



LA DIVISIÓN

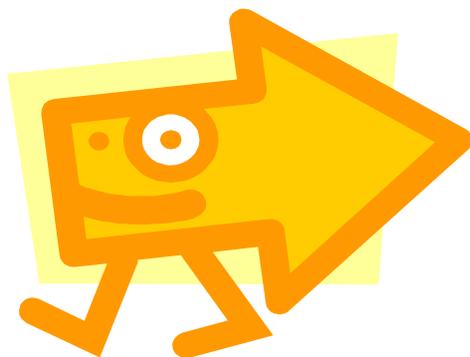
Los fantasmas ahogan toda iniciativa.
Llora contigo: el miedo. Otro,
va con los demás: la envidia.

Vence los.

Un saludo
J. Antonio

LA DIVISIÓN

“El matemático determina una meta a conseguir, el profesor utiliza los mejores medios para llegar a este fin” (MIALARET, 1977: 174)



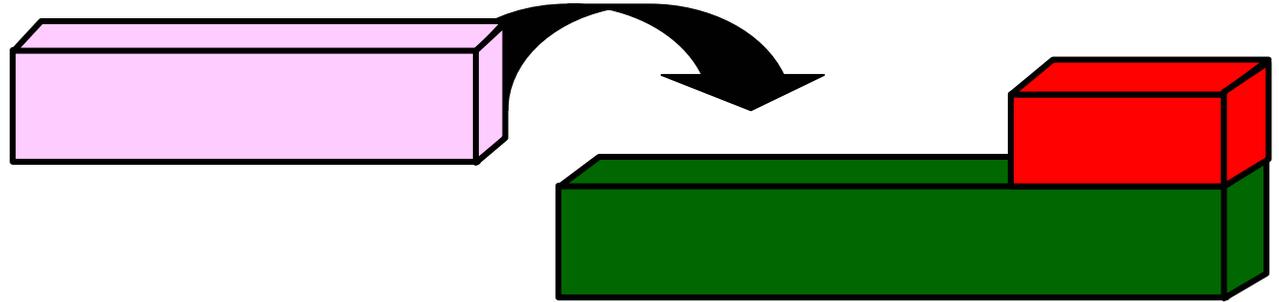
Aunque comencemos por la “división” en partes iguales, considero de gran importancia las palabras de G. Crovetti:

“...la división en partes iguales es una excepción, un caso particular entre las muchas posibles formas de dividir. Queda demostrado que es necesario comenzar a dividir en partes desiguales, para llegar luego a los casos en que se divide en partes iguales. A continuación se podrá utilizar un convencionalismo (...). Llamaremos “divisiones”; sin más, a las divisiones en partes iguales. Es importante, sin embargo, que el niño descubra por sí mismo que esto es así” (CROVETTI, 1982 : 22-23)

¿Cuántas veces la regleta roja equivale a la regleta verde oscuro?

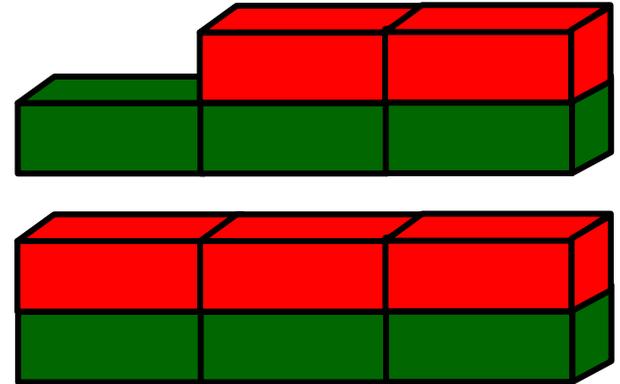
Un tren lleva seis pasajeros. En cada vagón viajan dos personas. ¿Cuántos vagones tiene?

Representa con regletas lo que haces para resolver estas situaciones:



**Hay sobre la mesa 6 cuentos.
Sergio coge dos de ellos. ¿Cuántos cuentos quedan encima de la mesa?**

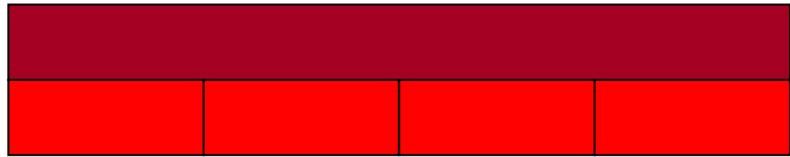
- De los que quedan Pedro coge dos. ¿Cuántos quedan ahora?
- Si Cristina coge dos, ¿Cuántos quedan en la mesa después de coger Cristina?
- ¿Cuántos niños han cogido cuentos?
- ¿Cuántos cuentos ha cogido cada niño?



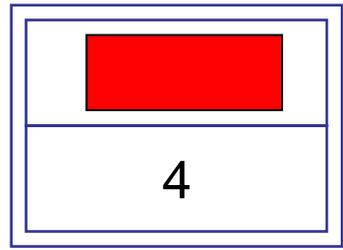
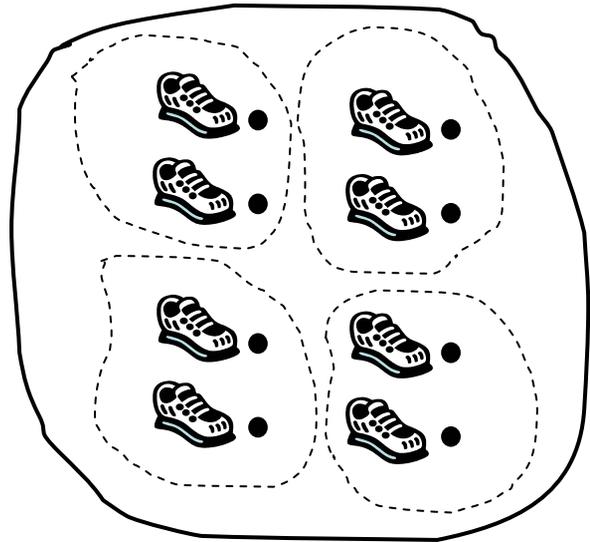
- ◆ Busca cuántas veces la regleta: blanca equivale a la negra; la rosa a la marrón; la verde claro a la azul; la roja a la naranja.
- ◆ Halla el número que multiplicado por: dos es igual a 8; 5 es igual a 10; 1 es igual a 3; 4 es igual a 8; 7 es igual a 7; 3 es igual a 9.



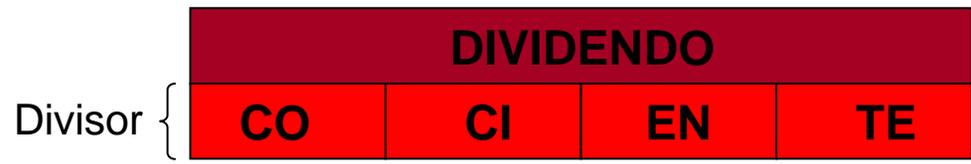
¿Cuántos niños se pueden calzar con ocho zapatos?



$4 \times 2 = 8$

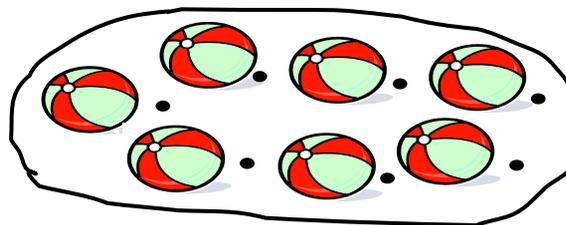


$8 : 2 = 4$
Cociente
Divisor
Dividendo



$$\begin{array}{r} 8 \\ - \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 4 \end{array}$$

Reparto 7 balones, en partes iguales, entre 7 niños.

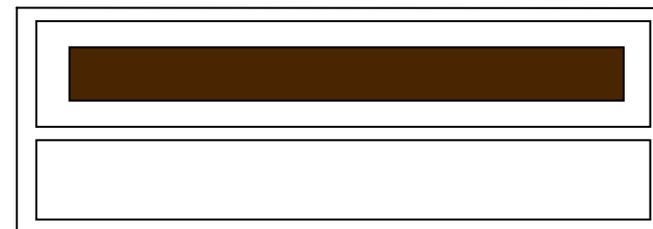


¿Cuántos balones daré a cada niño?



$$7 \times 1 = 7$$

$$7 : 7 = 1$$

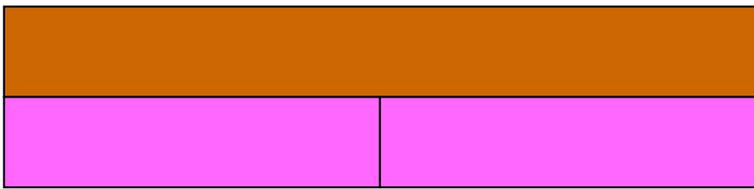


$$\begin{array}{r} 7 \\ - 7 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{)7} \\ 1 \end{array}$$

◆ Reparte:

- 6 euros. Entre dos niños, de tal forma que cada niño reciba el mismo dinero. ¿Qué haces? ¿Por qué?
- 6 cromos en 3 montones, de tal forma que cada montón tenga el mismo número de cromos. Explica lo que haces.
- 4 sellos en dos sobres, de tal forma que en cada sobre haya el mismo número de sellos.
- 12 flores en 3 flores. (Aquí no hemos aclarado la necesidad de que en cada florero haya el mismo número de flores, con lo cual las respuestas serán varias. Debemos llegar a descubrir todas y cada una de ellas. Entre ellas habrá una que nos advierta que en cada florero hay el mismo número de flores. Es una más; sólo única cuando resaltemos el reparto en partes iguales.)
- Halla el resultado de las siguientes operaciones utilizando las regletas: $6 : 2$; $5 : 5$; $9 : 3$; $8 : 4$; $16 : 5$; ...

No debemos confundir “REPARTIR” con “DIVIDIR”. Se reparten los objetos físicos (cromos, canicas, bombones,.....). Se dividen sólo los números.



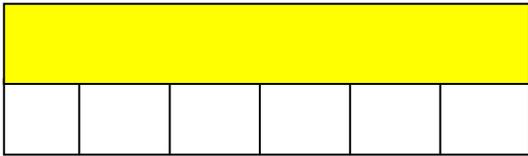
$$8 : \bullet = 2$$



$$9 \square 3 = \bullet$$



$$\bullet : \bullet = \bullet$$



$$\bullet \square \bullet = \bullet$$

Calcula sin tus regletas:

$$8 : 2 =$$

$$\text{pues } \bullet \times 3 = \bullet$$

$$9 : 3 =$$

pues

$$16 : 2 =$$

pues

$$24 : 8 =$$

pues

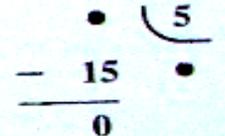
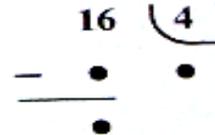
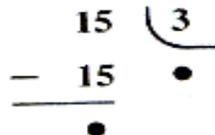
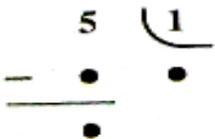
$$36 : 6 =$$

pues

$$11 : 11 =$$

pues

$$4 : \bullet = 1; \quad 8 \square 2 = 4; \quad 10 : \bullet = 5; \quad \bullet : 5 = 2$$



Expresa matemáticamente. Inventa problemas con esas expresiones



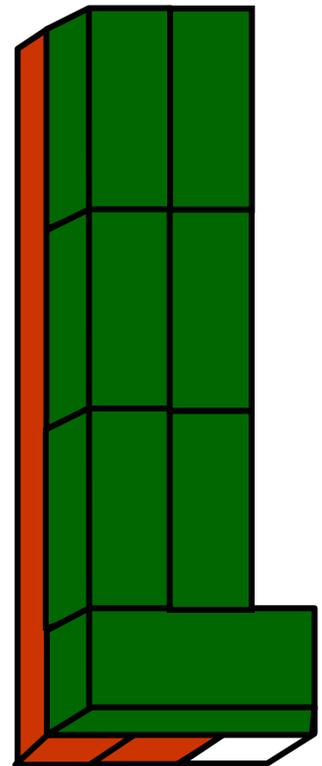
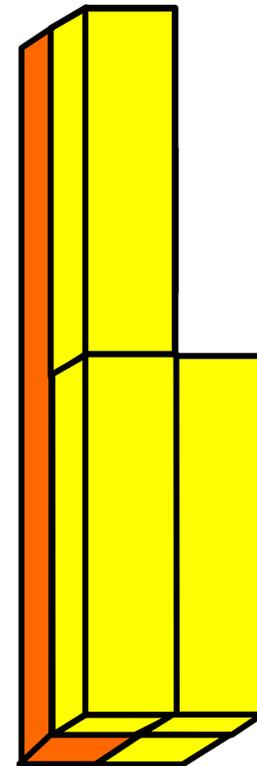
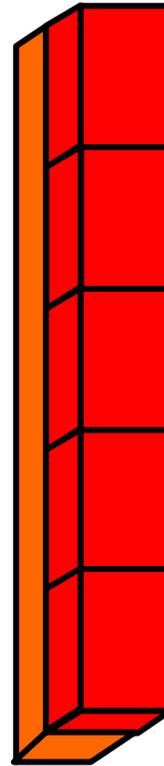
$$6 : 2 = 3$$



Tengo 10 peras, si pongo dos en cada plato. ¿Cuántos platos le pido a mamá? ¿Por qué?

Cuatro veces una regleta equivale a la regleta marrón, ¿cuál es esa regleta?

5 veces un número es igual a 25, ¿cuál es ese número?



$$15 : 5 = 3$$

Tener.....monedas de 5 céntimos equivale a tener 40 céntimos

Tener.....monedas de 10 céntimos equivale a tener 60 céntimos

Tener.....monedas de 2 céntimos equivale a tener 20 céntimos

DIVISIÓN ENTERA POR DEFECTO





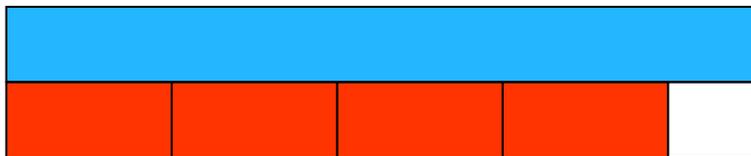
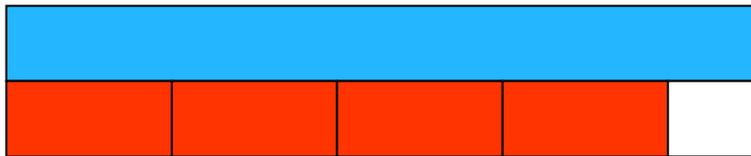
Representa con tus regletas esta división y di por qué está mal:

(Esta mal porque, según el cálculo, el resto de la división es 7. Si se trata de hacer grupos de cuatro elementos, con 7 elementos podemos hacer otro grupo de cuatro elementos). Cuando lleguemos a descubrir lo anteriormente expuesto preguntaremos si el resto puede ser mayor que el divisor, invitándoles a que razones su respuesta.

$$\begin{array}{r} 15 \quad 4 \\ - 8 \quad 2 \\ \hline 7 \end{array}$$

Propiedad fundamental de la división:

Dividendo = divisor x cociente + resto, siendo el resto < divisor



$$\begin{array}{r} 9 \quad 2 \\ - 8 \quad 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$9 = 4 \times 2 + 1$$

Calcula utilizando las regletas: $23 : 6$; $15 : 4$; $21 : 5$; ...

Calcula sin regletas: $25 : 7$; $15 : 2$; $16 : 3$; ...

¿Cuáles de las siguientes divisiones están bien y cuáles mal? Escribe el por qué de tu respuesta.

BIEN

MAL

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 2} \\ 14 \\ \hline 1 \end{array}$$

BIEN

MAL

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 3} \\ 12 \\ \hline 4 \end{array}$$

BIEN

MAL

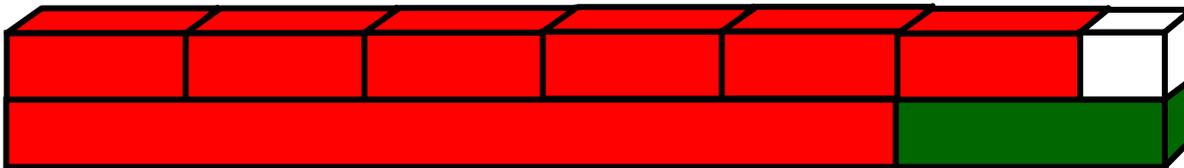
$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 7} \\ 7 \\ \hline 0 \end{array}$$

BIEN

MAL

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \\ 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Completa fijándote en la figura:



$$\begin{array}{l} 13 = \bullet \times \bullet + \bullet \\ 13 - \bullet = \bullet \times \bullet \\ 13 - \bullet \times \bullet = \bullet \end{array}$$



Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
8	3		2
7		3	1
15	2		

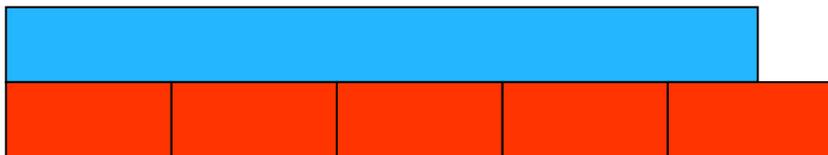
- ☀ Dada la siguiente división (9 : 4) averigua con tus regletas qué pasa con el cociente y el resto si:

 - a) Multiplicamos el dividendo y el divisor por 2; 3; 4.
 - b) Dividimos el divisor por:: 2; 3; 4.
- ☀ Cuatro veces una regleta más la regleta blanca equivale a la regleta azul. ¿Cuál es la regleta que se repite cuatro veces?
- ☀ ¿Cuántos caramelos tenía si después de haber dado tres a cada uno de mis cuatro amigos, me sobran dos?
- ☀ Tres veces la longitud de una regleta menos la longitud de la regleta rosa equivale a la longitud de la regleta roja. ¿Qué longitud tiene la regleta que se repite tres veces?
- ☀ Seis veces un número más tres es igual a nueve. ¿Cuál es ese número?



(Estos ejercicios se resolverán primeramente manipulando las regletas, haciendo que se vayan expresando numéricamente y por escrito los distintos pasos que se precisan para su resolución. Posteriormente, presentaremos ejercicios cuya resolución sea exclusivamente matemática. Recordemos que las regletas son un instrumento didáctico y no una asignatura).

DIVISIÓN ENTERA POR EXCESO



$$9 = 5 \times 2 - 1$$

Dividendo es igual a divisor por
cociente menos resto

$$D = d \times c - r$$

$$\begin{array}{r} \boxed{9} \quad \boxed{2} \\ - \quad \boxed{10} \quad \boxed{5} \\ \hline \end{array}$$

Falta 1



*En un ascensor suben como máximo 4 personas.
Si tienen que subir 13, ¿Cuál es el mínimo número de viajes de
subida que hace el ascensor?*

**Resuelve el
problema**

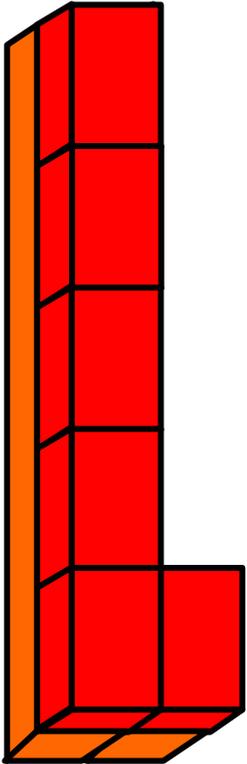
**Comprobar que el resto por exceso más el resto por defecto
es igual al divisor.**

Explicar esta propiedad mediante algún ejemplo y demostrarla matemáticamente.

DOS CIFRAS EN EL DIVIDENDO Y UNA EN EL DIVISOR

A) UNA CIFRA EN EL COCIENTE (EXACTA)

$$12 : 2$$



$$\begin{array}{l} 12 : 2 \\ (10 : 2) + (2 : 2) \\ 5 + 1 \\ 6 \end{array}$$

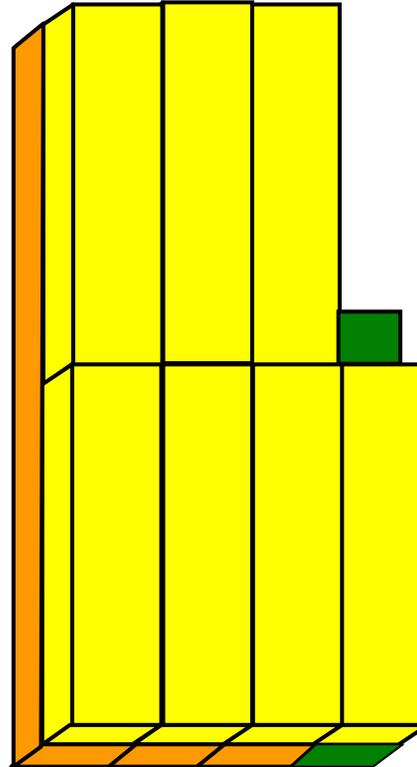
$$\begin{array}{r} 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{) 2} \\ 6 \end{array}$$

B) UNA CIFRA EN EL COCIENTE (ENTERA)

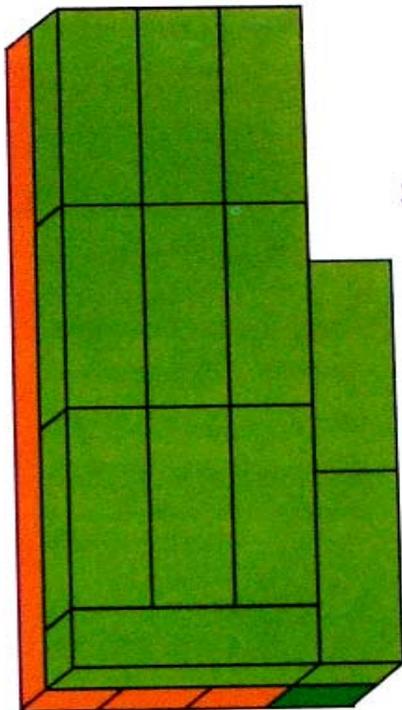
$$\begin{array}{l} 36 = 30 + 6 \\ (30 : 5) + (6 : 5) \\ (6) + 1 \text{ y sobra } 1 \\ 7 \text{ y sobra } 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 35 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{) 5} \\ 7 \end{array}$$

$$36 = 7 \times 5 + 1$$



C) DOS CIFRAS EN EL COCIENTE. (EXACTA)



$$36 : 3$$

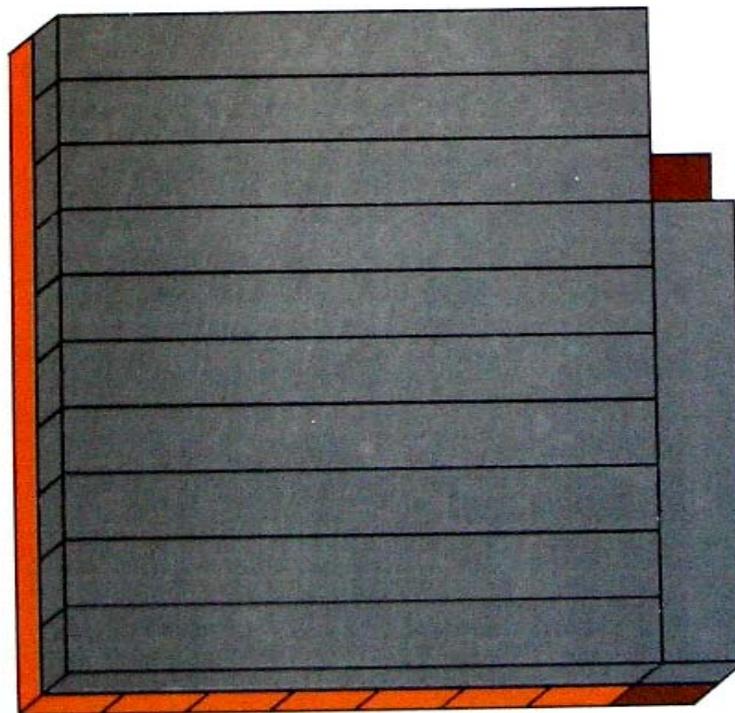
$$36 = 30 + 6$$

$$(30 : 3) + (6 : 3)$$

$$10 + 2$$

$$36 = 12 \times 3 + 0$$

D) DOS CIFRAS EN EL COCIENTE. (ENTERA)



$$78 : 7$$

$$78 = 70 + 8$$

$$(70 : 7) + (8 : 7)$$

$$10 + 1 \text{ y sobra } 1$$

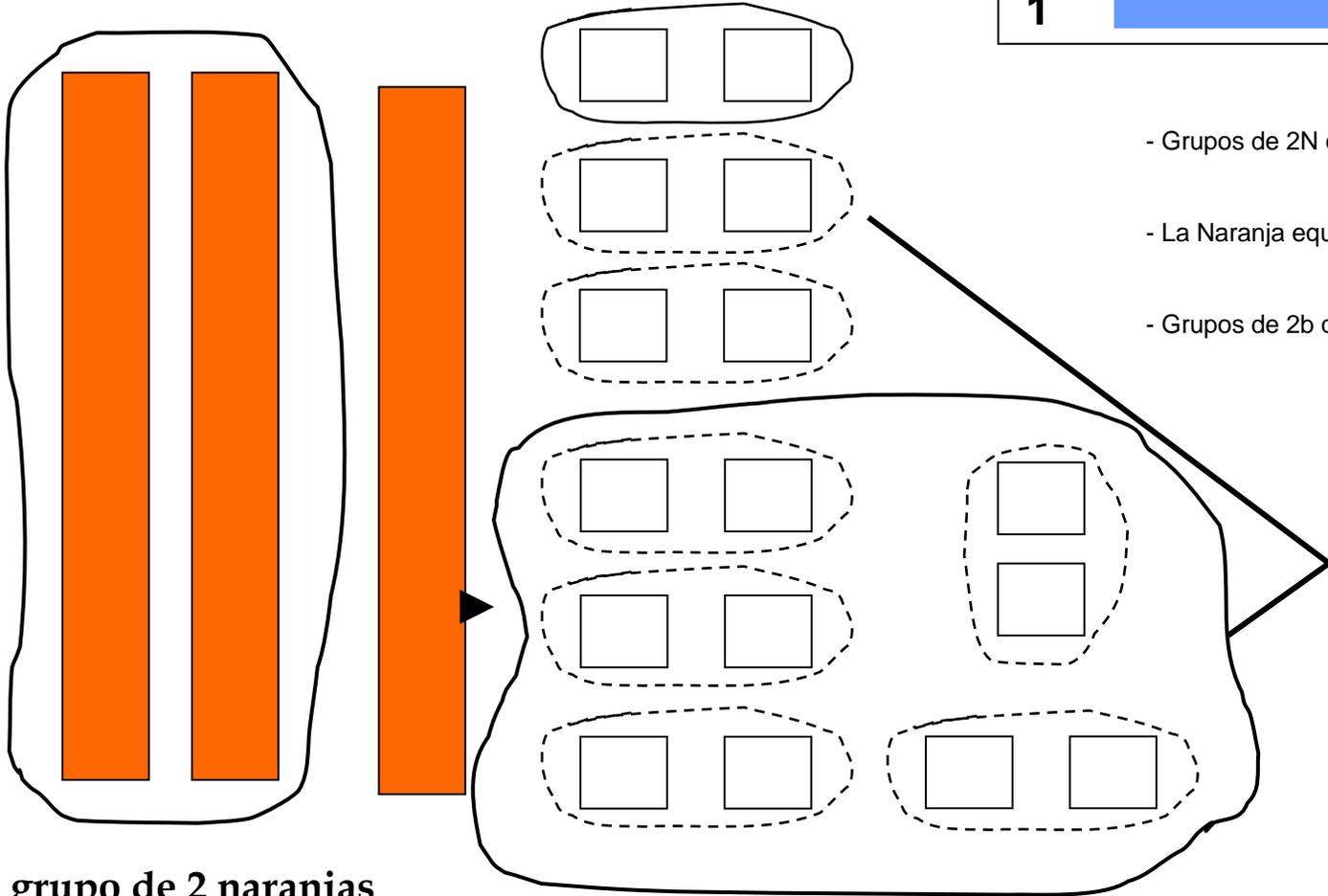
$$11 \text{ y sobra } 1$$

E) LLEVANDOSE DE LAS DECENAS A LAS UNIDADES

$36 : 2$

$36 = 3$ Naranjas y 6 blancas

DECENAS	UNIDADES
3	6
$3 : 2$	$6 : 2$
1 y sobra ①	
	10
	$16 : 2$
1	8



- Grupos de 2N que hay en 3N \hookrightarrow 1 y sobra 1N
- La Naranja equivale a 10 blancas; \hookrightarrow $10b + 6b = 16b$
- Grupos de 2b que hay en 16b \hookrightarrow 8

8 grupos de 2 blancas

1 grupo de 2 naranjas

A) Sin “llevarse”

A.1) Dos cifras en el cociente

A.1.1) Exacta.

A.1.2) Entera.

A.2) Tres cifras en el cociente

A.2.1.) Exacta.

B.2.2) Entera.



B) “Llevándose”

B.1) De las decenas a las unidades.

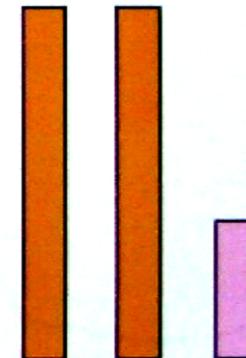
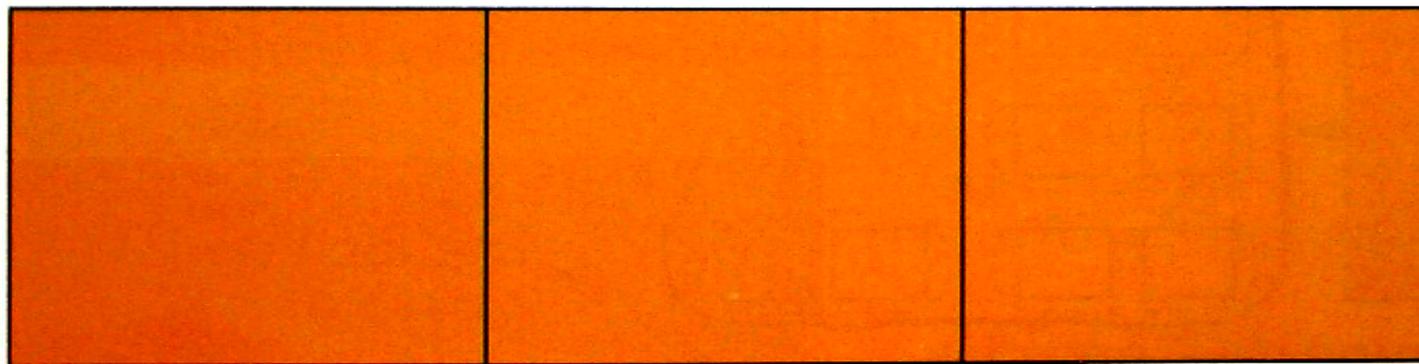
B.2) De las centenas a las decenas.

B.3) De las centenas a las unidades.

B.4) Ceros intercalados en el dividendo.

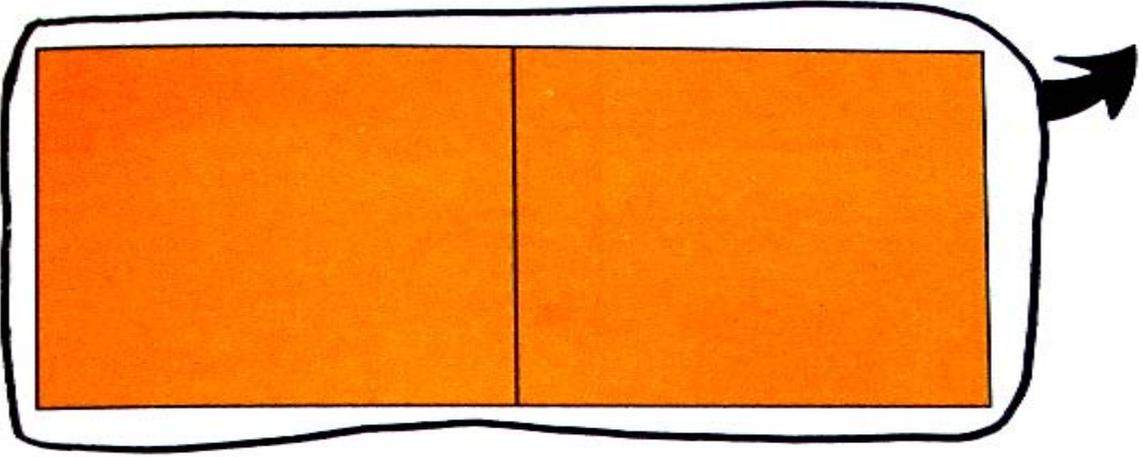
Ejemplo del apartado B.2

$$324 : 2$$

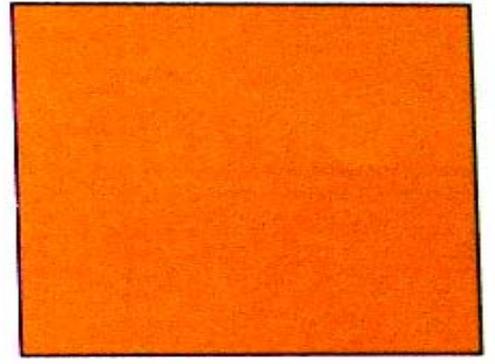




Grupos de 2 centenas que hay en 3 centenas

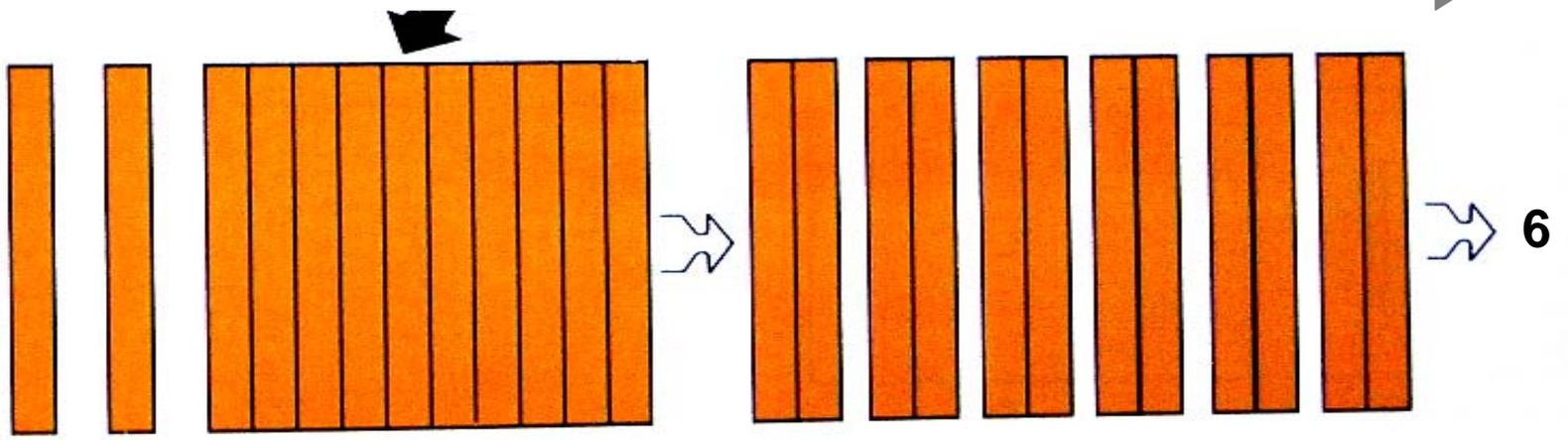


1 grupo



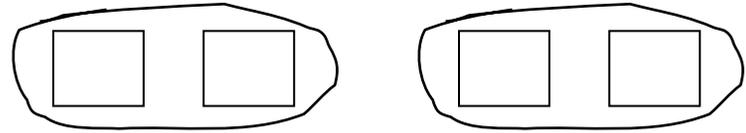
Sobra 1 centena

Grupos de 2 decenas que hay en 12 decenas



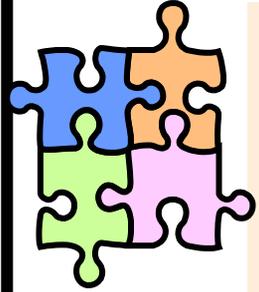
6

Grupos de 2 unidades que hay en 4 unidades



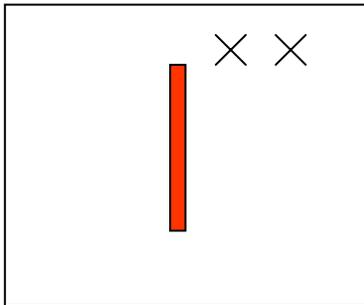
$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 10 \\ 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 1 \quad 6 \quad 2 \end{array}$$

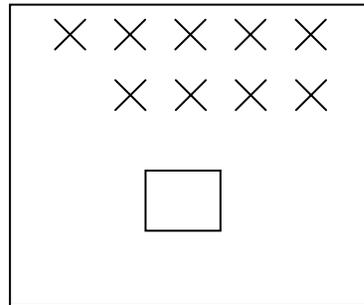


DIVIDIMOS JUGANDO

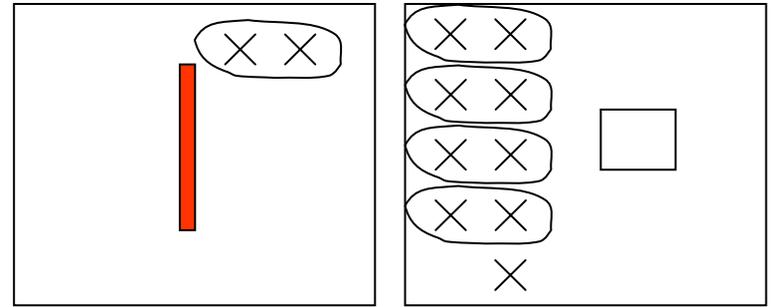
Utilizamos fichas iguales. Las agrupamos en cada cartón, formando subconjuntos cuyo cardinal sea igual al cardinal del divisor. Una ficha en un cuadro equivale a diez fichas del cuadro anterior.



2



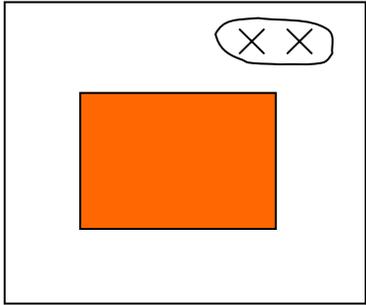
9



29 : 2 = 14 y sobra 1

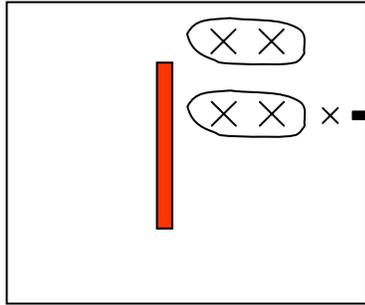
$$\begin{array}{r} 2 \quad 9 \\ - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ 8 \\ - 8 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 1 \quad 4 \end{array}$$

256 : 2



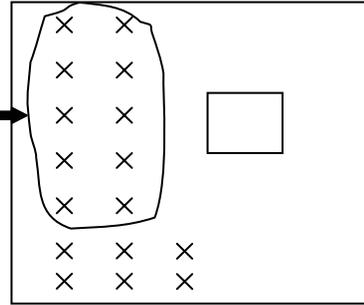
1

Grupo de 2 placas



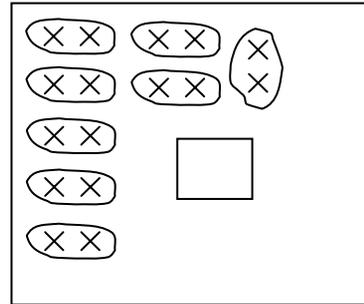
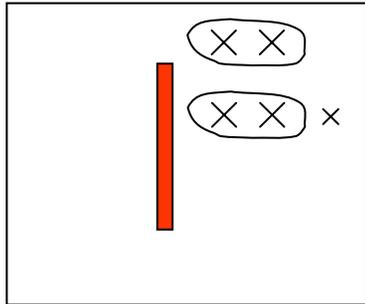
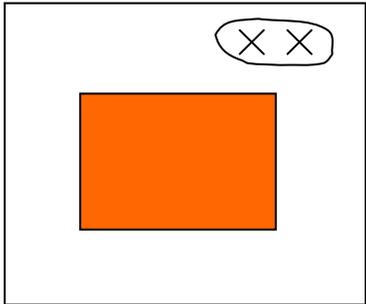
2

Grupo de 2 naranjas



8

Grupo de 2 blancas

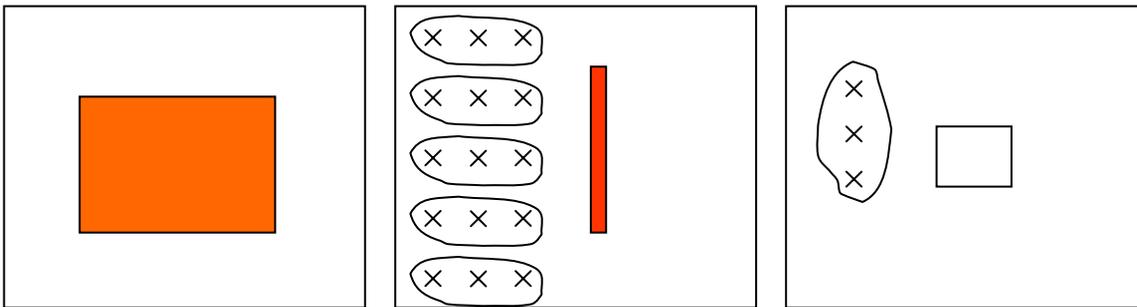
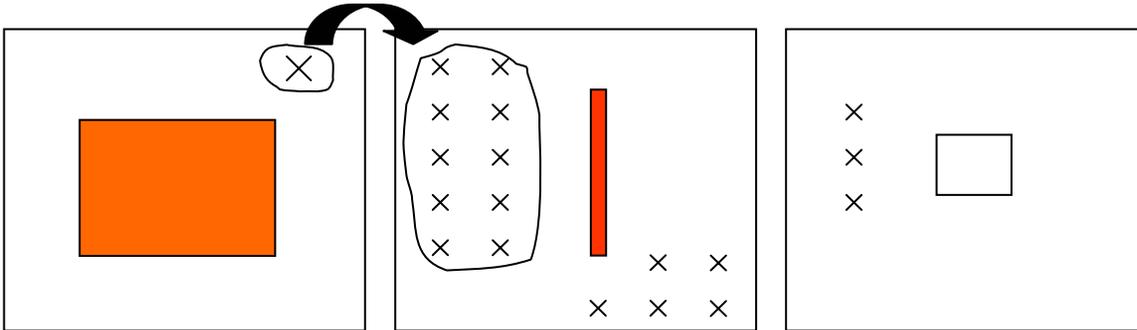


$$\begin{array}{r} 2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ -200 \\ \hline 56 \\ -40 \\ \hline 16 \\ 1 \rightarrow 10 \\ \hline 16 \\ -16 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 128 \end{array}$$

153 : 3



0

5

1

Grupo de 3 naranjas Grupo de 3 blancas

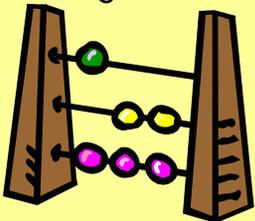
$$\begin{array}{r}
 153 \\
 - 15 \\
 \hline
 03 \\
 - 3 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 51
 \end{array}$$

Averigua jugando:

-¿Cuántos años equivalen a 36 meses? ¿Cuántas manos equivalen a 25 dedos?

-¿Cuántas semanas equivalen a 84 días?

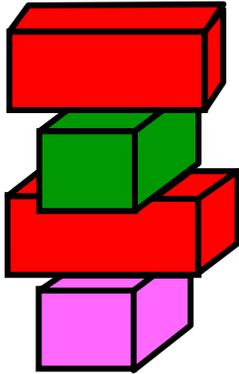
-El divisor de una división en la que: $D = 158$, $c = 52$ y $r = 2$



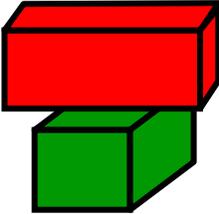
Calcula jugando:

150 : 10 ; 70 : 10 ; 100 : 10 ; 500 : 10 ; 700 : 100 ; ¿Qué observas?

Busca una torre de 4 pisos cuyo producto sea 48



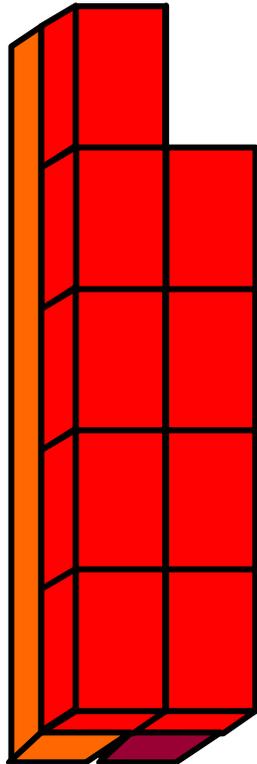
¿Qué harías en la torre de la derecha si tuvieses que multiplicar por 3?



¿Qué harías en la torre que te ha resultado del ejercicio anterior si tuvieses que dividir por 3?

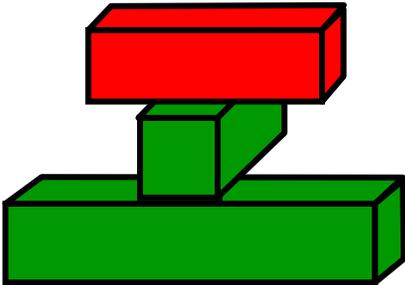
Vamos a dividir (18 : 2):

$18 : 2 = 9$
 $9 \times 2 = 18$



REGLETAS EN CRUZ

¿Qué tendrías que hacer en la torre para dividir por 2?
 $18 : 2 = \underline{\quad}$



$3 \times 3 \times 2 = 18$



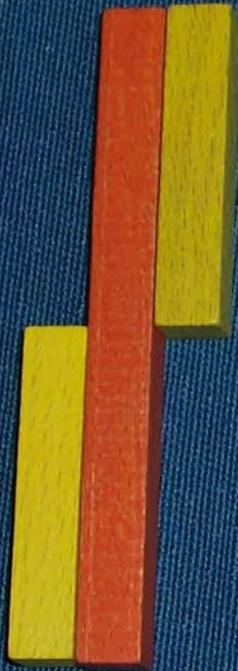
Si a la blanca
llamo 1, ¿cómo
llamo a la regleta
azul? ($N=5r$)

Expresa matemáticamente las relaciones que estableces para responder a la pregunta.

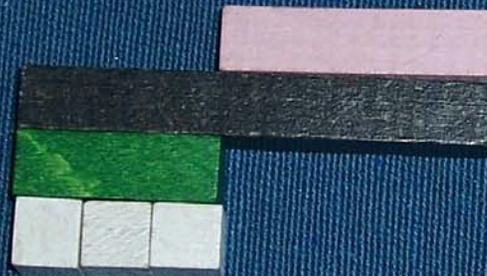


Demuestra, a partir del gráfico y mediante expresiones matemáticas, que Naranja menos negra es igual a verde clara. ($N - n = v$)

Demuestra, a partir del gráfico, la verdad o falsedad de las siguientes expresiones:



$$N - (V : 3) = m$$



$$a - [(n - v) : 3] = 2r$$



$$N : 2 = a$$

ARTÍCULOS PARA LEER:

DIVISIÓN

HISTORIA

SE PUEDEN LEER
TODOS, a ELEGIR:

Babilonia

Egipto

Grecia

China

Numeración Hindú



Aquí termino yo.
Ahora sigue tú
descubriendo más cosas
sobre el tema.