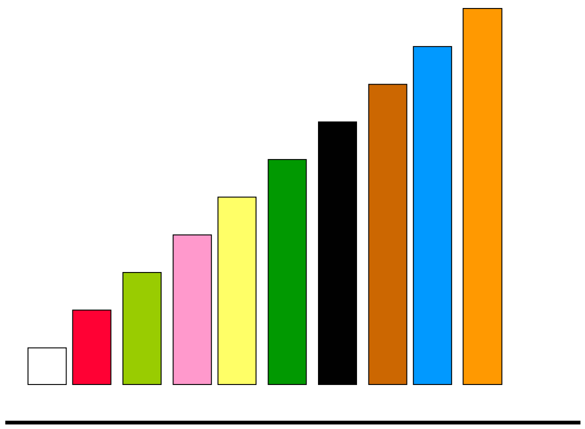
INICIACIÓN A LAS FRACCIONES[1]

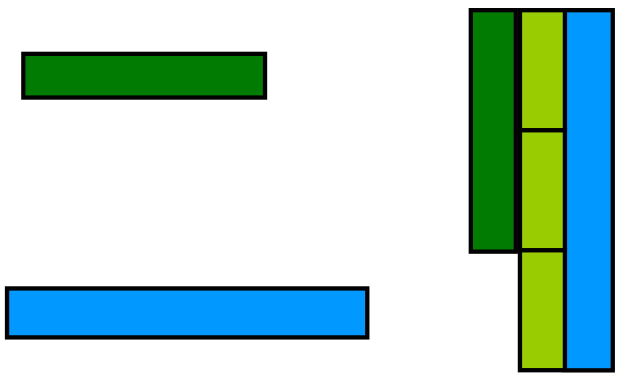
José Antonio Fernández Bravo

Empezamos la experiencia con los Números en Color. Se pusieron las regletas encima de las mesas (una caja por cada niños), rápidamente los niños empezaron a jugar[2].



Tras un tiempo de juego libre se les invitó a responder a una serie de preguntas que marcaban la trayectoria lúdica:

Si a la blanca (b) llamo uno, ¿cómo llamo a la roja (r)? ¿Y a la rosa (R)?, ¿y a la amarilla (a)? ¿...?



Si a la verde oscuro (V) llamo dos, ¿a qué regleta llamo uno? ¿Por qué? Si a la azul (A) llamo tres, ¿a qué regleta llamo uno?

[1] Artículo original publicado en la revista "Comunidad Educativa" ICCE, Septiembre/octubre-1994, Núm. 217, 41-43. El texto que aquí aparece ha sido revisado, obligándonos a presentar algunos cambios respecto al original.

[2] Intervención educativa realizada en un aula de 28 niños de 9-10 años de edad (15 niñas y 13 niños), organizada la clase en grupos de cuatro alumnos.

Si a la rosa llamo dos, ¿a qué puedo llamar tres?

Esto ya se podría llamar un pequeño desafío, se les veía buscar, ensayar, medir unas regletas con otras y expresar sus erróneos o acertados hallazgos. Dialogábamos con los niños sin corregir en modo alguno; al niño que no había acertado en su respuesta, atentamente escuchábamos su estrategia para advertir dónde había cometido el error y poder así encauzar sus acciones. La respuesta del niño nunca es por azar. Muchos alumnos advertían su error al ir exponiéndonos el proceso de resolución; otros, eran interrumpidos velozmente por los compañeros que, en un principio, mostraron la respuesta correcta, indicándoles lo que ellos habían visto y el por qué. Se generaba un diálogo entre los niños, que, en ocasiones, dado el énfasis que cobraba, teníamos que dirigir… moderadamente.

Los niños utilizaban el material para intentar convencer a los que, según ellos, no habían encontrado la respuesta correcta. No era el material el que servía de demostración, sino las acciones que se llevaban a cabo con éste las que permitían ver la evidencia de la claridad; acciones dirigidas a la comprensión, no en tanto que eran intuidas, sino en tanto que eran pensadas. Se seguía "bombardeando" con preguntas haciendo que alumnos y material formasen un solo cuerpo:

¿Qué es la roja de la blanca?
¿Y la blanca de la roja?

Enseñadme una mitad de la roja, dos mitades, tres mitades de la roja.
Si a la roja llamo uno ¿con qué regleta represento su mitad?
Enseñadme una mitad de la rosa; dos mitades; tres mitades de la rosa… ¿Qué observáis?

Encontrad regletas que puedan representar mitad (blanca, roja, verde clara (v),…)

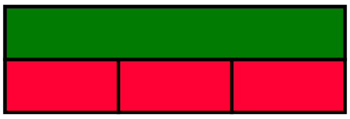
¿Cómo es posible que regletas distintas puedan representar lo mismo: mitad? (He aquí una pregunta clave, y de su respuesta depende la creación, o no, de un concepto en su auténtica ortodoxia, ya que mitad, como posteriormente, tercio, cuarto, etc., se verán en la mente como clase de equivalencia para no desnaturalizar el concepto de número racional).

Si la blanca representa mitad, ¿a qué regleta llamo uno?

Si la verde clara representa mitad, ¿qué regleta representa Uno? (…)

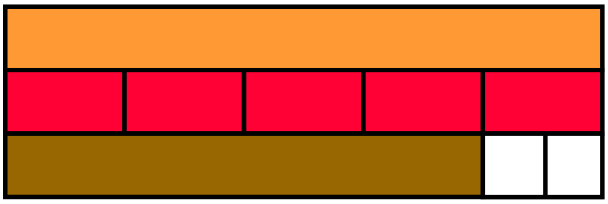
¿Cuántas mitades equivalen a uno? ¿Y a dos? ¿Y a tres? (Una vez que el concepto mitad se encontraba en su mente, y sólo entonces, se les informaba de su correspondiente simbología matemática, formando un conjunto/clase con las expresiones literales de cada regleta).

Seguíamos creando una dinámica de relaciones mentales con el concepto tercio, cuarto, quinto,...



A la verde oscuro llamo uno. Enseñadme un tercio de la verde oscuro, dos tercios, tres tercios de la verde oscuro. ¿Qué me estáis enseñando? Decidlo con una solo regleta. ¿Cómo la llamábamos?

¿Qué es la roja de la naranja (N)? Si a la blanca llamo uno, ¿cómo llamo a la naranja? ¿Cuántas blancas equivalen a la naranja? ¿A qué equivale la quinta parte de diez?, ¿y las tres quintas partes de diez? ¿Y las cuatro quintas partes de diez?, ¿qué haces para saberlo?



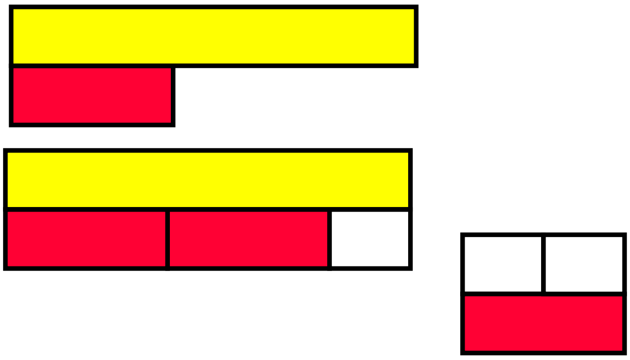
¿A qué equivalen las tres cuartas partes de ocho?

Según se iban descubriendo respuestas válidas a los desafíos presentados, se les ofrecía otros de más dificultad; eran los alumnos los que ponían los criterios, los que estiraban las posibilidades o señalaban los límites del juego:

Si con la rosa represento dieciséis horas, ¿con qué regleta represento un día?

Si con la verde oscuro represento dieciocho horas, ¿con qué regletas representas día y medio?

Estos desafíos implicaban la relación de numerosos conceptos y una auténtica tensión intelectual. Estuvimos alrededor de 30 minutos intentado desatar ese entramado, se acercaban y se alejaban a la vez, íbamos anotando en la pizarra las conclusiones que considerábamos válidas: Un día tiene 24 horas; faltan ocho horas a lo que representaba la regleta rosa, debería ser una regleta mayor que la rosa ¿cuánto más? Durante el proceso se elaboraron juicios muy interesantes que iban, incluso, mucho más allá de lo que tú habías imaginado.



Si a la amarilla llamo uno, ¿cómo llamo a la roja?

Es curioso, los niños tenían menos dificultades para decir “un quinto y un quinto” que “dos quintos”, quizás sea porque didácticamente vamos en contra de la dinámica lógica de la dicción del lenguaje.

Si a la amarilla llamo uno, ¿cómo llamo a la negra (n)? ¿Y a la marrón (m)? ¿Y a la azul?...
¿Qué es la blanca de la roja? ¿Qué es la roja de la marrón? ¿Qué es la blanca de la marrón? (Simplemente la mitad de la cuarta parte) (...)

Si hubiese tenido que explicar a los niños todo lo que las acciones con el material les permitía ver en su mente, me hubiese sido completamente imposible. Ellos actúan con una lógica infantil que nosotros, tristemente hemos dejado para el recuerdo y a la que nos es imposible ya pertenecer.

La concienciación de sus acciones mentales

Después de las actuaciones se pedía a los niños que expresasen en una hoja todo lo que habían visto en su hacer, escribiendo tan sólo aquello de lo que pudiesen asegurar su certeza, convenciendo a los demás de que así era. En ningún momento se le dio al niño más información de la que en líneas anteriores se haya expuesto. Todos llegaron a conclusiones válidas: algunos eran capaces de llenar un folio; otros, tan sólo unas frases para advertir, por ejemplo, que: “la tercera parte de seis equivale a dos”, o que “la regleta roja era la mitad de la regleta rosa”. ¡Muy bien! Eso era de lo que estaban seguros y lo que se hacer les había donado. Desde esta perspectiva, estudiemos algunas otras conclusiones de los alumnos.

“Dos mitades, tres tercios, cuatro cuartos, cinco quintos equivalen a uno. También he visto que el ojo engaña, por ejemplo, 6/3 parece menos que 12/6 pero es igual. He visto que las regletas que tienen dos mitades tienen siempre dos mitades iguales.” Muchos fueron los niños que llegaron a ver que dos mitades, tres tercios,… equivalían a uno. No queremos entrar en la dificultad del concepto, simplemente es algo que ellos han visto en su hacer. Cuando seguimos leyendo y analizamos la frase, casi general, “la vista engaña” te inunda una emoción que desvela el hecho cada vez más necesitado por ellos de respetar su pensamiento. Esto nos muestra que los niños no vieron con los ojos, sino con la mente.

“Que sólo se puede sumar el número de arriba. Que a todas las regletas se les puede llamar uno”

“Que 2/7 + 1/7 son 3/7 porque 2 + 1 = 3 y como son séptimos pues son 7”
El niño que advertía que sólo se podía sumar el número de arriba quería expresar lo que expresó el niño de los tres séptimos. Nada sabían de “Numerador” ni de “Denominador” ni, por supuesto, de cómo se sumaban fracciones con igual denominador. En cuanto a la conclusión de que a todas las regletas se pueden llamar uno, podemos decir que goza de un rito especial ya que aporta a la mente una buena distinción entre: magnitud (regletas), cantidad, medida de una magnitud y unidad de medida; conceptos que se confunden fácilmente.

“Todos los números impares tienen una mitad más uno, y los pares una mitad justa”. Vieron que las regletas que eran medidas por un número par de regletas blancas, eran también medidas por dos regletas iguales y, que las regletas que eran medidas por un número impar de regletas blancas eran también medidas por dos regletas iguales y una blanca. Es maravilloso ver que ha sido descubierto por los niños algo que podemos encontrar en la definición pitagórica de par e impar si leemos a Estobeo o Fílialo o “La introducción a la aritmética” de Nicómaco. Algo parecido le ocurrió a otra niña que, como los anteriores pasó a pertenecer a las filas de Aristóteles, Kant o Goldbach, advirtiendo: “El tercio de un número impar es impar y el tercio de un número par puede ser par o impar. La mitad de un número par puede ser par o impar”. Enunciados con una fuerza especial que nos hacían recordar la matemática griega, la gran preocupación por el estudio del par e impar, conclusiones que encontramos en los textos de Platón, pero este alumno, lógicamente, no había leído a Platón (Quizás fuese un buen momento para hablar de esos grandes episodios que marcan la matemática griega, explorando la historia desde la curiosidad de nuestros propios hallazgos).

“Una mitad es una mitad de otra mayor”. La conclusión de este niño no era para él una evidencia resultado de lo habitual o de la casualidad, como lo puede ser para nosotros. Era el producto de una reflexión de la cual se sentía orgulloso, pues, de lo contrario, no la hubiese escrito, como no escribieron lo que ya tenían asimilado en su mente de otras anteriores actuaciones. Este niño había destapado, sacado del estado de oculto, en relación con el todo y la parte, la mitad y su entero. Desde este ángulo hay que mirar al que escribe: “La blanca es un décimo de la regleta naranja “o” la rosa es la mitad de la marrón”. Es para ellos un descubrimiento que hay que respetar y desde donde hay que partir. Me han enseñado a ofrecerles la oportuna necesidad de buscar los porqués a lo que, de antemano, llamamos evidente.

“7/8 de 8=7; 6/8 de 8= 6,… 5/10 de 10=5”
“Que 4/3 y 7/9 es mayor 4/3 aunque no lo parezca porque 4/3 es mayor que uno”. Cuando se habla de comparación de fracciones con distinto denominador recurrimos, la mayoría de las veces, al concepto de fracción equivalente para buscar fracciones de igual denominador y poder así, compararlas fácilmente. Este niño nada sabía de fracciones equivalentes. Tenía un concepto claro a partir del cual estableció una dinámica mental de relaciones para concluir matemáticamente; sabía que tres tercios y nueve novenos equivalía a uno, que 7/9, según él “no llegaba” y que 4/3 “se pasaba”.

“Las difíciles cosas que tu crees que es imposible hacer se pueden hacer fácilmente… se puede comprobar todo”. Una bonita frase para analizar. El alumno considera la actividad fácil o difícil en cuanto a que la vea, o no, de forma clara en su mente; eso es rigor, rigor es claridad. Este niño, en un principio no veía en su mente la posibilidad de “hacer”, cuando ésta apareció, cambió su opinión respecto a la actividad, ya era fácil. Esto les hace confiar en sus propias capacidades y llegar a la elaboración de estrategias personales.
“Que todo se puede comprobar”, nos seguía diciendo este alumno, hablar de comprobación es hablar, posteriormente de demostración, una palabra de alto contenido matemático. Sobre este comentario apoyamos también otra frase que desvela, al mismo tiempo, una curiosidad por indagar: “No hay que decir a lo loco sino que hay que demostrar”. Este niño había sido consciente en algún momento de la actuación, de su error y del por qué, mecanismos que le hicieron escribir la frase.

“Que dos tercios es igual que cuatro sextos”

Resalta la curiosa admiración que presentaron la generalidad de los niños ante las fracciones iguales al número uno. Ver que 2/2 era equivalente a 3/3, siendo 3 como cardinal mayor que 2, era algo ante lo que, a priori su mente tenía que negarse. Sin embargo, **una admiración no comprendida parece ser el nacimiento de una curiosidad por indagar la forma de la razón.**

El profesor tiene que ir anotando los conceptos que han sido descubiertos para trabajar matemáticamente la precisión de su nomenclatura y el rigor de su simbología, del mismo modo que tiene que anotar los que aún permanecen en estado de oculto, con el fin de ir provocando situaciones que favorezcan su descubrimiento.

A MODO DE CONCLUSIÓN

Después de escuchar a los niños anoté en mi cuaderno algunas conclusiones. Estas conclusiones me han servido para tenerlas en cuenta en posteriores intervenciones educativas, es así que a ellos les debo todo lo que yo he podido aprender didácticamente hablando:

El proceso de adquisición de conceptos varía mucho de un niño a otro. Cada niño tiene una estrategia distinta de selección y de investigación.

Los conceptos que se derivan del descubrimiento del alumno no están sujetos a conclusiones predeterminadas ni adscritos a paradigmas normativos.

La efectividad de las conclusiones matemáticas, conseguidas por el alumno, se mide por el grado de aproximación, no a nuestro método, sino a la lógica y al rigor del pensamiento; y se trabajan, una vez creadas en su mente, con la simbología y nomenclatura correctas.

El análisis y la discusión de sus actuaciones con el material animan a los niños a adquirir un compromiso serio con la asignatura.

La fiabilidad de lo que un profesor enseña se representa en la validez de lo que un alumno es capaz de crear.

Y esa… frase de Gategno -¡otra vez!... “Dejad que los niños nos enseñen a enseñar” “Dejad que los niños nos enseñen a enseñar” “Dejad que los niños nos enseñen a enseñar” “Dejad…