarenta y el sesenta.” (Ha señalado esos dos números en la cinta con los paréntesis).

37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Toda la clase dice el nombre de los números a medida que el docente los indica, primero avanzando desde el cuarenta y después retrocediendo desde el sesenta. A continuación los escriben de las dos maneras en el cuaderno.

EJERCITAR LOS CAMBIOS (↑↓) A CADA NUEVA DECENA.

Debemos practicar con frecuencia los tramos numéricos en los que se produce el cambio a una nueva decena, tanto a nivel verbal como escrito. La cinta nos permite trabajar con subconjuntos numéricos determinados y también comprobar qué sucede en tramos más altos, para extraer conclusiones acerca de la recurrencia del sistema.

Es conveniente repetir esta actividad hasta que se automatice. El docente señala los números y se nombran en los dos sentidos.

47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

“Nombramos del cuarenta y siete al cincuenta y tres.”

“Ahora del cincuenta y tres al cuarenta y siete.”

77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

“Hacemos lo mismo del setenta y ocho al ochenta y cinco.”

APRECIAR REGULARIDADES

Al tener delante la serie completa del 0 al 100, se hacen evidentes las regularidades o patrones de nuestro sistema de numeración. Así, por ejemplo resulta fácil detectar la recurrencia en la sucesión de dígitos, la alternancia pares-impares, la distancia entre números con la misma cifra en las unidades... Pongamos un ejemplo:



¿Podréis encontrar en la cinta todos los números que acaben en cinco? (Cuando se han señalado todos, se nombran y se puede comentar a qué familia pertenece cada uno, la distancia que hay entre ellos, etc.).

IDENTIFICAR Y LOCALIZAR CUALQUIER NÚMERO DE LA SERIE

Las actividades habituales para comprobar si conocen el nombre de cualquier número resultan más motivadoras con este recurso. El docente puede moverse a lo largo de la cinta y preguntarles sobre los números con los que estemos trabajando. Debe también retarlos, señalando números de los que aún no hayamos hablado en clase, así les daremos la oportunidad de exponer lo que saben y aprender unos de otros.

En otra ocasión puede ser interesante combinar la cinta con una bolsa de bolas o fichas de bingo y realizar la siguiente actividad:



La bolsa se irá pasando ordenadamente por las mesas. El niño o la niña que empiece, saca una ficha, dice el nombre del número que le ha salido e indica dónde está situado en la cinta. Entonces el docente lo marca con una pinza y espera a que le digan el siguiente. Aunque en este momento solo marquemos los números sin comentar nada, el contexto de aprendizaje se va enriqueciendo progresivamente ya que cada número señalado emite información sobre su lugar en relación con los demás. Nos dice si está al principio, al final o en la parte central de la serie; que es el anterior o el siguiente a otro; si está cerca o lejos de otros números que hayan salido; si tiene algún rasgo especial como ser el mayor o el menor de todos, etc.

Cuando toda la clase ha participado, pasamos a comentar la actividad mirando la cinta. Comenzaremos nombrando los resultados que han salido, diciéndolos en orden ascendente y descendente; también podemos escribirlos en el cuaderno:

- Escribe los números de menor a mayor.*
- Escribe los números de mayor a menor.*
- Escribe estos números con letra.*

Tener la cinta siempre dispuesta a la vista de todo el grupo resultará de gran ayuda cada vez que queramos conectar los símbolos con otras representaciones del número, por ejemplo con la caja, los bloques multibase o el ábaco.

En otras ocasiones, será igualmente útil para recoger información numérica que debemos retener, observar o analizar.

🧩 CONSTRUIR SERIES (↑↓) QUE RESULTAN DE CONTAR A INTERVALOS REGULARES

Es necesario que los niños y niñas adquieran destreza contando a intervalos regulares. Algunas series son muy fáciles de construir y de memorizar porque enseguida se evidencian regularidades:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20,...

0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35,...

0, 10, 20, 30, 40, 50, 60,...

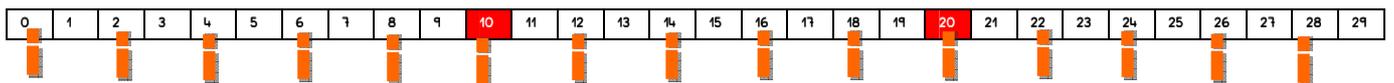
Recordar los diez primeros términos que siguen al cero de estas series les ayudará cuando tengan que aprender de memoria los resultados de las tablas de multiplicar.

Debemos prestar especial atención a las series que se obtienen de contar de dos en dos:

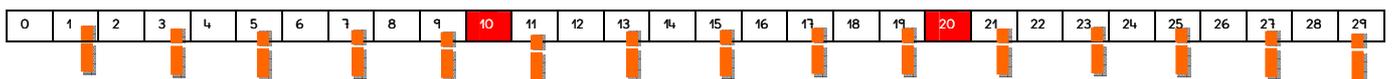


Contamos de dos en dos empezando desde cero.

Obtenemos la serie de números pares



Contando de dos en dos desde el uno obtenemos la serie de números impares:



En las pinzas que llevan velcro podemos pegar consignas para que trabajen las series de manera autónoma.



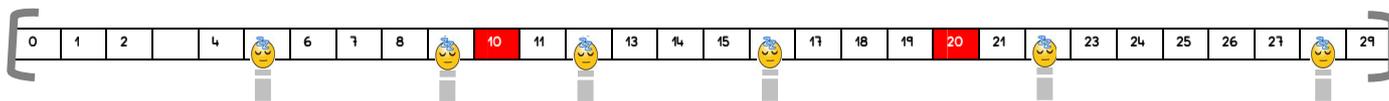
RECREAR LO APRENDIDO APLICÁNDOLO A CONTEXTOS DE JUEGO

Los números dormidos

Este juego sirve para desarrollar la atención y afianzar el dominio sobre la secuencia verbal de palabras-número. Podemos trabajar con toda la serie o acotar un subconjunto de números. Preparamos algunos emoticonos dormidos que pegamos con velcro en varias pinzas (también sirven simples trozos de cartulina con los que tapar los números). Los pondremos en la cinta para señalar que esos números están dormidos y que **no** los debemos nombrar.



Supongamos que hemos acotado del cero al veintinueve, y que hemos puesto las pinzas en los números cinco, nueve, doce, dieciséis, veintidós y veintiocho. A cada alumno le tocará decir un número. Deben decirlos rápidamente, poniendo mucha atención para no nombrar a los que están dormidos (en ese caso solamente se levantará la mano):



- Uno
- Dos
- Tres
- Cuatro
- (no dice nada, levanta la mano).
- Seis
- Siete
- Ocho
- (levanta la mano)
- Diez
- Once
- (levanta la mano)
- Trece
- ...

Después del 29 se continuaría otra vez desde el cero.

Cuando tengan mucho dominio podemos trabajar con la serie completa del cero al noventa y nueve introduciendo variantes que compliquen la actividad. Por ejemplo, ya no señalamos con emoticonos los números que deben silenciar y damos consignas del tipo:



“No decimos números en los que esté el dos. Por ellos damos una palmada”: (para algunos niños y niñas será fundamental tener la cinta como apoyo visual):

- Uno.
- (Palmada)
- Tres.
- ...
- Once
- (Palmada)

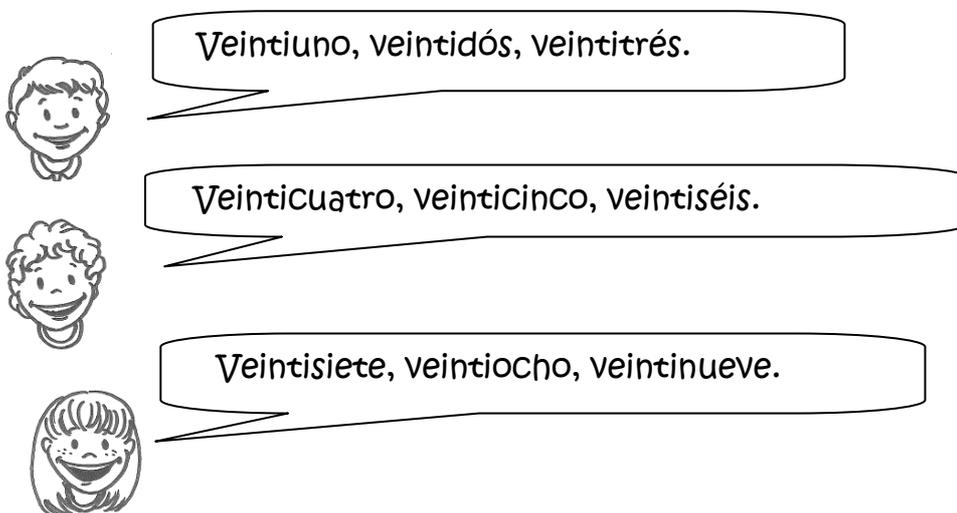
- Trece
- ...
- Diecinueve
- (Palmada)
- Treinta
- ...

Si esta actividad resultara demasiado difícil tal y como se ha descrito, se puede realizar un trabajo previo para ir buscando y señalando con una pinza todos los números de la cinta que tienen el dos (o el tres, o el cuatro, etc.). Después, mirando la cinta se van diciendo todos los números menos aquellos que tienen la pinza puesta.

¿Qué números tienes en la mochila?

Con este juego repasamos la serie numérica de un modo muy dinámico y motivador. Se les dice que cada uno tiene encerrados en su mochila dos, tres o más números, y que los tienen que soltar cuando les toque. Solo el docente sabe los números que tiene cada uno, así que irá señalando al niño o niña que pueda continuar la secuencia.

Supongamos que establecemos que cada uno tiene tres números. El docente, aleatoriamente, va señalando a quien tiene que hablar. Han de estar muy atentos para continuar con los tres números siguientes a los que haya dicho el compañero anterior. Si alguno se pierde o no sigue el ritmo, el docente puede ayudarlo señalando en la cinta el último número nombrado.



El juego se debe proponer igualmente contando hacia atrás.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

ACTIVIDADES CON LOS PANELES

NOMBRAR SERIES (↑↓) DESDE EL CERO.

Cuando trabajemos las secuencias en los paneles recordaremos al alumnado que el orden de los números es estable independientemente del modelo de representación. Debe quedar claro que los números se suceden unos a otros manteniendo siempre el mismo orden, y que el hecho de presentarlos por familias nos va a ayudar a estudiarlos mejor y a descubrir patrones útiles para el cálculo.

Cuando queramos practicar tramos desde el cero en el panel grande, dejaremos al descubierto la serie que queramos recitar:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

Todo el grupo mira mientras decimos los números, primero hacia adelante. Podemos participar toda la clase a la vez o por turnos, por ejemplo cada niño o niña dice una fila.

Después los diremos hacia atrás. Debemos practicar mucho al principio ya que, con esta disposición, a algunos niños y niñas les cuesta cambiar de fila cuando tienen que construir series regresivas. El docente señalará cada número y realizará despacio el cambio:



Vamos a decir estos números hacia atrás:

(...), cuarenta y uno, cuarenta,... (va señalando en el panel) *:¿qué número va ahora?...* (se mueve al final de la fila anterior y señala el 39) *... treinta y nueve, treinta y ocho,...*

Es muy importante que las primeras veces vayamos despacio para que todos los niños y niñas se familiaricen bien con esta disposición y puedan manejarla con el mismo nivel de dominio que la cinta. Al escribir las series en el cuaderno teniendo como soporte visual este recurso, debemos estar atentos para que las escriban de modo continuo, y no fragmentado como lo ven en el panel.

Los paneles pequeños permitirán que cada alumno practique el recitado de series ascendentes y descendentes de modo individual, favoreciendo la concentración en los números y la posibilidad de que los vaya señalando a su propio ritmo. También servirán de apoyo al alumnado que lo necesite para la realización de series en el cuaderno.



🧩 NOMBRAR SERIES (↑↓) COMPRENDIDAS ENTRE DOS NÚMEROS.

Para esta actividad necesitamos el panel grande con las tiras amarillas. Simplemente tenemos que tapar las familias que no nos interesen y practicar el recitado ascendente y descendente con el tramo que queda a la vista.

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29

🧩 AISLAR UNA FAMILIA PARA ESTUDIARLA

También es muy interesante dejar al descubierto una sola familia para profundizar en ella: cuántos componentes son, el nombre de todos ellos, el orden que siguen, lo que tienen en común, ... recitarlos de uno en uno hacia delante y hacia atrás, recitarlos de dos en dos empezando por el que acaba en cero, por el que acaba en uno,...

40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

APRECIAR REGULARIDADES

En el panel se hacen más evidentes las regularidades que en la cinta. Se puede apreciar mejor la recurrencia en la sucesión de unidades y decenas, y también podemos constatar lo que tienen en común los números que comparten la misma fila o los que están en la misma columna.



Por turnos, vamos a leer series de números en vuestros paneles pequeños.

- *Primero leeremos por filas en orden ascendente.*
- *Después lo haremos en orden descendente.*
- *A continuación leeremos las columnas, primero en orden ascendente y después descendente.*

Después escribiréis algunas de esas series en vuestro cuaderno.

IDENTIFICAR Y LOCALIZAR NÚMEROS

Los paneles pequeños son también muy motivadores para realizar dictados. Se dice el número y cada niño lo rodea en su panel con una anilla. Para saber si han señalado bien el número, el docente pone una marca en el panel grande, así toda la clase puede verlo y autocorregirse.

Como se verá más adelante en otros apartados, este modelo de actividad se puede completar con otros muchos contenidos.

🧩 CONSTRUIR SERIES (↑↓) QUE RESULTAN DE CONTAR A INTERVALOS REGULARES

Los patrones que se repiten como consecuencia de la estructura de nuestro sistema de numeración se ponen mucho más de manifiesto si contamos a intervalos regulares en el panel.

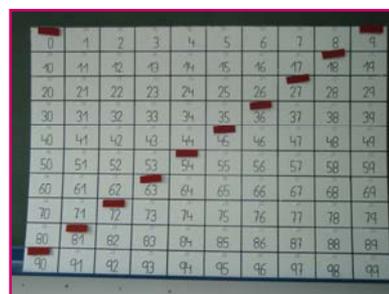
Podemos realizar estas actividades con los niños y niñas marcando con trozos de cartulina o plástico los elementos de la serie que va resultando. Esto nos facilita el análisis de los números que han salido y del dibujo que resulta, por ejemplo de contar...

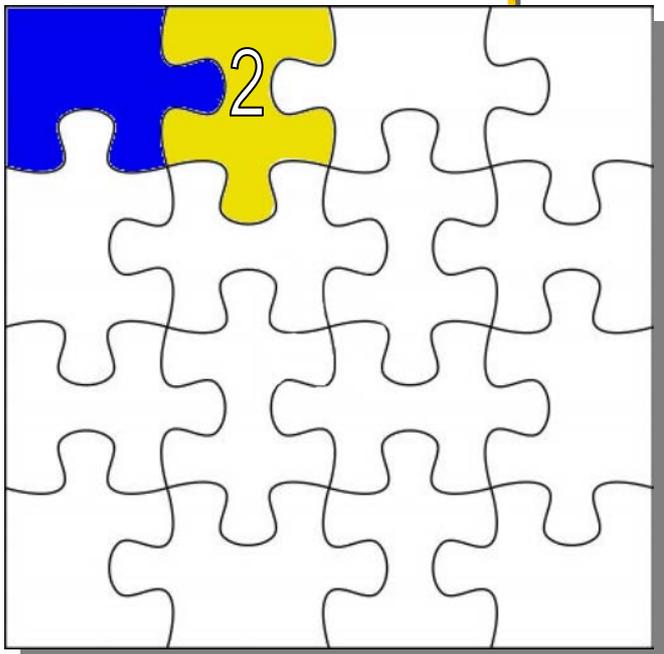
... de tres en tres....



...de cinco en cinco...

...de nueve en nueve...





2

RELACIONES DE ORDEN Y DE CANTIDAD ENTRE NÚMEROS

OBJETIVOS

- Establecer relaciones de orden entre los números:
 - Anteriores, posteriores. Anterior, posterior.
 - Números que están comprendidos entre otros dos.

- Establecer relaciones de cantidad entre números:
 - Mayores, menores. Mayor que, menor que.



ACTIVIDADES CON LA CINTA

- Localizar anteriores y posteriores.
- Aplicar los conceptos "anterior" y "posterior" en un contexto de juego.
- Determinar números comprendidos entre otros dos.
- Establecer relaciones de cantidad.
- Aplicar los conceptos "mayor" y "menor" en un contexto de juego.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

ACTIVIDADES CON LOS PANELES

- Localizar anteriores y posteriores.
- Ejercitar las relaciones "anterior/posterior" y "mayor/menor".



ACTIVIDADES CON LA CINTA

LOCALIZAR ANTERIORES Y POSTERIORES

La cinta nos ayuda a construir el principio de estabilidad en el orden numérico. Señalamos en ella un número, por ejemplo este:

37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Quedan a la vista las dos partes en las que se divide el conjunto: los anteriores al 46 (el docente debe moverse señalando a lo largo de la cinta desde el cuarenta y cinco al cero), y los posteriores al 46 (nos movemos ahora desde el cuarenta y siete al 100). Debemos llamar la atención sobre que los números siguen y siguen a partir del 100, y que todos ellos son mayores que 46.

Desde esta referencia llegamos fácilmente a identificar el que va inmediatamente antes que el 46 (el anterior) e inmediatamente después (el posterior).

Marcamos otro número y proponemos las siguientes actividades:

37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- Pedimos a un niño que diga el anterior a 53. Los demás, por turnos, deben elegir y decir otro número que sea anterior a 53,

poniendo cuidado en no repetir. El docente los señala a medida que los van diciendo para confirmar.

- Pedimos a otro que diga el posterior a 53. El resto deben decir números que también sean posteriores. Nuevamente, el docente señala esos números.
- El docente dice números y los niños tienen que decir "anterior" o "posterior", tomando como referencia al 53.

A continuación se pueden poner ejercicios en la pizarra sobre lo que se ha trabajado para que los hagan en el cuaderno.

APLICAR LOS CONCEPTOS "ANTERIOR Y POSTERIOR" EN UN CONTEXTO DE JUEGO

Este juego requiere bastante dominio de estas relaciones numéricas por parte del alumnado.

- En el "Juego del anterior" utilizamos una bolsa con bolas o fichas de bingo. Un niño saca una bola y mira el número. Dice a su compañero el número que le ha tocado **de manera indirecta**, por ejemplo: "Me ha salido el anterior a 45". El compañero responde. Se comprueba en la cinta si es correcto y el docente señala el 44 con una pinza.
- Juego del posterior: Se refieren ahora al número que haya salido diciendo su posterior.
(En ambos casos, la cinta sirve de soporte para las verificaciones)

DETERMINAR NÚMEROS COMPRENDIDOS ENTRE OTROS DOS

Esta actividad se puede proponer considerando una única respuesta (caso de tres números consecutivos) o con varias opciones (números comprendidos entre dos no consecutivos). Los planteamientos abiertos son más enriquecedores, ya que implican una elección personal después de tener en cuenta todas las posibilidades.



¿Qué número está comprendido entre el 57 y el 59?

Elige y nombra tres números que estén entre el 35 y el 60.

Elige y nombra tres números que estén entre el 46 y el 75 y que sean pares .

ESTABLECER RELACIONES DE CANTIDAD

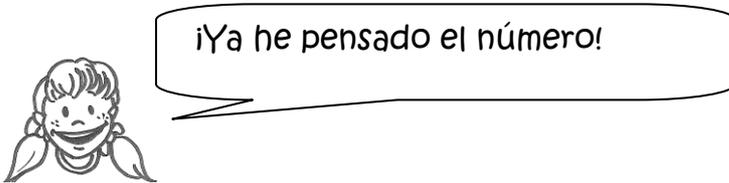
En este caso estaremos priorizando el aspecto cardinal de los números para establecer entre ellos relaciones de cantidad. Podemos trabajar con el conjunto de los que son mayores o menores que un número determinado.

También se pueden plantear situaciones en las que solamente comparemos dos de ellos para determinar si uno es *mayor o menor que* el otro. Expresaremos esa relación por escrito mediante los símbolos $<$ $>$.

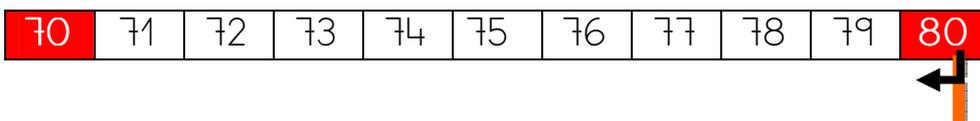
🧩 APLICAR LOS CONCEPTOS "MAYOR Y MENOR" EN UN CONTEXTO DE JUEGO

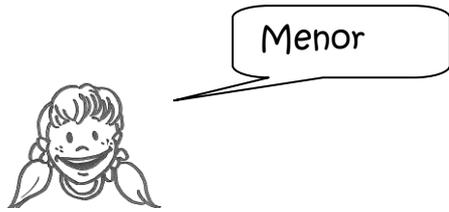
Juego del mayor - menor

Para este juego un alumno o alumna pensará un número y los demás de la clase deben adivinarlo. Solamente podrá decir "mayor" o "menor" cuando le pregunten. El docente moverá las flechas a medida que se vaya desarrollando el juego.

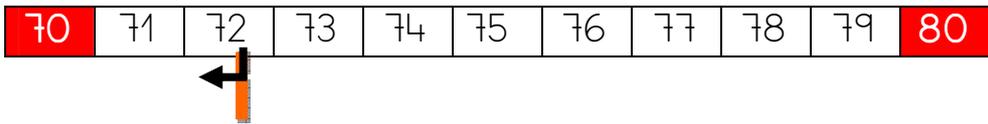


Entonces el docente coloca una pinza como esta en el ochenta:

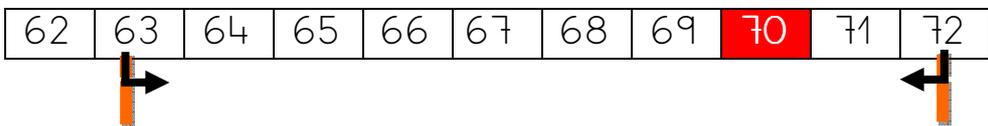




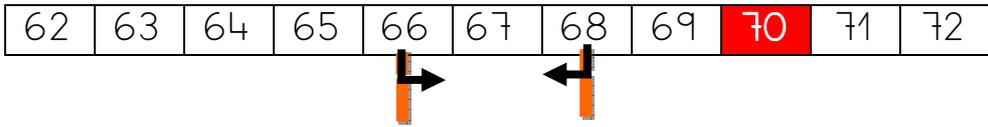
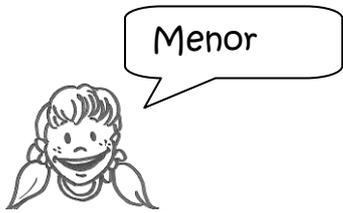
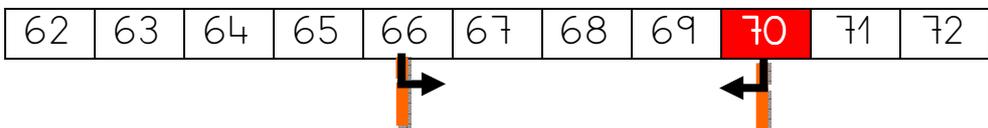
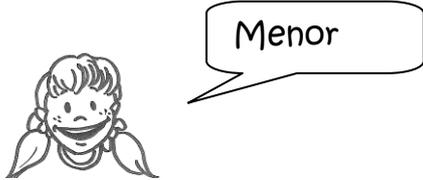
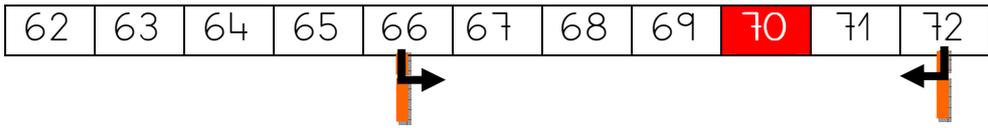
El docente mueve la flecha hasta la nueva posición:



Ahora, el docente incorpora una nueva flecha:



El docente mueve la flecha hasta el 66. Nos vamos acercando...



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

ACTIVIDADES CON LOS PANELES

LOCALIZAR ANTERIORES Y POSTERIORES

La relación de orden se debe trabajar igualmente con los paneles numéricos. Trabajamos primero con todo el grupo-clase. Mostramos el panel grande y señalamos un número:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99



¿Qué número hemos señalado? ¿Cuál es el anterior a 32? ¿Y el posterior? Vamos a decir otros números que sean anteriores.

Ahora otros que sean posteriores (señala las respuestas para verificar).

La configuración de los números en el panel puede dificultar el reconocimiento del anterior y el posterior de aquellos que acaban en cero o en nueve, por lo que debemos trabajar específicamente con estos números:

70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89

¿Cuál es el anterior a 79? ¿Y el posterior?

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29

¿Cuál es el anterior a 20? ¿Y el posterior?

EJERCITAR LAS RELACIONES: ANTERIOR/ POSTERIOR. MAYOR/MENOR



Plantearemos ahora el trabajo con estos contenidos de manera individual en los paneles pequeños.

Cada niño y niña prepara su panel y una anilla. Atiende las consignas que se van dando y señala el número correspondiente. El docente marca cada vez en el panel grande para que puedan corregirse ellos mismos.

En cada sesión se puede trabajar una sola consigna o varias, dependiendo del nivel del alumnado.



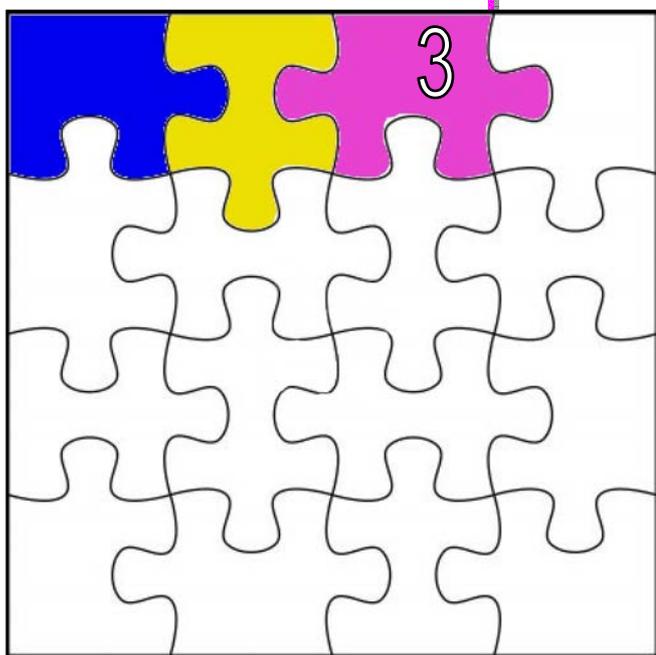
Señalad con la anilla...

- El primero de la serie.
- El último de la serie.
- El anterior a...
- El posterior a...
- El que está entre ... y ...
- Elige un número que esté entre ... y ... y tenga un seis en el lugar de las unidades (si además incorporamos lo que vamos aprendiendo del SND).
- El menor de la serie.
- El mayor de la serie.
- El número que es mayor que ... y menor que ...
- Elige un número que sea mayor que ..., menor que ... y tenga la cifra ... en el lugar de las unidades.

Si queremos que se impliquen en tomar decisiones personales sobre los números, podemos utilizar varias anillas y dar consignas como:

Elige y señala cinco números anteriores/posteriores a...

Elige y señala cinco números mayores/menores que...



EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

OBJETIVOS

- Comprender los conceptos de unidad y decena y de valor posicional.
- Construir números con la estructura del Sistema de Numeración Decimal.
- Asociar el número formado en la caja con su representación simbólica y otras representaciones.
- Componer y descomponer cantidades.



ACTIVIDADES CON LA CAJA CDU

(Se usan también la cinta y el panel para conectar con los símbolos)

- ❁ Comprender los conceptos de unidad y decena y de valor posicional.
- ❁ Construir progresivamente los números que integran cada tramo.
- ❁ Componer y descomponer cantidades dentro de la caja.
- ❁ Componer y descomponer cantidades fuera de la caja.



ACTIVIDADES CON LOS PANELES

- ❁ Relacionar distintas representaciones.



ACTIVIDADES CON LA CAJA CDU

(Se usan también la cinta y el panel para conectar con los símbolos)

La caja CDU (**C**entenas-**D**ecenas-**U**nidades) o caja de numeración es un modelo para representar números de manera explícita. No requiere que estos números se abstraigan atendiendo a códigos de color y posición, como ocurre en el ábaco. En ella, los elementos que forman la cantidad permanecen en su esencia inicial y se les puede contar siempre que se quiera.

La caja ofrece un primer modelo básico para que el alumnado entienda el modo en que se organizan y distribuyen las cantidades según la estructura del Sistema de Numeración Decimal (SND).

Para que los niños y niñas comprendan el SND tienen que configurarse en su mente muchas relaciones y operaciones. Dentro del currículo escolar, este aprendizaje se plantea de manera temprana, en el primer trimestre del curso de primero. Muy poco tiempo después de haber trabajado con el diez como numeral, comprueban que esa misma palabra pasa a significar algo mucho más complejo, y que tienen que apropiarse de nociones difíciles como las unidades compuestas y el valor posicional.

Tienen que entender que para representar un número en el SND, solamente se escriben las cifras que especifican el número de unidades que lo componen. También que las cifras se escriben una al lado de la otra, de izquierda a derecha, en relación decreciente respecto al orden de las unidades. Y además, deben ver que el número representa un todo y que las cifras que lo conforman no pueden considerarse como dígitos aislados.

No solo es necesario, es imprescindible que los alumnos y alumnas construyan estos conceptos tan complejos desde actividades

manipulativas con materiales. La caja de numeración puede ser uno de los modelos posibles antes de incorporar otros más abstractos como los bloques multibase o el ábaco.

COMPRENDER LOS CONCEPTOS DE UNIDAD Y DECENA Y DE VALOR POSICIONAL

Las reglas del SND dotan a las cifras de un doble valor: el valor correspondiente al número de unidades y el valor relativo al orden.



Primero trabajaremos con los palillos sueltos, sin tener a la vista la caja. Los presentamos diciendo que van de uno en uno y que los llamaremos unidades. Practicamos el recuento de unidades hasta los números que sabemos: uno, dos, ...veinticinco,...cuarenta y tres... Pronto quedará claro que los recuentos de palillos sueltos no son un método fiable, que nos equivocamos y obtenemos distintos resultados, que se caen o se nos olvida por qué número vamos.

Proponemos "organizarlos" de diez en diez, en consonancia con los dedos de las manos.



Contamos ahora con seguridad diez unidades y las sujetamos con una gomilla. Tenemos a la vista un nuevo elemento que visiblemente está relacionado con el anterior.



Hablamos de la equivalencia entre ambos y la necesidad de darle nombre: es una decena. Llamamos la atención sobre la dualidad de la decena: es una y a la vez está compuesta de diez unidades.

Cogemos un montón de palillos y practicamos la formación de decenas. Al terminar, contamos las decenas que se han formado y las unidades que han quedado sueltas.

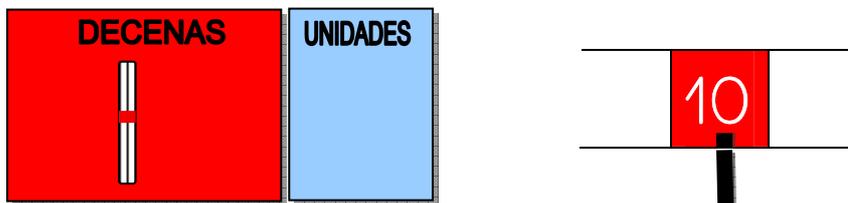


Una vez que estamos familiarizados con ambos órdenes de unidades presentamos la caja como el espacio donde se alojarán. Colocamos cada elemento en la casilla correspondiente recalcando la norma: solo puede haber nueve unidades sueltas, si hay diez tienen que agruparse y ya no pueden seguir allí, tienen que pasar al lugar de las decenas.

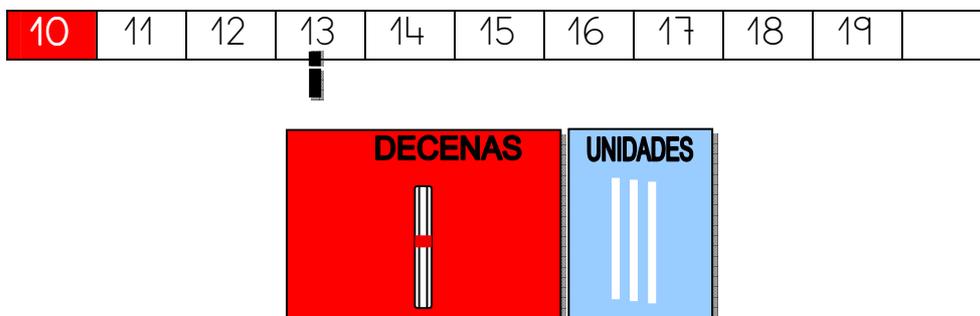


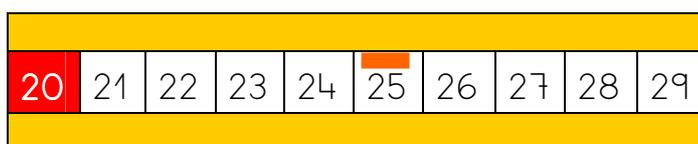
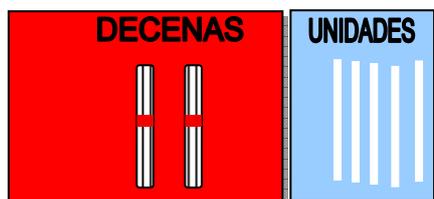
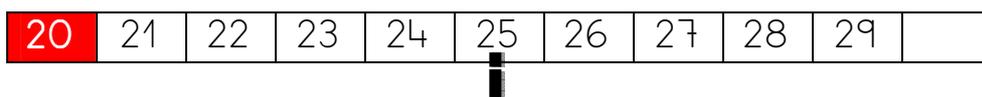
CONSTRUIR PROGRESIVAMENTE LOS NÚMEROS QUE INTEGRAN CADA TRAMO

Una vez realizadas las actividades anteriores, retomamos el conocimiento de los números que sabemos formándolos con esta nueva estructura. Empezamos desde el uno, dos, tres,... Los niños echan unidades en el espacio azul mientras el docente va señalando los números en la cinta o en el panel (es muy importante que constantemente conectemos la distribución de cantidades en la caja con su representación simbólica). Llegamos al nueve. Con uno más formamos una decena, los sujetamos con la gomilla roja (la "casa de las decenas" es roja) y la ponemos en su lugar. Vemos lo que hay en la caja: 1 decena y 0 unidades...10, el diez: la estructura del SND fundamenta la escritura de los números.



Cada vez que abordemos el estudio de un nuevo tramo de la secuencia, formaremos en la caja todos los números que la componen, y realizaremos con frecuencia actividades para conocerlos en profundidad.





Es fundamental que desde el principio intercambiemos distintas formas de representar un mismo número. Unas veces lo marcaremos en la cinta y ellos deben formarlo en la caja. En otras ocasiones el docente enseña un número en la caja y cada uno debe señalar su representación simbólica en el panel. Un poco más adelante, cuando hayan incrementado su visión flexible sobre los números, se incorporarán también el ábaco y los bloques multibase.



Diré nombres de números y vosotros los formáis en la caja.

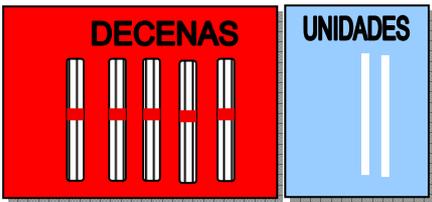
Señalaré los números en la cinta (o en el panel) y los formáis con los palillos en la caja.

Os enseñaré números en la caja y vosotros los escribís en vuestro cuaderno. (el docente debe explicar lo que haya puesto en la caja, por ejemplo: Este número tiene ocho decenas y cinco unidades).

Os mostraré los números en el ábaco y vosotros los formáis en la caja.

COMPONER Y DESCOMPONER CANTIDADES DENTRO DE LA CAJA

Al colocar las cantidades en la caja se presentan separadas en decenas y unidades. Poco a poco debemos guiar la reflexión para que no se encasillen en esta visualización y aprendan a ver todas las unidades de manera simultánea, es decir, que vean no solo la cantidad que hay en el lugar de las unidades, sino también las unidades que están agrupadas en las decenas. El rigor con el que usemos el lenguaje ayudará mucho en este proceso.



DECENAS UNIDADES

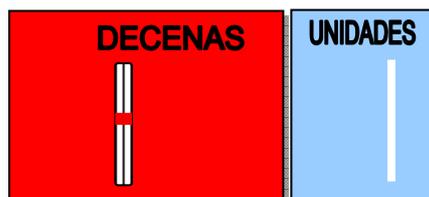
52 es cinco decenas y dos unidades.

Pero también, 52 es cincuenta unidades y dos unidades más



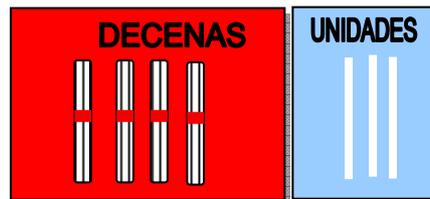
¿Cómo se presentarán en la caja once unidades?

Así: una decena y una unidad.



¿Y cuarenta y tres unidades?

Así: cuatro decenas y tres unidades.



Gran parte del éxito en los ejercicios de cálculo mental depende del dominio de estos procesos. Cuando los alumnos se enfrentan a dos cantidades que, por ejemplo se suman, deben articular en su mente razonamientos complejos que combinan todos los conceptos que estamos exponiendo. Por ejemplo, un alumno que tenga que realizar la suma $52 + 43$ mentalmente (y al que no se haya instruido en juntar mecánicamente por “posiciones”) podría seguir esta ruta (estrategia por descomposición):

- Imagina la estructura descompuesta de ambos números. Localiza las cifras que tienen la misma jerarquía en las dos cantidades.
- Suma convenientemente esas cifras. Convierte a unidades según su valor posicional.
- Realiza la suma total.

COMPONER Y DESCOMPONER CANTIDADES FUERA DE LA CAJA

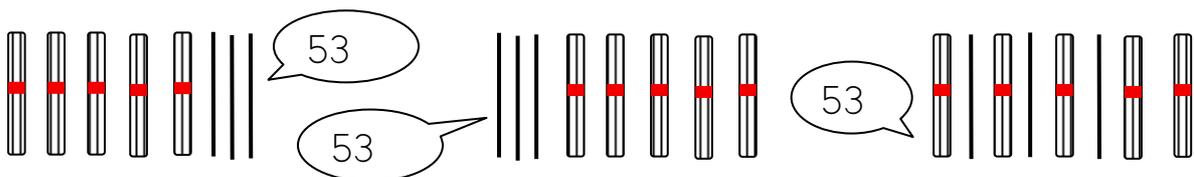
Una vez que estén familiarizados con la descomposición de los números en decenas y unidades dentro de la caja, es necesario pasar a esta actividad para lograr un dominio mucho más flexible. Centraremos el trabajo en la manipulación y la explicación verbal, dejando para otro momento la representación gráfica. La verbalización debe ser un vehículo fundamental que acompañe toda la experiencia sensoriomotora.

Primero, entre todos y con algunos ejemplos, comentaremos la gran ventaja que supone trabajar con las cantidades organizadas según la estructura del SND para representar los números y manipularlos. Aunque a la vista del material puede parecer fácil, debemos ser conscientes de la intensidad y complejidad del trabajo de codificación y decodificación que debe realizar el alumnado. Además, aprovecharemos la oportunidad que nos brinda esta actividad para materializar y demostrar la propiedad conmutativa de la suma.



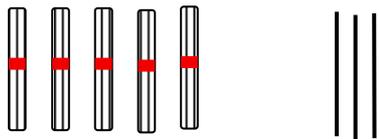
Vamos a trabajar con los palillos sobre la mesa, sin usar la caja.

Formaremos el número cincuenta y tres y aprenderemos a reconocerlo con distintas disposiciones.

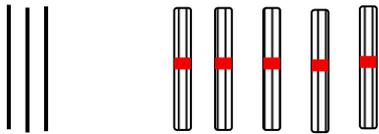


Ahora vamos a colocar las decenas y las unidades en dos grupos para tener muchas formas de conseguir cincuenta y tres.

Podemos empezar como en la caja: Con cinco decenas y tres unidades consigo el cincuenta y tres. También podría decirlo transformándolo todo en unidades: cincuenta más tres es cincuenta y tres.



¿Y si cambiamos la posición? ¿Si juntara tres y cincuenta también conseguiría cincuenta y tres?



¿Alguien se anima a explicar esto?



Cincuenta más tres es lo mismo que tres más cincuenta. Cuando los juntamos todos son cincuenta y tres.

¿Se os ocurren más maneras de conseguir cincuenta y tres con dos grupos?



Yo he puesto en un lado dos decenas y tres unidades y en el otro tres decenas.

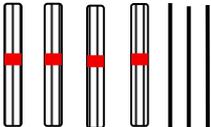


Entonces, tú dices que si se juntan veintitrés y treinta conseguimos cincuenta y tres. Muy bien...¿alguien ha puesto en primer lugar el treinta y después el veintitrés?

Yo lo que he puesto ha sido treinta y uno y veintidós.



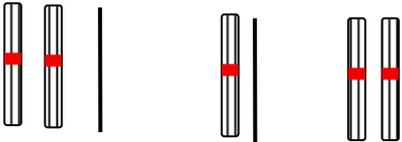

Pues yo he puesto una decena sola y en el otro lado cuatro decenas y tres unidades

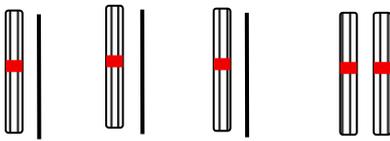
Vamos a decirlo también como suma de unidades: Diez más cuarenta y tres son cincuenta y tres.

Os propongo ahora hacer tres o más grupos.

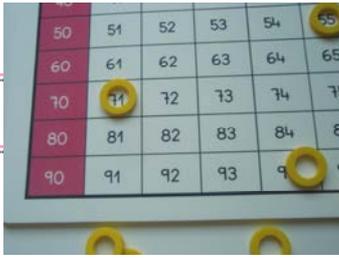
Veintiuno más once más veinte son cincuenta y tres

Y once más once más once más veinte son cincuenta y tres.

Cada vez que lo veamos conveniente, nos detendremos para conmutar cantidades y comprobar que ese cambio de lugar no afecta al resultado de la unión..



ACTIVIDADES CON LOS PANELES

✚ RELACIONAR DISTINTAS REPRESENTACIONES

Planteamos una tarea muy interesante con los paneles pequeños, sin tener a la vista la caja de numeración. Se trata de volcar en ellos lo que hemos “abstraído” de las actividades manipulativas. Podemos proponer consignas como estas:



Señalad con la anilla en vuestro panel:

Un número que tenga nueve decenas.

Un número que tenga cinco unidades.

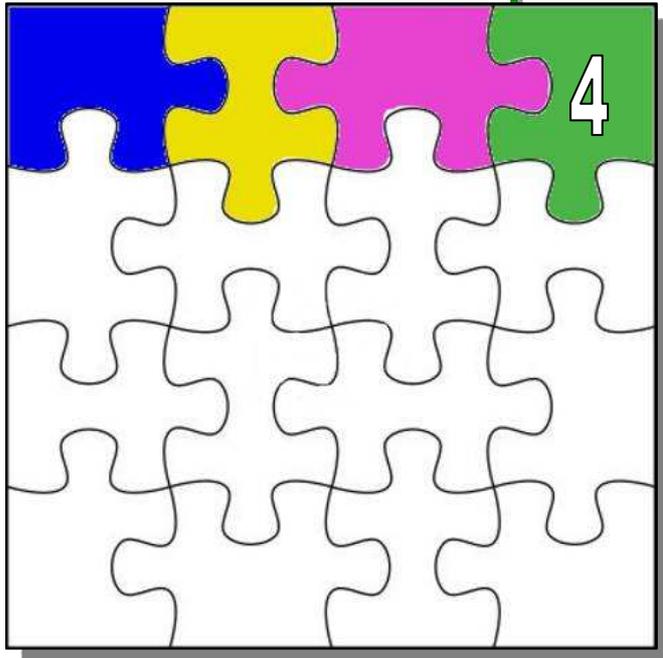
Un número que tenga la misma cifra en las decenas que en las unidades.

El número que tiene cuatro decenas y ocho unidades.

El número que tiene cuatro unidades más que el veintiuno.

El número que tiene dos decenas menos que el setenta y dos.

El número que tiene el doble de decenas que el treinta.



LA SUMA Y LA RESTA

OBJETIVOS

- Comprender los efectos de las operaciones de suma y resta sobre los números.
- Resolver, con el apoyo de los recursos, todo tipo de sumas y restas con planteamientos escritos en horizontal.
- Relacionar números consecutivos mediante la suma y la resta.
- Relacionar un número con la decena siguiente y anterior mediante la suma y la resta.
- Sumar cantidades descompuestas.



ACTIVIDADES CON LA CINTA

- ✚ Sumar y restar jugando con dados.
- ✚ Los dados +1, +10 y -1, -10.
- ✚ Obtener los números de la serie añadiendo uno al anterior.
- ✚ Obtener los números de la serie quitando uno al posterior.
- ✚ Sumar o restar cantidades constantes.
- ✚ Relacionar un número con la decena siguiente y con la decena anterior mediante la suma y la resta.
- ✚ Sumar una cantidad descompuesta: El juego de la rana saltarina.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

ACTIVIDADES CON LOS PANELES

- ✚ Sumar y restar 10 en los paneles.
- ✚ Sumar 9 y 11. Restar 9 y 11.
- ✚ Relacionar un número en el panel con los que le rodean mediante la suma y la resta.



ACTIVIDADES CON LA CAJA CDU

- ✚ Sumar con la caja de numeración.
- ✚ Restar con la caja de numeración.



ACTIVIDADES CON LA CINTA

✚ SUMAR Y RESTAR JUGANDO CON DADOS



Utilizaremos la cinta como si fuera un juego de recorrido, incorporando dados para practicar las sumas de un modo más motivador. Se marca un número y, por turnos, cada niño o niña tira el dado y dice hasta qué número se avanzará. Al principio solamente utilizaremos uno, pero podemos usar dos o tres cuando adquieran mayor soltura con la adición de cantidades. Es conveniente manejar los dados que son de puntos junto a otros numéricos, así estarán obligados a calcular la suma (ya que muchos tienden a hacer un recuento de los puntos).

Otra modalidad consiste en pegar órdenes (+1, +2, +3, +4, etc.) en cada una de las seis caras del dado.



Para restar, jugaremos con dados que tengan pegadas en sus caras órdenes negativas (-1, -2, -3, -4, etc.). Comenzamos ahora en un número alto al que le vamos restando. Como en el caso anterior, animamos a que realicen los cálculos mentalmente y siempre comprobamos la respuesta. Al restar nos desplazamos descontando números, las cantidades resultantes son ahora cada vez más pequeñas. Los saltos que damos evidencian la magnitud del sustraendo.

✚ LOS DADOS +1, +10 Y -1, -10.

Este juego permite que los niños y niñas tomen conciencia de varios contenidos fundamentales. Por una parte, que relacionen estas cantidades con la unidad y la decena y que vean el uno y el diez con sus respectivos tamaños. Por otra, que se hagan conscientes del efecto que tiene sobre los números el sumar o restar una unidad o una decena. Conectamos así directamente con una estrategia básica para el cálculo mental ejercitándola en un contexto motivador.

DADO +1, +10

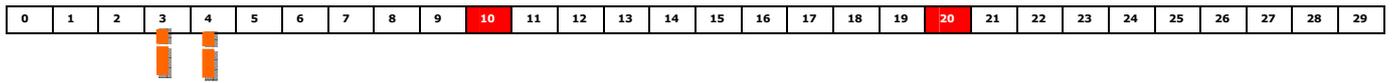


Usamos un dado que se va pasando de unos niños a otros. En sus caras habremos pegado tres veces la consigna +1 y tres veces la consigna +10.

El docente coloca la pinza en un número de la cinta, supongamos que partimos del número 3. El primer alumno tira el dado. No tiene que decir lo que le ha salido, sino a qué otro número tenemos que llevar la pinza, así el proceso de cálculo lo realiza a nivel mental y solo verbaliza el resultado:



El docente coloca otra pinza en el 4. Los demás se dan cuenta de que si avanza un lugar es porque le había salido +1.

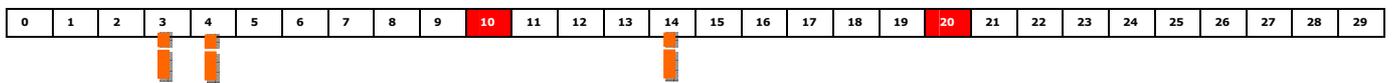


Tira el siguiente:

Catorce



Ahora, todo el grupo sabe que le había salido +10.
El docente avanza hasta el número nombrado y pone otra pinza:

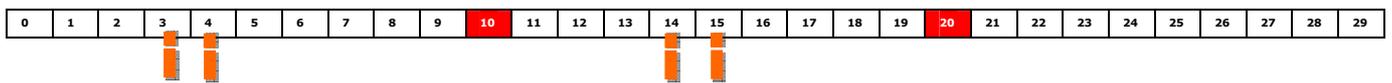


Se pasa el dado al siguiente compañero o compañera para que lo lance.

Quince



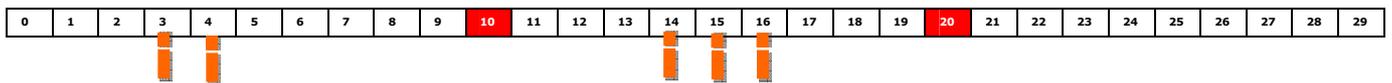
(Ha salido +1)



Dieciséis



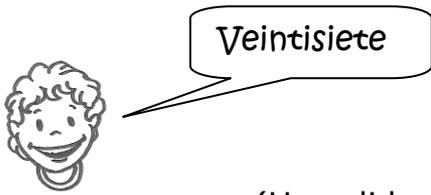
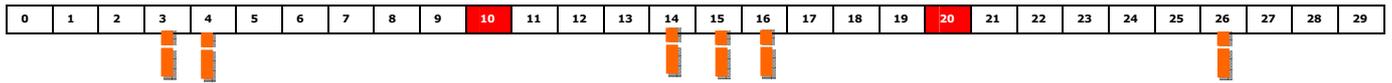
(Ha vuelto a salir +1)



Veintiséis



(Ahora ha salido +10)



(Ha salido +1 de nuevo)

La actividad podría acabar aquí o continuar con nuevos lanzamientos. Supongamos que la damos por terminada. Ahora pasaríamos a comentar entre todos lo que vemos en la cinta. Primero paso por paso: ¿Por qué hay una pinza en el 3 y otra en el 4? ¿Dónde está colocada la siguiente? ¿Qué había salido entonces en el dado? ¿Y para pasar del 14 al 15?...

Después con carácter acumulativo: ¿Cuántas veces ha salido +1? ¿Y el +10? ¿En cuantos saltos hemos ido pasando del 3 al 26?

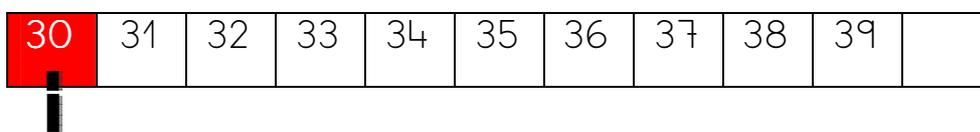
Si se ve conveniente, se puede trabajar la representación con números y signos de lo que hemos realizado. Primero escribimos las acciones paso por paso y después las representamos encadenadas. Resulta muy fácil con el soporte visual de la cinta y las pinzas.

$3 + 1 = 4$
 $4 + 10 = 14$
 $14 + 1 = 15$
 $15 + 1 = 16$ $3 + 1 + 10 + 1 + 1 + 10 + 1 = 27$
 $16 + 10 = 26$
 $26 + 1 = 27$

... Otro día jugaremos con el dado -1, -10.

➦ OBTENER LOS NÚMEROS DE LA SERIE AÑADIENDO UNO AL NÚMERO ANTERIOR

Uno de los aprendizajes elementales en la adquisición del sentido numérico es saber que si sumamos uno obtenemos el número siguiente de la secuencia. Es conveniente que practiquemos esta rutina cada vez que iniciemos el conocimiento de un nuevo tramo numérico.



En la cinta iremos señalando la cantidad que resulta de cada nueva adición.

¿Treinta más uno?

- Treinta y uno.



¿Treinta y uno más uno?

- Treinta y dos.

¿Treinta y dos más uno?

- Treinta y tres

¿Treinta y tres más uno?

.....

Y después, en la pizarra, recreamos la experiencia sensoriomotriz con códigos simbólicos:

$$30 + 1 = 31$$

$$31 + 1 = 32$$

$$32 + 1 = 33$$

$$33 + 1 = 34$$

$$34 + 1 = 35$$

$$35 + 1 = 36$$

$$36 + 1 = 37$$

$$37 + 1 = 38$$

$$38 + 1 = 39$$

$$39 + 1 = 40$$

➤ OBTENER LOS NÚMEROS DE LA SERIE QUITANDO UNO AL NÚMERO POSTERIOR

Del mismo modo debemos trabajar el proceso inverso para llegar a la conclusión de que cada número de la serie resulta de quitar uno al posterior.

80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--



¿Ochenta y nueve y nueve menos uno?

- Ochenta y ocho.

(El docente pasa la pinza a este número).

¿Ochenta y ocho menos uno?

- Ochenta y siete.

(Se pasa la pinza al 87) ...

En la pizarra...

$$89 - 1 = 88$$

$$88 - 1 = 87$$

$$87 - 1 = 86$$

$$86 - 1 = 85$$

$$85 - 1 = 84$$

$$84 - 1 = 83$$

$$83 - 1 = 82$$

$$82 - 1 = 81$$

$$81 - 1 = 80$$

Una vez comprendido el proceso, repasamos oralmente las operaciones con la finalidad de automatizarlo y poder aplicarlo directamente en otras situaciones de cálculo más difíciles.

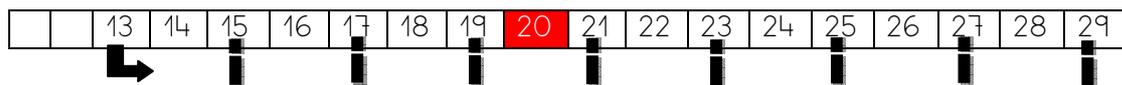
SUMAR O RESTAR CANTIDADES CONSTANTES

Aunque esta propuesta es un caso particular de las actividades anteriores, merece especial atención por las repercusiones que tiene para adquirir habilidades relacionadas con el cálculo mental, la multiplicación y la división. Trabajando con la cinta obtenemos ventajas adicionales. En ella podemos comprobar que las distancias entre los números se mantienen, y también que se producen regularidades en la secuencia resultante.

Pondremos en conexión esta actividad con la que habremos realizado en otras ocasiones de contar a intervalos regulares (de dos en dos, de tres en tres, etc.), ya que algunos niños no las relacionan de modo espontáneo. Se deberá trabajar tanto en sentido ascendente como descendente.



Vamos a sumar siempre dos desde el trece. Cada uno de vosotros irá diciendo un número.



¿Cómo han quedado distribuidos los números? ¿siguen algún ritmo?
¿Es lo mismo que contar de dos en dos a partir del trece?
¿Sabrías decir los números que hemos señalado de memoria, sin mirar a la Cinta?

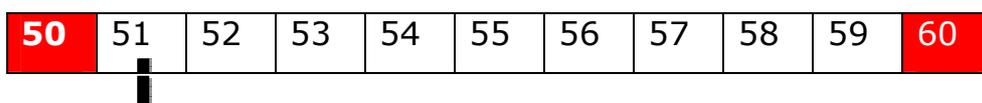
Es muy ventajoso que reconozcan las regularidades que se presentan en estas secuencias, ya que les ayudará a memorizarlas.

✚ RELACIONAR UN NÚMERO CON LA DECENA SIGUIENTE Y LA DECENA ANTERIOR MEDIANTE LA SUMA Y LA RESTA

Esta es una actividad clave para el cálculo mental que debemos repetir cada vez que ampliamos el conocimiento de una nueva familia. Al relacionar cada número con las decenas que le preceden y le siguen, además de facilitar los cálculos, pondremos en marcha importantes procesos:

- Conectar la expresión verbal de los razonamientos y cálculos con las correspondientes expresiones escritas.
- Retomar lo aprendido sobre las combinaciones básicas del diez para extenderlo a situaciones en las que intervienen múltiplos de diez.
- Evidenciar la relación inversa entre la suma y la resta.

Supongamos que estamos estudiando el tramo entre el cincuenta y el sesenta. Señalamos en la cinta el número cincuenta y uno:



¿Recordáis cuánto era cincuenta más uno?

- Cincuenta y uno

Para expresarlo con números y signos escribíamos $50 + 1 = 51$

(lo escribimos en la pizarra)

¿Qué tiene que pasarle a este número para volver al cincuenta?



Hay que quitarle uno.

¿Cómo podemos expresarlo? Animamos para que surja la expresión

$$51 - 1 = 50$$

Escribimos las dos operaciones en la pizarra y las "releemos" relacionándolas con la situación que estamos trabajando.

$$50 + 1 = 51$$

$$51 - 1 = 50$$

Si a cincuenta le sumamos 1, avanzamos al cincuenta y uno.

Si a cincuenta y uno le quitamos uno, volvemos al cincuenta.

Y ahora, ¿sabéis cuánto le tendríamos que dar a cincuenta y uno para llegar a sesenta? ¿Recordáis lo que le dábamos a uno para conseguir 10? (Deben recordar los complementos al diez)

Vamos a comprobarlo (damos nueve saltos de uno en uno).

Es verdad, 51 y nueve son sesenta (damos un único salto moviendo la pinza al sesenta).

¿Cómo podemos expresarlo? Llegarán fácilmente a proponer la expresión: $51 + 9 = 60$ (la escribimos en la pizarra)

Imaginad que estoy en el sesenta, ¿cómo puedo volver al cincuenta y uno? ¿Cuánto tendría que quitarle?



Tendrías que quitarle nueve.

(Si no responden correctamente, volvemos a contar retrocediendo de uno en uno hasta que todos lleguemos a la misma conclusión.)

Claro, si a sesenta le quitamos nueve volveríamos al cincuenta y uno.

Vamos a expresarlo en la pizarra y a repasar lo que hemos aprendido:

$$50 + 1 = 51$$

$$51 + 9 = 60$$

$$51 - 1 = 50$$

$$60 - 9 = 51$$

Ahora vamos a considerar el cincuenta y dos para relacionarlo con el cincuenta y con el sesenta...¿Quién se anima a participar?...

Cuando los niños y niñas tienen perfectamente asimilados los complementos al diez, comprenden fácilmente que en estas situaciones con números mayores se repite el mismo patrón. Con la práctica de estos ejercicios, la relación de cualquier número con la decena que le precede o le sigue se convertirá en una respuesta automática. Así podrá centrarse en aspectos más complejos del cálculo, como por ejemplo en la elección de la estrategia.

SUMAR O RESTAR UNA CANTIDAD DESCOMPUESTA: EL JUEGO DE LA RANA SALTARINA

Con esta actividad pretendemos que los niños y niñas piensen en los números de un modo flexible, valorando cuando es oportuno descomponerlos para realizar más fácilmente las operaciones de suma y resta. Como elemento motivador usamos una rana que se mueve por la cinta dando saltos. A la rana le encantan las casillas rojas y siempre que puede bota en ellas.

Ejemplificaremos esta actividad para el caso de sumar seis.

En primer lugar, decimos la cantidad que sumará la rana ese día y la escribimos en la pizarra. También escribimos todos los modos en que puede hacerlo en uno y en dos saltos:



Hoy, la rana suma seis

Si no tiene una casilla roja a la vista, la rana da un salto de una vez. Pero si ve cerca una casilla roja se pone la mar de contenta porque quiere botar en ella. Le vamos a ayudar diciéndole cómo puede hacerlo (reparamos todas las posibilidades).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

SUMA 6

$$6$$

$$4 + 2$$

$$2 + 4$$

$$1 + 5$$

$$5 + 1$$

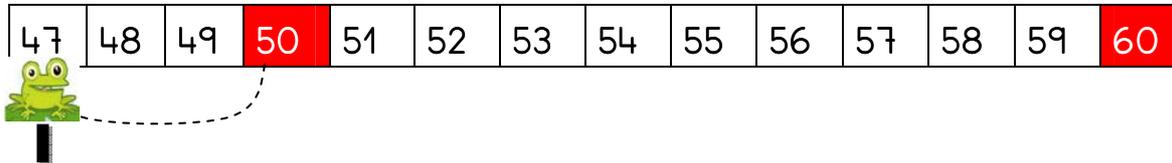
$$3 + 3$$

Habremos pegado el dibujo de una rana a una pinza de las que tienen velcro. A continuación, el docente coloca la rana en un número, por ejemplo el 47 y dice a la clase:

RECURSOS DIDÁCTICOS PARA DESARROLLAR EL SENTIDO NUMÉRICO EN EL PRIMER CICLO
Parte I

M Teresa García Pérez

Sabéis que a la rana le encanta botar en el color rojo, ¿le decimos cómo podría conseguirlo?



Tiene que botar tres

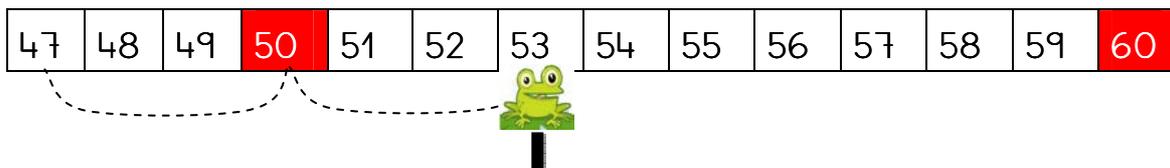


- Pero en total el salto tiene que ser de seis. Si va hasta el cincuenta solo avanza tres.

Entonces tres y después otros tres.



Claro, cuarenta y siete y tres son cincuenta. Cincuenta más tres, cincuenta y tres (si es necesario, reformula así dándole rigor a las aportaciones). La rana tiene que aprender que para dar un salto de seis desde el cuarenta y siete le conviene $3 + 3$ (rodea o marca resaltando esta opción en la pizarra).



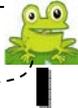
Ahora tiene que dar otro salto de seis... ¿podrá botar en el sesenta?



No, porque cincuenta y tres y seis son cincuenta y nueve.

- En esta ocasión le faltará muy poco (lleva la rana al número 59).

57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



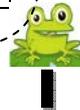
¡Vamos a decirle cómo tiene que dar el próximo salto!



¡Uno y cinco!

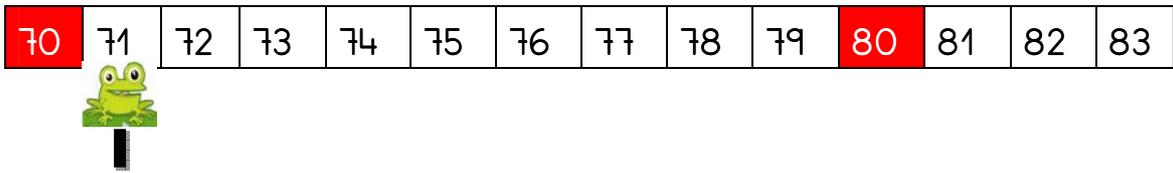
Entonces le decimos que haga esto (rodea la opción $1 + 5$ en la pizarra). Con uno llega al sesenta y sesenta más cinco es muy fácil: son sesenta y cinco.

57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



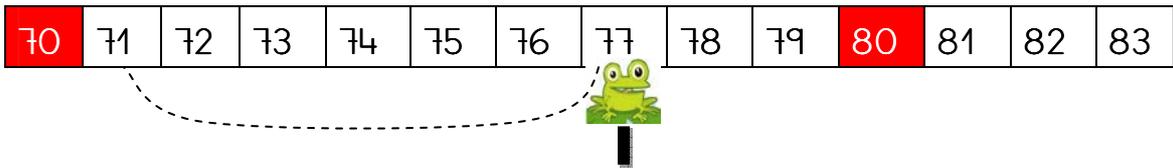
Ahora tiene que saltar al revés, primero cinco y luego uno.

¡Muy bien! (rodea $5 + 1$ en la pizarra). La rana ha llegado ya al setenta y uno. ¡Seguimos saltando!



Setenta y uno y seis son setenta y siete ¡No llega!

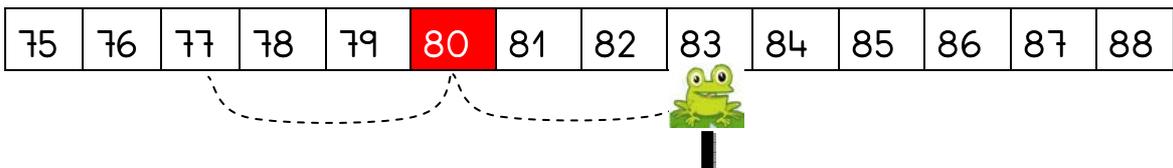
¡Es verdad! Tendrá que esperar al próximo salto.



Pero ahora ya sabe cómo saltar. Está en un número que acaba en siete, igual que al principio. ¿Os acordáis de lo que hizo cuando estaba en el cuarenta y siete?



¡Saltaba tres y tres!



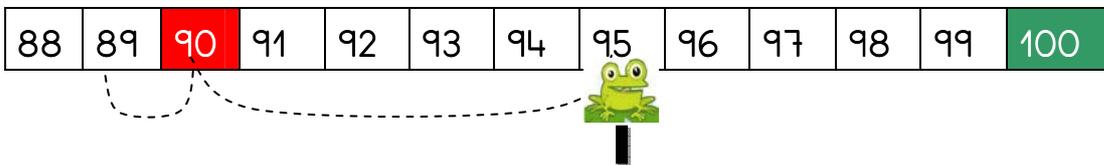
¿Y ahora?



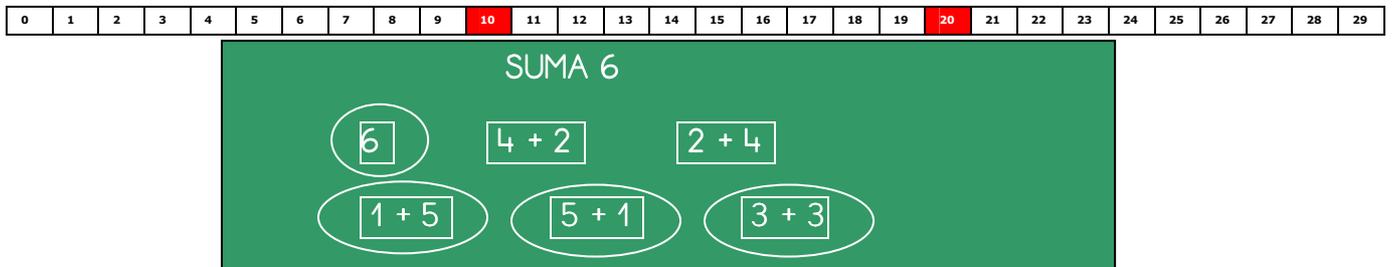
Ahora es como antes, no llega al noventa porque ochenta y tres y seis son ochenta y nueve.



Y otra vez le damos uno y luego cinco. Llega al noventa y cinco y ya se acabaron los saltos...



Podríamos continuar si los niños y niñas saben realizar las sumas más allá de 100 sin el apoyo visual de la cinta.



Para terminar, hacemos un repaso y recordamos brevemente lo que ha pasado llevando la rana otra vez al número inicial, el 47. En esta ocasión no ha podido saltar como 2+4 ni como 4+2. Otro día probaremos desde otro número (tendremos que comenzar en un número par).

Seguimos un proceso similar para restar cantidades descompuestas.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49

ACTIVIDADES CON LOS PANELES

✚ SUMAR Y RESTAR 10 EN LOS PANELES

Cuando proponemos contar de diez en diez o sumar diez empezando desde el cero o desde alguna otra decena completa, la secuencia resulta fluida y sin errores:

– Diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa,...

A veces creemos que este dominio implica que los niños y niñas saben sumar diez automáticamente desde cualquier otro número, y sin embargo no siempre es así. Puesto que se trata de un aprendizaje fundamental para agilizar el cálculo, debemos desarrollar actividades específicas que aseguren una correcta asimilación por parte de todo el alumnado.

Utilizamos el panel grande a la vista de todo el grupo:



He señalado el número tres en el panel. Vamos a sumarle diez...¿dónde llegaremos?

Algunos niños y niñas ya sabrán la respuesta, otros pueden tener dudas...Contamos de uno en uno para asegurarnos y marcamos el resultado, el 13. Repetimos el proceso y obtenemos los números 23 y 33. Continuamos avanzando, seguramente ya responderán antes de contar:

¿Cuál será el resultado si sumamos 10 a 33?



Cuarenta y tres.

¿Estás segura? Mejor lo comprobamos. (Contamos diez a partir del 33)

¿Y si ahora sumamos 10 a 43?

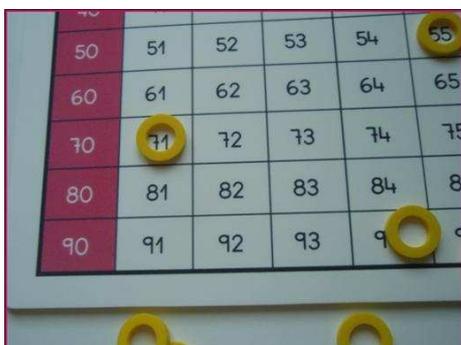
...

...Así hasta completar la columna. Mirando el panel, analizamos los resultados que vemos marcados y entre todos formulamos afirmaciones al respecto:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Las preguntas al grupo para guiar la reflexión podrían ser:
"¿Qué tienen igual los números que hemos señalado en la columna?... ¿En qué son diferentes?... ¿Qué le ha ocurrido al 3

cuando le hemos sumado 10? ¿Qué le ha pasado a la cifra de las unidades?... ¿Y a la de las decenas?...



Proponemos ahora que cojan los paneles individuales y que prueben a ver qué pasa con otros números. Deben elegir un número de la primera fila, contar diez e ir señalando con las anillas. Les pedimos que anoten en sus cuadernos las series que vayan obteniendo para después comentarlas entre todos.

Ponemos en común los resultados que han anotado y expresamos conclusiones.

Llamamos la atención nuevamente sobre el panel grande. El docente preguntará eligiendo números aleatoriamente:

- (Señalamos el 25) *¿Veinticinco más diez?* (Esperamos la respuesta y bajamos el marcador al treinta y cinco).
- (Señalamos otro número, por ejemplo el 31) *¿Treinta y uno más diez?* (Esperamos la respuesta y bajamos el marcador al cuarenta y uno).
- Etc.

Repetimos en el panel pequeño, haciendo preguntas como las anteriores a cada niño y niña (ahora deben tener una sola anilla):

Señala el 37, ¿37 más 10? ...

La resta de diez en los paneles sigue un proceso similar al expuesto para la suma.

Igualmente, cuando se domina la suma y resta de 10, se abordan actividades en las que haya que sumar o restar 20, 30, 40, etc.

✚ SUMAR 9 Y 11. RESTAR 9 Y 11

Sumar nueve es como dar diez y quitar uno. Sumar once es como dar diez y una más. Esta estrategia de cálculo se comprende muy bien utilizando los paneles numéricos.

Suma $54 + 9 =$

40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

Suma $75 + 11 =$

70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89

Aunque puede resultar más difícil de asimilar, también podemos visualizar la resta de nueve y de once con ayuda de los paneles.

Al subir una casilla estamos restando diez; si queremos restar nueve tenemos que darle la que hemos quitado de más. Cuando queremos restar once tendremos que retroceder diez y una más.

Resta $22 - 9 =$

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29

Resta $94 - 11 =$

80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

✚ RELACIONAR UN NÚMERO EN EL PANEL CON LOS QUE LE RODEAN MEDIANTE LA SUMA Y LA RESTA

La disposición de los números en el panel permite ver claramente la relación de un número con los que tiene a su alrededor y expresarla mediante las operaciones de suma y resta.



He señalado en el panel el número cuarenta y siete.

El anterior a cuarenta y siete es el cuarenta y seis, que está a su izquierda (lo señalamos con otro color).

¿Sabéis escribir una suma y una resta en la que estén esos dos números? (si es necesario, guiamos la reflexión hasta que lleguemos a estas dos expresiones: $46 + 1 = 47$, $47 - 1 = 46$ y las escribimos en la pizarra).

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

¿Sabrías hacer lo mismo con el posterior, con el cuarenta y ocho?
 (deben surgir ahora más fácilmente las expresiones: $47 + 1 = 48$ y $48 - 1 = 47$, que también recogeremos en la pizarra).

A continuación señalamos el número que está encima del cuarenta y siete, lo nombramos y pedimos que piensen una suma y una resta para relacionarlos. Debatimos y cuando estemos de acuerdo las escribimos en la pizarra. Procedemos igual con el número que está debajo, el cincuenta y siete, y unimos las nuevas expresiones a las anteriores. Para terminar, las releemos todas.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

$46 + 1 = 47$	$37 + 10 = 47$
$47 - 1 = 46$	$47 - 10 = 37$
$47 + 1 = 48$	$47 + 10 = 57$
$48 - 1 = 47$	$57 - 10 = 47$



ACTIVIDADES CON LA CAJA CDU

✚ SUMAR CON LA CAJA DE NUMERACIÓN

En las actividades que hemos explicado con la cinta y con los paneles, la suma y la resta se visualizaban como avances y retrocesos en la serie numérica; en la caja estas operaciones van a provocar aumentos o disminuciones reales de las cantidades. El conjunto de experiencias con los tres recursos ayudará a los niños y niñas a entender que las operaciones son simplemente modelos matemáticos, y que pueden representar una amplia variedad de situaciones.

En este apartado vamos a “Sumar con la caja de numeración”. Se trata de un procedimiento para realizar las sumas que es totalmente manipulativo. Como en otras ocasiones, al principio lo trabajaremos en gran grupo, guiando el proceso. Las fases que sigue son:

1. Partiremos de la expresión escrita en la pizarra y la “leeremos”.
2. Si la suma tiene, por ejemplo, dos sumandos, formamos el primero en la caja y preparamos fuera el segundo.
3. Echamos en la caja el segundo sumando juntando unidades con unidades y decenas con decenas.
4. Se realiza el recuento y se escribe el resultado.

Cuando a una cantidad en la caja le añadimos otra puede ocurrir que las unidades sobrepasen el diez y que tengamos que formar una nueva decena que “me llevo” con las otras decenas. La suma con llevada se resuelve así con toda naturalidad.

A) PRIMERA SITUACIÓN: A UN NÚMERO DE UNO O DOS DÍGITOS LE AÑADIMOS OTRO DE UN DÍGITO SIN SOBREPASAR DECENA.



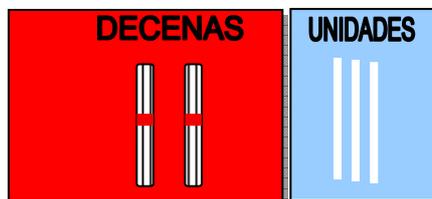
Hoy vamos a realizar sumas utilizando las cajas.
Aquí tenéis la primera ...¿quién sabe explicarla?

$$23 + 2 =$$



A veintitrés le tenemos que añadir dos

Formaremos el veintitrés en la Caja



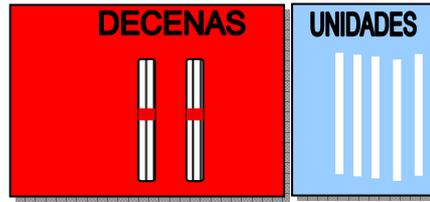
¿Qué le tenemos que añadir?



Dos unidades

Las ponemos en el lugar correspondiente. Teníamos tres unidades y le damos otras dos...¿Qué cantidad resulta?

¡Veinticinco!



$$23 + 2 = 25$$

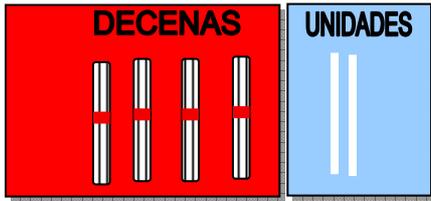
Las primeras veces, el docente guiará en su mayor parte la reflexión y acompañará la acción con palabras que argumenten lo que estamos haciendo. Después debe ceder protagonismo a los alumnos y alumnas para que se expresen, expliquen sus razonamientos y formulen afirmaciones sobre lo realizado.

B) SEGUNDA SITUACIÓN: A UN NÚMERO DE UNO O DOS DÍGITOS LE AÑADIMOS OTRO DE DOS DÍGITOS SIN SOBREPASAR DECENA.

Ahora realizaremos esta otra suma:

$$42 + 25 =$$

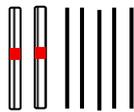
Colocamos en la caja la primera cantidad: cuatro decenas y dos unidades.



¿Cuántas decenas y unidades tenemos que añadirle?

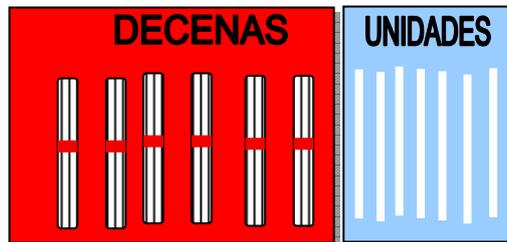


Dos decenas y cinco unidades



Las ponemos en el lugar correspondiente. Teníamos dos unidades y le damos otras cinco. Y a las cuatro decenas le añadimos dos más...¿Qué cantidad resulta?

¡Sesenta y siete!



Escribimos el resultado en la pizarra:

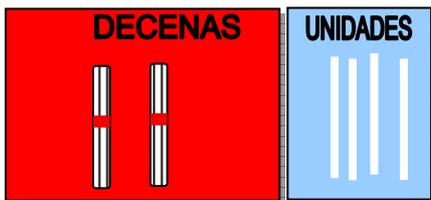
$$42 + 25 = 67$$

C) TERCERA SITUACIÓN: A UN NÚMERO DE UNO O DOS DÍGITOS LE AÑADIMOS OTRO DE UNO O DE DOS DÍGITOS SOBREPASANDO DECENA.

Escribimos otra suma en la pizarra:

$$24 + 16 =$$

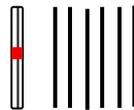
Colocamos en la Caja la primera cantidad: dos decenas y cuatro unidades.



¿Cuántas decenas y unidades tenemos que añadirle?



Una decena y seis unidades.

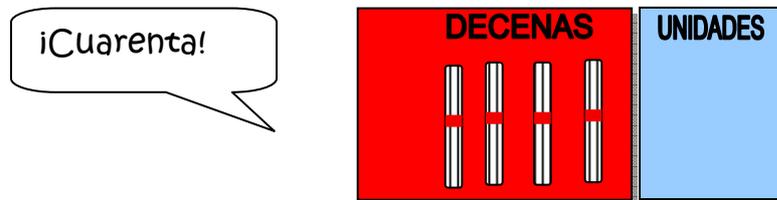


Ponemos la decena con las otras dos decenas y las unidades con las unidades. Teníamos cuatro unidades y le damos otras seis...¿Cuántas son en total?



Son diez unidades. Se forma una decena.

Entonces tenemos que unirlos con la gomilla roja y pasarla al lugar que le corresponde. ¿Cuánto resulta entonces de sumar veinticuatro y dieciséis?



¿Quién quiere explicar cómo hemos resuelto esta suma?

✚ RESTAR CON LA CAJA DE NUMERACIÓN

Realizar las restas con la caja proporciona una experiencia muy distinta a la que se tenía con la cinta, ya que ahora manejamos cantidades reales. Lo ilustraremos con ejemplos:

Vamos a restar utilizando la caja. ¿Quién quiere explicar lo que significa la expresión de la pizarra?

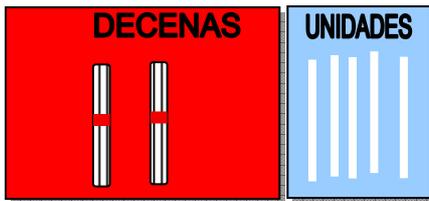
(Es una buena ocasión para reflexionar sobre la importancia de "leer" bien los planteamientos, es decir, de interpretarlos correctamente en función de las situaciones. En este caso estamos aplicando la operación de restar a una pérdida de cantidad).

$$25 - 4 =$$



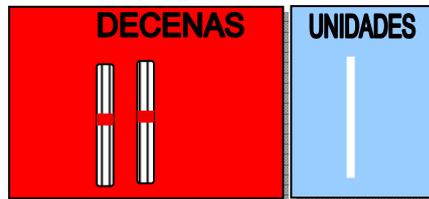
A veinticinco le tenemos que quitar cuatro unidades.

Formamos en la caja el veinticinco:



Le quitamos las cuatro unidades. ¿Qué queda?

Dos decenas y una unidad.
¡Veintiuno!



...y escribimos el resultado en la pizarra.

$$25 - 4 = 21$$

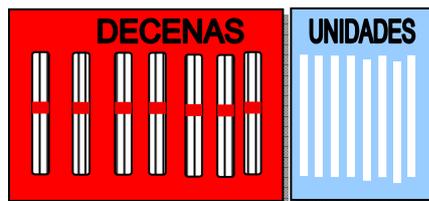
Os propongo otra resta:

$$78 - 56 =$$



A setenta y ocho le quitamos cincuenta y seis

Formamos el setenta y ocho en la Caja:

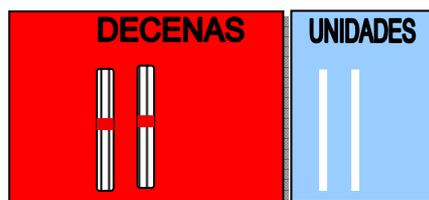


Cincuenta y seis son cinco decenas y seis unidades. Primero podemos quitar las unidades...A ocho le quitamos seis...Nos quedan dos unidades.

Después las decenas...A siete le quitamos cinco y también nos quedan dos, pero ¡cuidado!, en este lugar son dos decenas.

Entonces el resultado es... (al principio será el docente quien haga el relato, pero poco a poco deben ser los propios alumnos y alumnas quienes den sus explicaciones).

¡Veintidós!



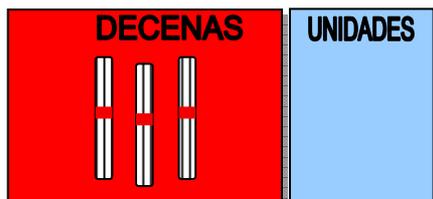
$$78 - 56 = 22$$

¿Quién quiere explicar cómo hemos resuelto esta resta?

Vamos ahora a hacer esta en la que a treinta le tenemos que quitar cinco:

$$30 - 5 =$$

Formamos el treinta en la Caja:

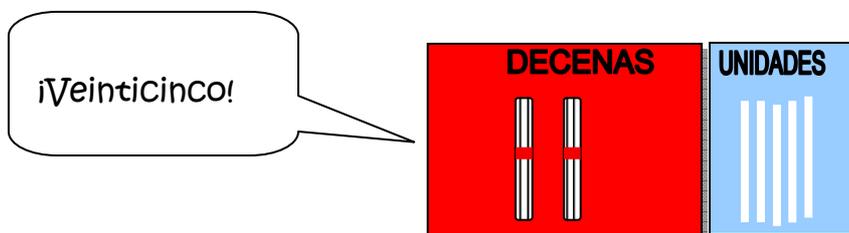


No tenemos unidades sueltas, así que habrá que tomarlas de una de las decenas. Cada decena tiene diez unidades...¿Cuántas unidades nos quedarán si quitamos cinco?



¡Otras cinco!

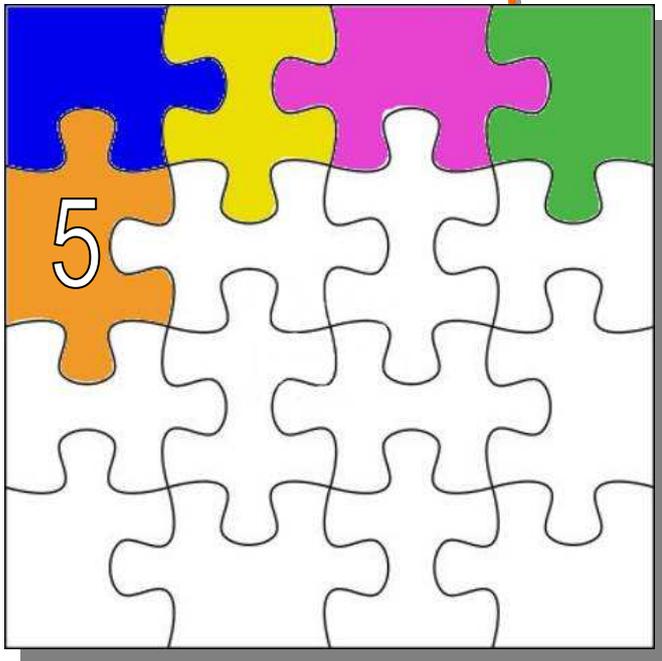
Cogemos una de las decenas, le quitamos la gomilla y sustraemos las cinco unidades. Ponemos las cinco que quedan en el lugar que les corresponde. El resultado es...



$$30 - 5 = 25$$

¿Quién sabe contar lo que ha pasado en esta cuenta?
¿Sabrías pensar los resultados de otras restas parecidas? Por ejemplo, ¿cuál sería el resultado de cuarenta menos cinco? ¿y de noventa menos cinco? (Después de la manipulación, siempre debemos promover el traslado de la experiencia al plano mental y la recreación oral del proceso realizado. Cuando sea conveniente, como ocurre en este ejemplo, obtendremos conclusiones que se puedan generalizar).

A lo largo de este capítulo se han resuelto todo tipo de sumas y restas con cualquier número de la secuencia hasta el 99. Este proceso basado en la comprensión quedaría interrumpido si ofrecemos a nuestro alumnado los algoritmos tradicionales como única forma de cálculo escrito. Necesitamos avanzar a procedimientos abiertos y flexibles, basados en las propiedades de las operaciones y en los que se puedan aplicar los conocimientos que vamos adquiriendo sobre los números y el sistema de numeración. De ellos trata el siguiente capítulo.



5

CÁLCULO ESCRITO DE SUMAS Y RESTAS CON ALGORITMOS TRANSPARENTES

OBJETIVOS

- Resolver sumas y restas con la "Línea Numérica Vacía (LNV)"
- Calcular lo que falta en la LNV. Trasladar este cálculo a expresiones de suma y resta.
- Sumar por descomposición aditiva de todos los sumandos.
- Sumar y restar en formato ABN.
- Sumar con redondeo.



ACTIVIDADES CON LA CINTA

- Sumar como avance y su representación en la "Línea numérica vacía".
- Restar como retroceso y su representación en la "Línea numérica vacía".
- Calcular lo que falta.



ACTIVIDADES CON LA CAJA CDU

- Descomponer números en la caja y expresarlos como suma de unidades.
- Sumar por descomposición aditiva de todos los sumandos.
- Sumar en formato ABN.
- Restar en formato ABN.
- Sumar intercambiando unidades para redondear.



ACTIVIDADES CON LA CINTA

✚ SUMAR COMO AVANCE Y SU REPRESENTACIÓN EN LA LÍNEA NUMÉRICA VACÍA

Para aprender a sumar y restar es fundamental que los niños y niñas dominen la habilidad de contar cantidades hacia adelante y hacia atrás, comenzando desde cualquier número. Disponer de un soporte como la cinta resulta de gran ayuda para visualizar el efecto de cada operación (avance o retroceso) sobre la cantidad inicial, así como para estimar previamente el resultado.

Comenzaremos con ejemplos de sumas. Para representarlas por escrito utilizaremos dos modalidades que iremos conectando:

- la expresión horizontal con números y signos $A+B = C$, y
- la representación en la "línea numérica vacía (LNV)" (*).

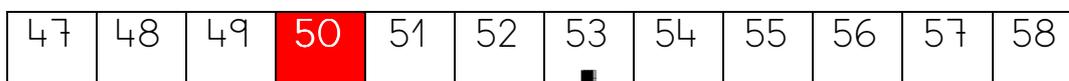
Esta segunda modalidad encaja a la perfección con las características de la cinta y la experiencia sensoriomotora que genera en los escolares. Es un tipo de algoritmo "transparente", es decir, que permite ver el camino que se sigue en la resolución de un cálculo. Al principio, el docente tendrá que ir poco a poco, planteando los ejercicios a toda la clase para realizarlos de manera colectiva, en la pizarra. Debe explicar y a la vez recoger reflexiones y aportaciones ya que, como siempre, la verbalización del proceso es fundamental.

(*) Ver: Barba, D y Calvo, C (2011): "Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos", en J. E. García Jiménez (coord.), *Elementos y razonamientos en la competencia matemática* (recurso electrónico), MEC, Subdirección General de Documentación y Publicaciones, Madrid, 47-78.

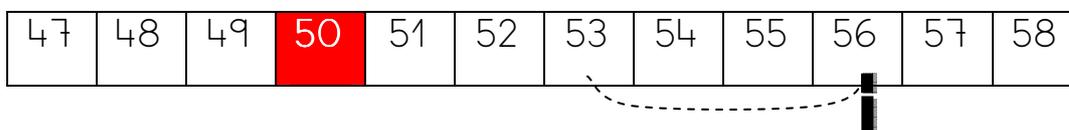
Para empezar, el docente coloca una pinza en un número...



Vamos a sumar en la cinta. Yo os plantearé la suma y vosotros me decís el resultado. Voy a poner la pinza en el número cincuenta y tres... ¿cincuenta y tres más tres? ¿Recordáis cuánto era tres y tres? (recurrimos a hechos numéricos - cantidades que tenemos memorizadas- para aplicarlos a cálculos con cantidades mayores)

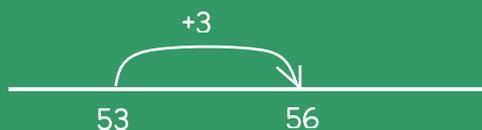


¡Cincuenta y seis!



¡Muy bien! Si a cincuenta y tres le sumo tres avanzo hasta el cincuenta y seis. Vamos a representarlo en la pizarra de dos formas. Una será con números y signos y la otra se parecerá más al salto que hemos dado en la cinta.

$$53 + 3 = 56$$



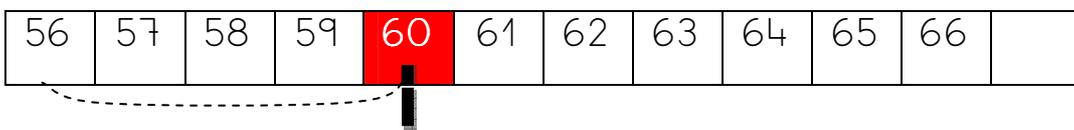
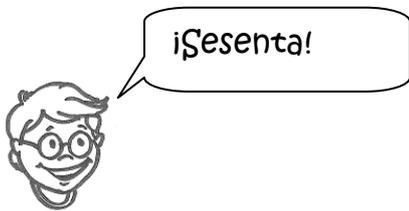
¿Quién se anima a "leer" o explicar estas dos representaciones?

RECURSOS DIDÁCTICOS PARA DESARROLLAR EL SENTIDO NUMÉRICO EN EL PRIMER CICLO

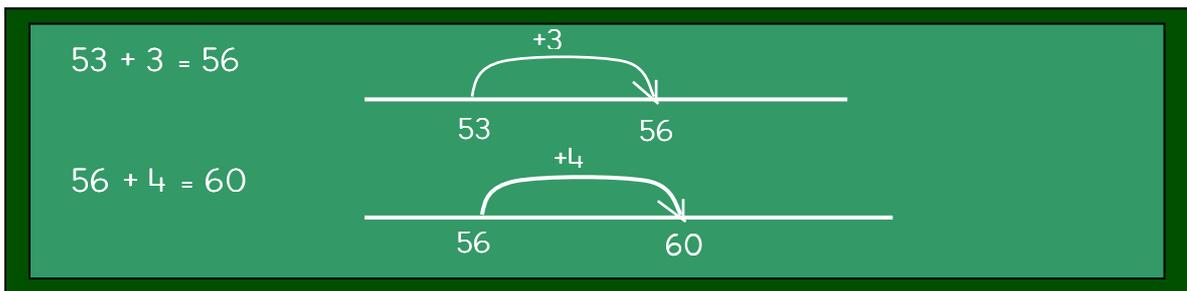
Parte I

M Teresa García Pérez

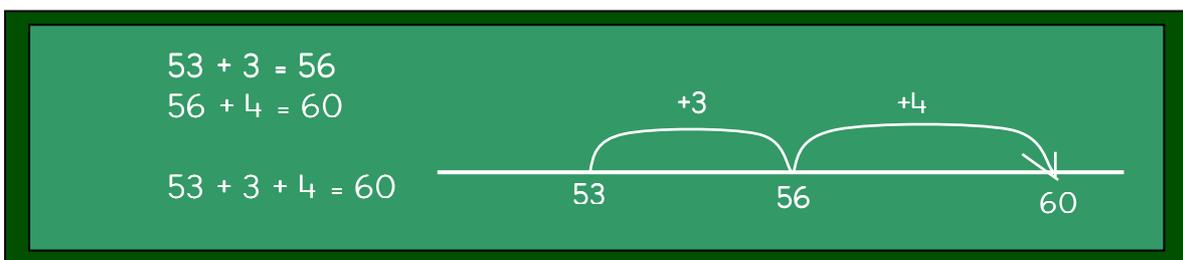
¿Y si ahora a cincuenta y seis le sumo cuatro?



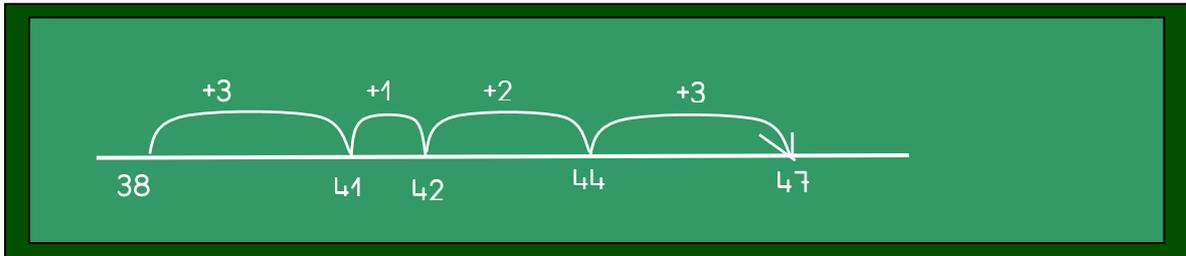
Vamos a representarlo y explicarlo nuevamente...



También podemos expresar las dos acciones encadenadas, ¿se os ocurre cómo sería?



¿Y si viérais esto, sabríais explicar qué ha pasado? ¿Y escribir la expresión de suma? (ponemos ejemplos para que los expliquen y así comprobar el grado de asimilación)



Os propongo ahora sumar $48 + 32$. Colocaremos la pinza en el cuarenta y ocho y vamos a pensar cómo podemos avanzar la segunda cantidad.

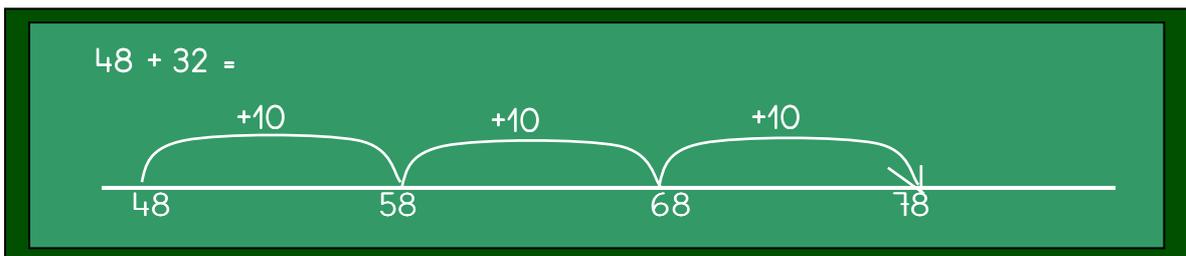


Podemos darle de diez en diez . Tres veces diez y luego el dos.

De acuerdo, pero me tienes que ir diciendo los números que correspondan a cada salto de diez.



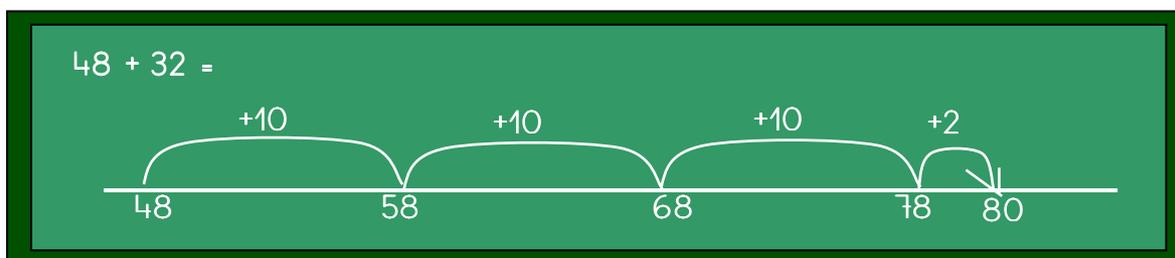
Cincuenta y ocho, sesenta y ocho y setenta y ocho.



Ahora queda un salto de dos...¿a qué número llegaremos?



¡Al ochenta!



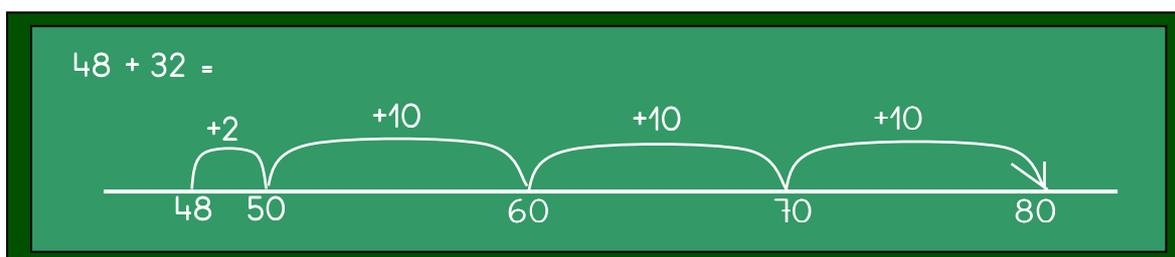
¿A alguien se le ocurre otra forma de dar los saltos? Recordad que dos es el complemento de ocho para llegar a la siguiente decena.



Primero un salto de dos y llegamos al cincuenta. Después los tres saltos de diez.

Muy bien. Dime a qué números llegamos y lo voy representando.

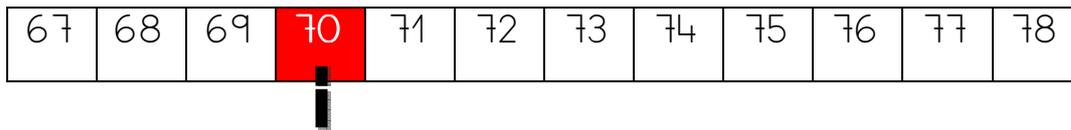
(Si el docente lo ve conveniente en ese momento, puede sugerir también dar un salto de dos y otro de treinta, y representarlo junto a las anteriores).



Debemos favorecer las aportaciones de los niños y niñas aunque algunas veces sean "poco rentables" para el cálculo. Poco a poco se irán imponiendo aquellas que resultan más eficaces.

✚ RESTAR COMO RETROCESO Y SU REPRESENTACIÓN EN LA LÍNEA NUMÉRICA VACÍA

El proceso es similar al que se ha desarrollado para la suma:

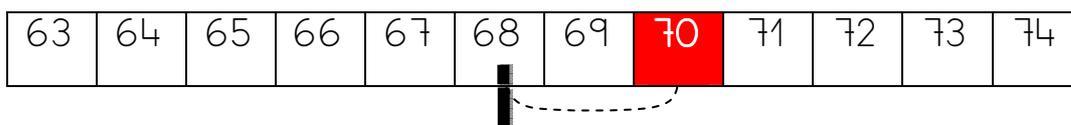


Ahora restaremos en la cinta. Para ello, iremos hacia atrás desde el minuendo.

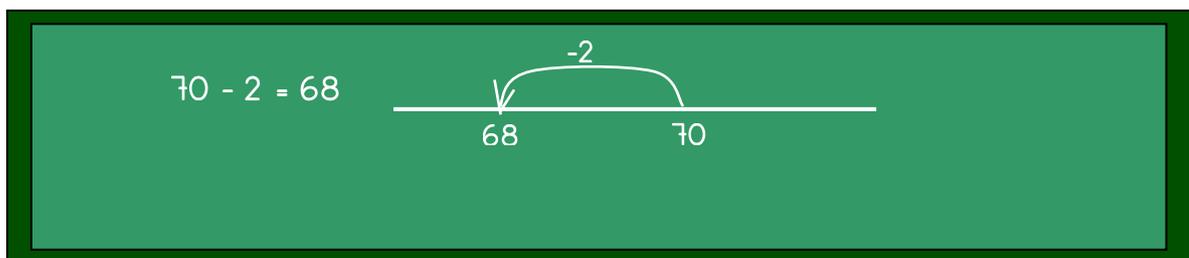
He colocado la pinza en el número setenta y queremos calcular con la Cinta cuántos son setenta menos dos (escribe en la pizarra la expresión $70 - 2 =$



¡Son sesenta y ocho!



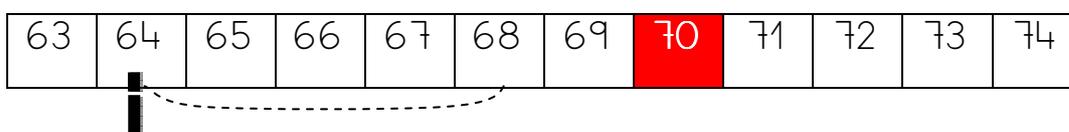
Escribimos el resultado y lo representamos también en la línea recta.



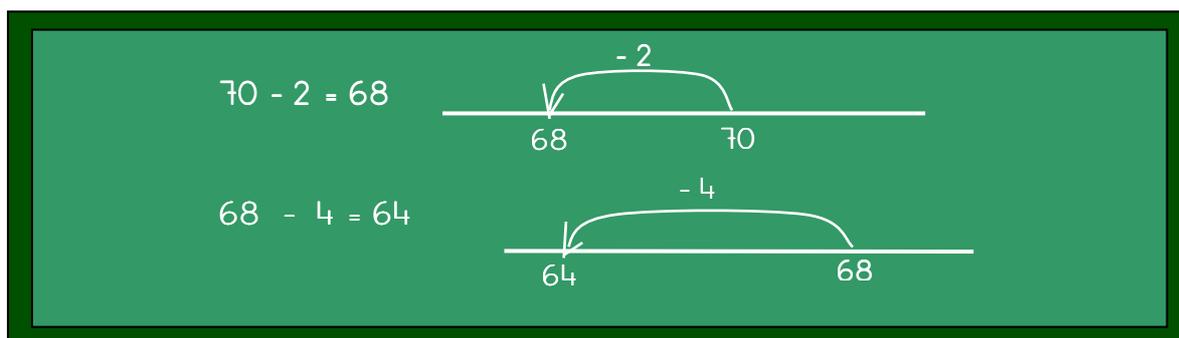
¿Y si a sesenta y ocho le quitamos cuatro? ¿Recordáis cuánto era ocho menos cuatro? (siempre que lo veamos conveniente debemos recordar las combinaciones básicas que se han aprendido para aplicarlas a los cálculos)



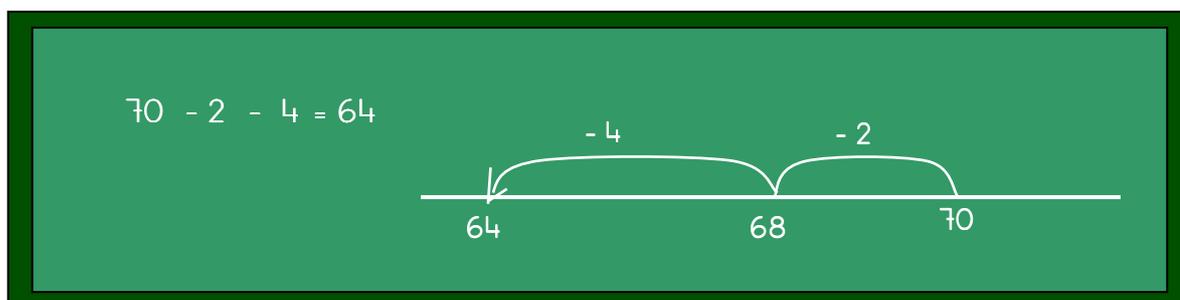
¡Son sesenta y Cuatro!



Muy bien. Vamos a representarlo y a explicarlo de nuevo.

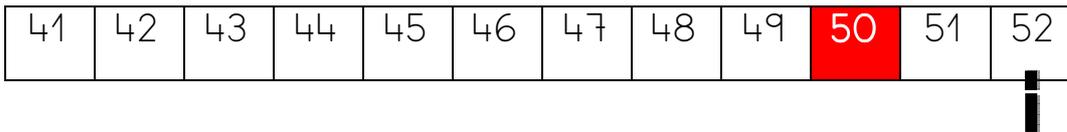


¿Alguno de vosotros sabría representarlo de manera encadenada?



Os propongo ahora resolver esta resta: $52 - 27 =$

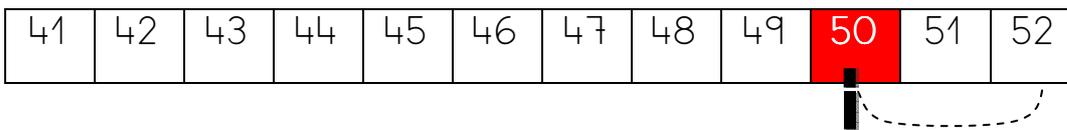
Pondré la pinza en el cincuenta y dos...¿quién puede explicar qué tenemos que hacer? (es fundamental que quede claro el planteamiento)



Vamos a ir retrocediendo poco a poco...¿qué hacemos primero?



Lo mejor sería ir al rojo. Le tenemos que quitar dos.



Vale. Dos hacia atrás y ya estamos en el cincuenta, ¿Cuánto nos queda? Recordad que tenemos que retroceder veintisiete..

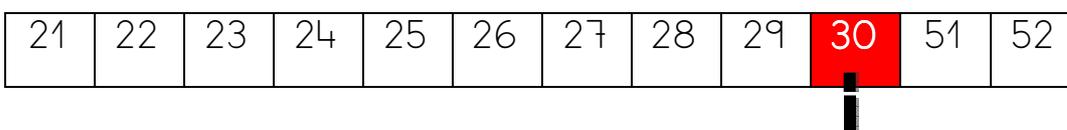


Entonces faltan veinte y después cinco.

Veinte hacia atrás llego al...



¡Treinta!

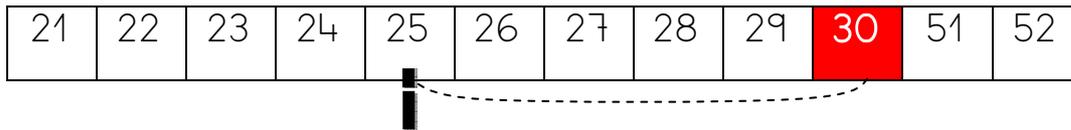


Y otros cinco...

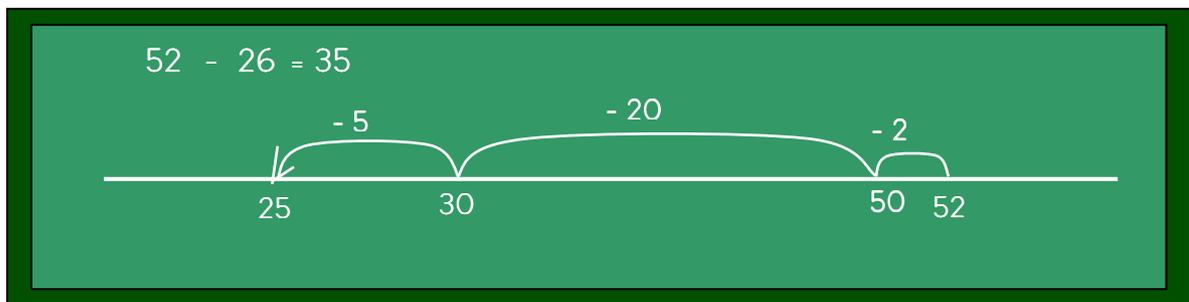
(Una vez más se recuerda que dominar los complementos al diez es una valiosa herramienta para el cálculo).



¡Veinticinco!



Vamos a resolverlo ahora en la línea recta igual que en la Cinta:



¿Se le ocurre a alguien otra manera?...

Utilizando el recurso de la cinta, la suma y la resta se convierten en simples operaciones de avance o retroceso sobre la secuencia numérica. Una vez dominadas estas destrezas, los niños y niñas pueden realizarlas fácilmente, cualesquiera que sean los números que intervengan. Debemos tener muy presente que las temidas "llevadas" no son una dificultad de las operaciones en sí, sino una exigencia ligada a los algoritmos escritos tradicionales.

La modalidad de cálculo que se ha expuesto, la representación en la línea numérica vacía, es una manera comprensiva y eficaz de acceder al cálculo reflexivo o cálculo pensado que debe ir ganando terreno frente al aprendizaje mecánico y repetitivo de las cuentas de siempre.

CALCULAR LO QUE FALTA

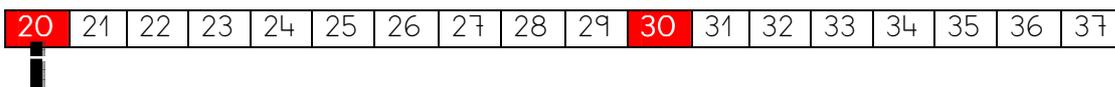
Esta es una tarea difícil que debemos plantear desde varias perspectivas. Avanzaremos desde la visualización concreta en la cinta a la representación abstracta, teniendo en cuenta que debe trabajarse específicamente dicha representación.

Comenzamos con cálculos fáciles que puedan realizar mentalmente.



Hoy os voy a proponer que calculéis en la cinta cuánto falta desde un número hasta otro.

Colocamos la primera pinza en el veinte.



Y la segunda en el cincuenta (la coloca en ese número). La pregunta es: ¿cuánto falta desde veinte hasta cincuenta? También podría decir: ¿cuánto le falta a veinte para cincuenta? o ¿cuánto le tendría que dar a veinte para llegar a cincuenta?

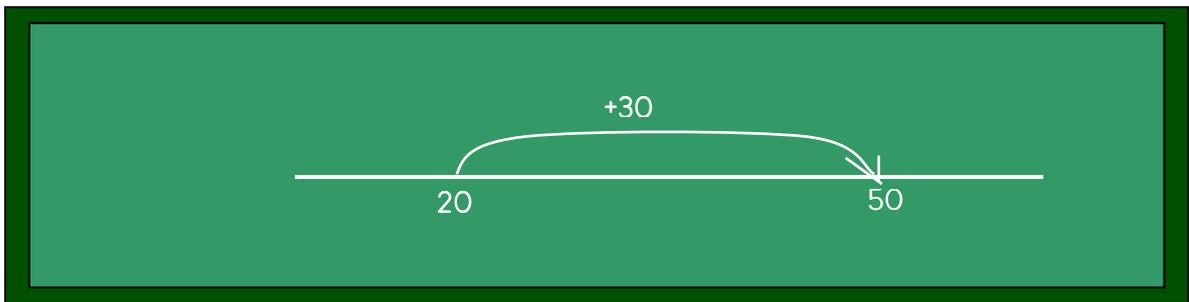


Veinte y treinta son cincuenta

Bien. Entonces podemos decir que a veinte le doy treinta y llego al cincuenta (acompañamos con nuestro movimiento a lo largo de la cinta entre estos dos números), o que si tengo veinte me faltan treinta para tener cincuenta. También que desde veinte a cincuenta van treinta (es importante que reconozcan que todas estas verbalizaciones se corresponden con un mismo y sencillo proceso de cálculo).

Vamos a pensar entre todos cómo representarlo. Empezaremos con la línea recta, ayudadme a colocar los números...

En las actividades anteriores sobre la línea, el segundo término nos decía cuánto teníamos que avanzar o retroceder y la incógnita era el resultado. Ahora sabemos el primer término (20) y el resultado (50), y hemos calculado lo que falta de uno a otro (+ 30).



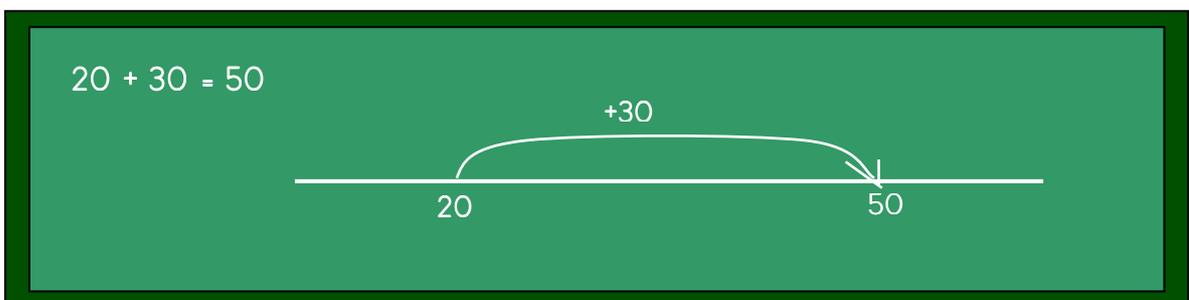
¿Y si lo expresáramos con números y signos, ¿cómo sería?

La manera natural de calcular en esta situación es buscando el complemento aditivo, es decir, la cantidad que hay que añadir. Seguramente será la que propongan los niños.



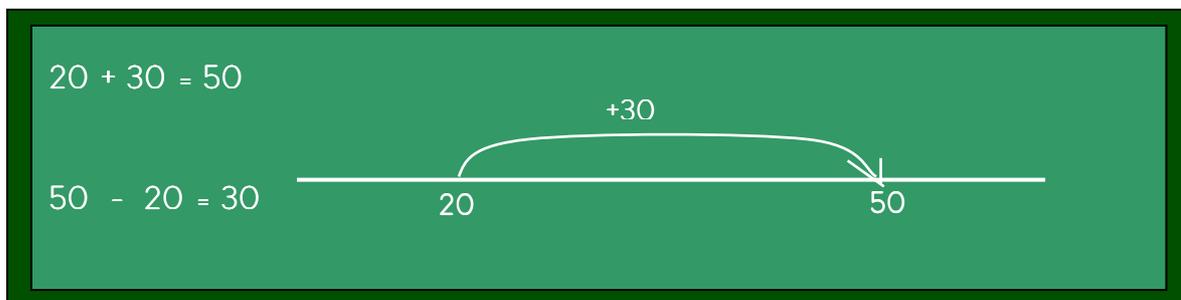
Veinte más treinta igual a cincuenta.

La escribiremos en la pizarra:



Pero, treinta es la respuesta a la pregunta ¿cuánto falta?. El número treinta debe estar en el resultado de la operación.

Lo escribimos así: (Se escribe $50 - 20 = 30$. Es difícil que surja esta expresión, por ello adelantábamos que debemos "trabajarla")



Y lo podemos leer así: Desde veinte hasta cincuenta faltan treinta.

Las operaciones de resta nos sirven también para expresar lo que falta de una cantidad a otra.

Es conveniente repetir estos ejercicios para que lo puedan asimilar bien. Se propone a continuación un juego muy motivador:

La rana tiene hambre



Con la rana Saltarina y el mosquito Pica-pica podemos plantear multitud de situaciones en las que tengamos que calcular **cuánto falta desde** una posición **hasta** otra en la cinta. Aunque se trabajan todo tipo de restas, ni en la técnica de resolución ni en la expresión de la cuenta (siempre en horizontal) se presentan las llevadas.

Antes de empezar, colocaremos las imágenes de ambos pegadas a sus correspondientes pinzas de velcro. Colocaremos la rana en un número y el mosquito en otro mayor (ya que intenta estar lo más lejos posible de su enemiga). Puesto que el alimento preferido de esta rana son los mosquitos, siempre intentará dar saltos hacia delante para comérselo lo antes posible.

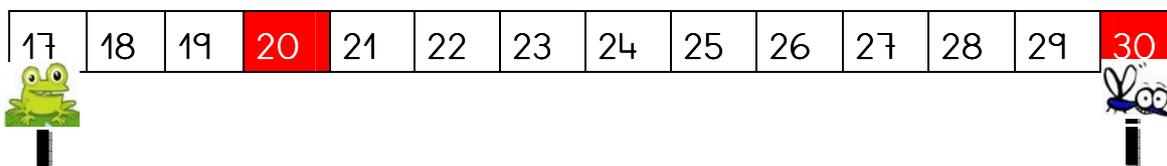
El proceso a seguir en todas las ocasiones será:

1. Escribir el planteamiento en la pizarra.
2. Colocar a la rana y al mosquito. Completar estos datos en la pizarra.
3. Debatir en el grupo qué estrategia le conviene seguir a la rana, intentando aplicar saltos de decenas completas, aproximaciones a la decena siguiente, etc.
4. Dar los saltos para confirmar. Anotar el resultado.
5. Traducir lo realizado a una operación de resta y leer la expresión matemática.

1. ESCRIBIMOS EL PLANTEAMIENTO EN LA PIZARRA:



2. COLOCAMOS A LA RANA Y AL MOSQUITO:



Verbalizamos los datos y escribimos los números en la pizarra:

¿Cuánto falta desde 17 hasta 30?

Rana → 17
Mosquito → 30
Falta:

3 y 4: Debatimos entre todos. Calculamos y anotamos el resultado.

¿Cómo podemos calcular lo que le falta a la rana para llegar al treinta? Podría ir de uno en uno, (si se ve conveniente, pueden efectuarse los saltos primero contando de uno en uno para que los niños se percaten de la conveniencia de dar otros saltos mayores) pero itiene tanta hambre! ¿Qué le podemos decir?



Que se vaya al veinte y después al treinta.

Bien. Puede ir de un salto al veinte, así avanza tres números. ¿Cuántos números avanzará del veinte al treinta?



Del veinte al treinta van diez.

¿Y cuántos son tres y diez?



Son trece.

El docente mueve la pinza de la rana saltando tres y diez hasta que "se come" al mosquito. Después completa en la pizarra:

¿Cuánto falta desde 17 hasta 30?

Rana → 17
 Mosquito → 30
 Falta: 13

5. TRADUCIR CON NÚMEROS Y SIGNOS:

Ya sabemos que trece era lo que faltaba. Si queremos expresarlo con una operación en la que trece sea la solución debemos escribirlo así:

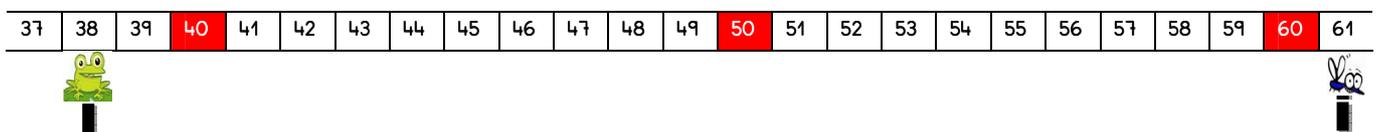
¿Cuánto falta desde 17 hasta 30?

Rana → 17
 Mosquito → 30
 Falta: 13

$30 - 17 = 13$

Esta expresión se puede leer: "Desde diecisiete hasta treinta van trece".

Vamos a ejemplificar con otra situación:



¿Cuánto falta desde 38 hasta 61?

Rana → 38
 Mosquito → 61
 Falta:

¿Cuánto falta desde 38 hasta 61? La rana dará los saltos que le digamos.



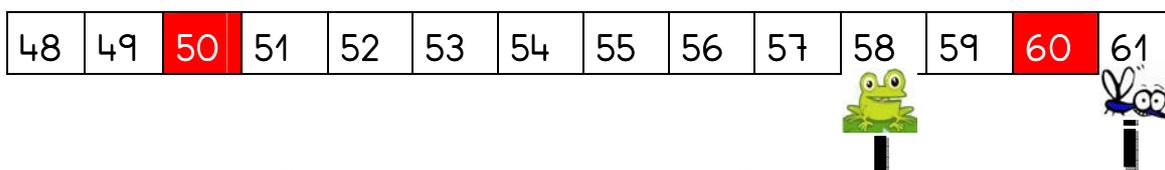
Puede dar saltos de diez.

¿Hasta dónde llega con el primer salto de diez?



Al cuarenta y ocho, y después con otro al cincuenta y ocho.

Entonces, ya estará muy cerca (mueve la pinza con la rana dando dos saltos de diez y se para en el cincuenta y ocho). Ya ha avanzado veinte, ¿Cuánto le falta hasta el sesenta y uno?



Solo tiene que dar un salto de tres. En total le faltan veintitrés.

¿Recordáis cómo lo expresábamos con una operación?

¿Cuánto falta desde 38 hasta 61?

Rana	→	38	
Mosquito	→	61	$61 - 38 = 23$
Falta:		23	

¿Y cómo la “leíamos”?...



ACTIVIDADES CON LA CAJA CDU

Usando la caja de numeración trabajamos siempre con cantidades globales descompuestas, es decir, presentamos el número en su totalidad pero estamos viendo su estructura interna. Así podemos considerar separadamente las unidades o las decenas y resolver más fácilmente las operaciones. Este proceso conecta directamente con un tipo de estrategias para el cálculo mental, las llamadas **estrategias por descomposición**. Para entenderlas es prioritario dominar la representación de los números según la estructura del sistema de numeración decimal y saber expresarlos como suma de unidades.

DESCOMPONER NÚMEROS EN LA CAJA Y EXPRESARLOS COMO SUMA DE UNIDADES

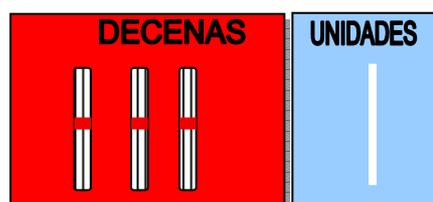
Ya habíamos adelantado en el capítulo 3 la necesidad de trabajar la composición y descomposición de cantidades de distintas formas para lograr una visión flexible del número.



Formaremos en la Caja el número treinta y uno.

Este número tiene tres decenas y una unidad.

Vamos a aprender a expresarlo como una suma de las unidades que hay en cada casilla.



¿Cuántas unidades hay en cada decena? ¿Cuántas habrá en las tres?

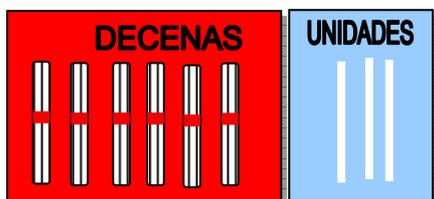


En cada decena hay diez unidades. En las tres decenas habrá treinta unidades.

Expresamos como una suma en la pizarra:

$$31 = 30 + 1$$

Formamos ahora el sesenta y tres.



Este número tiene seis decenas y tres unidades.

El total de unidades es sesenta más tres.

$$31 = 30 + 1$$

$$63 = 60 + 3$$

Estamos conectando la actividad manipulativa con su correspondiente expresión en lenguaje matemático. Cuando los niños y niñas interioricen bien este proceso podrán recrearlo mentalmente y aplicarlo en la resolución de cálculos, ya sin ayuda del material.

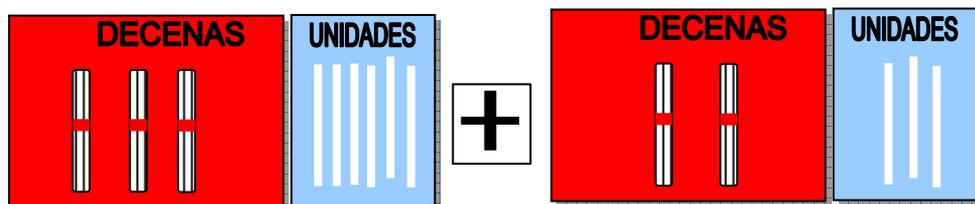
SUMAR POR DESCOMPOSICIÓN ADITIVA DE TODOS LOS SUMANDOS

Planteamos una suma en la pizarra y decimos que la vamos a realizar con ayuda de las cajas.

$$36 + 23 =$$



Vamos a formar estos dos números con las cajas. Es conveniente colocar un signo + entre las dos cantidades



¿Cómo ha quedado el treinta y seis? ¿Y el veintitrés?



El treinta y seis con tres decenas y seis unidades. El veintitrés con dos decenas y tres unidades.

¿Sabrías decirlos como suma de unidades?



Treinta y seis es treinta más seis.
Veintitrés es veinte más tres.

Pues escribiremos de nuevo la cuenta mirando lo que hay en las cajas (iremos señalando y ellos transcribiendo):

$$36 + 23 =$$

$$30 + 6 + 20 + 3 =$$

Seguro que ya sabéis “pensar” esta suma

¿Treinta más veinte son...?

- Cincuenta

¿Y seis más tres?

- Nueve.

¿Y cincuenta más nueve?

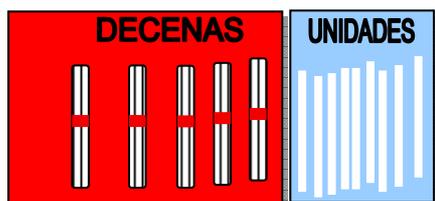
- Cincuenta y nueve.

Lo escribimos en la pizarra:

$$36 + 23 =$$

$$30 + 6 + 20 + 3 = 50 + 9 = 59$$

Volvemos a las cajas y lo comprobamos. Juntaremos decenas con decenas y unidades con unidades. Después haremos un recuento para saber el total.

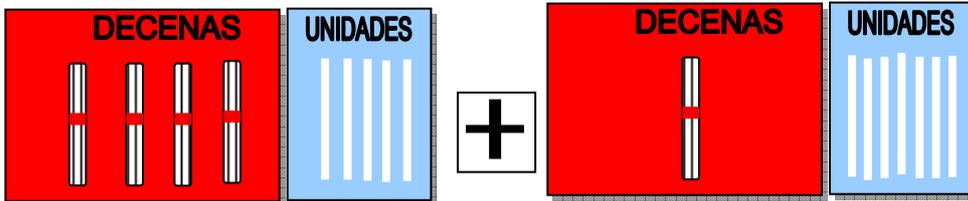


¡Cincuenta y nueve!

-----Pondremos otro ejemplo:

$$45 + 17 =$$

Formamos estos dos números con las cajas colocando el signo más entre ellas.



¿Cómo ha quedado el cuarenta y cinco? ¿Y el diecisiete?



El cuarenta y cinco tiene cuatro decenas y cinco unidades y el diecisiete una decena y siete unidades

Escribimos de este modo las cantidades en la suma:

$$45 + 17 =$$
$$40 + 5 + 10 + 7 = 50 + 5 + 7 =$$

Podemos pedir a los niños y niñas que digan cómo resolver la suma que resulta. Podrían surgir como respuestas:

$50 + 5 + 5 + 2$

$50 + 12$

$50 + 10 + 2$

SUMAR EN FORMATO ABN.

Jaime Martínez Montero nos ofrece un trabajo extenso y detallado sobre algoritmos basados en números (ABN) (*). Se trata de una valiosa herramienta para resolver cálculos de un modo personal, aplicando lo que sabemos sobre los números y las operaciones. El formato ABN es un algoritmo transparente que deja ver los pasos que se suceden en un proceso de cálculo razonado. Mirando las anotaciones parciales, podemos seguir las decisiones que se han tomado, y los cambios que cada nueva decisión han producido en el planteamiento inicial.

Explicaremos a continuación cómo podemos iniciar a la suma en formato ABN. Al igual que en otras ocasiones, comenzaremos guiando mucho la actividad al principio, para después dar más protagonismo al alumnado.



Hoy haremos las sumas de otro modo. Vamos a usar los palillos sin las cajas. Estas son las cantidades que tenemos que sumar:

$$58 + 36 =$$

(* Martínez Montero, J. (2008). *Competencias básicas en matemáticas. Una nueva práctica*. Madrid: Wolters Kluwer Educación

Uno de vosotros, por ejemplo Pedro, va a coger cinco decenas y ocho unidades y las va a mantener en su mano. Cristina cogerá tres decenas y seis unidades. Tenéis que decidir quién le dará a quién y explicar por qué.



Yo le daré las mías a Pedro porque tengo menos.

De acuerdo, pues muy atentos a mis preguntas.

Cristina, le vas a dar tus palillos poco a poco a Pedro, ¿qué crees que le vendría bien que le dieras para empezar? Podrías darle alguna o todas las decenas, o las dos unidades que le faltan para la decena siguiente.



Vale. Le daré dos unidades.

¿Cuánto juntas entonces, Pedro?



Se forma una decena (la forma realmente).
Ya tengo sesenta.

¿Y tú cuánto tienes que darle todavía, Cristina?



Todavía me quedan treinta y cuatro.

Vamos a representar este paso en la pizarra

$$58 + 36 =$$

Cristina le da...	Tiene que darle aún...	Pedro ya tiene...
2	34	60

Seguimos.

¿Qué te parece si le das ahora las tres decenas, es decir, treinta



¡Sí, le daré treinta.

¿Y cuánto te queda que darle?



Me quedan solo cuatro.

Y Pedro ya tiene...



¡Noventa!

Lo escribimos en la pizarra.

$$58 + 36 =$$

Cristina le da...	Tiene que darle aún...	Pedro ya tiene...
2	34	60
30	4	90

¿Qué harás ahora, Cristina?



Le daré las cuatro unidades.

¿Entonces, ya no te quedan más. ¿Qué dices tú, Pedro?



¡Yo tengo noventa y cuatro!

Lo representamos en la tabla y escribimos el resultado en la operación.

$58 + 36 = 94$

<i>Cristina le da...</i>	<i>Tiene que darle aún...</i>	<i>Pedro ya tiene...</i>
2	34	60
30	4	90
4	0	94

A continuación, podemos repetir la actividad con otros dos niños para que la realicen de otra manera. Podría resultar:

$58 + 36 = 94$

<i>Cristina le da...</i>	<i>Tiene que darle aún...</i>	<i>Pedro ya tiene...</i>
10	26	68
20	6	88
2	4	90
4	0	94

Cuando estén familiarizados con el proceso, les facilitaremos el soporte gráfico para que realicen en él los ejercicios.

RESTAR EN FORMATO ABN.

Ejemplificaremos el uso del material para dos variantes de la resta.

A) RESTA COMO PÉRDIDA



Os propongo esta operación: a setenta le tenemos que quitar veinticinco.

(Escribe $70 - 25 =$ en la pizarra)

Representaremos el setenta en la caja con palillos. Os iré haciendo preguntas y con vuestras respuestas completaremos esta tabla:

$70 - 25 =$		
Primero quitamos...	Aún hay que quitar...	En la caja queda...

Iremos quitando poco a poco y anotando cada vez. Vamos primero a estudiar las cantidades: setenta tiene siete decenas; veinticinco son dos decenas y cinco unidades. ¿Cómo podemos empezar?



Le podemos quitar las dos decenas.

Vamos a escribir este paso

$70 - 25 =$		
Primero quitamos...	Aún hay que quitar...	En la caja queda...
20	5	50



Ahora le quitamos las cinco unidades.

Deshacemos una decena, le quitamos cinco unidades y dejamos las otras cinco en la caja. ¡Ya está terminada! Lo escribimos:

$70 - 25 = 45$

Primero quitamos...	Aún hay que quitar...	En la caja queda...
20	5	50
5	0	45

Vamos a poner otra vez el setenta en la caja y lo resolvemos de otro modo:



Podemos empezar quitando las cinco unidades.

Decidme cómo anotaremos este paso:

$70 - 25 =$

Primero quitamos...	Aún hay que quitar...	En la caja queda...
5	20	65



Le quitamos una decena y después la otra.

Entonces son dos pasos. Decidme cómo los anotaremos.

$70 - 25 = 45$

Primero quitamos...	Aún hay que quitar...	En la caja queda...
5	20	65
10	10	55
10	0	45

B) RESTA COMO COMPLEMENTO



Ya sabéis que con una resta también queremos plantear cuánto nos falta desde un número a otro.

Os propongo calcular cuánto falta desde cuarenta y nueve a ochenta y uno. Escribiré en la pizarra la operación $81 - 49 =$

Ponemos el cuarenta y nueve en una caja y le iremos echando poco a poco unidades y decenas hasta llegar al ochenta y uno.

¿Cómo queréis empezar?



Echamos una decena y ya tenemos cincuenta y nueve.

Lo anotamos en una tabla:

$81 - 49 =$

Echamos...	Ya tenemos en la caja
10	59



Le podemos dar una unidad.

$$81 - 49 =$$

Echamos...	Ya tenemos en la caja
10	59
1	60

Ya tenemos sesenta, ¿alguien sabe calcular cuánto le falta a sesenta para ochenta y uno? ¿Os acordábais cuánto faltaba en la cinta? (Así relacionamos los dos recursos y enriquecemos con otra visualización)



Faltan veintiuno.

Echamos esta cantidad, es decir, dos decenas y una unidad y hacemos el recuento. Después recapitulamos: primero echamos diez, luego uno y luego veintiuno...¿Cuánto le falta entonces a cuarenta y nueve para ochenta y uno?



¡Treinta y dos!

$$81 - 49 = 32$$

Echamos...	Ya tenemos en la caja
10	59
1	60
21	81

Después de practicar con el material, intentarán resolver ejercicios a nivel individual en las tablas.

SUMAR INTERCAMBIANDO UNIDADES PARA "REDONDEAR"

Se trata de la estrategia del "redondeo", un procedimiento que puede convertir sumas que parecen difíciles en otras mucho más fáciles que se pueden resolver rápidamente.

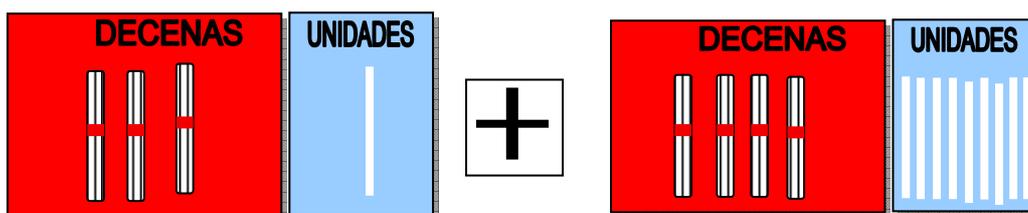
Para enseñarla a nuestro alumnado, podemos empezar por sumas de decenas incompletas en las que uno de los sumandos acaba en nueve. Trabajaremos esta estrategia en la caja de numeración.

Previamente comentamos la estructura de los números que terminan en nueve, y lo fácil que resulta redondearlos a la siguiente decena en cuanto le añadimos una unidad. Podemos formar varios de estos números y decir cómo quedarían si les sumáramos una unidad:

A continuación planteamos una suma en la pizarra, por ejemplo esta:


$$31 + 49 =$$

Representamos estos números con palillos. Podemos escribir el signo de la suma en una cartulina y ponerlo entre las dos cajas:



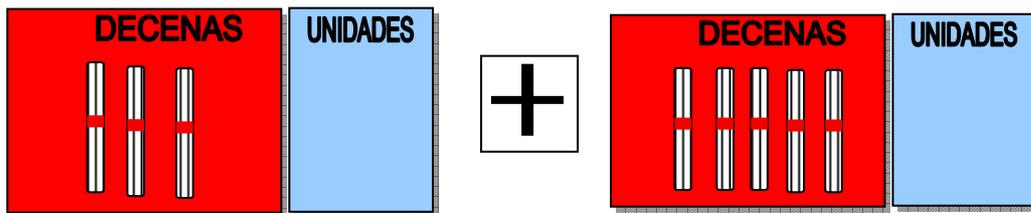


Tenemos que juntar treinta y un palillos con cuarenta y nueve palillos y escribir en el resultado cuántos son todos juntos... ¿Qué os parece si los vamos juntando poco a poco? Podríamos comenzar pasando al 49 la unidad que tiene suelta el 31...¿Qué ocurre entonces? (se pasa realmente la unidad).



Ahora hay diez unidades. Se forma una decena.

Formamos esa nueva decena.



El 31 se queda en 30 y el cuarenta y nueve pasa a 50. Hemos convertido la suma anterior en otra mucho más fácil...¿Cuántos son treinta más cincuenta?



¡Son ochenta!

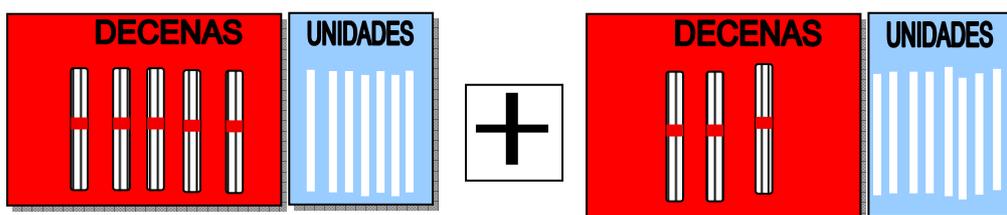
Lo comprobamos juntando las cantidades en una caja. Escribimos en la pizarra estos cambios y el resultado.

$$31 + 49 =$$
$$30 + 50 = 80$$

Os propongo ahora esta suma:

$$57 + 38 =$$

¿Sabéis ya cuántas unidades puede pedirle un número al otro?
Mejor los formamos en la Caja y lo vemos mejor.



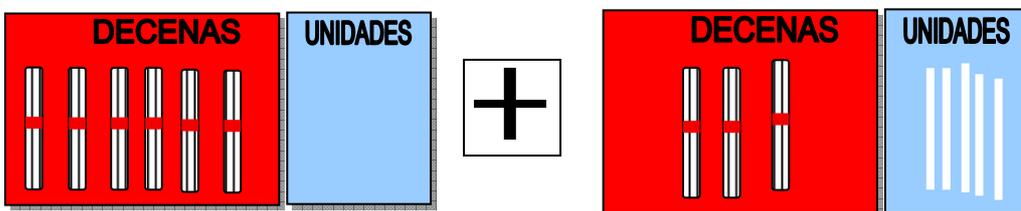
¿Cuántas unidades necesita el cincuenta y siete? ¿Se las puede dar el treinta y ocho?

¿Podría pedirle el treinta y ocho al cincuenta y siete? ¿Cuántas?

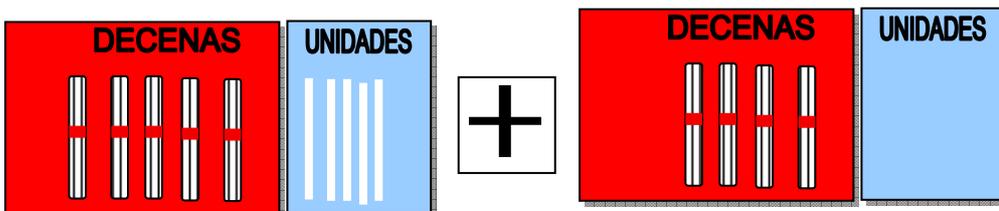
Unos niños podrían hacer un trasvase y otros el otro. Así comprobaríamos que no afecta al resultado. Deben explicar con palabras el razonamiento, preferiblemente antes de actuar. De este modo podremos evaluar las destrezas numéricas que ya manejan a nivel abstracto.



Yo voy a pasar tres unidades al cincuenta y siete y ya llega a sesenta. El treinta y ocho se queda en treinta y cinco.



Pues yo le voy a pedir dos unidades al cincuenta y siete para dárselas al treinta y ocho y convertirlo en cuarenta. El cincuenta y siete se quedará en cincuenta y cinco.



Escribimos en la pizarra los dos casos y el resultado:

$57 + 38 =$

$60 + 35 = 95$ $55 + 40 = 95$