

## Tercera sesión práctica

(27 de marzo de 2017)

### El tablero de ajedrez

#### a) Primera presentación: formando cantidades

##### Material

- El tablero de ajedrez<sup>1</sup>
- Un decanomio

##### Prerrequisitos

Haber trabajado con:

- ✓ Los sellos
- ✓ Los ábacos (menos el dorado)
- ✓ Las tablas de memorización de suma, resta y multiplicación
- ✓ El material del sistema decimal
- ✓ Las cadenas

##### *Primer momento: leyendo cantidades de un dígito en la fila inferior*

La maestra prepara en el tapete el material, con la caja del decanomio abierta

Toma la barra del tres y pregunta: “¿Qué número tengo aquí?” El niño responderá: “El tres”. La maestra dice: “Si lo coloco aquí, en el cuadrado verde, es tres - lo coloco en el cuadrado inferior derecho -, pero si lo coloco aquí - lo coloco en el cuadrado azul que está a la derecha del anterior - serán treinta”.

La maestra coloca la barra en el cuadrado rojo que está a la izquierda del azul y pregunta: “¿Y cuánto será aquí?” El niño dirá: “Trescientos”.

Del mismo modo va preguntando en el resto de los cuadrados de la fila inferior.

Hace el mismo proceso con otras barritas.

##### *Segundo momento: leyendo cantidades de varios dígitos en la fila inferior*

---

<sup>1</sup> El tablero tiene en la base los números escritos hasta el millón, y a la derecha tiene escritos hasta el mil.

La maestra coloca una cantidad en el tablero, por ejemplo, una barra de seis en el cuadrado de las unidades, una barra de dos en el de las decenas y una barra de cuatro en el de las centenas

Pregunta: "¿Qué número tenemos aquí?" El niño responderá: "Cuatrocientos veintiséis".

La maestra pone más cantidades para que el niño las averigüe. Después lo pueden hacer entre dos niños. A continuación la maestra le pide al niño que ponga algunas cantidades para que ella las lea.

### *Tercer momento: leyendo cantidades de un dígito en el resto de filas*

La maestra prepara en el tapete el material, con la caja del decanomio abierta

Toma la barra del cuatro y pregunta: "¿Qué número tengo aquí?" El niño responderá: "El cuatro". La maestra pregunta: "¿Qué será si lo coloca aquí?" Lo coloca en el cuadrado azul de la derecha de la segunda fila empezando por abajo. El niño responderá: "Cuarenta".

La maestra coloca la barra en el cuadrado rojo que está a la izquierda del azul y pregunta: "¿Y cuánto será aquí?" El niño dirá: "Cuatrocientos".

Del mismo modo va preguntando en el resto de los cuadrados de todo el tablero.

Hace el mismo proceso con otras barritas.

### *Cuarto momento: leyendo cantidades de más de un dígito en el resto de filas*

La maestra coloca una cantidad en la segunda fila del tablero comenzando por abajo, por ejemplo, una barra de cuatro en el cuadrado de las decenas, una barra de dos en el de las centenas y una barra de cinco en el de las unidades de millar.

Pregunta: "¿Qué número tenemos aquí?" El niño responderá: "Cinco mil doscientos cuarenta".

La maestra pone más cantidades para que el niño las averigüe. Después lo pueden hacer entre dos niños. A continuación la maestra le pide al niño que ponga algunas cantidades para que ella las lea.

## ***b) Segunda presentación: multiplicación***

### ***Material***

- El tablero de ajedrez
- Un decanomio

- Cajita con los números en sus colores jerárquicos con fondo blanco (para el multiplicando) y gris (para el multiplicador).
- Papel y lápiz

### Prerrequisitos

Haber trabajado con:

- ✓ Los sellos
- ✓ Los ábacos (menos el dorado)
- ✓ Las tablas de memorización de suma, resta y multiplicación
- ✓ El material del sistema decimal
- ✓ Las cadenas
- ✓ Formación de cantidades en el tablero de ajedrez

### *Primer momento: multiplicación por más de un dígito, escritura horizontal*

La maestra prepara el material sobre el tapete, con las cajas abiertas y le dice al niño: "Vamos a realizar una multiplicación ¿Recuerdas lo que era una multiplicación?"

La maestra escoge un número de las fichas blancas que será el multiplicando, por ejemplo treinta y dos. Coloca el dos (verde con fondo blanco) bajo el cuadrado verde inferior derecho y el tres (azul con fondo blanco) bajo el cuadrado azul que está a la izquierda del verde. Lo escribe:

$$32 \times$$

La maestra dice: "Vamos a multiplicarlo por veintitrés". Toma el número tres (verde con fondo gris) y lo coloca a la derecha del cuadrado verde inferior derecho, luego toma el número dos (azul con fondo gris) y lo coloca sobre el tres, junto al cuadrado azul de la derecha de la segunda fila empezando por abajo. Lo escribe:

$$32 \times 23 =$$

La maestra dice: "Vamos a repetir el dos (fondo blanco) tres (fondo gris) veces, es decir, vamos a multiplicar dos por tres" Coloca tres barras de dos en el cuadrado verde inferior derecho.

Continúa: "Ahora vamos a repetir el tres (fondo blanco) tres (fondo gris) veces, es decir, vamos a multiplicar tres por tres" Coloca tres barras de tres en el cuadrado azul a la izquierda del cuadrado verde anterior.

---

<sup>2</sup> No se multiplica por una cifra porque ya lo ha hecho con otros materiales

A continuación voltea el tres (fondo gris) del multiplicador porque ya hemos multiplicado por las unidades y ahora hay que multiplicar por las decenas.

La maestra dice: "Ahora vamos a repetir el dos (fondo blanco) dos (fondo gris) veces, es decir, vamos a multiplicar dos por dos" Coloca dos barras de dos en el cuadrado azul de la derecha de la segunda fila empezando por abajo.

Continúa: "Ahora vamos a repetir el tres (fondo blanco) dos veces (fondo gris), es decir, vamos a multiplicar tres por dos" Coloca dos barras de tres en el cuadrado rojo a la izquierda del cuadrado azul anterior.

A continuación la maestra dice: "Ahora vamos a unir las unidades con las unidades, las decenas con las decenas, las centenas con las centenas"

La maestra pregunta: "¿Dónde tenemos unidades?" El niño responde: "Sólo aquí" señalando el cuadrado verde inferior derecho.

Continúa: "¿Dónde tenemos decenas?" El niño señala las barras que están en los cuadrados azules: "Estas". La maestra dice: "Entonces, vamos a juntarlas". Desliza las barras que están en el cuadrado azul superior hacia el inferior (en diagonal).

Continúa: "¿Dónde tenemos centenas?" El niño señala las barras que están en el cuadrado rojo: "Estas". La maestra dice: "Vamos a bajarlas al mismo nivel que las otras". Desliza las barras que están en el cuadrado rojo superior hacia el inferior (en diagonal).

La maestra señala el cuadrado verde: "¿Cuánto tenemos aquí?". El niño responde: "Seis". La maestra retira las tres barras de dos, toma una barra de seis y la coloca en su lugar.

La maestra señala el cuadrado azul: "¿Cuánto tenemos aquí?". El niño responde: "Trece". La maestra retira las barras de este cuadrado y toma una perla roja y una barra de tres, coloca en el cuadrado azul la barra de tres y en el rojo la perla roja.

La maestra señala el cuadrado rojo: "¿Cuánto tenemos aquí?". El niño responde: "Siete". La maestra retira las barras de este cuadrado y toma una barra de siete que coloca en el cuadrado rojo.

La maestra le pide que lea el número que ha resultado. El niño lee: "Setecientos treinta y seis". La maestra lo escribe:

$$32 \times 23 = 736$$

La maestra propone al niño que realice otras multiplicaciones con este procedimiento y las anota (de forma horizontal).

*Segundo momento: escritura vertical*

La maestra coloca un multiplicando y un multiplicador, por ejemplo, treinta y seis por veinticuatro. Lo escribe:

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 24 \\ \hline \end{array}$$

La maestra dice: “Seis por cuatro, veinticuatro”. Coloca una barra de cuatro en el cuadrado verde y una de dos en el cuadrado azul.

Continúa: “Tres por cuatro, doce”. Coloca una barra de dos en el cuadrado azul y una barra de uno en el cuadrado rojo. Retira las dos barras de dos del cuadrado azul y las sustituye por una barra de cuatro.

Lee el primer resultado parcial y lo escribe:

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 24 \\ \hline 144 \end{array}$$

Voltea el cuatro del multiplicador y continúa multiplicando por las decenas: “Seis por dos, doce” Coloca en el cuadrado azul de la fila inmediatamente superior a la anterior una barra de dos y en el cuadrado rojo una barra de uno.

Continúa: “Tres por dos, seis”. Coloca en el cuadrado rojo una barra de seis. Retira la barra de seis y la de uno y las sustituye por una de siete.

Lee el segundo resultado parcial y lo escribe:

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 24 \\ \hline 144 \\ 72 \end{array}$$

---

<sup>3</sup> Este segundo paso lo repite con frecuencia. Las comprobaciones las puede hacer con el ábaco.

*Desplaza las decenas con las decenas y las centenas con las centenas.*

*Retira la barra de cuatro y la barra de dos del cuadrado azul y las sustituye por una barra de seis.*

*Retira la barra de siete y la barra de uno del cuadrado rojo y las sustituye por una barra de ocho.*

*Lee el resultado final y lo escribe:*

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 24 \\ \hline 144 \\ 72 \phantom{0} \\ \hline 864 \end{array}$$

*La maestra propone al niño que realice algunas multiplicaciones.*

### *Tercer momento: recordando las llevadas*

*La maestra prepara el material y dice al niño: "Ahora vamos a multiplicar sesenta y siete por veinticuatro, pero lo vamos a hacer recordando las llevadas".*

*Coloca el multiplicando y el multiplicador y lo escribe:*

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 24 \\ \hline \end{array}$$

*Comienza con la multiplicación: "Siete por cuatro, veintiocho" Coloca una barra del ocho en el cuadrado verde y dice: "Recuerdo que me llevo dos".*

*Continúa: "Seis por cuatro, veinticuatro y dos que me llevaba, veintiséis". Coloca una barra de seis en el cuadrado azul y una de dos en el rojo.*

*Lee el resultado parcial y lo anota:*

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 24 \\ \hline 268 \end{array}$$

Voltea la tarjetita del cuatro y continúa ahora multiplicando por las decenas: “Siete por dos, catorce” Coloca una barra del cuatro en el cuadrado azul y dice: “Recuerdo que me llevo una”.

Continúa: “Seis por dos, doce y una que me llevaba, trece” Coloca una barra del tres en el cuadrado rojo y una barra del uno en el cuadrado verde de los millares.

Lee el resultado parcial y lo escribe:

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 24 \\ \hline 268 \\ 134 \end{array}$$

Desliza las decenas hacia abajo, las centenas y los millares.

Lee el resultado y lo escribe:

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 24 \\ \hline 268 \\ 134 \\ \hline 1608 \end{array}$$

La maestra propone al niño que realice algunas multiplicaciones de esta forma.

### Propósito directo

La multiplicación y refuerzo de las jerarquías.

### Propósito indirecto

Preparación para la raíz cuadrada.

### Control de error

El material.

# Introducción a las fracciones<sup>4</sup>

## a) La cantidad



### Material

- Diez encajes o resaques circulares<sup>5</sup> metálicos rojos en sus marcos verdes divididos en fracciones desde el entero hasta la décima con botones para agarrarlos.
- Dos expositores inclinados para su colocación en los estantes.
- Tapete.

### Prerrequisitos

Saber contar, conocer los números y las figuras básicas de geometría.

### Presentación

Tres o cuatro niños, en el suelo o sobre la mesa.

Cuando se hace esta presentación podemos hablar de una tarta o empezar directamente con el material.

Paso 1) La guía invita a tres o cuatro niños a una nueva presentación. Coloca sobre el tapete los encajes en sus marcos, los expositores se vuelven a colocar en su estantería, con la unidad a la izquierda.

Paso 2) La guía comienza presentando el material: "Hoy os voy a presentar este material nuevo, se llaman fracciones<sup>6</sup>. **Fracción** proviene de la palabra latina

---

<sup>4</sup> A veces se retorna a esta primera presentación para ayudarles a los conceptos posteriores.

<sup>5</sup> Se usa el círculo porque cuando se fracciona no cambia, permanece circular. Si uso el rectángulo me cambia la figura.

<sup>6</sup> Es una presentación sensorial



“fractio”, que significa “romper”. Éstas son muchas familias, ahora os las presento”.

Paso 3) La guía dice: “Ésta es la familia del entero - señala el entero -, es una persona sola la que forma parte de esta familia”

Paso 4) Continúa: “Ésta es la familia de los medios o mitades - señala el encaje de los medios -, es grande como la familia del entero - para comprobarlo se pone en el encaje de las mitades el entero -, dos personas iguales forman parte de la familia de las mitades” Superpone una mitad a la otra para comprobar que son iguales.

Paso 5) Continúa: “Luego tenemos la familia de los tercios - señala el encaje de los tercios-, está formada por tres miembros iguales - le muestra que se superponen los tercios para ver que son iguales -, y también esta familia es grande como la familia del entero - para comprobarlo pone los tercios en el marco del entero”.

Paso 6) Continúa con la misma presentación de todas las fracciones hasta llegar a los décimos.



Paso 7) A continuación la guía continúa con el segundo tiempo de la lección de tres tiempos pidiéndole a los niños o bien que toquen o bien que le den o bien que señalen las diferentes familias de fracciones: los medios, los quintos, los décimos, etc.

Paso 8) Para finalizar la lección en tres tiempos le pregunta a los niños el nombre de todas las familias de forma aleatoria: “¿Cómo se llama esta familia?”.

### Propósito directo

Conocer y entender lo que son las fracciones, la división de la unidad en partes iguales.

---

<sup>7</sup> Las fracciones se conocen también con el nombre de «quebrados». El origen de las fracciones, o quebrados, es muy remoto. Ya eran conocidas por babilonios, egipcios y griegos. Pero el nombre de **fracción** se lo debemos a Juan de Luna, que tradujo al latín, en el siglo XII, el libro de aritmética de Al-Juarizmi. De Luna empleó la palabra «**fractio**» para traducir la palabra árabe «al-Kasr», que significa quebrar, romper.

### Propósito indirecto

Las fracciones decimales y los números decimales.  
Fracciones complementarias.

### Control de error

El material.

### Edad

A partir de los cinco años.

## 6) Los símbolos

### Material

- Diez encajes o resaqués circulares<sup>8</sup> metálicos rojos en sus marcos verdes divididos en fracciones desde el entero hasta la décima con botones para agarrarlos.
- Dos expositores inclinados para su colocación en los estantes.
- Tarjetas con los nombres de las familias: Entero, Medios, Tercios, Cuartos, Quintos, Sextos, Séptimos, Octavos, Novenos y Décimas.
- Un sobre donde pone "Pon el nombre a las familias" para guardar las tarjetas de las familias.
- Dos juegos de tarjetas blancas con los números del 1 al 10, uno con las cifras en rojo y otro en azul o negro.
- Unas tiras negras de cartulina.
- Papel y lápiz.
- Tapete.

### Prerrequisitos

Haber visto la presentación de las familias de las fracciones.

### Presentación

La guía continúa con esta presentación después de la anterior

Paso 1) La guía toma una familia, por ejemplo la de los tercios y pregunta: "¿Cuántas personas forman parte de la familia de los tercios?" Tres personas. Separa un poco los tercios entre sí.

---

<sup>8</sup> Se usa el círculo porque cuando se fracciona no cambia, permanece circular. Si uso el rectángulo me cambia la figura.



Paso 2): “No siempre quiero salir con toda la familia de los tercios, a veces quiero salir con uno solo”. Separa uno de los tercios colocándolo sobre el tapete, a la derecha del encaje de los tercios.

Paso 3) La guía toma la tarjeta con el número tres escrito en rojo y la coloca junto al tercio que ha separado diciendo: “Este es el apellido, toda es la familia de los tercios, del tres”

Paso 4) La guía continúa: “Yo voy a salir solo con uno de los miembros de esta familia”. Coloca una línea negra horizontal sobre el tres y una tarjeta con el uno negro sobre la línea horizontal. “Así escribimos la fracción”.



Paso 5) “Y ¿Cuántos se quedan en casa?” Cuenta los tercios que quedan en el marco, dos, y coloca a su izquierda la tarjeta del dos negro, bajo ella una línea horizontal y bajo ésta el tres rojo que desplaza desde la fracción anterior<sup>9</sup>.

Paso 6) La guía señala el tres y dice: “El número que aparece en la parte inferior se llama “denominador”. Proviene de la palabra latina “denominare”, que significa “nombrar”. Este número nos da el nombre de la familia de la que estamos hablando”.

Paso 7) La guía señala el uno y el dos y dice: “El número que aparece en la parte superior se llama “numerador”. Proviene de la palabra latina “numerus”

---

<sup>9</sup> Hemos hecho las fracciones complementarias en cinco minutos.

que significa “número”. Este número nos da la cantidad de miembros de la familia que tomamos”.



Paso 8) La guía les propone dibujar en un papel, ayudándose con el material, la familia a la que pertenece cada niño. Primero dibujan con el entero y luego las partes. Por debajo se dibujan ellos mismos: yo soy un tercio:  $\frac{1}{3}$  por ejemplo. Escribe en el papel “Ésta es mi familia”.

### Propósito directo

Preparación para la escritura de las fracciones

### Control de error

El material.

### Edad

A partir de los cinco años.

### Extensiones

- ✓ Etiquetas preparadas para emparejar con la cantidad
- ✓ El niño puede diseñar dibujos de color ayudándose con los encajes
- ✓ Puede hacer cuadernillos con fracciones y sus gráficos
- ✓ Se les pueden preparar unas órdenes: “Toma y dibuja  $\frac{2}{6}$ ” Tienen que ser muy precisos con los dibujos.

2

## *Equivalencias*



### *Material*

- *Diez encajes o resaques circulares<sup>10</sup> metálicos rojos en sus marcos verdes divididos en fracciones desde el entero hasta la décima con botones para agarrarlos.*
- *Dos expositores inclinados para su colocación en los estantes.*
- *Tarjetas con las fracciones escritas.*
- *Varias tarjetas con el símbolo de la equivalencia.*
- *Papel y lápiz.*
- *Tapete.*

### *Prerrequisitos*

*Ya se saben el nombre de las familias y cómo se escriben las fracciones.*

### *Presentación*

*Con dos niños*

*Paso 1) La guía invita a dos niños a una presentación. Toma los encajes circulares y los coloca sobre el tapete: “Hoy os voy a invitar a ver cuáles son las fracciones que caben aquí”. Saca un medio y va probando qué piezas caben en el espacio vaciado. Las que caben las va dejando abajo.*

---

<sup>10</sup> Se usa el círculo porque cuando se fracciona no cambia, permanece circular. Si uso el rectángulo me cambia la figura.



Paso 2) *Hace un repaso para ver que un medio es equivalente a dos cuartos, a tres sextos, a cuatro octavos y a cinco décimas.*



Paso 3) *A continuación la guía coloca bajo los encajes correspondientes las tarjetas con las fracciones escritas<sup>11</sup> y entre ellas las tarjetas con los símbolos de equivalencia. Se le dice a los niños: "Éste es el símbolo de la equivalencia".*

$$\frac{1}{2} \equiv \frac{2}{4} \equiv \frac{3}{6} \equiv \frac{4}{8} \equiv \frac{5}{10}$$

Paso 4) *La guía propone: "¿Qué tal si probamos ahora los tercios?". Lo pueden hacer con la compañía de la guía o ellos solos.*

### *Propósito directo*

*Mostrar que cuando partes la unidad en partes iguales esas partes se llaman fracciones.*

*Mostrar el principio de equivalencia de fracciones.*

*Al hacer la presentación también con los triángulos constructores y con los encajes triangulares y cuadrangulares (como se propone en las extensiones) mostramos que la unidad puede tomar cualquier forma.*

### *Propósito indirecto*

---

<sup>11</sup> O bien se escriben al momento en papelitos recortados.

Preparar al niño para la simplificación (o reducción) de fracciones y para encontrar el común denominador.

### Control de error

El material.

### Edad

A partir de seis años.

### Extensiones

- ✓ Esta presentación se puede realizar también con los **encajes metálicos triangulares y cuadrangulares**. Este material permite que el niño divida en más de diez partes y vea que la misma cantidad se hace con diferentes formas.
- ✓ La presentación también se puede hacer con los **triángulos constructores**. Este material demuestra que una unidad puede tomar cualquier forma. Si tomamos una unidad de cualquier forma y la dividimos en partes iguales éstas se llaman fracciones.
- ✓ El niño puede escribir las equivalencias en su cuaderno
- ✓ También puede elaborar un cuadernillo o una tabla de equivalencias
- ✓ También puede hacer un póster con las equivalencias (dibujos y fracciones) y, si lo desea, colocarlo durante un tiempo en la pared

## 3

### Operaciones simples

#### a) Suma con el mismo denominador

##### Material

- Encajes circulares metálicos
- Papel y lápiz
- Tarjetas con problemas preparados para práctica independiente<sup>12</sup>

##### Prerrequisitos

Los niños deben estar familiarizados con las equivalencias de fracciones.

##### Presentación

---

<sup>12</sup> En todos estos ejercicios tenemos preparadas unas diez tarjetas máximo de ejercicios.

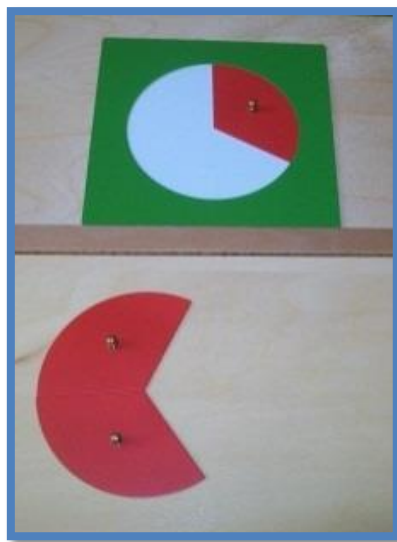
Primer momento: Sensorial

Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Puede pedirles que le ayuden a transportar el material. Coloca los encajes en el tapete y vuelve a su estantería los soportes de madera.

Paso 2) La guía toma el encaje de los tercios y lo coloca frente a sí.

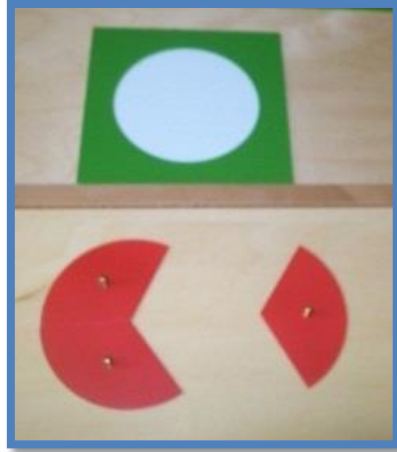


Paso 2) Pregunta al niño: “¿Conoces esta familia?” El niño responde: “Los tercios”. La guía le dice: “Vamos a suponer que tenemos dos tercios, por favor ¿los puedes sacar?” El niño saca dos tercios.

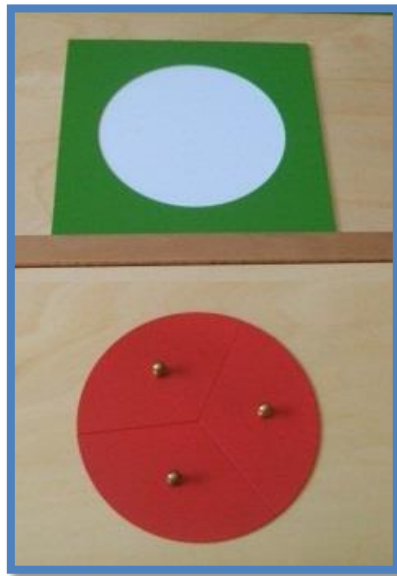


Paso 3) La guía dice; “Ahora vamos a sacar un tercio que se lo quiero agregar a los dos tercios que ya había sacado”. El niño saca el tercio que queda en el marco y lo coloca a la derecha de los dos tercios anteriores.





Paso 4) La guía le pide: “Ahora junta las fracciones” El niño junto las fracciones y la guía le pregunta; “¿Cuántas tengo ahora?” El niño responde: “Tres tercios”.



Paso 5) La guía le pide que vuelva la fracción a su lugar.

### Segundo momento: Escritura

Paso 6) A continuación La guía le pide al niño que tome otra fracción, el niño toma, por ejemplo, el encaje de los octavos, La guía le pregunta: “¿A qué familia pertenece?” El niño responde: “A los octavos”.

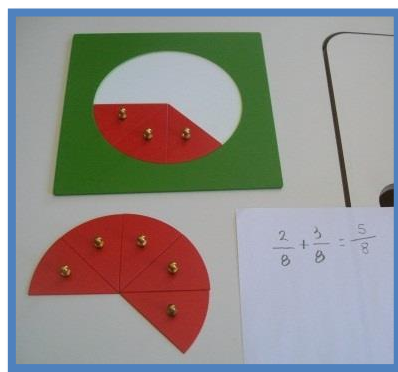
Paso 7) La guía le dice: “Vamos a sacar dos octavos”. El niño saca del encaje dos octavos.

Paso 8) La guía le dice: “A éstos yo le quiero agregar tres octavos ¿Puedes sacarlos, por favor?” El niño saca dos octavos y los coloca a la derecha de los dos octavos que había sacado antes.

Paso 9) La guía dice; “Vamos a escribir lo que acabamos de hacer”. La guía escribe en un papel:

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} =$$

Paso 10) La guía le pide que junte las fracciones y le pregunta: “¿Cuántos octavos tenemos?” El niño responde que cinco. La guía le pide que escriba el resultado.



$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

Paso 11) La guía les propone que si quieren seguir trabajando con este material tomen las tarjetas de ejercicios y hagan sumas de fracciones. Los deja solos trabajando.

### Propósito directo

Introducir al niño en el concepto de suma de fracciones.

### Edad

Seis a siete años dependiendo del niño.

### Extensiones

- ✓ Los niños pueden hacer sus propios libritos con los problemas que resuelvan o bien dibujando las piezas o bien escribiendo los problemas o ambas cosas

## *b) Resta con el mismo denominador*

### *Material*

- Encajes circulares metálicos
- Papel y lápiz
- Tarjetas con problemas preparados para práctica independiente

### *Prerrequisitos*

Deben estar familiarizados con las equivalencias de fracciones.

### *Presentación*

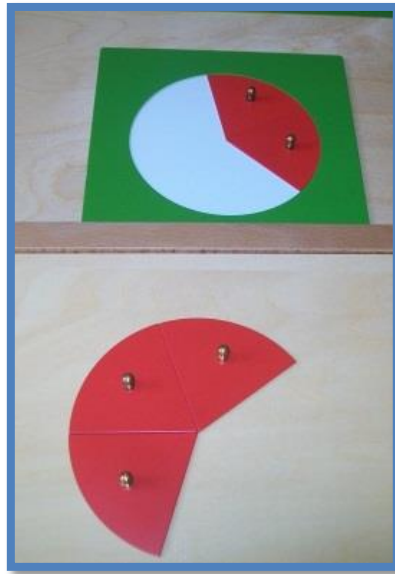
#### *Primer momento: Sensorial*

Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Puede pedirles que le ayuden a transportar el material. Coloca los encajes en el tapete y vuelve a su estantería los soportes de madera.

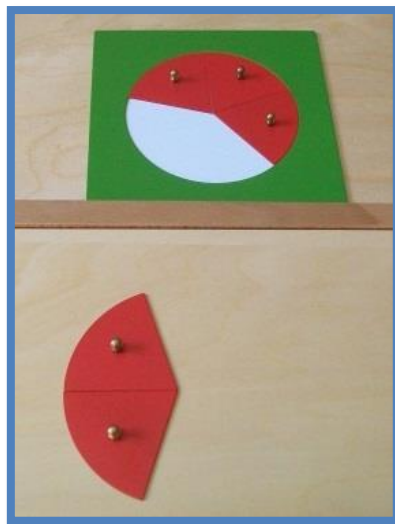
Paso 2) La guía le pide al niño que tome el encaje de los quintos.



Paso 3) A continuación le pide al niño que tome tres quintos. El niño los saca y los coloca sobre el tapete, bajo el encaje de los quintos.



Paso 4) La guía pregunta: “Si a esos tres quintos yo le quito un quinto - retira un quinto que lo vuelve a colocar en el marco- ¿Cuánto me queda?” El niño responde: “Dos quintos”.



Paso 5) La guía le pide al niño que vuelva a colocar las piezas en su marco.

**Segundo momento: Escritura**

Paso 6) La guía toma la familia de los sextos y dice: “Vamos a tomar cuatro sextos, ¿los puedes coger, por favor?”. El niño saca cuatro sextos del marco y los coloca sobre la mesa, ante sí.



Paso 7) La guía dice: “Si a cuatro sextos le quito tres sextos ¿Cuánto me queda?” El niño saca tres sextos de los cuatro que tenía fuera del marco, los vuelve a su marco y contesta: “Un sexto” La guía le pide que escriba el resultado.

$$\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

Paso 8) La guía les propone que si quieren seguir trabajando con este material tomen las tarjetas de ejercicios y hagan restas de fracciones. Los deja solos trabajando.

### Propósito directo

Introducir al niño en el concepto de resta de fracciones.

### Edad

Seis a siete años dependiendo del niño.

### Extensiones

- ✓ Los niños pueden hacer sus propios libritos con los problemas que resuelvan o bien dibujando las piezas o bien escribiendo los problemas o ambas cosas

## *c) Multiplicación por un número entero*

### *Material*

- *Encajes circulares metálicos*
- *Caja extra de fracciones<sup>13</sup>*
- *Papel y lápiz*
- *Tarjetas con problemas preparados para práctica independiente*

### *Prerrequisitos*

*Deben estar familiarizados con las equivalencias de fracciones.*

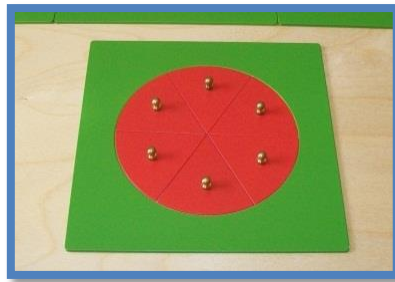
*Deben haber realizado sumas y restas de fracciones.*

### *Presentación*

#### *Primer momento: Sensorial*

*Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Puede pedirles que le ayuden a transportar el material. Coloca los encajes en el tapete y vuelve a su estantería los soportes de madera.*

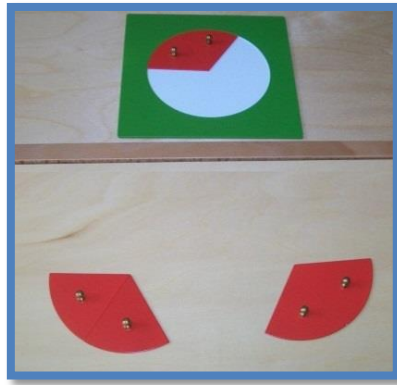
*Paso 2) La guía le pide al niño que tome el encaje de los sextos.*



*Paso 3) La guía dice al niño: “Por favor toma dos sextos dos veces”. El niño los toma y los coloca bajo el encaje de los sextos.*

---

<sup>13</sup> Es importante que tengan bastantes fracciones auxiliares para que puedan hacer las operaciones.



Paso 4) La guía dice: “Tomar dos sextos dos veces es lo mismo que multiplicar dos sextos por dos ¿Qué nos da?” El niño responde: “Cuatro sextos”.

Paso 5) La guía pide al niño que vuelva a colocar los sextos en su marco.

### Segundo momento: Escritura

#### Ejercicio 1

Paso 1) La guía toma el encaje de los séptimos.



Paso 2) La guía dice: “Vamos a partir de que yo quiero dos séptimos tres veces, que es lo mismo que multiplicar dos séptimos por tres”. EL niño los saca del marco y los coloca ante sí.

Paso 3) Le dice la guía: “Si ahora los juntamos tengo seis séptimos. Por favor escríbelos”. El niño lo escribe.

$$\frac{2}{7} \times 3 = \frac{6}{7}$$

Paso 4) La guía le pide que recoja esta fracción.

### Ejercicio 2

Paso 1) La guía le pide al niño que tome el encaje de los medios.

Paso 2) La guía dice: "Quiero tomar un medio diez veces". El niño saca los dos medios del marco y recurre a la caja auxiliar para sacar ocho medios más.

Paso 3) La guía le pide que los junte y le pregunta: "¿Cuántos tengo ahora?" El niño contesta: "Diez medios". Le pide que escriba la operación.

$$\frac{1}{2} \times 10 = \frac{10}{2}$$

Paso 4) La guía les propone que si quieren seguir trabajando con este material tomen las tarjetas de ejercicios y hagan multiplicaciones de fracciones. Los deja solos trabajando.

### Propósito directo

Introducir al niño en el sentido de la multiplicación de fracciones.

### Edad

Seis a siete años dependiendo del niño.

### Extensiones

- ✓ Los niños pueden hacer sus propios libritos con los problemas que resuelvan, pueden recortar o dibujar piezas y pueden escribirlo numéricamente.

## *d) División por un número entero*

### Material

- Encajes circulares metálicos
- Peones verdes
- Papel y lápiz
- Tarjetas con problemas preparados para práctica independiente

### Prerrequisitos

Deben estar familiarizados con las equivalencias de fracciones.

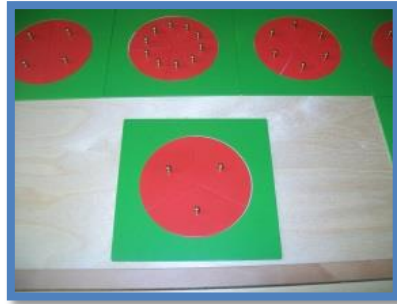
### Presentación

#### Primer momento: Sensorial

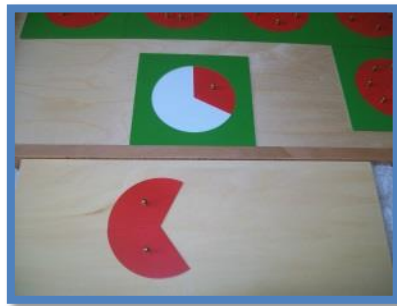


*Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Puede pedirles que le ayuden a transportar el material. Coloca los encajes en el tapete y vuelve a su estantería los soportes de madera.*

*Paso 2) La guía le pide al niño que tome el encaje de los tercios. El niño lo coloca en el tapete frente a sí.*



*Paso 3) La guía le dice: “Vamos a tomar dos tercios”. El niño saca dos tercios y los coloca bajo el marco de los tercios.*



*Paso 4) La guía dice: “Ahora vamos a dividir estos dos tercios entre dos”. La guía toma dos peones verdes y los coloca sobre el tapete.*

*Paso 5) La guía le propone al niño que reparta los dos tercios entre los peones. El niño lo hace.*

*Paso 6) La guía pregunta: “¿Cuánto le ha tocado a cada uno?”. Un tercio. “Entonces, dos tercios divididos entre dos es igual a un tercio”.*

*Paso 7) La guía pide al niño que recoja los peones y el encaje del tercio.*

### **Segundo momento: Escritura**

*Paso 8) La guía le pide a un niño que tome el encaje de los octavos.*

*Paso 9) A continuación le pide que tome cuatro octavos.*

*Paso 10) La guía dice: “Ahora queremos repartir estos cuatro octavos entre dos ¿Cómo podemos hacerlo?” El niño toma dos peones y reparte los cuatro octavos entre los dos peones.*

Paso 11) La guía pregunta: “¿Cuánto le toca a cada peón?” Dos. “Así que cuatro octavos entre dos será igual a dos octavos. Vamos a escribirlo”

Paso 12) La guía escribe la operación.

$$\frac{4}{8} : 2 = \frac{2}{8}$$

Paso 13) La guía les propone que si quieren seguir trabajando con este material tomen las tarjetas de ejercicios y hagan divisiones de fracciones. Los deja solos trabajando.

### Propósito directo

Introducir al niño en el sentido de la división de fracciones

### Propósito indirecto

### Edad

Seis a siete años dependiendo del niño.

### Extensiones

- ✓ Los niños pueden hacer sus propios libritos con los problemas que resuelvan, pueden recortar o dibujar piezas y pueden escribirlo numéricamente.

# Múltiplos

## Material

- Varias cadenas largas (de los cubos) con sus flechas
- Tablero de clavijas y clavijas (para la segunda presentación)
- Papel y lápiz
- Un tapete

## Prerrequisitos

Haber trabajado con las cadenas largas de los cubos.

## Presentación

### *Primera presentación: con las cadenas*

Paso 1) La guía invita a un niño a una nueva presentación y le pregunta: "¿Recuerdas que ya trabajaste con las cadenas?"

Paso 2) La guía le pide que tome la cadena larga del tres y sus flechas. El niño lo toma del gabinete de perlas y lo coloca sobre el tapete.

Paso 3) A continuación la guía le pide que coloque las flechas en sus lugares correspondientes. El niño lo hace.



Paso 4) La guía le pide que lea los números comenzando por el tres. El niño lee: "Tres, seis, nueve, doce, quince, dieciocho, veintiuno, veinticuatro y veintisiete".

Paso 5) La guía dice: "Todos estos números son **múltiplos** del tres, es decir, en todos ellos se repite el tres exactamente".

Paso 6) La guía dice: "Ahora vamos a hacer la cadena del cuatro ¿Puedes traer la cadena del cuatro y sus flechas?" El niño toma la cadena larga del cuatro y sus flechas.

Paso 7) La guía le pide que extienda la cadena y coloque las flechas en su lugar correspondiente. El niño lo hace.



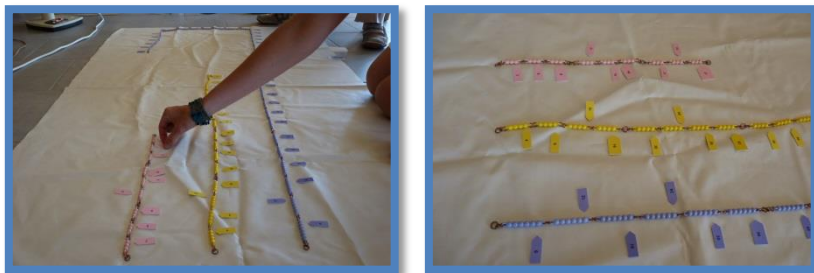
Paso 8) La guía pregunta: “¿Puedes decirme cuáles son los múltiplos del cuatro?” El niño responderá: “El cuatro, el ocho, el doce, el dieciséis, el veinte, el veinticuatro, el veintiocho, el treinta y dos, el treinta y seis, el cuarenta, el cuarenta y cuatro, el cuarenta y ocho, el cincuenta y dos, el cincuenta y seis, el sesenta y el sesenta y cuatro”

Paso 9) A continuación la guía le pide que tome la cadena del seis y sus flechas.

Paso 10) La guía le pide que extienda la cadena del seis y coloque sus flechas en sus lugares correspondientes. El niño lo hace.

Paso 11) La guía le pregunta: “¿Cuáles son los múltiplos de seis?” El niño responderá: “El seis, el doce, el dieciocho, el veinticuatro, el treinta, el treinta y seis, el cuarenta y dos, el cuarenta y ocho, el cincuenta y cuatro, el sesenta, el sesenta y seis, el setenta y dos, el setenta y ocho, el ochenta y cuatro, el noventa, el noventa y seis, el ciento dos, el ciento ocho, el ciento catorce, el ciento veinte, el ciento veintiséis, el ciento treinta y dos, el ciento treinta y ocho, el ciento cuarenta y cuatro, el ciento cincuenta, el ciento cincuenta y seis, el ciento sesenta y dos, el ciento sesenta y ocho, el ciento setenta y cuatro, el ciento ochenta, el ciento ochenta y seis, el ciento noventa y dos, el ciento noventa y ocho, el doscientos cuatro, el doscientos diez y el doscientos dieciséis”.

Paso 12) La guía dice: “Ahora te voy a pedir que busques los múltiplos comunes a los tres números, es decir, al tres, al cuatro y al seis”. Para lo cual le pide que coloque las flechas de los múltiplos comunes al otro lado de las cadenas.



Paso 13) El niño va buscando los números que tienen en común las tres cadenas y cambia las flechas hacia el otro lado de las cadenas.

Paso 14) La guía pregunta: “¿Cuáles son los múltiplos comunes del tres, el cuatro y el seis?” El niño responderá: “El doce y el veinticuatro”.

Paso 15) La guía dice: "Así pues, doce y veinticuatro son los múltiplos comunes de tres, cuatro y seis ¿Cuál es el múltiplo común menor?" El niño responderá: "El doce". La guía dice: "A éste le llamaremos el **mínimo común múltiplo** de tres, cuatro y seis y lo escribimos con las siglas en minúscula, es decir, **mcm**". La guía escribe:

*mcm de 3, 4 y 6 es 12*

Paso 16) La guía dice: "Si sólo tenemos en cuenta las cadenas del cuatro y del seis ¿Hay otros múltiplos comunes?" El niño responde: "El treinta y seis".

Paso 17) La guía pregunta: "¿Y si continuamos con los múltiplos de tres que siguen más allá de la cadena, encontraríamos el treinta y seis?" El niño responderá: "Sí". La guía dice: "Entonces el treinta y seis también es un múltiplo común al tres, al cuatro y al seis".

Paso 18) La guía le propone al niño que haga el mismo proceso con el resto de cadenas, buscando los múltiplos comunes y los mínimos comunes múltiplos.

Luego hace el proceso inverso. Tenemos 36 ¿cuáles son los factores que te dan 36? ¿Sabes lo que son los factores? Los números con los que lo formaste. Si tienes 36 uno de los factores es el cuatro, qué número multiplicado por cuatro nos da 36? 9. Con 4 y 9 formamos 36.

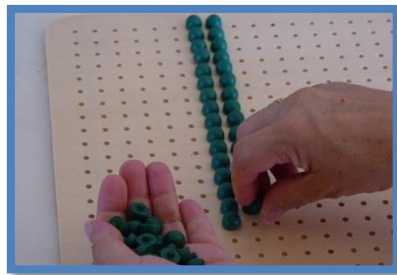
¿Qué otros factores hay en 36?  $6 \times 6$ .

### **Segunda presentación: Con el tablero de las clavijas**

Paso 1) La guía invita a un niño a una nueva presentación: "Vamos a ver si el treinta y seis es múltiplo de dos"

Paso 2) Escribe en una papel el número treinta y seis.

Paso 3) La guía va colocando las clavijas de dos en dos en vertical hasta completar treinta y seis<sup>14</sup>.

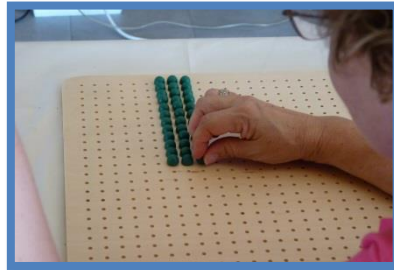


Paso 4) La guía pregunta: "¿Qué observas?" El niño responderá: "Que treinta y seis es múltiplo de dos". La guía anota dos debajo del treinta y seis.

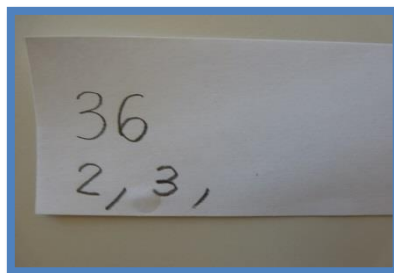
<sup>14</sup> Al colocarlas el niño asocia con las tablas de Seguin, con las fichas de los pares e impares...

Paso 5) La guía le pregunta: "¿Será múltiplo de tres? Vamos a comprobarlo".

Paso 6) La guía comienza a subir las clavijas para formar una tercera columna. Quedan tres columnas con doce clavijas cada una.

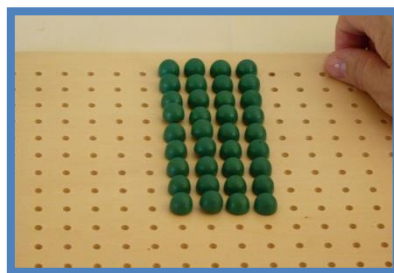


Paso 7) La guía pregunta: "¿Es el treinta y seis múltiplo del tres?" El niño responderá: "Sí". La guía anota el tres junto al dos, separados por una coma.



Paso 8) La guía pregunta: "¿Será el treinta y seis múltiplo del cuatro? Vamos a comprobarlo"

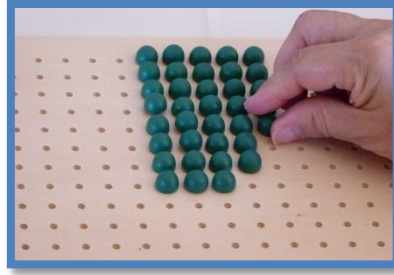
Paso 9) La guía comienza a subir las clavijas para formar una cuarta columna. Quedan cuatro columnas con nueve clavijas cada una.



Paso 10) La guía pregunta: "¿Es el treinta y seis múltiplo del cuatro?" El niño responderá: "Sí". La guía anota el cuatro junto al tres.

Paso 11) La guía pregunta: "¿Será el treinta y seis múltiplo del cinco? Vamos a comprobarlo"

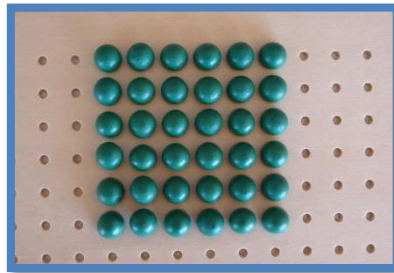
Paso 12) La guía comienza a subir las clavijas para formar una quinta columna. No es posible hacer cinco columnas con el mismo número de clavijas.



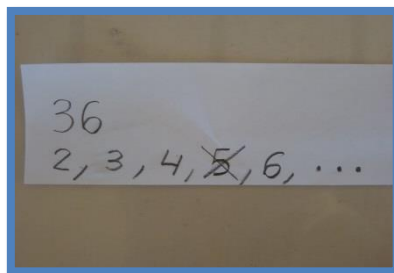
Paso 13) La guía pregunta: “¿Es el treinta y seis múltiplo del cinco?” El niño responderá: “No”. La guía anota el cinco junto al cuatro pero lo tacha.

Paso 14) La guía pregunta: “¿Será el treinta y seis múltiplo del seis? Vamos a comprobarlo”

Paso 15) La guía comienza a subir las clavijas para formar una sexta columna. Consigue formar seis columnas de seis clavijas cada una.



Paso 16) La guía pregunta: “¿Es el treinta y seis múltiplo del seis?” El niño responderá: “Sí” La guía anota el seis junto al cinco tachado.



Paso 17) La guía le propone al niño que continúe buscando múltiplos del treinta y seis.

Paso 18) Del mismo modo buscará los múltiplos de otros números<sup>15</sup>.

### Propósito directo

Los múltiplos, el mínimo común múltiplo.

### Propósito indirecto

---

<sup>15</sup> Cuando el niño quiera encontrar múltiplos recurrirá al tablero de clavijas para comprobar.

## Control de error

### Edad

Nueve o diez años.

✓

## *Suma y resta con diferente denominador*

### *1 Suma*

### *Sensorial/ Escritura*

### *Material*

- *Encajes circulares metálicos*
- *Caja extra de fracciones*
- *Papel y lápiz*
- *Tarjetas con problemas preparados para práctica independiente*

### *Prerrequisitos*

*Deben estar familiarizados con las equivalencias de fracciones y saber aplicarlas para la reducción o simplificación.*

*Deben dominar las sumas y restas con igual denominador.*

*No es necesario que conozcan la multiplicación y división de fracciones.*

### *Presentación*

#### *Ejercicio uno*<sup>16</sup>

*Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Puede pedirles que le ayuden a transportar el material. Coloca los encajes en el tapete y vuelve a su estantería los soportes de madera.*

*Paso 2) La guía le pide al niño que tome el encaje de los cuartos y el encaje de los octavos. El niño los coloca en el tapete frente a sí.*

---

<sup>16</sup> Tener cuidado que los niños no excedan el límite del material demasiado rápido, después sí, pero no al principio. Para evitar esto tenemos las tarjetas iniciales. No tener menos de cinco. Hay que repetir mucho y hacer muchos ejercicios propios. En un momento tu le puedes decir: "Yo te puedo poner otro problema más difícil". La guía tiene que tener para él unos cuantos problemas más difíciles para ir retando a los niños.



Paso 3) La guía le pide al niño que tome un cuarto. El niño toma un cuarto.

Paso 4) La guía le dice: “Tengo un cuarto y le quiero agregar tres octavos”. La guía toma tres octavos y los coloca junto al cuarto.

Paso 5) La guía pregunta: “Sólo puedo sumar miembros de la misma familia ¿Son de la misma familia los cuartos y los octavos?” No “¿Cómo puedo sumarlos entonces?” Necesito convertirlos en la misma familia.

Paso 6) La guía pregunta: “¿Podemos convertir los cuartos en octavos?” Podemos sustituir el cuarto por dos octavos. El niño o la guía cambian el cuarto por dos octavos.

Paso 7) La guía pregunta: “¿Podemos ahora juntarlos?”. Sí. El niño junta los dos octavos con los tres octavos.



Paso 8) La guía pregunta: “¿Qué resultado nos da?” Cinco octavos. “¿Puedes escribirlo?” El niño lo escribe:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

Paso 9) El niño vuelve a su lugar los encajes de los cuartos y los octavos.

### Ejercicio dos

Paso 1) La guía dice: “Ahora vamos a sumar un tercio más dos sextos”. Le pide al niño que lo escriba.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{6} =$$

Paso 2) El niño toma los encajes de los tercios y los de los sextos y toma un tercio y dos sextos.



Paso 3) La guía pregunta: “¿Cómo podré sumar estas fracciones?” Cambiando el tercio por dos sextos, así puedo sumar dos sextos más dos sextos.

Paso 4) El niño cambia el tercio por dos sextos.

Paso 5) La guía pregunta: “¿Cuál es el resultado?” El resultado es cuatro sextos. “¿Puedes escribirlo?” El niño lo escribe.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{6} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

Paso 6) La guía pregunta: “¿Habrá posibilidad de hacerlo de otra manera y obtener un resultado equivalente?” Puedo cambiar los dos sextos por un tercio.

Paso 16) La guía le pide al niño que lo haga con los encajes. Sustituye los dos sextos por un tercio y escribe la operación.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Paso 7) La guía dice: “Así vemos que cuatro sextos es equivalente a dos tercios. ¿Puedes escribirlo?” El niño lo escribe.

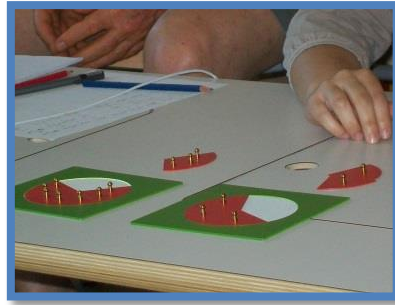
$$\frac{4}{6} \equiv \frac{2}{3}$$

### Ejercicio tres

Paso 1) La guía dice: “Ahora vamos a sumar tres décimas más dos quintos”. Le pide al niño que lo escriba.

$$\frac{3}{10} + \frac{2}{5} =$$

Paso 2) El niño toma los encajes de las décimas y los de los quintos y toma tres décimas y dos quintos.



Paso 3) La guía pregunta: “¿Cómo podré sumar estas fracciones?” Cambiando los dos quintos por cuatro décimas, así puedo sumar cuatro décimas más tres décimas.

Paso 4) El niño cambia los dos quintos por cuatro décimas.

Paso 5) La guía pregunta: “¿Cuál es el resultado?” El resultado es siete décimas. “¿Puedes escribirlo?” El niño lo escribe.

$$\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{7}{10}$$

#### Ejercicio cuatro

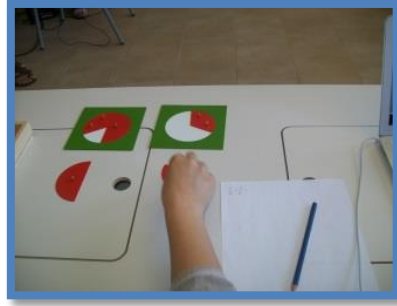
Paso 1) La guía dice: “Ahora vamos a sumar un medio más un sexto”. Le pide al niño que lo escriba.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$$

Paso 2) El niño toma los encajes de los medios y los de los sextos y toma un medio y un sexto.

Paso 3) La guía pregunta: “¿Cómo podré sumas estas fracciones?” El niño comprueba con los encajes que tres sextos caben en un medio.

Paso 4) El niño cambia el medio por tres sextos.



Paso 5) La guía pregunta: “¿Cuál es el resultado?” El resultado es cuatro sextos. “¿Puedes escribirlo?” El niño lo escribe.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

Paso 6) La guía pregunta: “¿Se puede obtener un resultado con menos piezas?” El niño busca y compara piezas con los cuatro sextos y consigue expresarlo con dos tercios. La guía le pide que lo escriba.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} \equiv \frac{2}{3}$$

### Ejercicio cinco

Paso 1) La guía dice: “Ahora vamos a sumar dos cuartos más cuatro octavos”. Le pide al niño que lo escriba.

$$\frac{2}{4} + \frac{4}{8} =$$

Paso 2) El niño toma los encajes de los cuartos y los de los octavos y toma dos cuartos y cuatro octavos.



Paso 3) La guía pregunta: “¿Podrías cambiar tanto los dos cuartos como los cuatro octavos por otra familia?” El niño comprueba que los encajes de ambas fracciones son equivalentes a un medio. Toma un medio y lo coloca bajo los dos cuartos, toma otro medio y lo coloca bajo los cuatro octavos.



Paso 4) La guía pregunta: “¿Qué pasa si juntamos los dos medios?” Tenemos un entero.

Paso 5) La guía le dice: “Vamos a escribir todo lo que has hecho” y escribe.



$$\frac{2}{4} + \frac{4}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Paso 6) La guía le propone seguir trabajando con las tarjetas preparadas o recoger el material.

### Propósito directo

Introducir al niño en el sentido de la suma de fracciones con distinto denominador.

Aplicar el concepto de equivalencia.

### Edad mínima

A partir de siete años.

## Común denominador

### Material

- Encajes circulares metálicos
- Caja extra de fracciones
- Papel y lápiz
- Tarjetas con problemas preparados para práctica independiente

### Prerrequisitos

Deben estar familiarizados con las equivalencias de fracciones.

No es necesario que conozcan la multiplicación y división de fracciones.

Necesitan conocer las equivalencias y cómo aplicarlas para la simplificación.

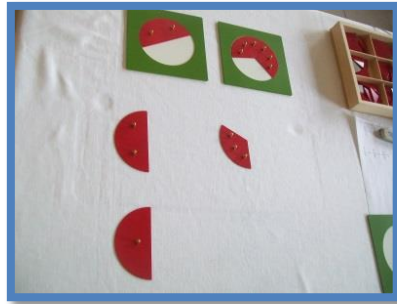
### Presentación

Paso 1) La guía dice: "Ahora vamos a sumar un cuarto más un cuarto más tres novenos". Le pide al niño que lo escriba.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{9} =$$

Paso 2) El niño toma los encajes de los cuartos y los de los novenos y toma un cuarto, otro cuarto y tres novenos.

Paso 3) La guía dice: “Primero vamos a sumar un cuarto más un cuarto”. Junta ambos cuartos. Pregunta al niño: “¿Podemos simplificarlo?” Sí, por un medio. El niño coloca un medio bajo los dos cuartos.



Paso 4) La guía pregunta: “¿Podemos simplificar los tres novenos?” Sí, por un tercio. El niño toma un tercio y lo coloca bajo los tres novenos.



Paso 5) La guía pregunta: “¿Puedes escribir lo que hemos hecho?” El niño escribe.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{9} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$$

Paso 6) La guía pregunta: “¿Qué tendremos que hacer ahora para llegar al resultado?” Buscar una familia común a ambas fracciones. “¿Cuál crees que puede ser?” El niño hace comprobaciones con el material, si lo ve contestará: “La familia de los sextos porque un medio es equivalente a tres sextos y un tercio es equivalente a dos sextos”.

Paso 7) La guía pregunta: “¿Cuál será entonces el resultado?” Cinco sextos. El niño toma los tres sextos y los dos sextos y los une. “¿Puedes escribirlo?” El niño lo escribe.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{9} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Paso 8) La guía le propone al niño que continúe realizando algunas sumas con distinto denominador, haciendo las simplificaciones oportunas cuando sea necesario o bien que recoja el material.

### Propósito directo

Sumar con distinto denominador.

Introducir el común denominador.

### Edad mínima

A partir de siete años.

## **2 Resta**

### Material

- Encajes circulares metálicos
- Caja extra de fracciones
- Papel y lápiz
- Tarjetas con problemas preparados para práctica independiente

### Prerrequisitos

Deben estar familiarizados con las equivalencias de fracciones.

No es necesario que conozcan la multiplicación y división de fracciones.

Necesitan conocer las equivalencias y cómo aplicarlas para la simplificación.

### Presentación

#### **Primer momento: Sensorial**

Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Puede pedirles que le ayuden a transportar el material. Coloca los encajes en el tapete y vuelve a su estantería los soportes de madera.

Paso 2) La guía le pide al niño que tome el encaje de los medios y el encaje de las décimas. El niño los coloca en el tapete frente a sí.

Paso 3) La guía le dice al niño: “Vamos a restar de un medio dos décimas”.



Paso 4) La guía le pregunta: “¿Son ambas fracciones de la misma familia?” No “¿Cómo podemos hacer para tener dos fracciones de la misma familia?” Convertir los medios en décimas. “¿Puedes hacerlo?”

Paso 5) El niño cambia el medio por cinco décimas.

Paso 6) La guía pregunta: “¿Podemos ahora quitar dos décimas?” Sí, el niño quita dos décimas de las cinco décimas.

Paso 7) La guía pregunta: “¿Cuánto será entonces el resultado de restar dos décimas a un medio?” Tres décimas.

Paso 8) Se recoge el material.

### Segundo momento: Escritura

#### Ejercicio uno

Paso 1) La guía le dice al niño: “Ahora a dos tercios le vamos a quitar tres sextos”. Lo escribe.

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{6} =$$

Paso 2) La guía le pide que tome los tercios y los sextos y que tome dos tercios.

Paso 3) La guía pregunta: “¿Podemos quitar sextos de los tercios?” No “¿Qué tenemos que hacer?” Buscar un común denominador. “¿Puedes hacerlo?”

Paso 4) El niño hace comprobaciones y cambia los dos tercios por cuatro sextos.

Paso 5) La guía pregunta: “¿Podemos ahora restar?” Sí, a cuatro sextos sí le puedo quitar tres sextos. Lo hace.

Paso 6) La guía pregunta: “¿Cuál es, entonces, el resultado de quitarle tres sextos a dos tercios?” Un sexto.

Paso 7) La guía le propone al niño que lo escriba.

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{6} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

#### Ejercicios dos

Paso 1) La guía le dice al niño: “Ahora a un medio le vamos a quitar dos quintos”. Lo escribe.

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{5} =$$

Paso 2) La guía le pide que tome los medios y los quintos y que tome un medio.

Paso 3) La guía pregunta: “¿Podemos quitar quintos de los medios?” No “¿Qué tenemos que hacer?” Buscar un común denominador. “¿Puedes hacerlo?”

Paso 4) El niño hace comprobaciones<sup>17</sup> y cambia el medio por cinco décimas y los dos quintos por cuatro décimas.

Paso 5) La guía pregunta: “¿Podemos ahora restar?” Sí, a cinco décimas le puedo quitar cuatro décimas.

Paso 6) La guía pregunta: “¿Cuál es, entonces, el resultado de quitarle a un medio dos quintos?” Una décima.

Paso 7) La guía le propone al niño que lo escriba.

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$$

Paso 8) La guía le propone al niño que continúe realizando algunas restas con distinto denominador, haciendo las simplificaciones oportunas cuando sea necesario o bien que recoja el material.

### Propósito directo

Introducir al niño en el sentido de la resta de fracciones con distinto denominador.

Aplicar el concepto de equivalencia.

### Edad mínima

A partir de siete años.

---

<sup>17</sup> El niño ya ha hecho muchas equivalencias.

## *Ejercicios conducentes a la abstracción de la suma y la resta con diferente denominador*

### *1 Establecer la equivalencia utilizando la multiplicación si se conoce el común denominador*

#### *Material*

- Encajes metálicos de las fracciones
- Papel y lápiz

#### *Prerrequisitos*

*Operaciones simples con fracciones.*

*Trabajo con múltiplos incluyendo mínimo común múltiplo.*

#### *Presentación*

*Ahora vamos a empezar a hacer ejercicios fuera del material.*

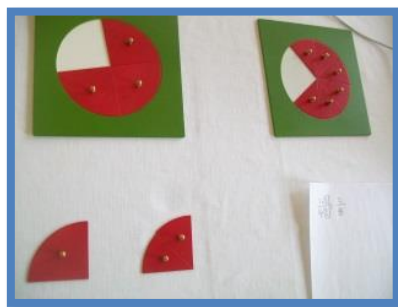
*Vamos a establecer equivalencias utilizando la multiplicación.*

#### ***Primera parte: con material***

*Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Puede pedirles que le ayuden a transportar el material. Coloca los encajes en el tapete y vuelve a su estantería los soportes de madera.*

*Paso 2) La guía le pide al niño que tome el encaje de los cuartos. La guía toma un cuarto y dice: "Sabemos que este cuarto es equivalente ¿a cuánto?" A dos octavos.*

*Paso 3) La guía le pide al niño que lo compruebe con los encajes y lo escriba.*



$$\frac{1}{4} \equiv \frac{2}{8}$$

Paso 4) La guía pregunta: “¿En qué forma podría hacer que el cuatro se convirtiera en ocho?” Multiplicando por dos. “¿Cómo podría convertir el uno en dos?” Multiplicando por dos. Lo escribe.

$$\frac{1 \times 2}{4 \times 2} \equiv \frac{2}{8}$$

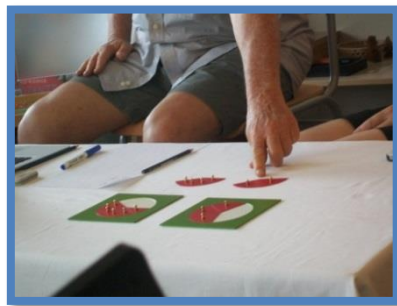
Paso 5) La guía dice: “Fíjate lo que voy a hacer”. Hace un rectángulo alrededor de los dos doses.

$$\frac{1 \times 2}{4 \times 2} \equiv \frac{2}{8}$$

Paso 6) La guía dice: “Si divido dos entre dos ¿Cuánto es?” Uno. “¿Qué pasa cuando multiplicas un número por la unidad?”. Se queda igual. “Así que al multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número la cantidad no cambia porque es como multiplicar por uno, sólo la apariencia es diferente”.

Paso 7) La guía le pide al niño que recoja los encajes y le invita a hacer otro ejemplo.

Paso 8) La guía le pide que tome el encaje de los quintos y que saque dos quintos. Le pregunta: “¿Cuál será su equivalente?” El niño toma el encaje de las décimas y saca cuatro décimas. Cuatro décimas.



Paso 9) La guía le pide que lo escriba.

$$\frac{2}{5} \equiv \frac{4}{10}$$

Paso 10) La guía pregunta: “¿En qué forma podría hacer que el dos se convirtiera en cuatro?” Multiplicando por dos. “¿Cómo podría convertir el cinco en diez?” Multiplicando por dos. Lo escribe.

$$\frac{2 \times 2}{5 \times 2} \equiv \frac{4}{10}$$

***Segunda parte: sin material***

Paso 1) La guía le pide al niño que recoja el material y le dice: “Ahora vamos a tratar de hacerlo sin el material”.

Paso 2) La guía pregunta: “¿Cuál sería una fracción equivalente a un tercio?” Tres novenos. “¿Cómo lo sabes?” Porque he multiplicado tanto el numerador como el multiplicador por tres. Lo escribe.

$$\frac{1 \times 3}{3 \times 3} \equiv \frac{3}{9}$$

Paso 3) La guía le propone que continúe haciendo algunos ejercicios de equivalencias o que recoja el material.

**Propósito directo**

Introducir al niño en la abstracción de la equivalencia de las fracciones y del concepto de común denominador.

Reforzar los conceptos de equivalencia y de común denominador.

**Edad mínima**

Siete años.

## 2 Encontrar el común denominador más allá de los límites del material

### Material

- Papel y lápiz
- Dos transparencias preparadas con anticipación: Una dividida horizontalmente en tercios y la otra dividida verticalmente en cuartos.
- Papel cuadriculado.

### Prerrequisitos

Operaciones simples con fracciones.

Trabajo con múltiplos incluyendo mínimo común múltiplo.

### Presentación

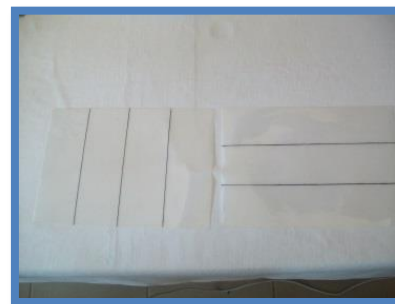
#### *Ejercicio uno: con transparencias*

Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Les propone sumar un tercio más un cuarto. Lo escribe.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$$

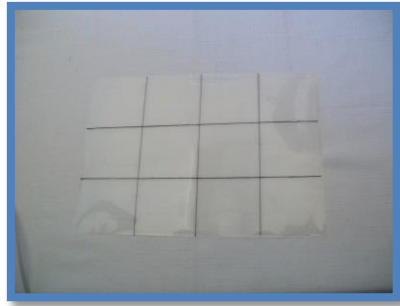
Paso 2) En este caso hay dos posibilidades:

- Que el niño diga que el común denominador es doce, entonces ya puede resolver el problema.
- Que no sepa cuál es el común denominador. En este caso le presentamos las transparencias.



Paso 3) La guía toma las transparencias y se las muestra al niño: “Ésta es como si fuera un entero dividido en tres partes, y esta otra es como si fuera un entero dividido en cuatro partes”.

Paso 4) La guía superpone las transparencias y pregunta: “¿Cuántas partes tenemos ahora?” Doce. “Entonces el denominador común de tres y cuatro es doce”.



Paso 5) La guía pregunta señalando una fila de las transparencias<sup>18</sup> superpuestas: “¿A qué equivale un tercio?” A cuatro doceavos. Lo escribe.

$$\frac{1}{3} \equiv \frac{4}{12}$$

Paso 6) La guía pregunta señalando una columna de las transparencias superpuestas: “¿A qué equivale un cuarto?” A tres doceavos. Lo escribe.

$$\frac{1}{4} \equiv \frac{3}{12}$$

Paso 7) La guía le pide que realice la suma en el papel.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Paso 8) La guía pregunta: “¿Cómo convertirías ese tercio a doceavos?” Multiplicándolo por cuatro. “¿Y cómo convertirías ese cuarto a doceavos?” Multiplicando por tres.

### *Ejercicio dos: con papel cuadrículado*

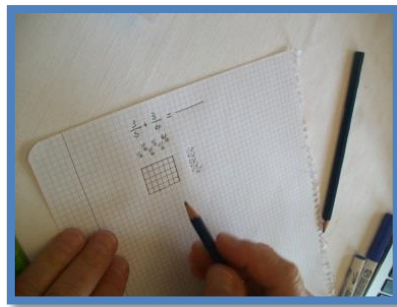
---

<sup>18</sup> Para que se vea más claro podemos sombrear un tercio de la transparencia de los tercios y un cuarto de la transparencia de los cuartos. Cuando las superponemos vemos que la zona sombreada son siete doceavos (la que está doblemente sombreada debe ser contada dos veces).

Paso 1) La guía le propone hacer otro ejercicio utilizando ahora un papel cuadriculado: "Vamos a hacer otro problema. Vamos a sumar tres quintos más tres sextos". Lo escribe.

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{6} =$$

Paso 2) La guía le pide al niño que trace en el papel cuadriculado un rectángulo de tres quintos y tres sextos y que junto a cada fila y junto a cada columna escriba la fracción correspondiente.



Paso 3) A continuación la guía le pide al niño que cuente el total de cuadrados que conforman el rectángulo. Son treinta, es decir, el resultado de multiplicar los denominadores. Le pide que lo escriba.

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{6} = \frac{\quad}{30} + \frac{\quad}{30} =$$

Paso 4) A continuación la guía le pide que cuente los cuadrados sombreados de las columnas de los tres quintos. Son dieciocho, es decir, el resultado de multiplicar tres por seis. Lo anota.

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{6} = \frac{18}{30} + \frac{\quad}{30} =$$

Paso 5) A continuación la guía le pide que haga lo mismo con los cuadrados correspondientes a los tres sextos. Son quince, es decir, el resultado de multiplicar tres por cinco. Lo anota.

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{6} = \frac{18}{30} + \frac{15}{30} =$$



Paso 6) La guía le pide al niño que escriba el resultado.

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{6} = \frac{18}{30} + \frac{15}{30} = \frac{33}{30}$$

Paso 7) La guía le pide al niño que lo simplifique.

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{6} = \frac{18}{30} + \frac{15}{30} = \frac{33}{30} = 1 \frac{3}{30} = 1 \frac{1}{10}$$

Paso 8) La guía le propone al niño que continúe haciendo algunos problemas o que recoja el material.

### Propósito directo

Reforzar los conceptos de equivalencia, común denominador y número mixto.

### Edad mínima

A partir de siete años.

## 3 Encontrar el mínimo común denominador<sup>19</sup>

### Material

- Tablero de las clavijas con sus clavijas, números y tiras de cartulina negra.
- Papel y lápiz

### Prerrequisitos

El niño ya ha trabajado buscando los mínimos comunes múltiplos con el tablero de clavijas.

El niño ya conoce los múltiplos.

### Presentación

#### *Ejercicio uno*

Paso 1) Invitamos a uno, dos o tres niños a una nueva presentación.

---

<sup>19</sup> Se trata del mínimo común múltiplo, pero en este caso, al utilizarlo como denominador le llamamos mínimo común denominador.

Paso 2) La guía le dice a los niños: “Supongamos que queremos sumar un tercio más un sexto más un octavo. Lo escribe.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} =$$

Paso 3) La guía pregunta: “¿Qué es lo que podríamos hacer para obtener un denominador común?”. Utilizando el tablero de clavijas.

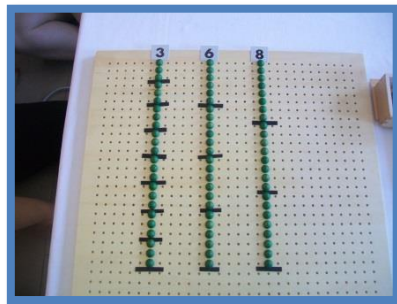
Paso 3) La guía le pide al niño que tome el tablero de las clavijas<sup>20</sup>.

Paso 4) La guía toma los números tres, seis y ocho y los coloca en la parte superior del tablero y le pide al niño que coloque las clavijas y las tiras negras en sus lugares correspondientes.

Paso 5) El niño coloca bajo el número tres tres clavijas verticalmente y luego una tira negra, a continuación otras tres clavijas y otra tira negra y así sucesivamente hasta colocar veinticuatro clavijas.

Paso 6) El niño coloca bajo el número seis seis clavijas verticalmente y luego una tira negra, a continuación otras seis clavijas y otra tira negra y así sucesivamente hasta colocar veinticuatro clavijas.

Paso 7) El niño coloca bajo el número ocho ocho clavijas verticalmente y luego una tira negra, a continuación otras ocho clavijas y otra tira negra y así sucesivamente hasta colocar veinticuatro clavijas.



Paso 8) La guía le pregunta; “¿En qué lugar coinciden las tres tiras negras de los tres números?” Bajo la clavija veinticuatro “¿Cuál serán, entonces, el denominador común?” Veinticuatro.

Paso 9) La guía pregunta: “¿Qué tenemos que hacer para transformar un tercio en veinticuatroavos?” Multiplicar por ocho “¿Puedes escribirlo, por favor?”

$$\frac{1 \times 8}{3 \times 8} = \frac{8}{24}$$

<sup>20</sup> El niño ya conoce este material y lo ha utilizado.

Paso 10) La guía pregunta: “¿Qué tenemos que hacer para transformar un sexto en veinticuatroavos?” Multiplicar por cuatro “¿Puedes escribirlo, por favor?”

$$\frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{4}{24}$$

Paso 11) La guía pregunta: “¿Qué tenemos que hacer para transformar un octavo en veinticuatroavos?” Multiplicar por tres “¿Puedes escribirlo, por favor?”

$$\frac{1 \times 3}{8 \times 3} = \frac{3}{24}$$

Paso 12) La guía le propone que realice la suma.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{8}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{15}{24}$$

Paso 13) La guía pregunta: “¿Puedes simplificar ese resultado?” Sí “¿Cómo?” Dividiendo el numerador y el denominador entre tres. “¿Puedes escribir el resultado simplificado?”

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{8}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

### Ejercicio dos

Paso 1) La guía propone otro ejemplo a los niños. “Ahora vamos a sumar dos tercios más dos sextos más cinco novenos. Lo escribe.

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{9} =$$

Paso 2) La guía les propone que coloquen en el tablero los números, las clavijas y las tiras correspondientes, como han hecho en el ejercicio anterior.

Paso 3) La guía pregunta: “¿En qué lugar coinciden las tres tiras negras de los tres números?” Bajo la clavija dieciocho “¿Cuál serán, entonces, el denominador común?” Dieciocho.

Paso 4) La guía pregunta: “¿Qué tenemos que hacer para transformar dos tercios en dieciochoavos?” Multiplicar por seis “¿Puedes escribirlo, por favor?”

$$\frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{12}{18}$$

Paso 10) La guía pregunta: “¿Qué tenemos que hacer para transformar dos sextos en dieciochoavos?” Multiplicar por tres “¿Puedes escribirlo, por favor?”

$$\frac{2 \times 3}{6 \times 3} = \frac{6}{18}$$

Paso 11) La guía pregunta: “¿Qué tenemos que hacer para transformar cinco novenos en dieciochoavos?” Multiplicar por dos “¿Puedes escribirlo, por favor?”

$$\frac{5 \times 2}{9 \times 2} = \frac{10}{18}$$

Paso 12) La guía le propone que realice la suma.

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{9} = \frac{12}{18} + \frac{6}{18} + \frac{10}{18} = \frac{28}{18}$$

Paso 13) La guía pregunta: “¿Puedes simplificar ese resultado?” Sí “¿Cómo?”  
Dividiendo el numerador y el denominador entre dos. “¿Puedes escribir el resultado simplificado?”

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{9} = \frac{12}{18} + \frac{6}{18} + \frac{10}{18} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$$

Nota: Este ejercicio también se podría hacer de otra manera: dos sextos es equivalente a un tercio, un tercio más dos tercios serán son tres tercios, eso es uno, así tenemos un cinco novenos.

Es más sencillo hacer antes las simplificaciones que buscar el mínimo común denominador.

Paso 13) La guía le propone al niño que continúe haciendo algunos problemas.

### Propósito directo

Aprender a encontrar el común denominador buscando el mínimo común múltiplo.

Reforzar el concepto de mínimo común múltiplo.

### Edad mínima

Siete años.

### Extensiones

- ✓ Pueden hacer dibujos para resolver.
- ✓ También pueden prepararse su tabla de equivalencias.

## 4 Establecer equivalencias utilizando la división

### Material

- Encajes metálicos de las fracciones
- Papel y lápiz

### Prerrequisitos

Operaciones simples con fracciones.

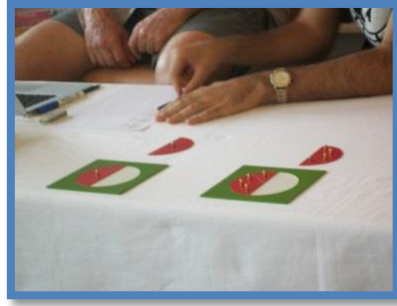
Trabajo con múltiplos incluyendo mínimo común múltiplo.

### Presentación

#### **Primera parte: Con el material**

Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Puede pedirles que le ayuden a transportar el material. Coloca los encajes en el tapete y vuelve a su estantería los soportes de madera.

Paso 2) La guía le pide al niño que tome el encaje de los octavos. La guía toma cuatro octavos y pregunta: "¿Cuál sería una fracción equivalente a los cuatro octavos?" El niño comprueba con el material y toma un medio.



Paso 3) La guía le pide que lo escriba.

$$\frac{4}{8} \equiv \frac{1}{2}$$

Paso 4) La guía pregunta: “¿Cómo podemos convertir este ocho en un dos?” Dividiéndolo entre cuatro. “¿Y cómo podemos convertir este cuatro en uno?” Dividiéndolo entre cuatro. Lo escribe.

Paso 5) La guía dice: “Si divido cuatro entre cuatro ¿Cuánto es?” Uno. “¿Qué pasa cuando divides un número entre la unidad?”. Se queda igual. “Así que al dividir el numerador y el denominador por el mismo número la cantidad no cambia porque es como dividir entre uno, sólo la apariencia es diferente”.

$$\frac{4 : 4}{8 : 4} \equiv \frac{1}{2}$$

Paso 6) La guía le pide al niño que recoja las fracciones y le propone otro ejercicio. Le pide que tome el encaje de los novenos y que tome seis novenos.

Paso 7) La guía le pregunta: “¿Puedes decirme una fracción equivalente a seis novenos?” El niño comprueba con el material y responde: “Dos tercios”. Lo escribe.

$$\frac{6}{9} \equiv \frac{2}{3}$$

Paso 8) La guía pregunta: “¿Cómo de un denominador de nueve puedo llegar a un denominador de tres?” Dividiendo el nueve entre tres. “¿Y cómo de un

numerador seis puedo llegar a un numerador dos?" Dividiendo el seis entre tres.

$$\frac{6 : 3}{9 : 3} \equiv \frac{2}{3}$$

*Segunda parte: sin material*

Paso 1) La guía le pide al niño que recoja el material y le dice: "Ahora vamos a tratar de hacerlo sin el material".

Paso 2) La guía pregunta: "¿Cuál sería una fracción equivalente a tres novenos?" Un tercio. "¿Cómo lo sabes?" Porque he dividido tanto el numerador como el multiplicador entre tres. Lo escribe.

$$\frac{3 : 3}{9 : 3} \equiv \frac{1}{3}$$

*Propósito directo*

Ser capaz de establecer equivalencias mediante la división.

*Edad mínima*

Siete años.

## 5 Extensión a la resta

Los niños van a aplicar muy sencillamente lo que encontraron en la suma para los problemas de resta.

*Material*

- Papel y lápiz

*Prerrequisitos*

Ya han trabajado con la suma con diferente denominador

*Presentación*

Paso 1) La guía invita a uno, dos o tres niños a una nueva presentación. Les dice: “Ahora vamos a restarle tres cuartos a siete novenos”. Lo escribe.

$$\frac{7}{9} - \frac{3}{4} =$$

Paso 2) La guía pregunta: “¿Son de la misma familia?” No “¿Cómo podemos hacer para restar?” Buscar un común denominador.

Paso 3) La guía pregunta: “¿Cuál será el común denominador?” El treinta y seis<sup>21</sup>.

Paso 4) La guía le propone que escriba las fracciones equivalentes y el resultado. El niño escribe.

$$\frac{7}{9} - \frac{3}{4} \equiv \frac{7 \times 4}{9 \times 4} - \frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{28}{36} - \frac{27}{36} = \frac{1}{36}$$

### Propósito directo

Resolución de restas con diferente denominador.

### Edad mínima

Siete años.

## **6 Procedimiento general para las sumas y restas con diferente denominador**

Resumen de los pasos necesarios para sumar y restar fracciones con diferente denominador:

1. Reducir la fracción a su mínima expresión.
2. Calcular el mínimo común múltiplo o mínimo común denominador de los nuevos términos.
3. Calcular los nuevos numeradores
4. Llevar a cabo la suma o resta.
5. Reducir la respuesta a su mínima expresión, si es posible (simplificar)

---

<sup>21</sup> El niño ya ha trabajado con los múltiplos.



## 7 Aplicación a problemas escritos

Hay que sintetizar con los niños lo que hemos hecho con los problemas de suma y permitir que ellos saquen conclusiones basadas en su experiencia.

Ya que saben la suma le damos unos cinco problemas que hemos preparado nosotros (sin negativos) para que comience con la práctica de la resta.

Se pueden tener problemas sólo con la operación para resolver y aparte otros cinco problemas para resolver situaciones prácticas

### Ejercicio 1

Suma de fracciones con distinto denominador

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$$

### Problema 1

Suma de fracciones con distinto denominador

“De una caja de bombones Amelia ha consumido  $\frac{3}{8}$ , su hermano Lucas se ha tomado  $\frac{1}{3}$  ¿Qué cantidad de bombones se han comido si la caja tenía 24 bombones al principio?”