FUNCIONES EXPONENCIAL, LOGARÍTMICA Y TRIGONOMÉTRICAS

ANA GÓMEZ LEÓN

FUNCIÓN EXPONENCIAL.

Definición → dado un número real positivo, a, tal que $a \neq 1$, se le denomina así a la aplicación definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ que asigna a^x a todo número x.

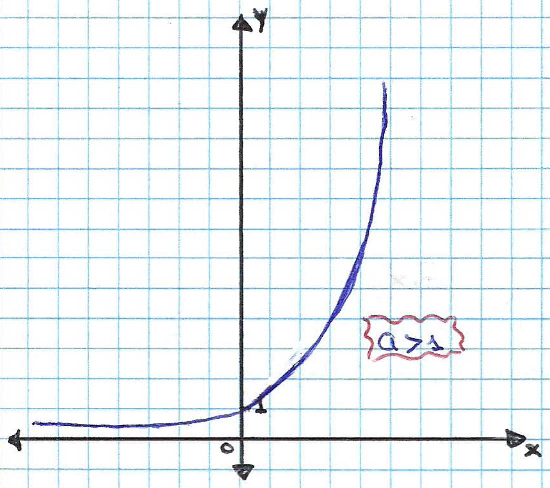
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \to a^x$$

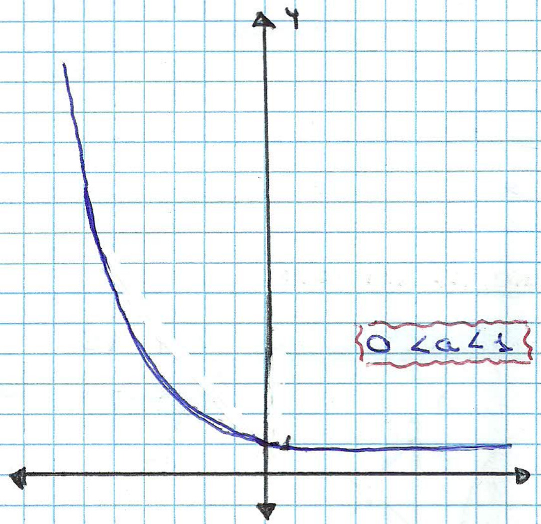
$a^0 = 1$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^m b^m = (ab)^m$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	si $a^m = a^n$ entonces $m = n$

Representación y propiedades todas las funciones $f(x) = a^x$ tienen:

- dom $f(x) = \mathbb{R}$
- rec $f(x) = \mathbb{R}^+$ → $a^x > 0$ siempre
- $f(x)$ siempre pasa por $(0,1)$
- $f(x)$ es inyectiva (sólo un valor de x para y)

▸ DEPENDIENDO DEL VALOR DE a TIENE:





$a > 1$:

- $f(x)$ es estrictamente creciente
- $\lim_{x \to -\infty} a^x = 0$
- $\lim_{x \to +\infty} a^x = +\infty$
- $y = 0$ (eje OX) es una asíntota horizontal $x \to -\infty$

$0 < a < 1$:

- $f(x)$ es estrictamente decreciente
- $\lim_{x \to -\infty} a^x = +\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} a^x = 0$

$y = 0$ (eje OX) es una asíntota horizontal $x \to +\infty$

FUNCIÓN LOGARÍTMICA.

Definición se denomina función logarítmica de base a, $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$, a la función inversa de $f(x) = a^x$, o función exponencial y se define de la siguiente forma.

$$f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \text{ (sin)}$$
$$x = a^y \to y = \log_a x$$

Representación y propiedades

todas las funciones $f(x) = \log_a x$ tienen:

$\text{dom } f(x) = \mathbb{R}^+$

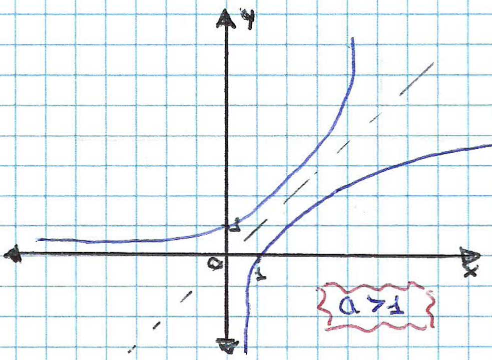
$\text{rec } f(x) = \mathbb{R}$

$f(x)$ es continua en $\mathbb{R}^+$

$f(x)$ siempre pasa por $(1,0) \rightarrow$ ya que $\log_a 1 = 0$

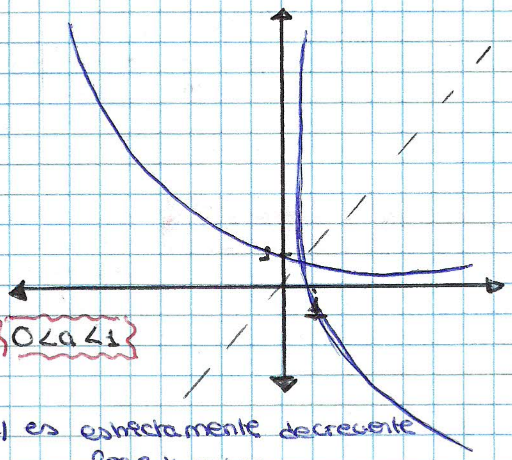
$f(x)$ es biyectiva $\rightarrow$ el rec $f(x) = \mathbb{R}$ y sólo hay un valor de x para y.

▶ DEPENDIENDO DEL VALOR DE a TIENE:



$a > 1$

- $f(x)$ es estrictamente creciente
- $\lim_{x \to 0^+} \log_a x = -\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} \log_a x = +\infty$
- $f(x) = \log_a x < 0$ si $0 < x < 1$
  $f(x) = \log_a x > 0$ si $x > 1$
- $x = 0$ (eje OY) es una asíntota vertical $\rightarrow x = 0$

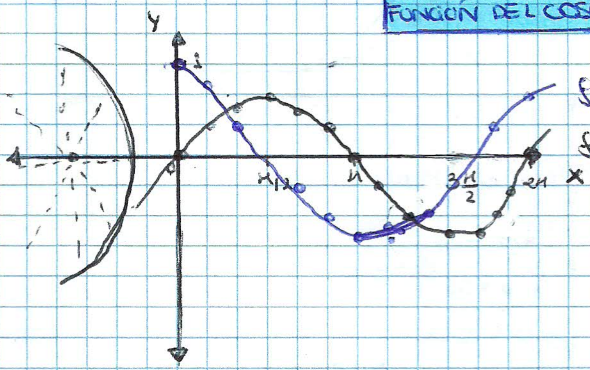


$0 < a < 1$

- $f(x)$ es estrictamente decreciente
- $\lim_{x \to 0^+} \log_a x = +\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} \log_a x = -\infty$
- $f(x) = \log_a x > 0$ si $0 < x < 1$
  $f(x) = \log_a x < 0$ si $x > 1$
- $x = 0$ (eje OY) es una asíntota vertical $\rightarrow x = 0^+$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

FUNCIÓN DEL SENO $f(x) = \text{sen } x$ VS FUNCIÓN DEL COSENO $f(x) = \cos x$



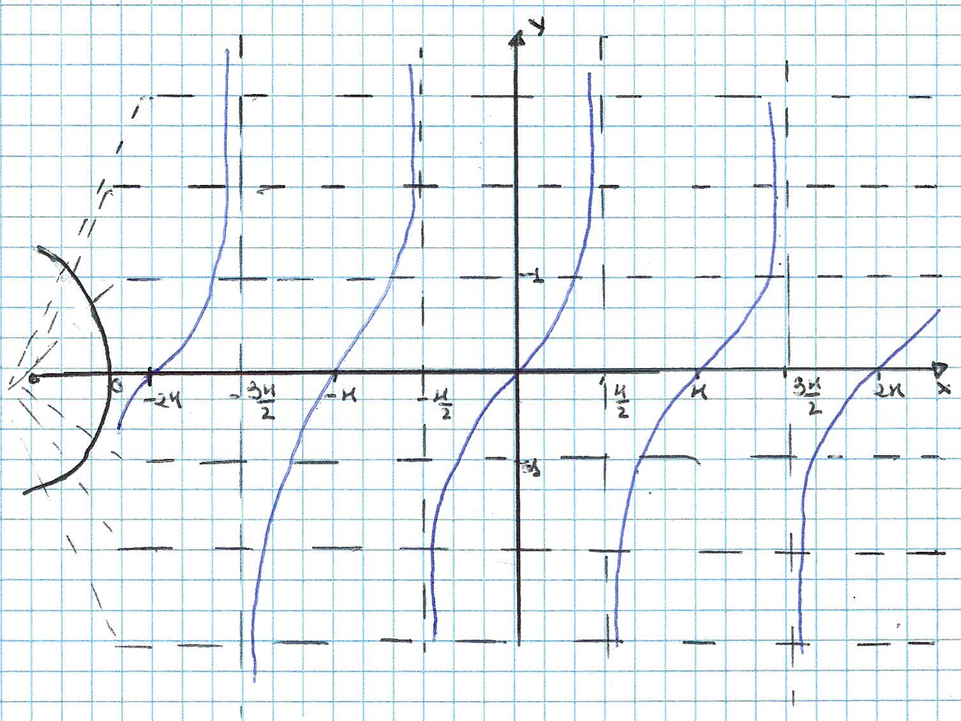
SEN X

- $\text{dom } f(x) = \mathbb{R}$ y $\text{rec } f(x) = [-1, 1]$
- acotada en: $|\text{sen } x| \leq 1$
- Continua
- Periódica de periodo 2π:
  $\text{sen } x = \text{sen}(x + k \cdot 2\pi)$
- Impar: $\text{sen } x = -\text{sen}(-x) \rightarrow$ simétrica
- Monotonía no uniforme
- No existe el $\lim_{x \to \infty} \text{sen } x$

COS X

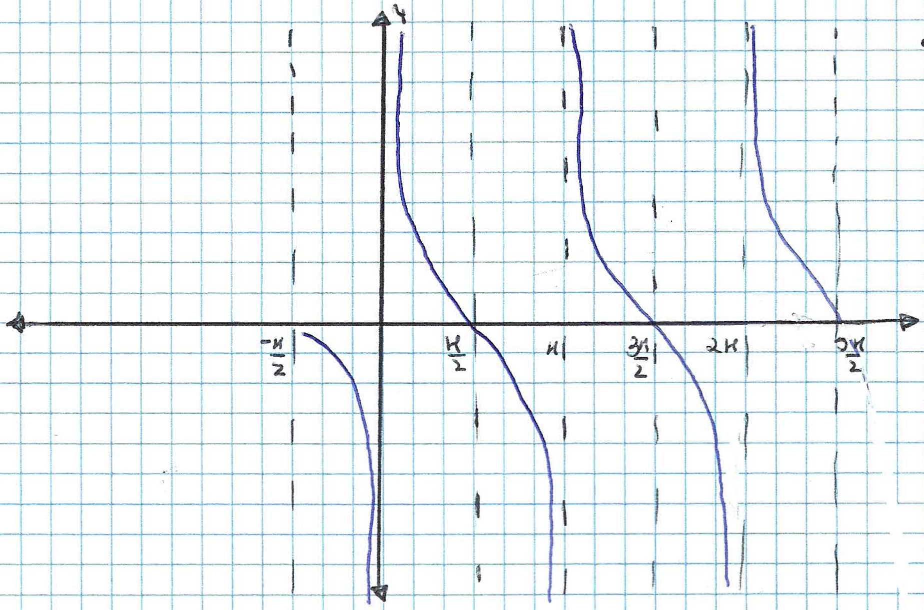
- $\text{dom } f(x) = \mathbb{R}$ y $\text{rec } f(x) = [-1, 1]$
- acotada en: $|\cos x| \leq 1$
- continua
- periódica, de periodo 2π
  $\cos x = \cos(x + k \cdot 2\pi)$
- Par, $\cos x = \cos(-x) \rightarrow$ simétrica.
- Monotonía no es uniforme
- No existe el $\lim_{x \to \infty} \cos x$.

FUNCIÓN TANGENTE $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = tg\,x$



- $\operatorname{dom} f(x) = \{x \in \mathbb{R} \mid \cos x \neq 0\} = \mathbb{R} - \{(2k+1)\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}\}$
- Es periódica, es periodo π: $tg\,x = tg(x+\pi)$
- Impar: $tg\,x = -tg(-x) \rightarrow$ simétrica
- Estrictamente creciente en su dominio

FUNCIÓN COTANGENTE $f(x) = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} = cotg\,x$



- $\operatorname{Dom} f(x) = \{x \in \mathbb{R} \mid \operatorname{sen} x \neq 0\} = \mathbb{R} - \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$
- $f(x)$ no es continua en $\mathbb{R}$
- discontinuidades asintóticas en $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
- Periódica $cotg\,x = cotg(x+\pi)$
- Impar: $cotg\,x = -cotg(-x) \rightarrow$ simétrica
- Decreciente en su dominio

MB