



POTENCIAS

ESCUCHAR es preguntarse:

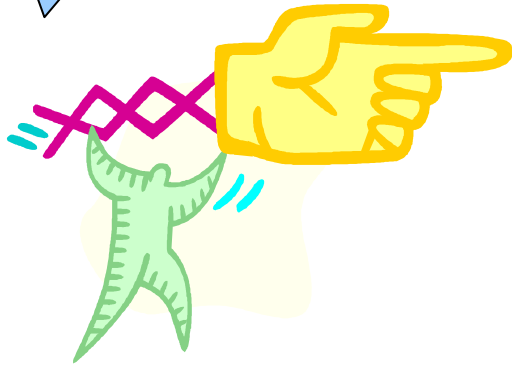
¿Por qué hacen lo que hacen?

¿Por qué dicen lo que dicen?

Y encontrar sin adivinación la
respuesta correcta.

Un saludo
M. Antonio

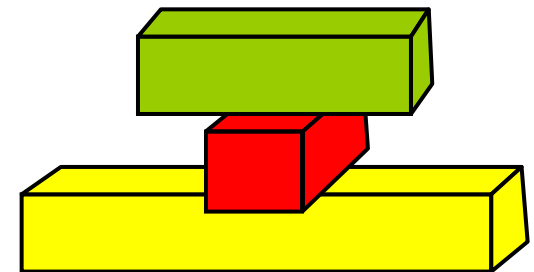
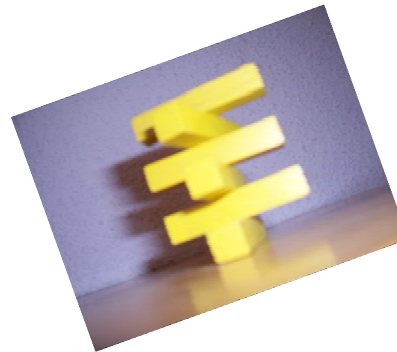
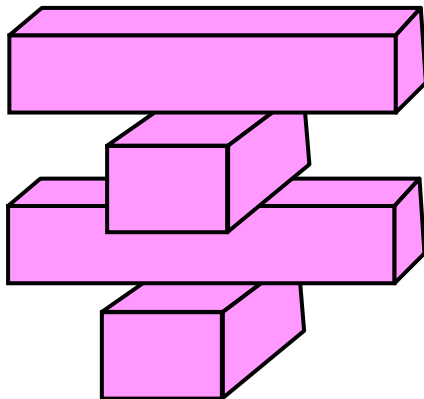
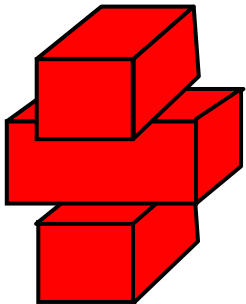
POTENCIAS



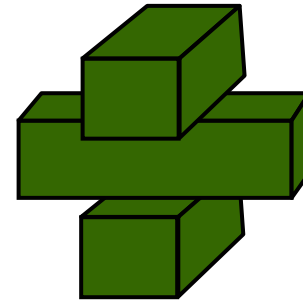
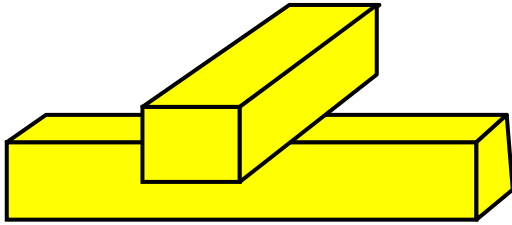
“Transformad esas antiguas aulas; suprimid el estrado y la cátedra del maestro, barrera de hielo que lo aísla y hace imposible toda intimidad con el discípulo... Romped esas enormes masas de alumnos... Sustituid en torno del profesor a todos esos elementos clásicos por un círculo poco numeroso de escolares activos que piensan, que hablan, que discuten, que se mueven, que están vivos, en suma, y cuya fantasía se ennoblece con la idea de una colaboración en la obra del maestro...; que interpreten los textos, que inventen, que descubran, que adivinen nuevas formas...Y entonces la cátedra es un taller y el maestro un guía en el trabajo; los discípulos una familia”.

Llamando uno a la blanca, construye las siguientes torres:

2 x 2 x 2; 4 x 4 x 4 x 4; 3 x 2 x 5; 3 x 3 x 3.



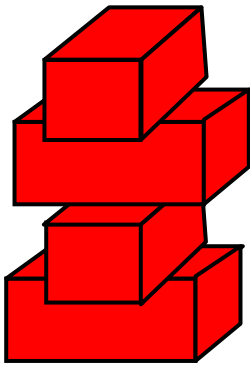
Hay una torre que por sus pisos es diferente a las demás, ¿sabes cuál es?



Las torres cuyos pisos tienen el mismo color, pueden representar potencias.

Una potencia es un producto de factores iguales.

¿Cuántos pisos tiene esta torre? ¿De qué color?



2^4

EXPONENTE

BASE

$2 \times 2 \times 2 \times 2$

}

POTENCIA

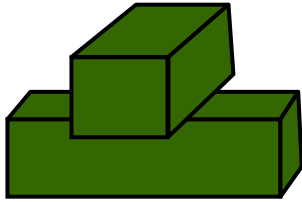
Al valor numérico que representa la regleta que se repite “en cruz” se le denomina **base**, y al número de veces que este valor numérico se repite en cruz se le denomina **exponente**.

Construye las siguientes torres y exprésalas en forma de potencia:

$m \times m \times m$; $R \times R \times R$; $n \times n \times n \times n$; $a \times a$; A ; N ; $N \times N$;...

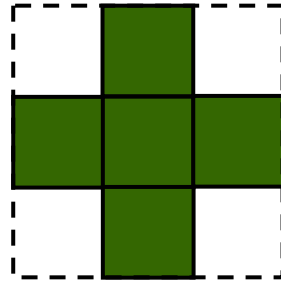
A las potencias cuyo exponente es dos se leen expresando la base “elevada a dos” o “al cuadrado”

CUADRADO



$$3^2$$

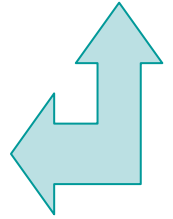
Tres al cuadrado



$$3 \times 3$$



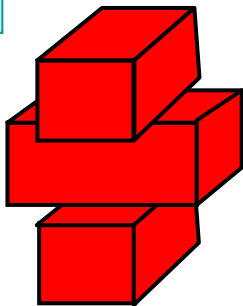
$$3^2 = 9$$



Calcula los cuadrados de los números del 1 al 10 y escríbelos en forma de potencia.

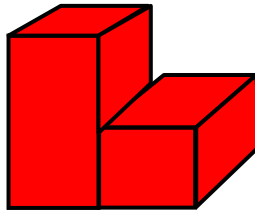
Las potencias cuyo exponente es tres se leen expresando la base “elevado a tres” o “al cubo”

CUBO

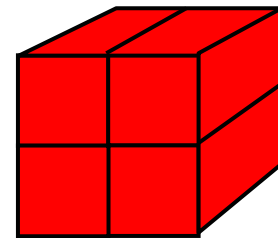


$$2^3$$

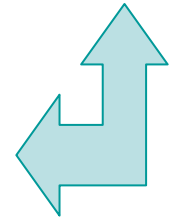
Dos al cubo



$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

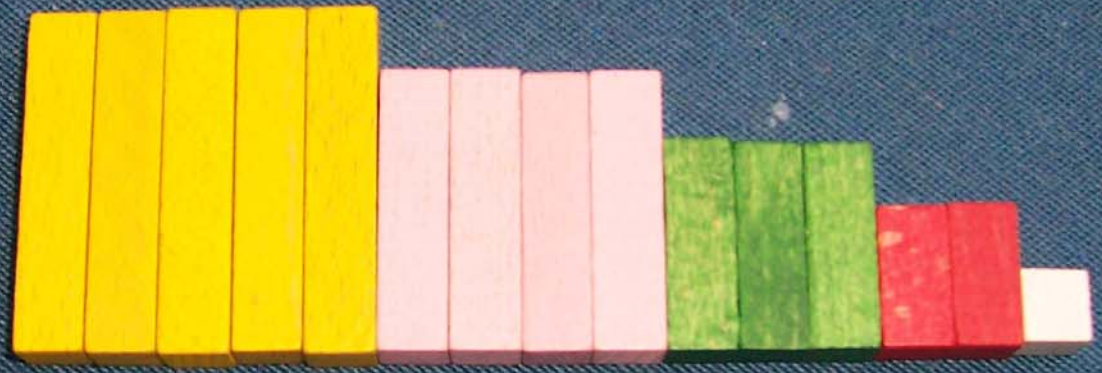


$$2^3 = 8$$



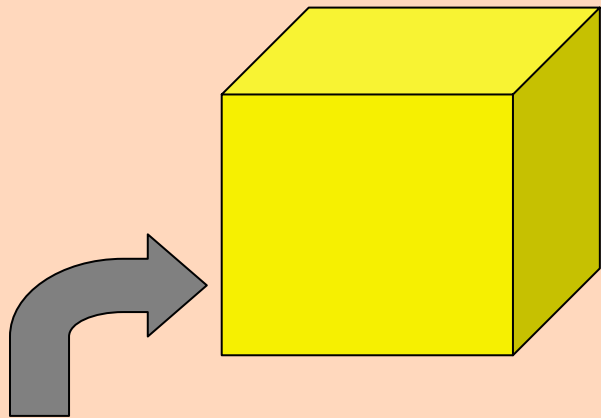
Busca los cubos de los números del 1 al 10 y escríbelos en forma de potencia.

¿Cuántas regletas blancas equivalen a la figura de la fotografía?

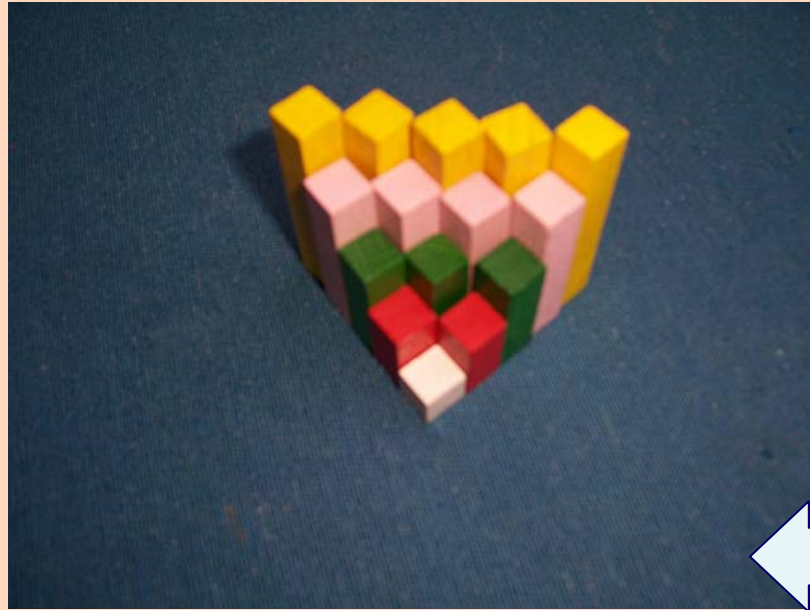


¿Encuentras alguna relación entre un cuadrado y el siguiente?

¿Qué pasaría si construyeras el siguiente cuadrado utilizando regletas iguales del anterior y el menor número de blancas?

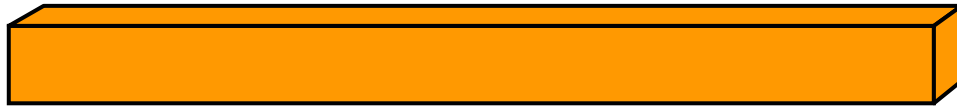


¿Cuántas regletas blancas tendríamos que utilizar para formar el cubo de color amarillo?

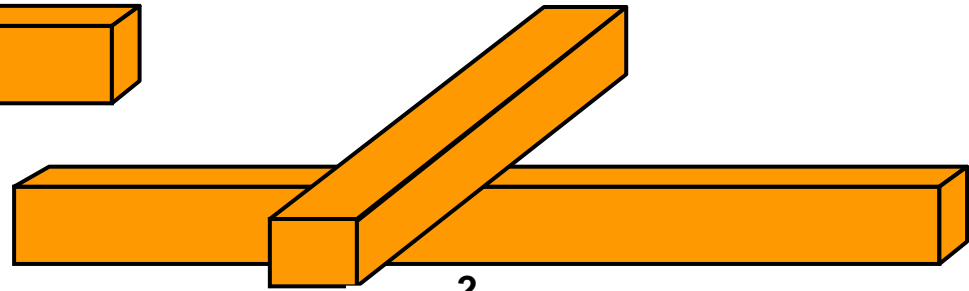


¿ A cuántas regletas blancas equivalen las regletas utilizadas en esa construcción?
¿Qué fracción del cubo amarillo representa esa construcción?

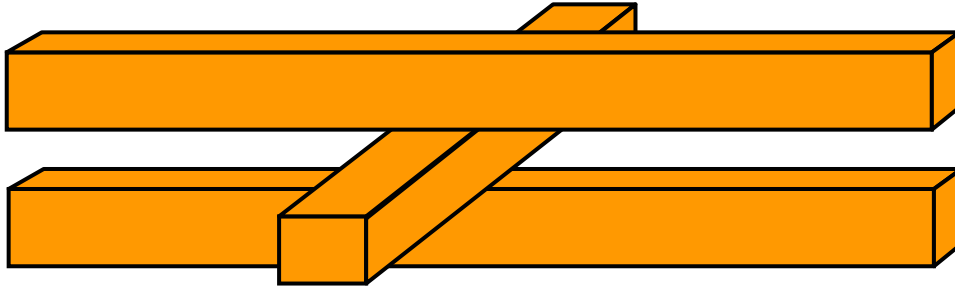
POTENCIAS DE BASE 10



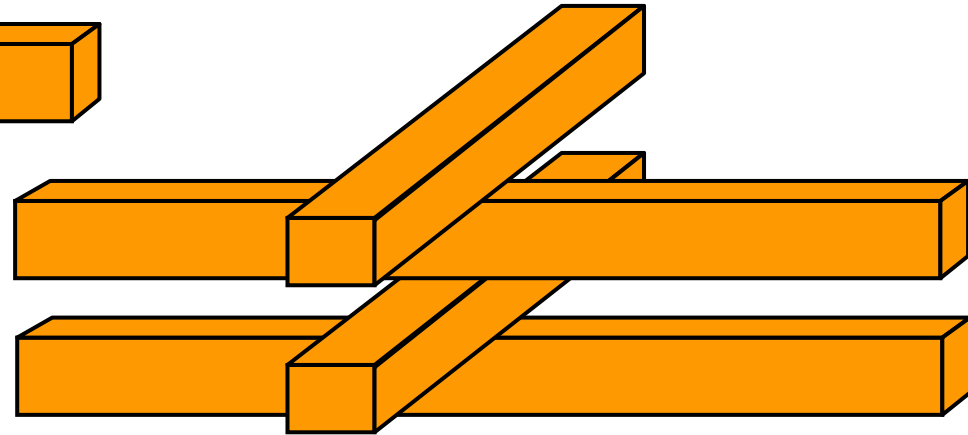
$$10^1 = 10$$



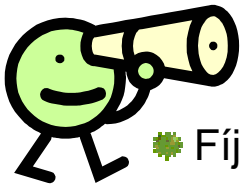
$$10^2 = 100$$



$$10^3 = 1.000$$



$$10^4 = 10.000$$

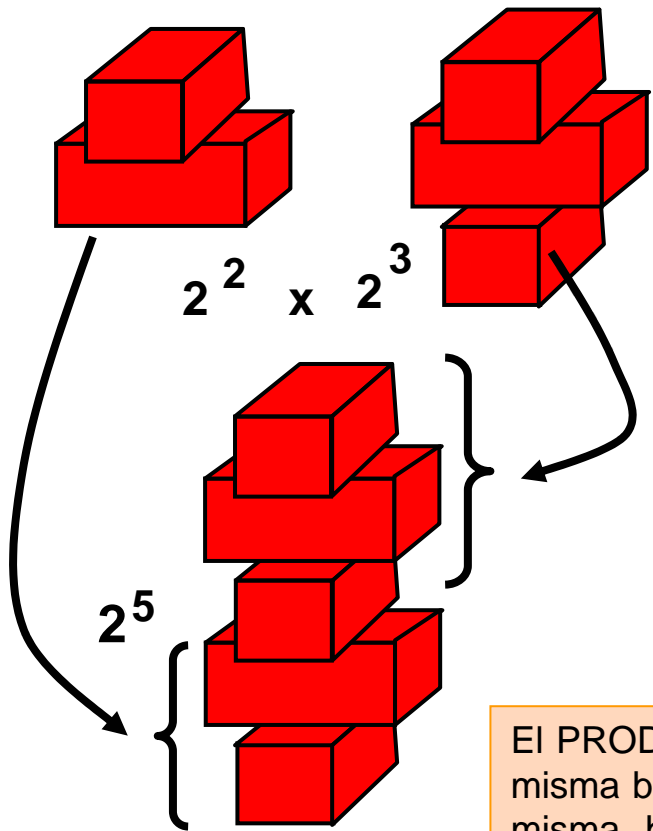


• Fíjate en el exponente de cada potencia y en el número de ceros que sigue al uno en su correspondiente valor. ¿Qué conclusión sacas?

• Calcula: 10^3 ; 10^6 ; 10^7 ; ...

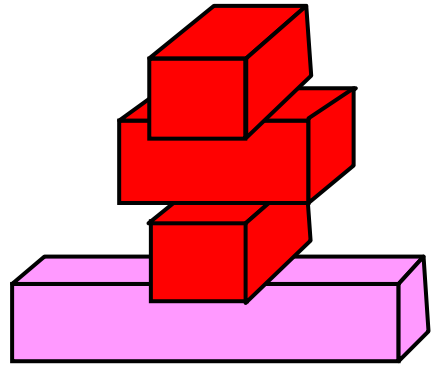
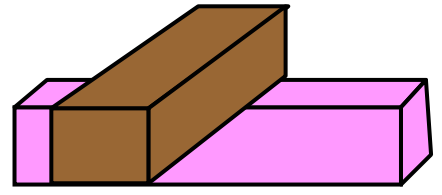
• Representa con regletas en forma de torre, y utilizando el mayor número de regletas naranjas. Expresa matemáticamente: 100.000; 20.000; 300.000; 2.000.000

PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

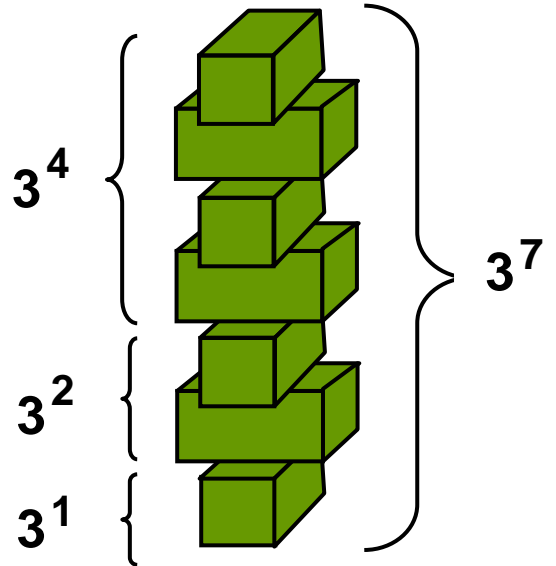


$$32 = 8 \times 4$$

$$32 = 4 \times 2 \times 2 \times 2$$



El PRODUCTO de potencias de la misma base es otra potencia de la misma base y de exponente la suma de los exponentes.

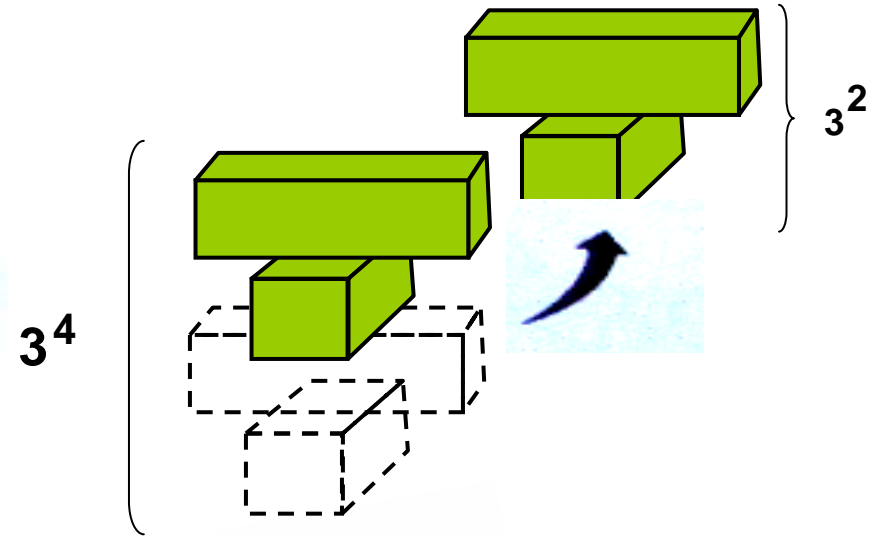
$$3 \times 3^2 \times 3^4 = 3^7$$


COCIENTE DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

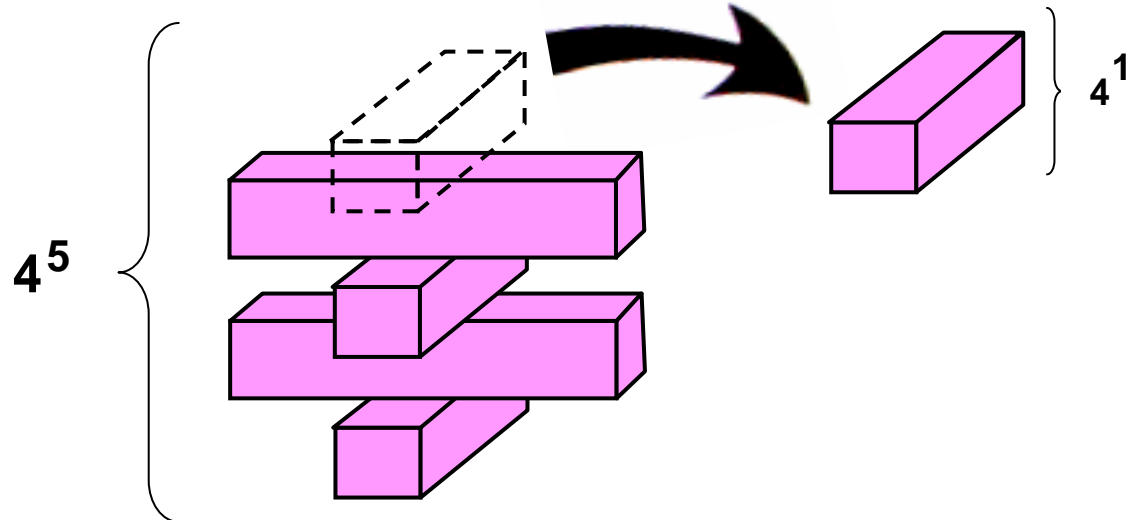
$$\frac{3^4}{3^2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = \frac{81}{9} = 9$$

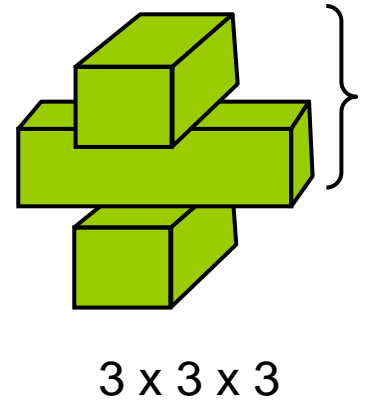
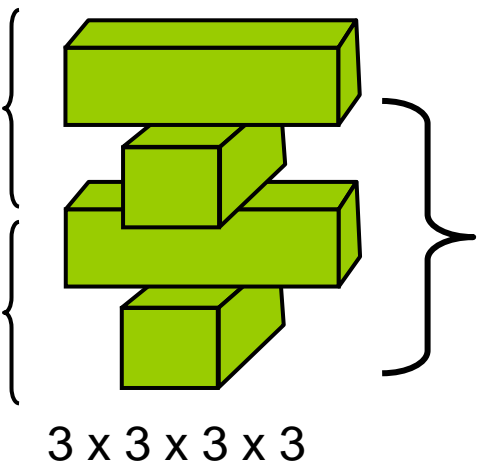
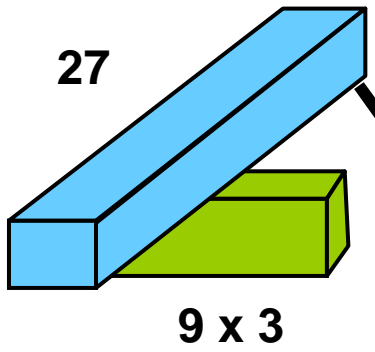
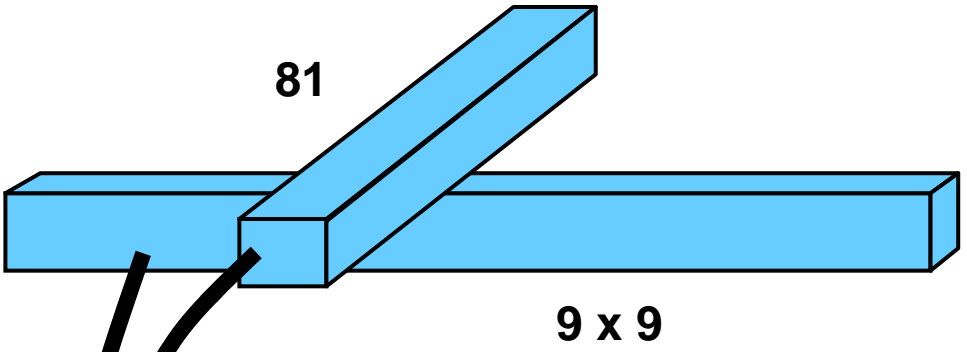
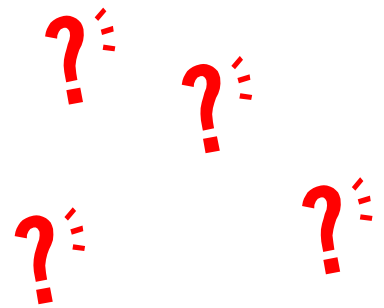
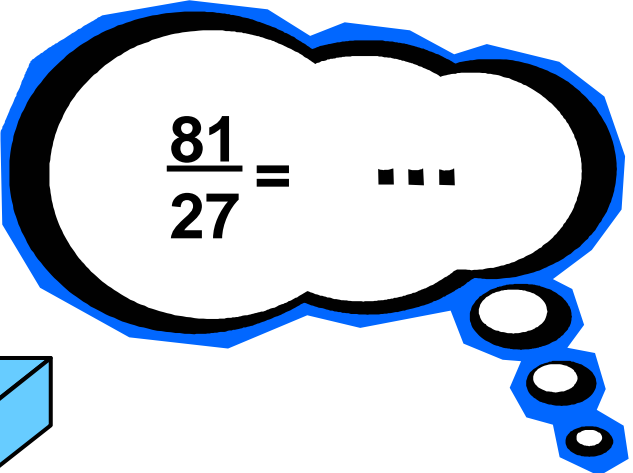
$$\frac{3^4}{3^2} = 3^{(4-2)} = 3^2$$

El COCIENTE de potencias de la misma base es otra potencia de la misma base y de exponente la diferencia de los exponentes.



$$\frac{4^5}{4} = 4^{(5-1)} = 4^4$$





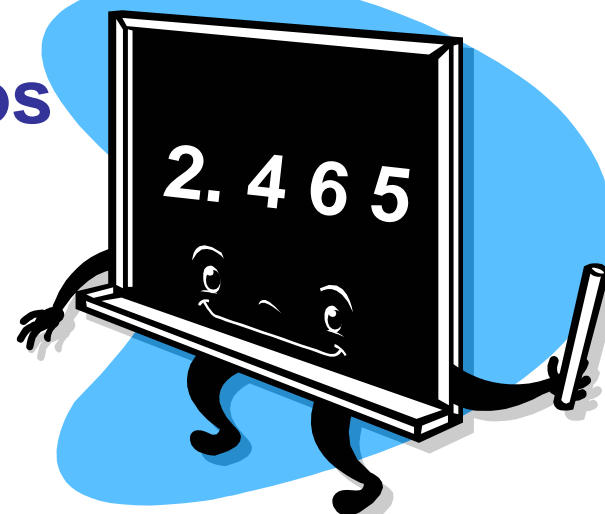
$$\frac{81}{27} = \frac{3^4}{3^3} = 3^{(4-3)} = 3^1 = 3$$

$$81 = 3^4$$

$$27 = 3^3$$

EXPRESIÓN POLINÓMICA DE UN NÚMERO EN BASE DIEZ

El número que representamos con regletas es el



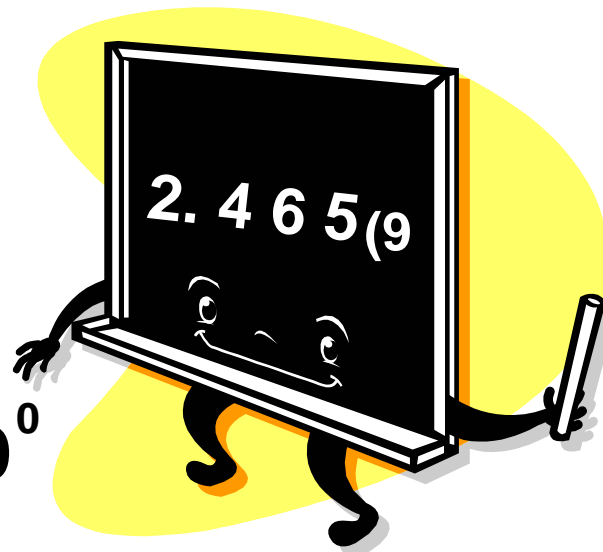
$$2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$



Expresa polinómicamente: 3.500; 4.321; 789; ...

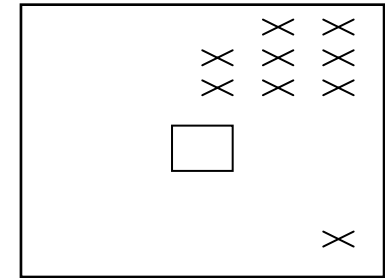
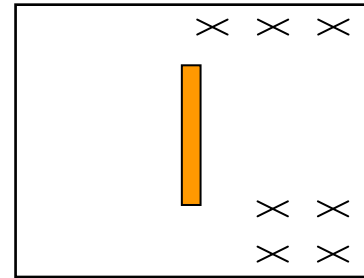
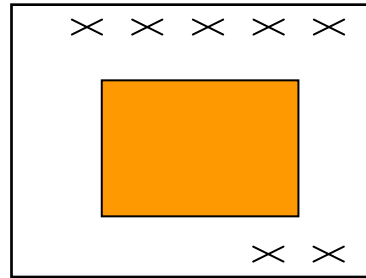
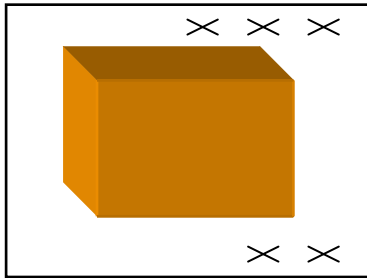
El número que expresamos polinómicamente es el

$$2 \times 9^3 + 4 \times 9^2 + 6 \times 9^1 + 5 \times 9^0$$



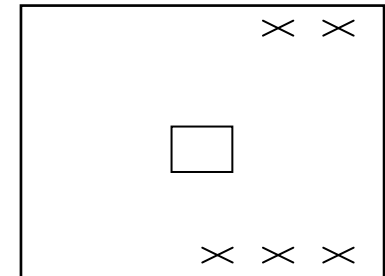
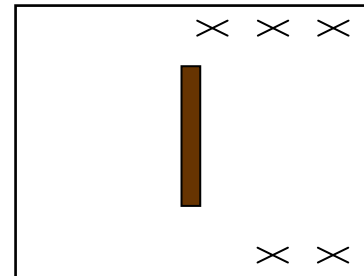
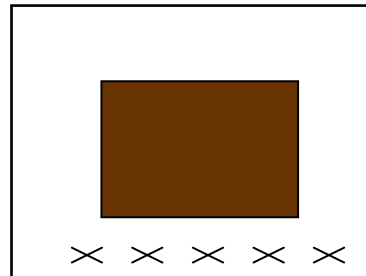
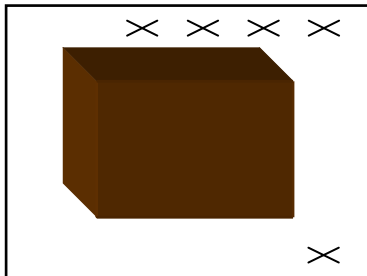
- ✿ Expresa polinómicamente los siguientes números de base diez: 28; 567; 4.003; 23.565; 10.047
- ✿ Expresa polinómicamente los siguientes números de base cinco: 23; 122; 4.003; 23.001; 10.044
- ✿ Expresa polinómicamente los siguientes números de base siete: 25; 565; 4.003; 23.565; 10.046

Calcula la suma de los siguientes números en base 10, descomponiendo polinómicamente : 3.538 y 2.241



$$\begin{array}{r}
 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 8 \times 10^0 \\
 + 2 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 1 \times 10^0 \\
 \hline
 5 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 9 \times 10^0
 \end{array}$$

Calcula la suma de los siguientes números en base 8, descomponiendo polinómicamente : 4.032 y 1.523



$$\begin{array}{r}
 4 \times 8^3 + 0 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0 \\
 + 1 \times 8^3 + 5 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 3 \times 8^0 \\
 \hline
 5 \times 8^3 + 5 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 5 \times 8^0 \\
 5555_8 = 2925_{10}
 \end{array}$$

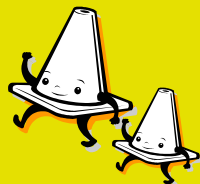
EXPRESIÓN POLINÓMICA DE UN NÚMERO EN BASE n

Sea el número $abcd$, perteneciente al conjunto de los números naturales:

$$abcd = a \times n^3 ; b \times n^2 ; c \times n^1 ; d \times n^0$$

Hallar la expresión polinómica de la diferencia y el producto de dos números cualesquiera en base n .

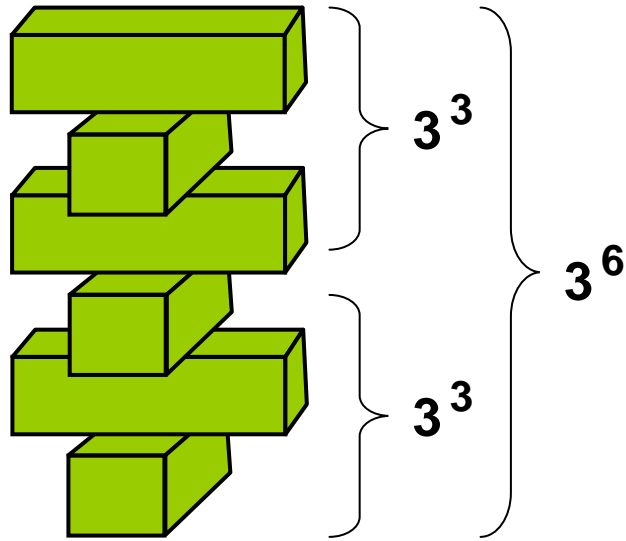
- La suma de las cifras del número: $(t h r w)$, en base 5 es 7. Ese número se escribe en base diez: 171.
- Expresa polinómicamente el número: $t h r w$



(Letras distintas, en este ejercicio, pueden tener el mismo valor)

POTENCIA DE UNA POTENCIA

$$(3^3)^2 ; 3^3 \times 3^3 ; 3^{(3+3)} ; 3^6$$

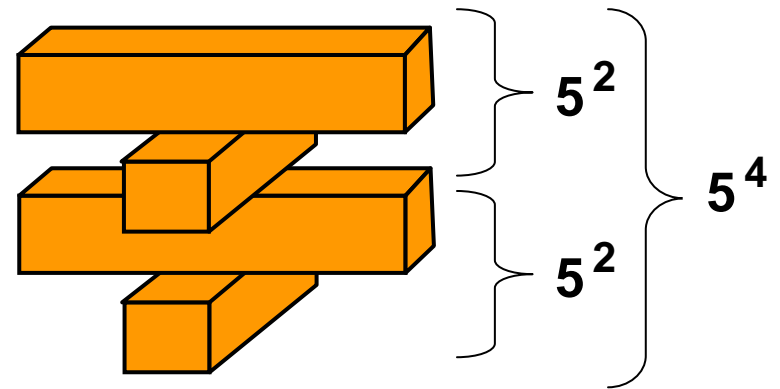


$$(3^3)^2 = 3^{3 \times 2} = 3^6$$

Potencia de una potencia es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es el producto de los exponentes.



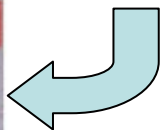
$$(5^2)^2 ; 5^2 \times 5^2 ; 5^{(2+2)} ; 5^4$$



$$(5^2)^2 = 5^{(2 \times 2)} = 5^4$$

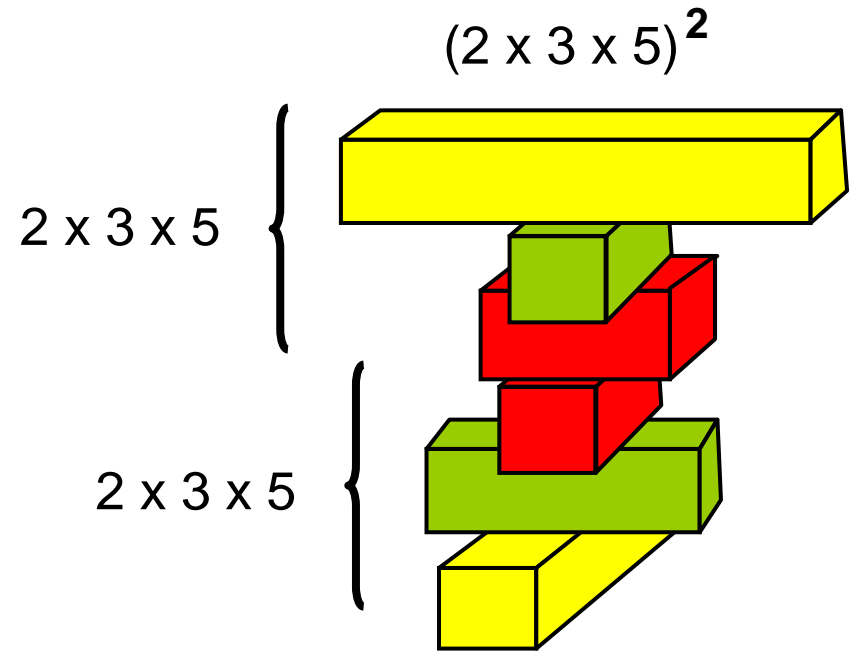
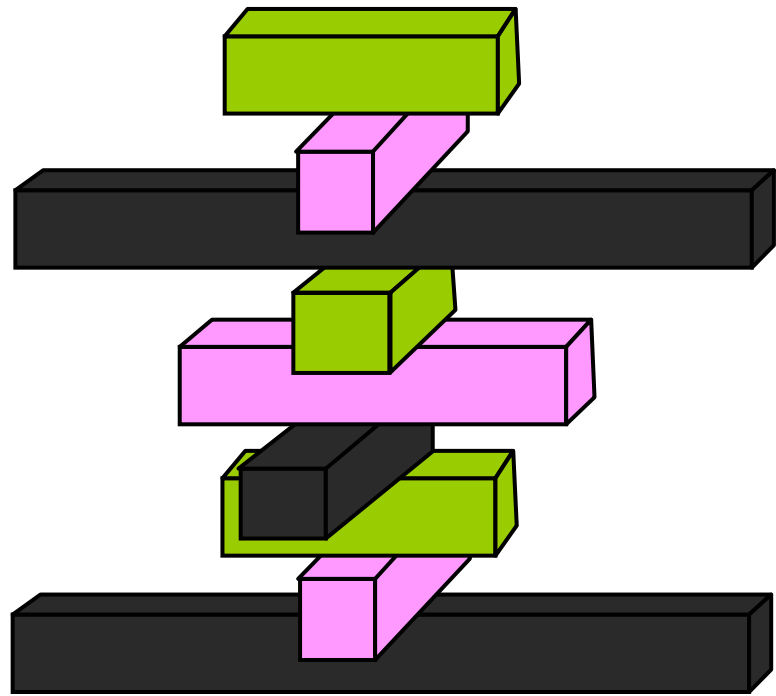


Expresa como potencia de una potencia



POTENCIA DE UN PRODUCTO

$$(3 \times 4 \times 7)^3$$



$$2 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 3 \times 5$$

$$(2 \times 3 \times 5)^2$$

$$(2 \times 3 \times 5)^2 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias.

$$(3 \times 4 \times 7)^3 = 3^3 \times 4^3 \times 7^3$$

Descubrir que se lleva cada término de la fracción a dicha potencia.

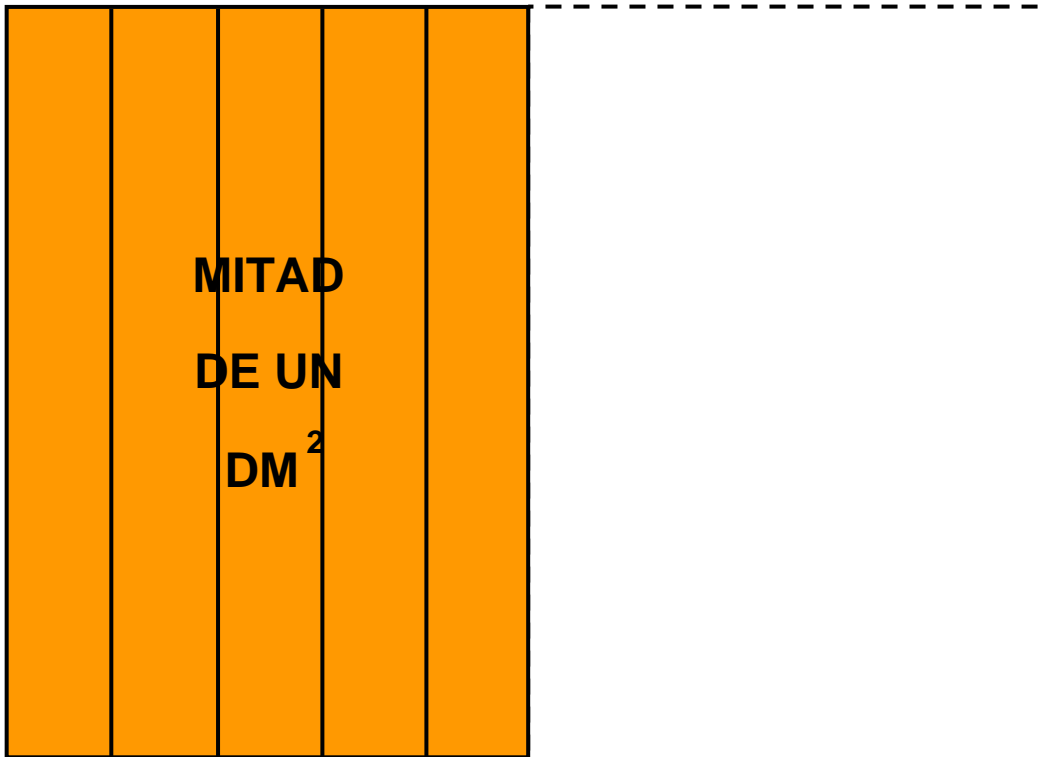
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

POTENCIA DE
UNA FRACCIÓN

¿Qué es mayor: $\frac{1}{2}$ decímetro elevado al cuadrado, o, la mitad de un decímetro cuadrado?



1 dm



MITAD
DE UN
DM²

1 dm

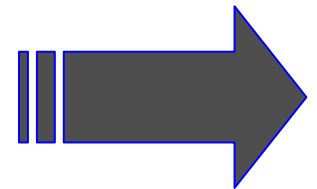


$\frac{1}{2}$ dm

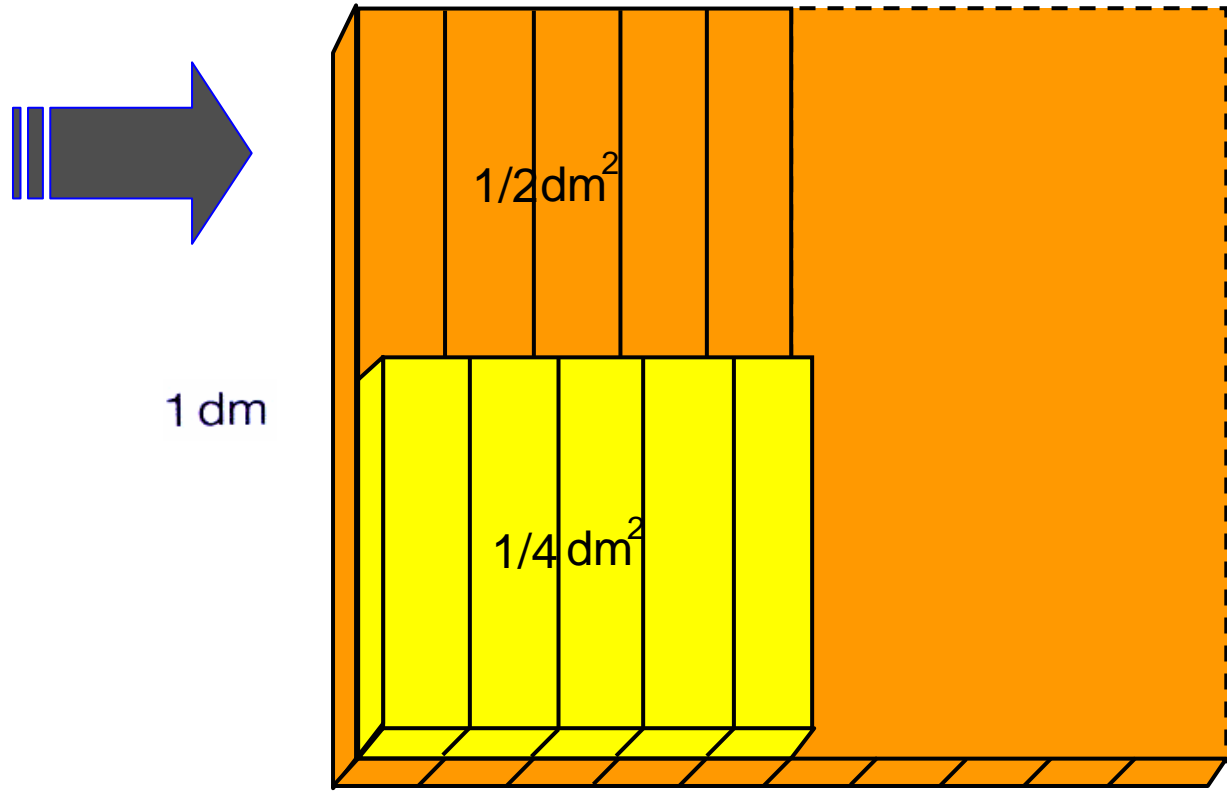


$\frac{1}{2}$ dm

1 dm



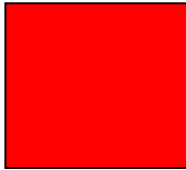
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ dm}^2$$



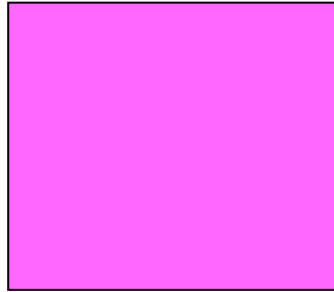
$$\frac{1}{2} \text{ dm}^2 > \left(\frac{1}{2} \text{ dm}\right)^2$$



OBSERVA:



Cuadrado rojo



Cuadrado Rosa

$$r = 2 \text{ cm.}$$

$$R = 4 \text{ cm.}$$

$$\frac{r}{R} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = k$$

Siendo K la razón de semejanza

$$A = \text{área de } r$$

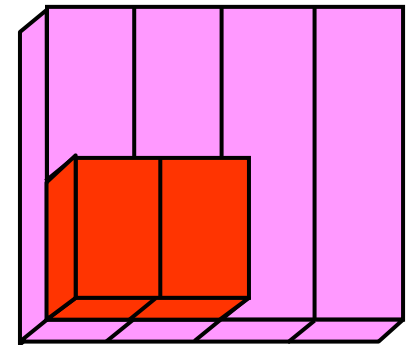
$$A = 4 \text{ cm}^2$$

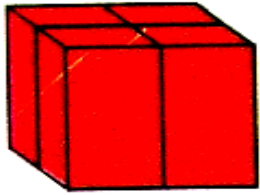
$$A' = \text{área de } R$$

$$A' = 16 \text{ cm}^2$$

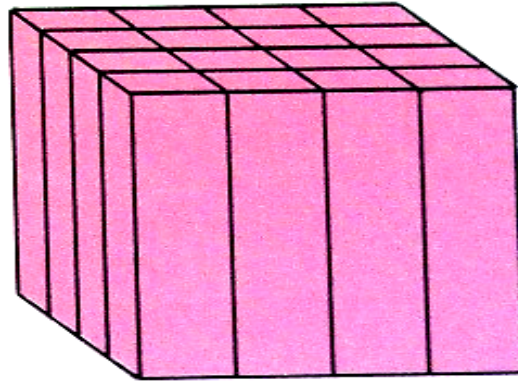
$$\frac{A}{A'} = \frac{4}{16} \quad ; \quad \frac{A}{A'} = \frac{r^2}{R^2} \quad ; \quad \frac{A}{A'} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad ; \quad \frac{A}{A'} = \frac{1}{4}$$

La razón entre las áreas de dos polígonos semejantes es igual al **cuadrado** de la razón de semejanza.





Cubo rojo



Cubo Rosa

$$r = 2 \text{ cm.}$$

$$R = 4 \text{ cm.}$$

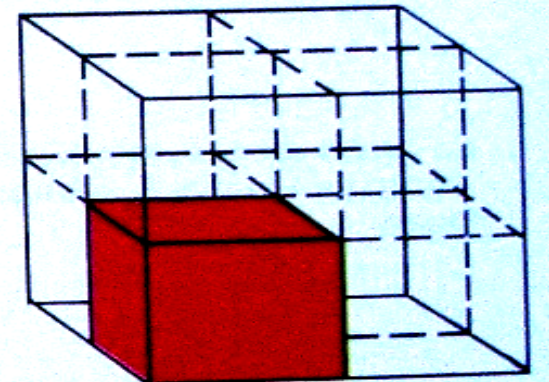
$$K = 1/2$$

$$V = \text{volumen } r = 8 \text{ cm}^3$$

$$V^1 = \text{volumen } R = 64 \text{ cm}^3$$

$$\frac{V}{V^1} = \frac{8}{64} \quad ; \quad \frac{V}{V^1} = \frac{r^3}{R^3} \quad ; \quad \frac{V}{V^0} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

La razón entre los volúmenes de dos cuerpos semejantes es igual al **cubo** de la razón de semejanza.



IDENTIDADES NOTABLES

5^2	2×5
	2×5
2×5	2^2

CUADRADO DE UNA SUMA DE DOS NÚMEROS

$$(5 + 2)^2$$

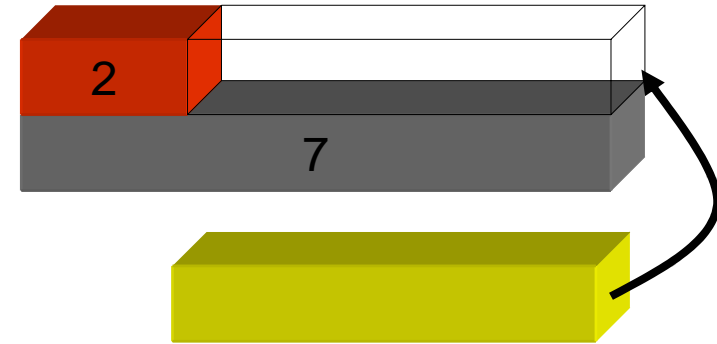
$$(a + r)^2 = a^2 + r^2 + 2ar$$

El cuadrado de una suma es igual al cuadrado del primer término, más el cuadrado del segundo, más el doble producto del primero por el segundo.

➔ Construye con regletas el cuadrado de $(7 + 3)$ y descomponlo como en el gráfico de arriba.

➔ Expresa matemáticamente el desarrollo de las siguientes sumas: $(z + p)^2$; $(s^2 + t)^2$; $(b^3 + r^2)^2$

CUADRADO DE UNA DIFERENCIA DE DOS NÚMEROS



$(7 - 2)^2$	
$2 \times (7 - 2)$	2^2

$$(7 - 2)^2$$

$$(a - r)^2 = a^2 + r^2 - 2ar$$

El cuadrado de una diferencia es igual al cuadrado del primer término, más el cuadrado del segundo, menos el doble producto del primero por el segundo.

➔ Construye con regletas el cuadrado de $(8 - 3)$ y descomponlo como en el gráfico de arriba.

➔ Expresa matemáticamente el desarrollo de las siguientes diferencias: $(z - p)^2$; $(s^2 - t)^2$; $(b^3 - r^2)^2$

PRODUCTO DE LA SUMA DE DOS NÚMEROS POR SU DIFERENCIA



$$7^2 - 4^2 = 11 \times 3$$

$$7^2 - 4^2 = (7 + 4) \times (7 - 4)$$

$$(7 - 4)^2 = (7 + 4) \times (7 - 4)$$

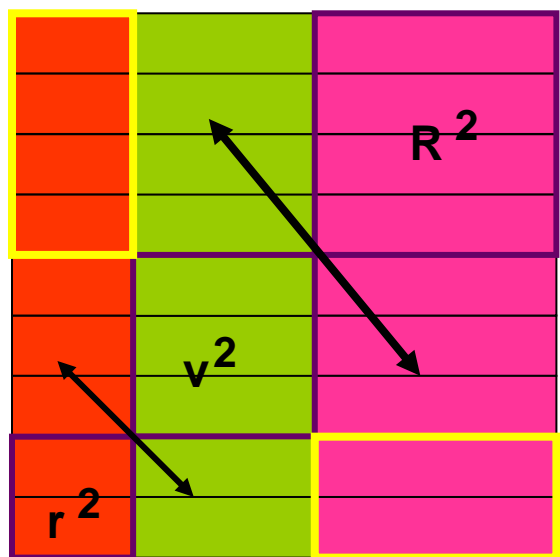
$$(n - a)^2 = (n + a) \times (n - a)$$

Suma por diferencia de dos números es igual a la diferencia de los cuadrados de dichos números.

● Construye con regletas el cuadrado de $(8^2 - 3^2)$ y descomponlo como en el gráfico de arriba; comprueba que equivale a la suma por la diferencia de 8 y 3.

● Expresa matemáticamente el desarrollo de las siguientes diferencias: $(z^2 - p^2)$; $(s - t^4)$; $(b^4 - r^9)$

CUADRADO DE LA SUMA DE VARIOS NÚMEROS



El cuadrado de la suma de varios números es igual a la suma de los cuadrados de cada número, más el doble de los productos que resultan de multiplicar cada término de la suma por cada uno de los que le siguen.

$$(2 + 3 + 4)^2 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + 2(2 \times 4) + 2(3 \times 2) + 2(3 \times 4)$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(a \times b) + 2(c \times a) + 2(b \times c)$$

➤ Expresa matemáticamente el desarrollo de las siguientes sumas:

$$(z + p + w)^2 ; (s + y + t + p)^2 ; (b^2 + r^h + t)^2$$

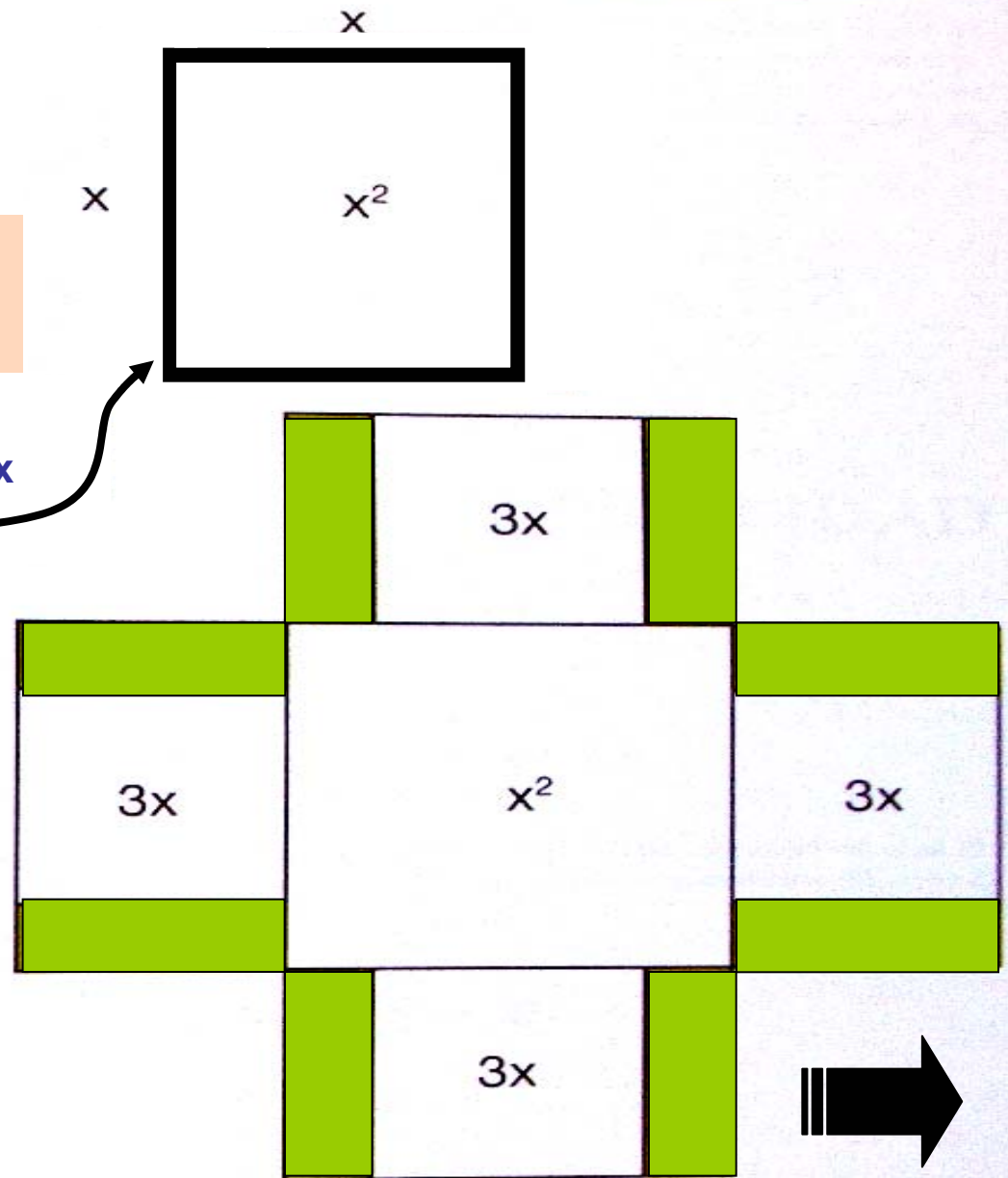
EL ALGEBRA DE AL-KHOWARIZMI

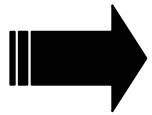
Resolver la ecuación:

$$x^2 + 12x = 45$$

x^2 es un cuadrado de lado x unidades.

Sobre los cuatro lados de este cuadrado construimos 4 rectángulos de $3u$ de ancho. Como hay que sumar $12x$, los cuatro rectángulos tienen de base x unidades y de altura $3u$; $3(4x) = 12x$





Se tienen 4 cuadrados en las esquinas de lado $3u$ y área 9 unidades cuadradas. Para completar el cuadrado añadiremos 4 veces (3 unidades cuadradas); es decir 36 unidades cuadradas, obteniendo así un cuadrado de área total: $45 + 36 = 81$

$$x^2 + 12x = 45$$

El lado del cuadrado mayor es 9, del cual restando 2 veces $3u$, obtenemos el lado x ; $x = 3$

$$9 - (2 \times 3) = 3$$

$$\sqrt{81} = 9$$



$$81 = 9 \times 9$$

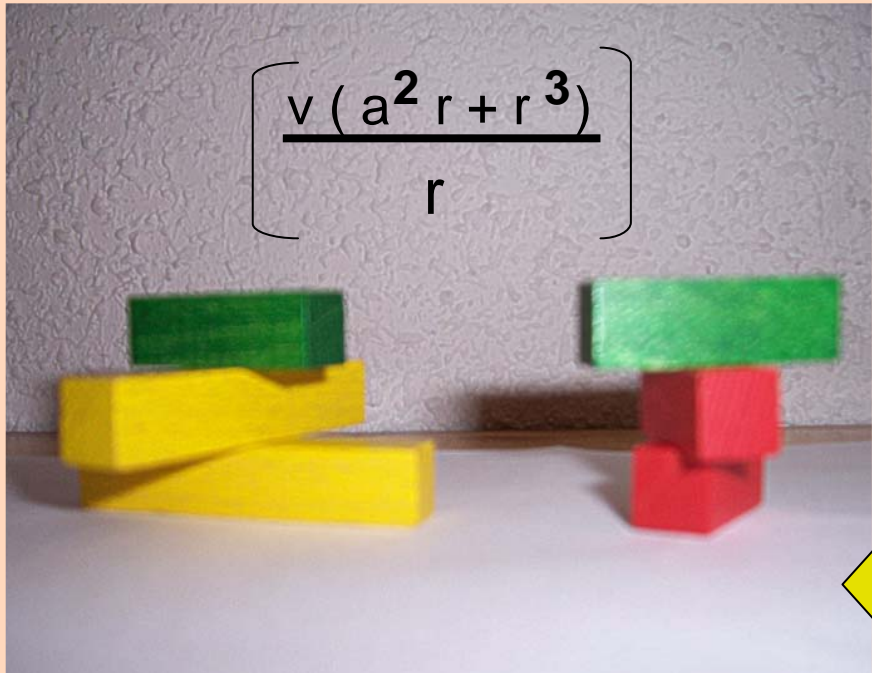
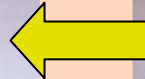
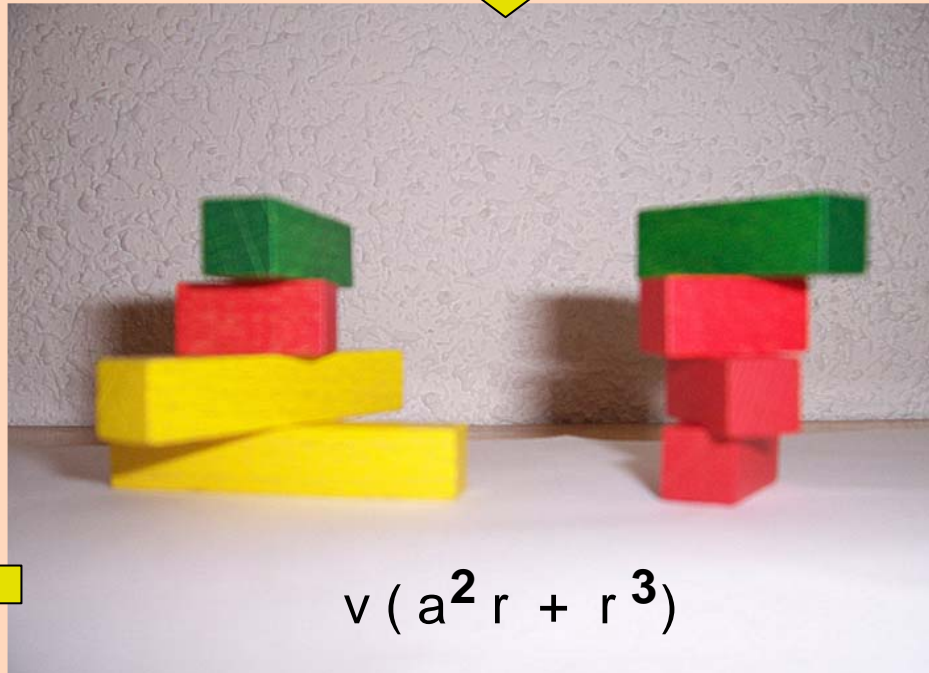
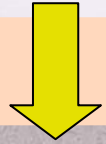
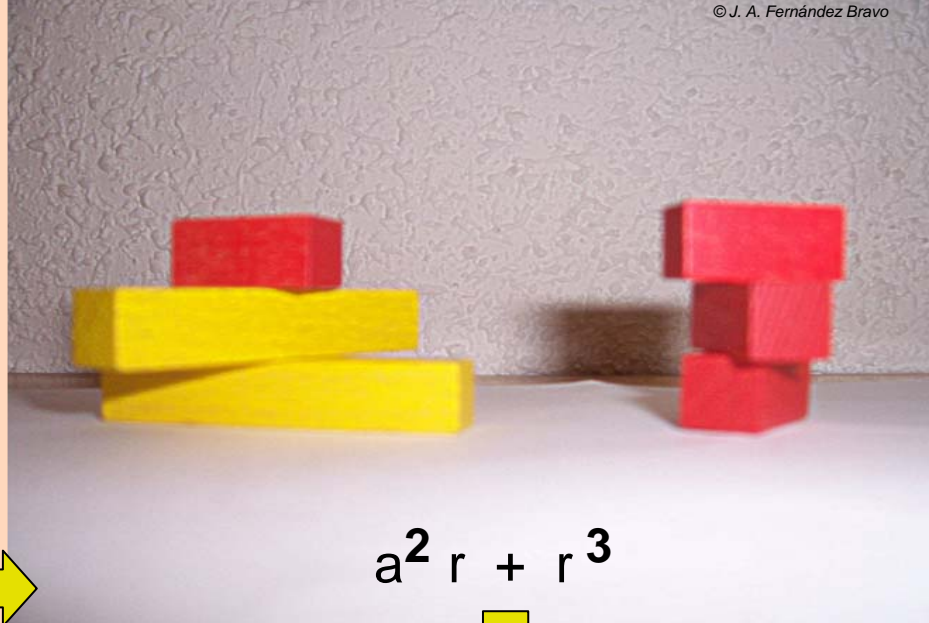


$$3 \times 3$$

$$x = 3$$

EXPRESIONES MATEMÁTICAS

FÍJATE, PRIMERO, Y LUEGO INVENTA TÚ OTRAS EXPRESIONES MATEMÁTICAS



POTENCIA MITAD DE 16 = 4, PORQUE $4 \times 4 = 16$

Se representa: $(16)^{1/2}$ ó $\sqrt{16}$

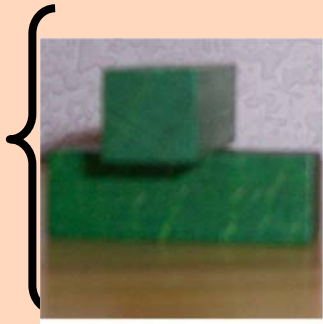
POTENCIA tercio DE 125 = 5,

PORQUE $5 \times 5 \times 5 = 125$

Se representa: $(125)^{1/3}$ ó $\sqrt[3]{125}$

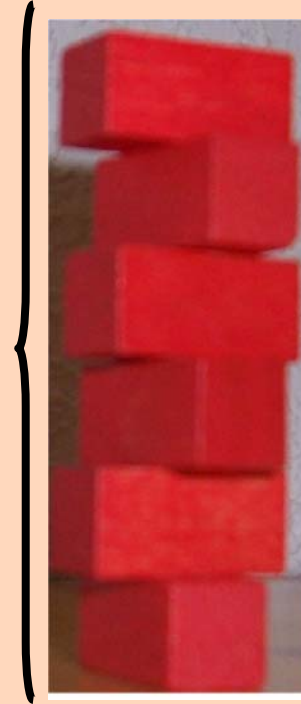
Calcula y representa matemáticamente, la potencia cuarta de 10.000

RADICALES



POTENCIA MITAD

$$(v^2)^{1/2} = v$$



POTENCIA TERCIO

$$(r^6)^{1/3} = r^2$$

Calcula: $\sqrt{v^2 \cdot r^6}$



... Y OTRAS COSAS

¿Cuál es el exponente de la potencia que equivale a:

100, en base 10;

25, en base 5;

32, en base 2?

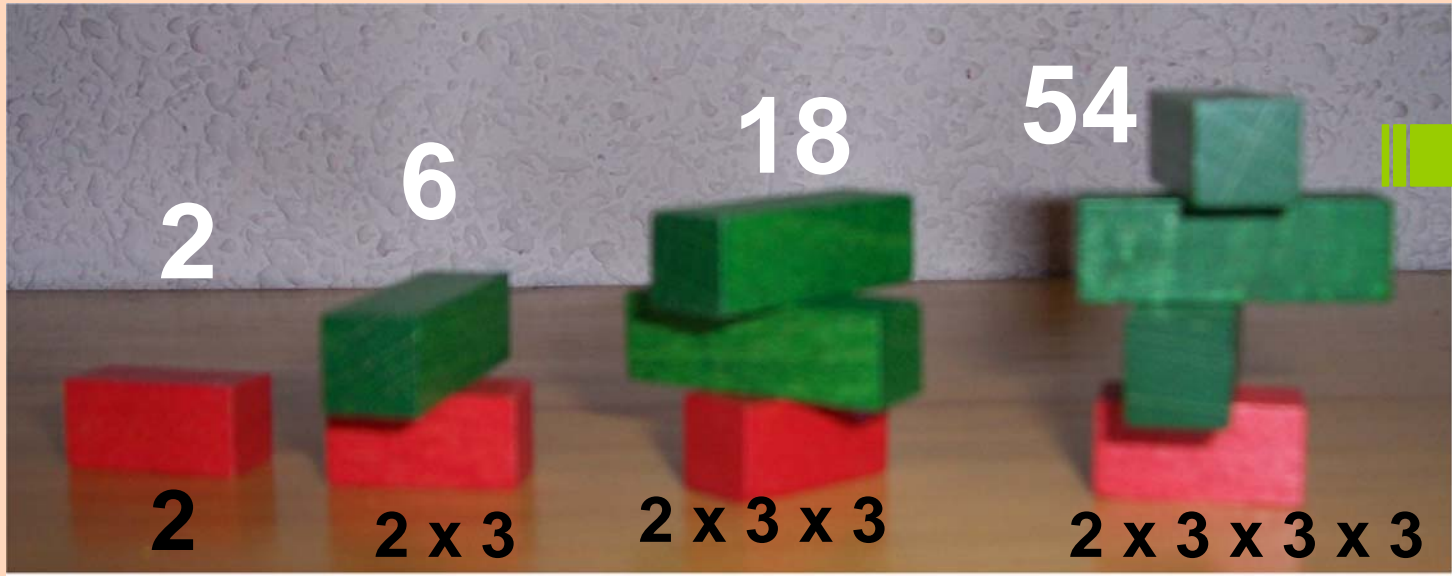
¿Qué altura tiene una torre que, en base 5, equivale a 125?





Observa el gráfico

¿Qué torre colocarías en el 5º puesto?



¿Qué torre colocarías en el 511º puesto?

¿Qué torre colocarías en el 15º puesto, atendiendo a las siguientes equivalencias en los cuatro primeros:

3; 15; 75; 375;...

Aquí termino yo.
Ahora sigue tú
descubriendo más cosas
sobre el tema.