

# CURSO: MÉTODO ABN

## Primer ciclo

*(Por unas matemáticas sencillas, naturales y divertidas)*



CEP de Ronda

Formación en Centros

CEIP Virgen de la Concepción (Montejaque)

Ponente: MARIA C. CANTO LÓPEZ

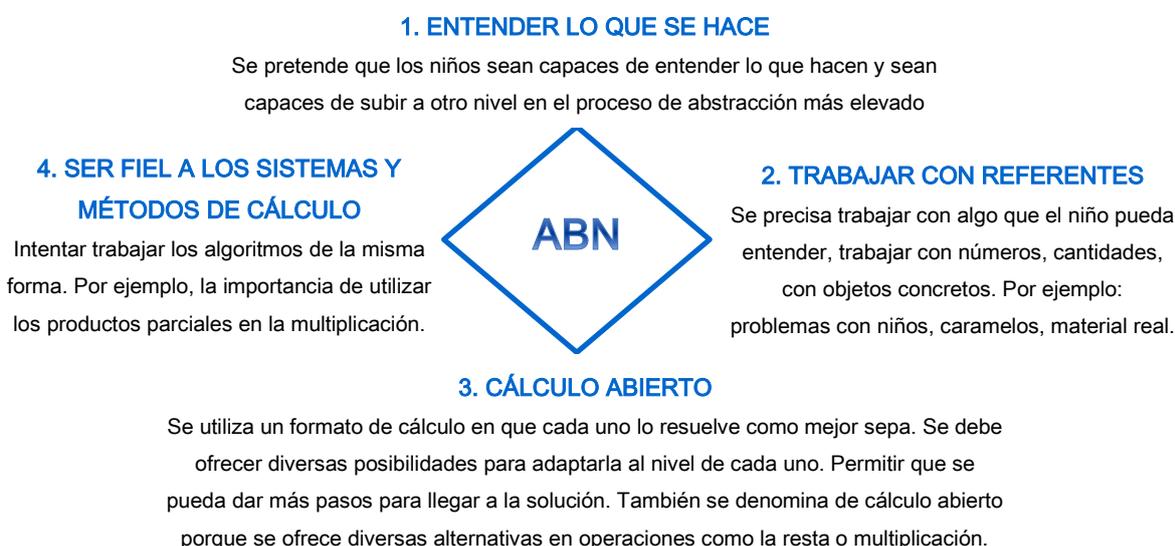
## INDICE

1. INTRODUCCIÓN .....	2
2. PRIMER CICLO .....	5
2.1. Numeración:.....	5
2.2. Aprendizaje de la SUMA: .....	10
2.3. Proceso de aprendizaje de la resta: .....	20
2.4. Operaciones compuestas:.....	27
2.5. Resolución de problemas de sumas y restas: .....	28
2.6. Problemas de suma y resta con una operación .....	29
2.7. Iniciación al aprendizaje del producto:.....	34

# MÉTODO ABN

## 1. INTRODUCCIÓN

En primer lugar, es importante presentar los cuatro puntos básicos en los que se sustenta el método abierto de aprendizaje matemático basado en números (ABN). Estos cuatro puntos básicos se pueden representar como un rombo en el que cada uno representa un vértice del mismo.



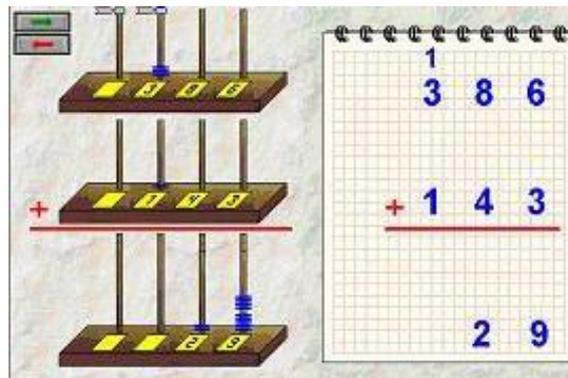
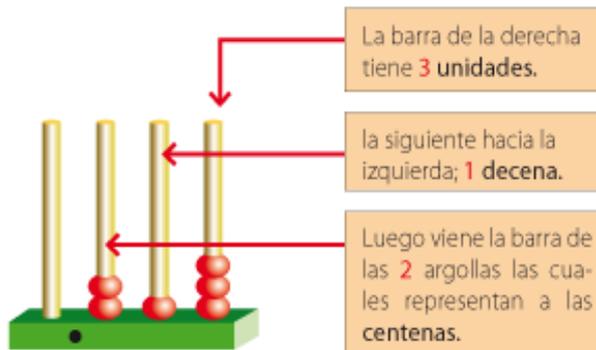
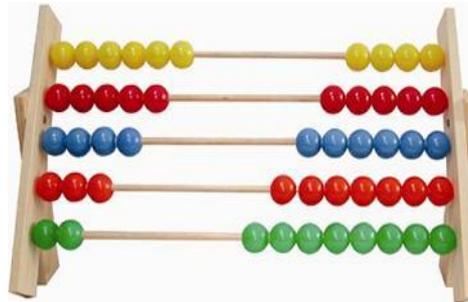
### - La razón del cambio

¿Cuáles son los problemas del método tradicional? ¿Dónde está el problema? El problema de base del método tradicional es el sistema de cálculo, ya que los problemas que tenían los estudiantes hace 20 años son los mismos que los que encontrar en cualquier aula del método tradicional en el presente.

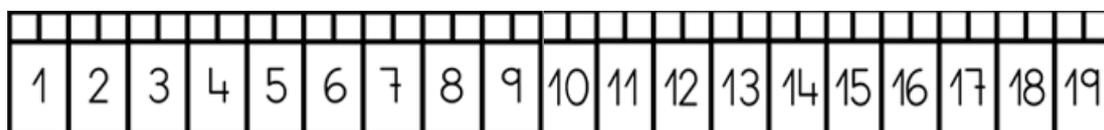
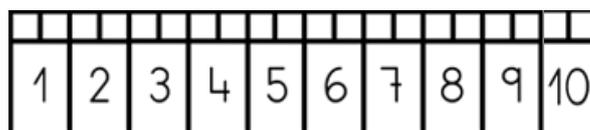
El origen del método tradicional proviene de la adaptación del ábaco al cálculo. La **finalidad** que tenía, en aquellos tiempos, es que el alumno aprendiera a calcular, ya que no existía ninguna máquina para hacer esta tarea. Hoy en día, esta finalidad no tiene sentido, ya que el objetivo actual es desarrollar las capacidades del sujeto por medio del cálculo. El objetivo presente es que lo entiendan e intentar cambiar la finalidad y el modelo de cálculo basado en el ábaco por otro modelo más racional.

El modelo basado en el ábaco comienza el cálculo por la derecha, al contrario de cómo funciona nuestro procesamiento cerebral. Este modelo impide la estimación,

ya que desde la derecha es imposible estimar qué número vamos a obtener hasta que no llegemos a las cifra de unidad superior.



La clave de la nueva metodología que se propone a través del método ABN, está basado en la utilización de la línea numérica y la tabla numérica. Esta tabla permite contar de 10 en 10, trabajar los complementarios, formar la imagen mental de la tabla,...). Las últimas investigaciones del nuevo método, demuestra que si el aprendizaje matemático no está basado en este sistema o si no se ha trabajado bien, el alumno tendrá más probabilidad de tener problemas en el aprendizaje del cálculo.



### RECTA NUMÉRICA

1	PEGAR	PEGAR	PEGAR	PEGAR
2	20	40	60	80
3	21	41	61	81
4	22	42	62	82
5	23	43	63	83
6	24	44	64	84
7	25	45	65	85
8	26	46	66	86
9	27	47	67	87
10	28	48	68	88
11	29	49	69	89
12	30	50	70	90
13	31	51	71	91
14	32	52	72	92
15	33	53	73	93
16	34	54	74	94
17	35	55	75	95
18	36	56	76	96
19	37	57	77	97
	38	58	78	98
	39	59	79	99
				100

$$86 - 50 = 50 + \boxed{\phantom{00}} = 86$$

A 50 le agrego lo que falta para tener 86.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99



$$86 - 50 = 50 + \boxed{\phantom{00}} = 86$$

A 50 le agrego lo que falta para tener 86.



$$50 + 10 + 10 + 10 + 6 = 86 \quad \longrightarrow \quad 50 + 36 = 86$$

El modelo numérico basado en el ábaco tiene serios problemas:

- Representa una **visión falsa del número y la numerosidad**.
- Fuerza **todos los cálculos** como si hubiera sólo órdenes de **unidades inferiores a 10**.
- Obliga a un proceso de **cálculo inflexible**.

## 2. PRIMER CICLO

### 2.1. Numeración:

ÁMBITO: En el primer ciclo se puede llegar a alcanzar la **unidad de millar**.

El contenido que se desarrollará en este primer ciclo es el siguiente:

- Es necesario destacar, que para trabajar la numeración en este primer ciclo es esencial practicar el **conteo**<sup>1</sup>, utilizar las ayudas de los **palillos** (tapones en infantil), la **recta numérica** y la **tabla del 100**. Paralelamente a esta área se trabajará los ejemplos de **problemas** que se trabajarán en este primer ciclo, utilizando los materiales para la resolución de los mismos. Se presentarán ejemplo de problemas y se pedirá a los alumnos que cambien datos y construyen otros del mismo tipo. Aunque este apartado se desarrollará más ampliamente en páginas posteriores, destacar que los problemas de sumas y restas se aprenden en el primer ciclo al mismo tiempo que el inicio del manejo de la recta numérica, la tabla del 100 y los palillos.
- En esta área es también importante destacar el aprendizaje de los **nombres de las decenas y de las familias de las decenas** (10,...20,...30,...40,...), Para ellos es necesario realizar tareas de conteo hacia delante y hacia atrás, en series de 10, de 5, de 2,... Para trabajar las familias de las decenas, se recomienda que cuando el alumno nombre una nueva decena que cuente todos los de la familia hasta la siguiente decena, para habituarlo a la nueva unidad.
- Práctica de tareas de contar, agrupar y transformar, primero con los palillos y, posteriormente, con la **tabla del 100**. Los primeros ejercicios a realizar con la tabla del 100 es encontrar los números. Conlleva dos pasos:

#### 1. IDENTIFICACIÓN DE LAS FILAS:

<sup>1</sup> Ejemplos de actividades y problemas de contar: contar canicas desde tal número a otro, contar 9 más, cuánto tenía si he perdido 3 y tengo 9 (C5), tenía 12 y pierdo 7 (C2), estás en el 12 después de haber perdido 8, ¿cuántas tenías? (C4). No sólo es importante que sepa contar sino también que lo utilicemos en la composición de problemas.

- Localizar las filas de los veinte, de los cincuenta, de los ochenta.
- Llegar a una fila desde otra, tanto en sentido ascendente como en sentido descendente:
- Estoy en la fila del 50 y quiero ir a la del 80. ¿Subo o bajo? ¿Cuántas?
- Estoy en la fila del 70 y quiero ir a la del 20. ¿Subo o bajo? ¿Cuántas?
- Averiguar a qué fila se llega cuando se suben o se bajan unas determinadas.
- Estoy en la fila del 60. ¿A cuál llego si subo dos filas?
- Estoy en la fila del 60. ¿A cuál llego si bajo cuatro filas?

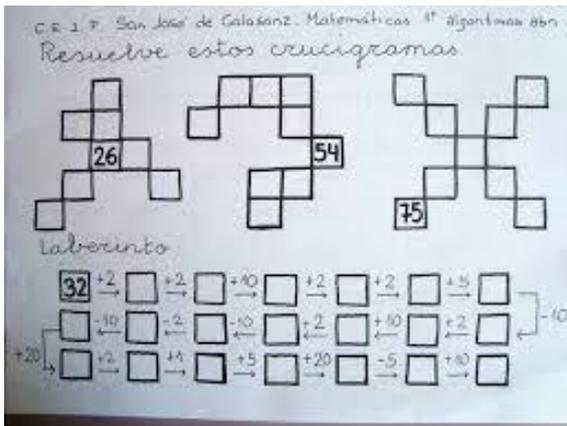
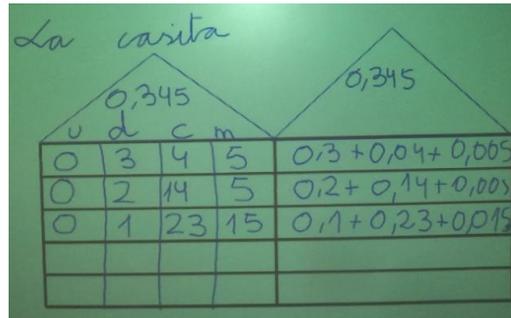
## 2. IDENTIFICACIÓN DE LAS COLUMNAS.

- Localizar las columnas del 0, del 1 y del 5 (extremas y central).
- Localizar las intermedias entre el 1 y el 5.
- Localizar las intermedias entre el 5 y el 10.

Al finalizar estos ejercicios el niño debe ubicar dentro de la tabla instantáneamente cualquier número que se le indique

<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>
<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>
<b>30</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>
<b>40</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>
<b>50</b>	<b>51</b>	<b>52</b>	<b>53</b>	<b>54</b>	<b>55</b>	<b>56</b>	<b>57</b>	<b>58</b>	<b>59</b>
<b>60</b>	<b>61</b>	<b>62</b>	<b>63</b>	<b>64</b>	<b>65</b>	<b>66</b>	<b>67</b>	<b>68</b>	<b>69</b>
<b>70</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>75</b>	<b>76</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>79</b>
<b>80</b>	<b>81</b>	<b>82</b>	<b>83</b>	<b>84</b>	<b>85</b>	<b>86</b>	<b>87</b>	<b>88</b>	<b>89</b>
<b>90</b>	<b>91</b>	<b>92</b>	<b>93</b>	<b>94</b>	<b>95</b>	<b>96</b>	<b>97</b>	<b>98</b>	<b>99</b>

➤ Desde el primer curso de primaria se puede trabajar la **composición y descomposición** con variación de los datos. Este aspecto se trabaja a través de tareas de búsqueda de la unidad perdida, técnica de la “casita” y el adosado.



➤ La iniciación en las operaciones desde la numeración y los símbolos.

La simbología que se utiliza no es la misma para todos los profesores, aquí mostraremos uno de los modelos que se utiliza. Este tipo de tareas se realiza después de trabajar profundamente la recta numérica, la tabla y los palillos. Los códigos, primero, se presentan sin agrupar y posteriormente agrupados.

### SUMA

48	○ ○ ○ ○ ○	¿?
----	-----------	----

En esta tarea se pretende que el alumno averigüe a que número se llega si le sumamos al número dado la cantidad representada por los símbolos.

### RESTA

Existen 4 tipos de resta:

#### Detracción

78	○ ○ ○ ○	¿?
----	---------	----

En esta tarea se pretende que el alumno averigüe a que número se llega si le quitamos al número dado la cantidad representada por los símbolos. Se resuelve restando los símbolos.

Escalera ascendente

<b>48</b>	¿?	<b>96</b>
-----------	----	-----------

*En este tipo de resta se pretende que el alumno averigüe qué cantidad le hemos sumado a la primera cantidad dada para llegar a la segunda cantidad indicada. Se resuelve sumando los símbolos que correspondan.*

Escalera descendente

<b>96</b>	¿?	<b>48</b>
-----------	----	-----------

*Este tipo de resta es al contrario que la anterior y el alumno debe averiguar que cantidad le hemos quitado a la primera cantidad dada para llegar a la otra cantidad indicada. Se resuelve restando los símbolos que correspondan.*

Comparación

Es el tipo de resta más complicado de entender para los alumnos de primer ciclo.

<b>51</b>	○ ○ ○ ○ ○
<b>-38</b>	○ ○ ○

*El primer paso que se le presenta al alumno es quitar 38, representando la cantidad con símbolos.*

<b>51</b>	○ ○
<b>-38</b>	

<b>51</b>	○
<b>-38</b>	

*A continuación, el alumno quita los 30 y le quedan 8 que no puede quitar, por lo que necesita representar los 10 en unidades.*

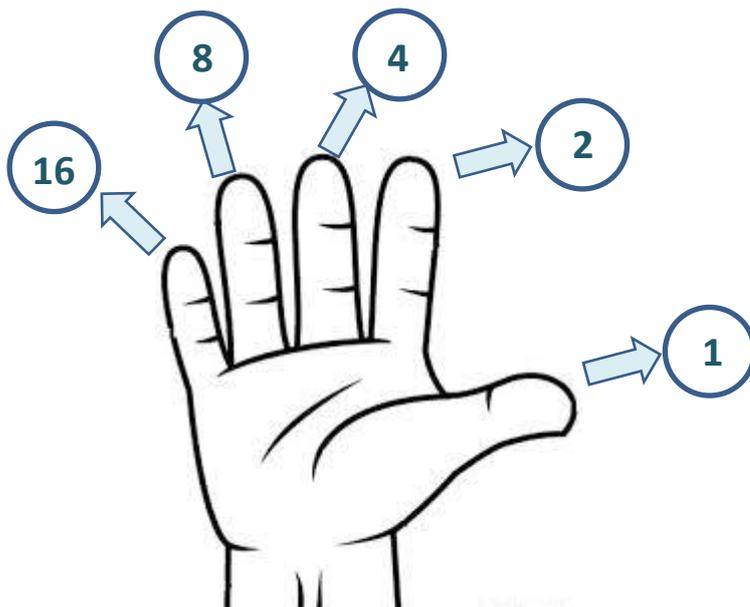
<b>51</b>	○	
<b>-38</b>		<b>13</b>

*El resultado final que obtiene, una vez quitados los 8 que nos faltaban, es 13.*

➤ **Números decimales y dinero.** Estas dos dimensiones son trabajadas conjuntamente desde el primer curso de educación primaria. Se utiliza la manipulación de monedas de cartulina o del material proporcionado por la editorial. Una técnica para trabajar en el aula es la siguiente:

- 1º. Se seleccionan de las publicidades de supermercados precios bajos de productos de alimentación. Se le pide a los alumnos que recorten aquellos que encuentren.
- 2º. Los alumnos deben pegarlo en el cuaderno y representarlo con las monedas, primero en la mesa y después con dibujos de las monedas.
- 3º. Seguidamente se puede trabajar problemas de suma donde deben juntar dos productos, representar las monedas y juntar los precios.

➤ **Numeración en base 2.** Para trabajar la numeración en una base distinta a la habitual (en base 10), se recomienda debe iniciar con la escritura de números con la técnica de los dedos.



Representación de números en base 2

	<u>16</u>	<u>8</u>	<u>4</u>	<u>2</u>	<u>1</u>
9 ⇒		1	0	0	1
13 ⇒		1	1	0	1
21 ⇒	1	0	1	0	1

También se pueden realizar actividades con palillos y/o botones. La decena en vez de 10 son 2.

## 2.2. Aprendizaje de la SUMA:

El aprendizaje de la suma se realiza en tres etapas y con dos acciones complementarias. A continuación se presentan las distintas fases:

### 1 PRIMERA ETAPA. COMBINACIONES DE DÍGITOS HASTA CINCO.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6					
2	3	4	5	6	7					
3	4	5	6	7	8					
4	5	6	7	8	9					
5	6	7	8	9	10					
6										
7										
8										
9										
10										

Las primeras combinaciones las construyen con los dedos. No tienen más que extender en cada mano tantos dedos como indica el correspondiente sumando y contar los dedos extendidos. Normalmente esta fase o etapa los niños la superan enseguida, y las sumas las resuelven por subitización.

### 2 SEGUNDA ETAPA. COMBINACIONES DE DÍGITOS MAYORES Y MENORES DE CINCO.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11					
7	8	9	10	11	12					
8	9	10	11	12	13					
9	10	11	12	13	14					
10	11	12	13	14	15					

En esta etapa las combinaciones son sumando superior a cinco y el otro es inferior a cinco. La técnica es la siguiente. El alumno o alumna “se pone” en su cabeza el sumando mayor, y extiende tantos dedos como indica el sumando menor. Una vez extendidos los dedos, los cuenta a partir del sumando mayor. Por ejemplo: 9 y 3. Pone en su cabeza el número nueve, y extiende tres dedos. A continuación cuenta los dedos a partir del 9: 10, 11 y 12. Es también muy intuitivo y se domina muy pronto.

### 3 TERCERA ETAPA. COMBINACIONES DE DÍGITOS MAYORES DE CINCO.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

En esta etapa, en un primer momento, se necesitan a dos niños. Cada niño escribe un sumando con los dedos y después se cuentan los dedos que hay. Por ejemplo,  $7 + 8$ . El niño A escribe el 7 (todos los dedos de una mano y dos dedos extendidos en la otra) y la niña B el otro (todos los dedos de una mano y tres dedos extendidos en la otra). Se les hace notar que los dedos de las dos manos que tienen todos extendidos no hay que contarlos, porque saben que son diez. Ahora, a partir de diez, cuentan todos los dedos extendidos que quedan: 11 y 12 (de una mano) y 13, 14 y 15 de la otra.

Una vez que entienden y automatizan el proceso de contar a partir de diez, se prescinde de uno de los niños. Ahora cada sumando se escribe en una mano: el 8 son tres dedos extendidos, el 9 cuatro, etc. El alumno cuenta a partir de 10 los dedos extendidos. Por ejemplo,  $6 + 9$ : 1. Escribe los sumandos con los dedos. En una mano extiende 1 dedo (6) y en la otra 4 (el 9). 2. Cuenta a partir de diez los dedos de la primera mano: 11. 3. Cuenta a partir de once los dedos de la segunda mano: 12, 13,

14 y 15. Ese es el resultado. Es un proceso rápido que el niño entiende sin dificultad y que le permite, sin angustias ni inseguridades, afrontar las sumas y restas.

➤ *Las acciones complementarias*

Dentro de esta categoría encontramos dos acciones complementarias: los dobles y mitades, y los complementarios a diez.

### DOBLES Y MITADES

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Simultáneamente a los anteriores procesos se han de trabajar los dobles y, una vez asentados estos, las mitades. No hay peligros. Los niños los aprenden enseguida. Por no sabemos qué extraña razón, las sumas de dos dígitos repetidos las aprenden enseguida y las resuelven con enorme sencillez. Lo mismo ocurre con las mitades, por lo que no se necesitan especiales recomendaciones para su aprendizaje. Estas dos actividades se presentan como iniciación al producto y división respectivamente.

### COMPLEMENTARIOS A 10

Es de tremenda importancia que los niños dominen con singular destreza la suma de los números que da diez como resultado. Es una de las llaves del cálculo mental, y por ello se han de trabajar estas combinaciones específicamente, y alterando el orden de los sumandos ( $9 + 1$  y  $1 + 9$ ). Han de tener un dominio completo de estas tres tareas:

1. Las sumas de los complementarios a 10.
2. Dado un número menor de 10, decir lo que falta para llegar a 10.
3. Dado el número 10, decir qué número queda si se quita uno más pequeño de diez.

Para resolver bien las anteriores cuestiones se tienen los instrumentos más imprescindibles y que mejor aseguran el éxito del aprendizaje: los dedos de las manos.

Hemos visto como niños de 3 y 4 años responden a todas las cuestiones cuando tienen que resolverlas usando los dedos.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



### \* TRUCOS DEL DIEZ

Estos trucos se deben utilizar desde el primer curso de E.P., ya que son muy útiles tanto para las operaciones de suma como de resta.

#### SUMA

9	Sumo 10 y quito 1
8	Sumo 10 y quito 2
7	Sumo 10 y quito 3
6	Sumo 10 y quito 4

#### RESTA

9	Quito 10 y sumo 1
8	Quito 10 y sumo 2
7	Quito 10 y sumo 3
6	Quito 10 y sumo 4

➤ *Proceso de iniciación a la suma*

Una vez se tenga cierta agilidad mental en la suma y resta de cantidades pequeñas, decenas, centenas (según nivel) ahora es conveniente que hagamos un cálculo mental practico.

Si tenemos dos cantidades y queremos sumarlas se puede proceder transfiriendo unidades, decenas, etc. de una de ellas a la otra hasta que en esta última quede cero (la ventaja es que cada uno puede transferir cantidades como pequeñas o grandes, como prefiera). Puede que se considere infantil el ejemplo pero tenga en cuenta que estamos iniciándonos en el Método.

Ejemplo: ¿Cómo podemos sumar  $12 + 13$ ?

Si atendemos a las unidades quito 2 del 12 y los añado al 13, la operación es equivalente a  $10+15$ , como hemos agilizado el cálculo de las decenas el paso siguiente sería transferir la decena obteniendo una equivalencia con  $0+25$ , que es 25.

Resultado:  $12 + 13 = 25$

¿Cómo se expresa el procedimiento en una tabla?

	12	+	13
2	10		15
10	0		<b>25</b>

La suma se trabaja paralelamente a la resolución de problemas, siempre utilizaremos la operación en el contexto de un problema. La tabla puede contestar más de una cuestión sobre el problema, por ejemplo:

“Laura tiene 12 euros y le han regalado 13 ¿cuántos euros tiene?, ¿si de los doce pierde 2 cuantos le quedan?, si cuando perdió los 2 euros se encontró 15 ¿Cuántos tiene ahora?” Se observa un aumento en la diversidad de posibilidades que ofrecen este planteamiento cara a un razonamiento más general del problema.

➤ *Secuenciación del proceso de la suma*

A la hora de iniciar el proceso de la suma, debemos seguir la siguiente **secuenciación**, extraída del artículo de José M. de la Rosa Sánchez (2010). En esta secuenciación se establece una descripción de los pasos, una ejemplificación y dos modos de resolución, el cálculo mental y el algoritmo ABN, aunque la secuenciación es igualmente válida para el algoritmo tradicional.

FASE	GRADUACIÓN EN LA SUMA	EJEMPLO	MODO
1	Combinaciones hasta el 10	Desde 0 + 0 hasta 10 + 10	CM
	Sumas de tres dígitos:	3 + 4 + 1	CM
	2.1.- Sin rebasar decena	3 + 4 + 6	
	2.2.- Rebasando decena en la última combinación		
	2.3.- Rebasando decena en la primera combinación pero no en la última	2 + 8 + 1	
	2.4.- Rebasando decena en las dos combinaciones	5 + 8 + 9	
3	Decenas completas más dígitos	20 + 8	CM
4	Suma de decenas completas. Extensión de la tabla se sumar	20 + 30	
	Decenas completas más decenas incompletas	30 + 25	
6	Decenas incompletas más dígito	38 + 5	
7	Decenas incompletas más decenas incompletas	43 + 36	CM/ABN
8	Centenas completas más decenas completas más unidades, o centenas completas más decenas incompletas	300 + 40 + 9 300 + 49	CM
9	Centenas incompletas más unidades	357 + 4	
10	Centenas incompletas más decenas completas	357 + 60	CM/ABN
11	Centenas incompletas más decenas incompletas	357 + 63	ABN
12	Centenas incompletas más centenas incompletas	498 + 269	

A partir del paso 12, el tipo de sumas que pueden surgir no añaden nada nuevo en el aprendizaje de la suma, pero además no tienen sentido realizarlas con ningún tipo de algoritmo que no sea el de la calculadora, ya que en la vida real no están presentes desde hace muchísimos años.

El cálculo mental, es necesario realizarlo mediante el aprendizaje de la tabla de sumar, la cual puede ser complementada con las primeras series de cálculo mental, las cuales facilitarán su aprendizaje y afianzamiento.

La secuencia de materiales con los que trabajaremos la iniciación a la suma serán los siguientes:

- Palillos
- Con palillos y rejilla
- Con rejilla y palillos
- Con rejilla y símbolos
- Sólo rejilla

➤ *La suma en la tabla del 100. En foque directo e indirecto.*

La utilización de la tabla del 100 para la suma con los niños de Primero y Segundo es totalmente necesaria. Los pasos a seguir para su correcta utilización serían los siguientes:

#### 1. SUMA SIN REBASAMIENTO DE DECENAS.

Sumar es avanzar tantas casillas como indique el número. Cuando señalamos que no rebasamos la decena, indicamos que no llegamos en ningún caso a la fila superior.

La progresión que recomendamos es la que sigue

- Confirmación de que los niños aplican a esta tabla su conocimiento de la tabla de sumar en los casos sin llevadas. ( $21 + 4$ ;  $53 + 5$ ).
- Cálculo de todos los complementos a 10, hasta que sean automatizados. En primer lugar, estableciendo las que hay que sumar para llegar a la columna del cero; en segundo lugar, sabiendo las combinaciones y comprobando que han acertado.

#### 2. SUMA DE DECENAS COMPLETAS.

Nos referimos a sumar 10, 20, 30, 40, 50, etc. Se pueden establecer tres graduaciones:

- Sumas en las columnas de los ceros:  $20+10$ ,  $+30$ ,  $+70$ , etc.
- Sumas en las columnas que no llevan cero:  $21 + 50$ ;  $54 + 30$ , etc.
- Descubrimiento de las filas o dieces que se han sumado: He partido del 54 y he llegado al 64, ¿cuántos dieces o decenas he sumado?.

Respecto al procedimiento, el niño debe señalar con el dedo sobre la tabla los saltos que da. Cuando pase a hacerlos mentalmente, en un primer momento puede ayudarse de los dedos (cada salto de fila equivale a un dedo extendido), pero finalmente lo debe hacer sin ninguna ayuda.

### 3. SUMA DE DECENAS INCOMPLETAS SIN REBASAMIENTO DE DECENAS.

Es el caso de  $23+44$ , ó  $37+51$ . El procedimiento es muy sencillo. El alumno suma primero las decenas y después las unidades, contando a la derecha el número de unidades. Es un caso muy sencillo y que no requiere mayor explicación.

Hay dos niveles a aplicar aquí:

- Las cifras de las unidades no llegan a complementar la decena:  $56+31$ ;  $22+46$ .
- Las cifras de las unidades sí completan una decena:  $23+37$ ;  $58 +32$ .

### 4. SUMA CON REBASAMIENTO DE DECENAS.

El rebasamiento de decenas es muy gráfico en la tabla del 100: hay que pasar a la fila siguiente. Siguiendo los pasos aquí expresados, el proceso es sencillo: cualquier suma estará comprendida entre el complemento a diez del número del que se parte, y la suma de diez de ese número. Por ejemplo la suma  $23+ 8$  estará comprendida entre 30 (7 de los ocho) y 33. La forma más rápida de calcular es descomponer las unidades en el complemento a diez, y añadir el resto sin más:  $24 + 39 = 24 + 36 + 3 = 60 + 3 =63$ .

El escalonamiento en la dificultad pasa por tres niveles:

- La suma a números cercanos a la decena:  $28+ 33$ ;  $47 + 48$ ;  $49 + 13$ , etc.
- La suma a números en el centro de la decena:  $25+37$ ;  $36+48$ , etc.
- La suma a números alejados de la decena:  $22+59$ ;  $63+38$

## ACTIVIDADES I: ENFOQUE DIRECTO

En este tipo de actividades de enfoque directo, se presenta la tabla en blanco y tienen que colorear la tabla para realizar la suma.

Ej.:

$$50 + 29 = 79$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	

## ACTIVIDADES II: ENFOQUE INDIRECTO

En este caso se presenta la tabla en blanco y la operación sin sumandos. Tienen que escribir los sumandos. Se puede realizar con dos o tres sumandos:

➤ Dos sumandos:

Ej.:  $\_\_ + \_\_ = 71 \Rightarrow 44 + 27 = 71$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71									

➤ Con tres sumandos:

Ej.:  $\_\_ + \_\_ + \_\_ = 67$

En este caso es igual que el anterior pero deben colorear tres sumandos, en vez de dos.

➤ *Complementarios a 100 con la tabla.*

El objetivo de trabajar los complementarios del 100 es ofrecer unas orientaciones muy básicas que les facilitarán el proceso de cálculo mental a aquellos alumnos que tengan más dificultad.

Ej.: Partimos por ejemplo del número 44 marcado en la tabla. En un primer momento preguntamos al alumno cuánto le falta para llegar a la siguiente decena, es decir, preguntamos por el complementario del 4 (en clase le llamo amigo del 4). En este caso es el 6 (Ya conocemos en qué acabará el número).

- Por último, como ya estamos en el 50, basta con contar cuántas filas quedan hasta el 100 o si están en un nivel más avanzado buscar el complemento del 50 bien directamente o como complementario de 5 decenas, es decir el 50.

- El resultado es el 56.

➤ *Familias de sumas.*

Para trabajar las familias de sumas se propone el siguiente formato de actividad, con números más pequeños o más grandes.

$45 + 25 = 70$	$\_\_\_ + \_\_\_ = 70$	$\_\_\_ + \_\_\_ = 70$
$450 + 250 = 700$	$\_\_\_ + \_\_\_ = 700$	$\_\_\_ + \_\_\_ = 700$

➤ *Redondeo y compensación.*

**Redondeo:** completar decenas, centenas,...

Ej.:  $48 + 22 =$

+	48	22
2	50	20
20	<b>70</b>	

**Compensación:** sumar hasta completar decenas, centenas, ... y luego restar los que he sumado de más.

Ej.:  $54 + 28 =$

+	54	28
+30	84	-2
-2	<b>82</b>	

➤ *Patrones de la suma.*

Los patrones que se pueden utilizar pueden seguir el siguiente formato:

$8 + 5 =$	$8 + 15 =$	$8 + 25 =$	$8 + 35 =$
$8 + 5 =$	$18 + 5 =$	$28 + 5 =$	$38 + 5 =$
$8 + 5 =$	$18 + 15 =$	$28 + 25 =$	$38 + 35 =$
$48 + 15 =$	$49 + 44 =$	$50 + 43 =$	$51 + 42 =$

## 2.3. Proceso de aprendizaje de la resta:

En primer lugar, debemos recordar que esta operación les resulta especialmente difícil de aprender, básicamente por la existencia de cuatro situaciones distintas (aunque todas ellas se resuelvan con la misma operación) a las que hay que añadir los distintos tipos de situaciones problemáticas que se generan en cada una de ellas.



Los cuatro tipos de formatos para la resta son los siguientes:

- I. **Detracción:** A una cantidad, quitar una indicadas y contar lo que nos queda.
- II. **Escalera ascendente:** Se parte de una cantidad a la que hay que añadir para llegar a otra.
- III. **Escalera descendente:** Se parte de una cantidad a la que hay que quitar para llegar a otra.
- IV. **Comparación:** Hay que buscar en cuanto una cantidad es mayor o menor que otra.

### I. Detracción

En el siguiente ejemplo representa una situación concreta partiendo del siguiente problema.

*“En una pastelería se han elaborado 437 bollos de los que se han vendido, por la mañana, 248. ¿Cuántos bollos quedarán para la tarde?”.*

437 - 248		
QUITO	QUEDAN POR QUITAR	RESTAN
200	48	237
30	18	207
7	11	200
10	1	190
1	0	189

En este caso el alumno representa en la primera columna las cantidades que va cogiendo del sustraendo (dichas cantidades las decide el propio alumno) y la 2ª y 3ª columna reflejan las cantidades que quedan en el sustraendo y en el minuendo respectivamente.

## II. Escalera ascendente

Dentro de este formato se encuentran dos tipos de problemas, en los que partiendo de una cantidad debemos llegar a una mayor también conocida y determinar esa diferencia. Ejemplos de estos dos tipos de problemas son:

- *Cuando empezaron el partido había 6 niños jugando y cuando acabaron había 12. ¿Cuántos niños se añadieron al juego?*
- *En un cesto María ha recogido 8 manzanas y su hermano Pepe 5. ¿Cuántas manzanas tienen que recoger Pepe para tener las mismas que María?*

La forma de resolverlo, mediante el algoritmo ABN, sólo necesitamos dos columnas, en la primera ponemos la cantidad que vamos poniendo (nombrada como “AÑADO”) y en la segunda (como “LLEGO A”) iremos poniendo las sumas parciales que alcanzamos al añadirle al sustraendo las cantidades que cada alumno/a ha ido poniendo en la primera columna, hasta llegar a la cifra del minuendo. En ese momento se suman las cantidades de la 1ª columna que será el resultado.

Las cantidades que se van cogiendo las elige cada uno en función de su habilidad en el cálculo, por lo que una misma operación podrá tener tantos pasos como necesite el niño/a.

También y gracias a la flexibilidad y adaptación del método, el que realiza la operación puede elegir si poner en la primera fila el sustraendo al objeto de continuar a partir del mismo añadiendo cantidades.

En los siguientes ejemplos de la misma operación se representa cómo se desarrolla el algoritmo ABN de la resta en escalera ascendente.

Primer ejemplo: 5238 – 3082

5238 - 3082	
AÑADO	LLEGO A
2000	5082
100	5182
20	5202
36	5238
2156	

LLEGAR A 5238	
AÑADO A	3082
8	3090
10	3100
2138	5238
2156	

Segundo ejemplo: En este ejemplo se ha cambiado la cabecera y se ha añadido en la primera fila justo debajo de la cabecera el sustraendo al que se le irá añadiendo las cantidades de la primera columna. El diseño del formato depende también de los gustos y necesidades del que opera, el resto del procedimiento es el mismo descrito anteriormente.

En el algoritmo ABN, el término “me llevo...” no existe, por tanto no hay sumas y restas llevando y sin llevar, sólo son sumas y restas. Un alumno/a que trabaja el algoritmo ABN tras trabajar la numeración y la suma mediante este método, lo que hace es buscar mentalmente las combinaciones posibles para formar decenas, centenas,... por lo que nunca necesitará llevarse una.

### III. Escalera descendente

En este tipo de resta es el caso inverso a la escalera ascendente. Dentro estarían los problemas, en los que partiendo de una cantidad debemos ir quitando hasta llegar a una menor, ambas conocidas, y determinar esa diferencia. Ejemplos de estos problemas son:

- *En la caja había 18 galletas y después de la merienda quedan 9. ¿Cuántas galletas se han comido?. (Cambio 4)*
- *María tiene 9 euros. Si tiene 5 euros menos que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?. (Comparación 5)*
- *En una cesta verde hay 8 manzanas y en otra roja hay 5. ¿Cuántas manzanas tenemos que quitar de la cesta verde para tener las mismas que en la roja?. (Igualación 2)*

- Mario ha dado 9 vueltas corriendo al estadio. Si su amigo Antonio diera tres vueltas más correría lo mismo que Mario. ¿Cuántas vueltas ha dado Antonio?. (Igualación 3)

4575 - 1372	
QUITO	LLEGO A
3000	1575
200	1375
3	1372
3203	

Para realizarlo mediante el algoritmo ABN tan sólo se necesitan dos columnas, en la primera ponemos la cantidad que vamos quitando al minuendo (podemos nombrarla como “QUITO”) y en la segunda (podemos nombrarla como “LLEGO A”) donde iremos poniendo las restas parciales al quitarle al minuendo las cantidades que cada alumno/a ha ido poniendo en la primera columna, hasta llegar a la cifra del sustraendo. En ese momento se suman las cantidades de la 1ª columna que será el resultado.

Al igual que en la escalera ascendente también es posible el formado en el cual se indica el número al que hay que llegar y e ir reduciendo el minuendo hasta dicho número.

BAJAR A 1372	
LE QUITO A	4575
3200	1375
3	1372
3203	

#### IV. Comparación

Pertenecen a este tipo los problemas en los cuales se comparan dos cantidades en mayor y menor cantidad conocida y se pregunta por la diferencia. Ejemplo son:

- De los 64 euros que tenía ahorrados he gastado 18 en cuadernos y lápices. ¿Cuánto dinero me queda?
- Juan ha realizado una torre de 214 piezas y Pedro otra de 156. ¿Cuántas piezas más ha usado Juan que Pedro?

Para su realización mediante el algoritmo ABN iremos quitando cantidades del minuendo y del sustraendo hasta agotar el sustraendo. Este proceso es representado en tres columnas, en la 1ª se refleja la cantidad que vamos quitando de las otras dos,

y en las 2ª y 3ª indicaremos las cantidades del minuendo y sustraendo y debajo las cantidades que resultan tras quitarles la de la 1ª columna.

4629 - 789		
RETIRO	CANTIDAD 1	CANTIDAD 2
600	4029	189
109	3920	80
+ 20	3940	100
100	3840	0

En el ejemplo que se muestra se representan los pasos seguidos por un alumno, el cuál introduce una compensación que consiste en añadir cantidades en la primera columna al objeto de facilitar la posterior resta.

Para el aprendizaje del proceso de comparación, se precisa de cierta **especificidad del proceso** con respecto a los tipos anteriores. Los problemas de comparación precisan de un material manipulable y alineado, como ejemplo de ello se muestra el material utilizado en el CEIP San Rafael por una de las profesoras de primer ciclo, M<sup>a</sup> del Carmen Reyes, para ayudar al alumnado a entender el concepto de comparación. El material está compuesto por dos cuerdas, en las que se ensartan tapones de botellas o de tetabrik. Se intercala un tapón de color rojo cada diez, para que se pueda contar más rápidamente.



En este proceso de comparación, se precisa también del **aprendizaje del lenguaje de la comparación** para la resolución de los problemas. El objetivo es conseguir que los alumnos logren realizar **transformaciones en las oraciones relacionales**. A continuación, se muestra un ejemplo de transformación del lenguaje de los problemas de comparación, de manera que se le presente y se trabaje en el aula las alternativas existentes.

- *Yo tengo 8€ y tengo 3€ más que María.*
- *Tengo 8€ y María tiene 3€ menos que yo.*
- *María tiene 5€ y 3€ menos que yo*
- *María tiene 5€ y yo 3€ más que ella*

➤ *Secuenciación del proceso de la resta*

Al igual que hicimos con la suma, en esta ocasión se presenta una secuenciación lógica en la graduación de la enseñanza de la resta. En total consta de 12 pasos, los cuales se podrían desdoblar para adaptarlos al alumnado más lento, pero que en principio son suficientes para su aprendizaje.

FASE	GRADUACIÓN EN LA RESTA	EJEMPLO	MODO
DENTRO DE LA PRIMERA CENTENA			
1	Tabla de sumar inversa	16-9	C.M.
	Especial atención a los complementarios a 10	10-3	
2	Decenas completas	60-30	C.M.
3	Decenas incompletas menos decenas completas	78-50	C.M.
4	Decenas completas menos unidades. Especial atención a los complementarios a 10	30-8	
5.1	- Decenas incompletas menos decenas incompletas - Distancia de decenas - Distancia de decenas y unidades	68-38	C.M.
5.2			C.M.
5.3		ABN	
		C.M.	
UTILIZANDO LAS CENTENAS			
6	Centenas completas	800-500	C.M.
7	Centenas incompletas menos centenas completas	738-200	C.M.
8	Centenas completas menos centenas con decenas	700-230	C.M.
			ABN
9	Centenas con decenas menos centenas con decenas	430-260	C.M.
			ABN
10	Centenas completas menos centenas incompletas	700-256	ABN
11	Centenas incompletas menos centenas incompletas	568-278	ABN

➤ *Desaparición de datos. Inversión respecto a la tabla de sumar.*

Se le presenta al alumno el algoritmo de la suma resuelto pero eliminando el segundo sustraendo, el menor. En el ejemplo se muestra un ejercicio tipo:

	356	¿?
200	556	
40	596	
4	600	
28	628	

¿Qué número has sumado?

➤ *Familias de restas.*

Para trabajar las familias de restas se propone el siguiente formato de actividad, con números más pequeños o más grandes.

___ - ___ = 6	___ - ___ = 6	___ - ___ = 6
___ - ___ = 6	___ - ___ = 6	___ - ___ = 6

70 - 25 = 45	___ + ___ = 45	___ + ___ = 45
700 - 250 = 450	___ + ___ = 450	___ + ___ = 450

➤ *Redondeo y compensación.*

**Redondeo:** completar decenas, centenas,...

Ej.: 44 - 38 =

-	44	38
4	40	34
30	10	4
4	6	0

**Compensación:** restar hasta completar decenas, centenas, ... y luego sumar los que he restado de más.

Ej.: 54 - 28 =

-	54	28
-30	24	+2
+2	22	

➤ *Patrones de la resta.*

Los patrones que se pueden utilizar pueden seguir el siguiente formato:

8 - 5 =	18 - 5 =	28 - 5 =	38 - 5 =
28 - 15 =	38 - 25 =	48 - 35 =	58 - 45 =
38 - 15 =	48 - 25 =	58 - 35 =	68 - 45 =
58 - 45 =	59 - 44 =	60 - 43 =	61 - 42 =

## 2.4. Operaciones compuestas:

### Doble resta

El algoritmo ABN permite que se puedan añadir tantos sustraendos como se quiera. A efectos prácticos es suficiente trabajar con dos sustraendos. Viene a subsumir dos restas consecutivas en una sola, permitiendo que lo que sería un problema de dos operaciones se convierta en uno que se resuelve en una sola vez. A continuación se muestra un ejemplo que aclarará las dudas:

*En el colegio hay 634 niños. Se han ido 176 de excursión, y 84 al cine. ¿Cuántos han quedado?*

	684	-176	-84
130	554	46	84
14	540	32	84
32	508	0	84
8	500	0	76
70	430	0	6
6	424	0	0

Es el caso de la doble resta que aparece en la izquierda. Los niños más lentos y con menor capacidad de cálculo adoptan una estrategia conservadora. Acaban primero con el primer sustraendo (los niños que han ido de excursión), para continuar después con los que se han ido al cine.

Subrayado queda el número de alumnos que permanecen en el colegio.

	684	-176	-84
+84	684	260	0
260	424	0	

Este ejemplo recoge un nivel de cálculo más avanzado. El alumno agrupa los dos sustraendos en uno y, después, lo sustrae de una vez del minuendo.

## Sumirresta

Como en el caso anterior, convertiría problemas de dos operaciones en otro de una operación, y brindaría muchas posibilidades de cálculo. Es más, podría ser la entrada para que niños de 2º o 3º comenzaran a iniciarse en los números enteros. Los ejemplos están basados en el mismo problema.

	634	-174	+105
-134	500	-40	+105
-40	460	0	+105
+105	565	0	0

El nivel básico para su resolución agota primero un término y luego el segundo. En realidad hacen dos operaciones consecutivas. En el ejemplo que mostramos, primero se quitan los niños que se van de excursión y luego se añaden los que entran nuevos. El resultado es 565.

	634	-174	+105
+105	634	-69	0
-69	565	0	0

En este ejemplo, el alumno reduce sustrayendo y sumando final a un único término. Con ese término opera y llega al resultado. Llegar hasta aquí implica

la posesión de apreciables destrezas. Entre otras, establecer el balance entre los que se van y los que vienen, determinar si este es positivo o negativo y alcanzar el resultado sumando o restando según haya salido ese balance.

## 2.5. Resolución de problemas de sumas y restas:

En la metodología ABN, se tienen en cuenta los diferentes tipos de problemas de estructura semánticas existentes en Primaria y siguen la clasificación que hacen, entre otros, J. Luis Luceño Campos y Jaime Martínez Montero, así como el Equipo de Orientación y Psicopedagógica de Ponferrada.

En primer lugar, nos centraremos en los problemas de estructura aditiva, dentro de los que nos encontramos con cuatro categorías básicas: de **cambio, combinación, comparación e igualación**.

## 2.6. Problemas de suma y resta con una operación

### A. Categoría de CAMBIO

La categoría de CAMBIO (CA): Se trata de problemas en los que se parte de una cantidad, a la que se añade o se le quita otra de la misma naturaleza. En los problemas de CAMBIO se puede preguntar por la cantidad final, por la cantidad resultante de la transformación, y por la cantidad inicial. Cada una de estas tres posibilidades se puede enfocar desde dos puntos de vista: la cantidad crece o decrece.

De aquí surgen los 6 tipos de problemas de CAMBIO:

TIPO DE PROBLEMAS	CURSO	EJEMPLOS
<p><b>CAMBIO 1 (CA1)</b></p> <p>Problema de sumar. Se conoce cantidad inicial. Se le hace crecer. Se pregunta por la cantidad final.</p>	<p>1º E. Primaria 6 años.</p>	<p><i>“Antonio tenía en su hucha ocho euros. Después de su comunión, metió otros doce euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?”</i></p>
<p><b>CAMBIO 2 (CA2)</b></p> <p>Problema de restar: se parte de una cantidad inicial a la que se le hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final.</p>	<p>1º E. Primaria 6 años</p>	<p><i>“Antonio tenía en su hucha ocho euros. En su cumpleaños se ha gastado cinco euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?”</i></p>
<p><b>CAMBIO 3 (CA3)</b></p> <p>Problema de restar: se conoce la cantidad inicial y se llega, mediante una transformación, a una cantidad final conocida mayor. Se pregunta por el aumento (transformación)</p>	<p>Ciclo 1º-2º 2º-3º E. Primaria 7 – 8 años</p>	<p><i>“Andrés tenía catorce tazos. Después de jugar ha reunido dieciocho. ¿Cuántos ha ganado?”</i></p>
<p><b>CAMBIO 4 (CA4)</b></p> <p>Problema de restar: Se parte de una cantidad inicial y, por una transformación, se llega a una cantidad final conocida y menor que la inicial. Se pregunta por la transformación.</p>	<p>Ciclo 1º-IIº 2º E. Primaria 7 – 8 años</p>	<p><i>“Andrés tenía catorce tazos. Después de jugar le quedan sólo ocho tazos. ¿Cuántos ha perdido?”</i></p>
<p><b>CAMBIO 5 (CA5)</b></p> <p>Problema de restar: se tiene que averiguar la cantidad inicial conociendo la cantidad final y lo que ha aumentado. Se pregunta cantidad inicial.</p>	<p>Ciclo 1º-IIº 2º-3º E. Primaria 8 – 9 años</p>	<p><i>“Jugando he ganado 7 canicas, y ahora tengo 11. ¿Cuántas canicas tenía antes de empezar a jugar?”</i></p>
<p><b>CAMBIO 6 (CA6)</b></p> <p>Problema de sumar: se tiene que averiguar la</p>	<p>Ciclo 1º-IIº 2º-3º E.</p>	<p><i>Jugando he perdido 7 canicas, y ahora me quedan 4. ¿Cuántas canicas tenía antes de</i></p>

TIPO DE PROBLEMAS	CURSO	EJEMPLOS
cantidad inicial y se conoce la cantidad final y su disminución. Se pregunta cantidad inicial.	Primaria 8 años	<i>empezar a jugar?"</i> .

### B. Categoría de **COMBINACIÓN**

La categoría de **COMBINACIÓN (CO)**: se trata de problemas en los que se tienen dos cantidades, las cuales se diferencian en alguna característica. En los problemas de **COMBINACIÓN** se puede preguntar por la cantidad total que se obtiene cuando se reúnen las anteriores, o cuando conociendo la total y una de aquellas, se quiere saber cuál es la otra. De aquí surgen los 2 tipos de problemas de **COMBINACIÓN**.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<b>COMBINACIÓN 1 (CO1)</b> Problema de sumar: se conocen las dos partes y se pregunta por el todo.	1 <sup>er</sup> Ciclo I 1 <sup>o</sup> E. Primaria 6 años.	"Luisa tiene doce bombones rellenos y cinco normales. ¿Cuántos bombones tiene Luisa en total?"
<b>COMBINACIÓN 2 (CO2)</b> Problema conmutativo y de restar: es el problema inverso al anterior, puesto que se conoce el todo y una de las partes, y se pregunta por la otra.	Ciclo I <sup>o</sup> -II <sup>o</sup> 2 <sup>o</sup> -3 <sup>o</sup> E. Primaria 8 años	"Luisa tiene doce bombones contando los rellenos y los normales. Si tiene diez rellenos, ¿cuántos bombones normales tiene Luisa?"

### C. Categoría de **COMPARACIÓN**

La categoría de **COMPARACIÓN (CM)**: Problemas en los que se comparan dos cantidades. Los datos del problema son precisamente esas cantidades y la diferencia que existe entre ellas. De estas dos cantidades, una es la comparada y otra la que sirve de referente. La diferencia es la distancia que se establece entre ambas. En los problemas de **COMPARACIÓN** se puede preguntar por la diferencia si se conocen las dos cantidades, por la cantidad comparada cuando se conocen el referente y la diferencia, o por la cantidad referente, si se conocen la comparada y la diferencia. Cada una de estas tres posibilidades se puede enfocar desde dos puntos de vista: si preguntamos por cuántos más o por cuántos menos.

De aquí surgen los 6 tipos de problemas de **COMPARACIÓN**

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>COMPARACIÓN 1 (CM1)</b></p> <p>Problema de restar: Conocemos las dos cantidades y se pregunta por la diferencia en el sentido del que tiene más.</p> <p>Problema de INCONSISTENTE. Es difícil porque la formulación del problema induce al error, ya que el alumno/a asocia "añadir" a "sumar"</p>	<p>Ciclo Iº-IIº</p> <p>3º E. Primaria</p> <p>8 años</p>	<p>"Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros más que Raquel tiene Marcos?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 2 (CM2)</b></p> <p>Problema de restar: conocemos las dos cantidades y se pregunta por la diferencia en el sentido del que tiene menos.</p>	<p>Ciclo Iº-IIº</p> <p>1º-3º E. Primaria</p> <p>6 – 8 años</p>	<p>"Marcos tiene treinta y siete euros. Raquel tiene doce euros. ¿Cuántos euros tiene Raquel menos que Marcos?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 3 (CM3)</b></p> <p>Problema de sumar: se conoce la cantidad del 1º y la diferencia "en más" del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º</p>	<p>Ciclo Iº-IIº</p> <p>2º-3º E. Primaria</p> <p>8-9 años</p>	<p>"Esther tiene ocho euros. Irene tiene cinco euros más que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 4 (CM4)</b></p> <p>Problema de restar: se conoce la cantidad del 1º y la diferencia "en menos" del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º</p> <p>Problema para el 1º Ciclo de EP. aunque algunos alumnos/as no lo dominan hasta el 2º Ciclo.</p>	<p>Ciclo Iº</p> <p>2º E. Primaria</p> <p>7-8 años</p>	<p>"Esther tiene ocho euros. Irene tiene cinco euros menos que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 5 (CM5)</b></p> <p>Problema de restar: se conoce la cantidad del 1º y su diferencia "en más" con la del 2º. Se pregunta por cantidad del 2º</p> <p>Problemas para el 2 – 3º Ciclo de E P, y requiere mucho entrenamiento.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº</p> <p>2º-3º E. Primaria 8-11 años</p>	<p>"Rosa tiene diecisiete euros, y tiene cinco euros más que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 6 (CM6)</b></p> <p>Problema de sumar: se conoce la cantidad del 1º y su diferencia "en menos" con la del 2º. Se pregunta por cantidad del 2º</p> <p>Problemas para el 2º – 3º Ciclo de E P. Y requiere mucho entrenamiento.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº</p> <p>2º-3º E. Primaria 8-11 años</p>	<p>"Rosa tiene diecisiete euros, y tiene cinco euros menos que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?"</p>

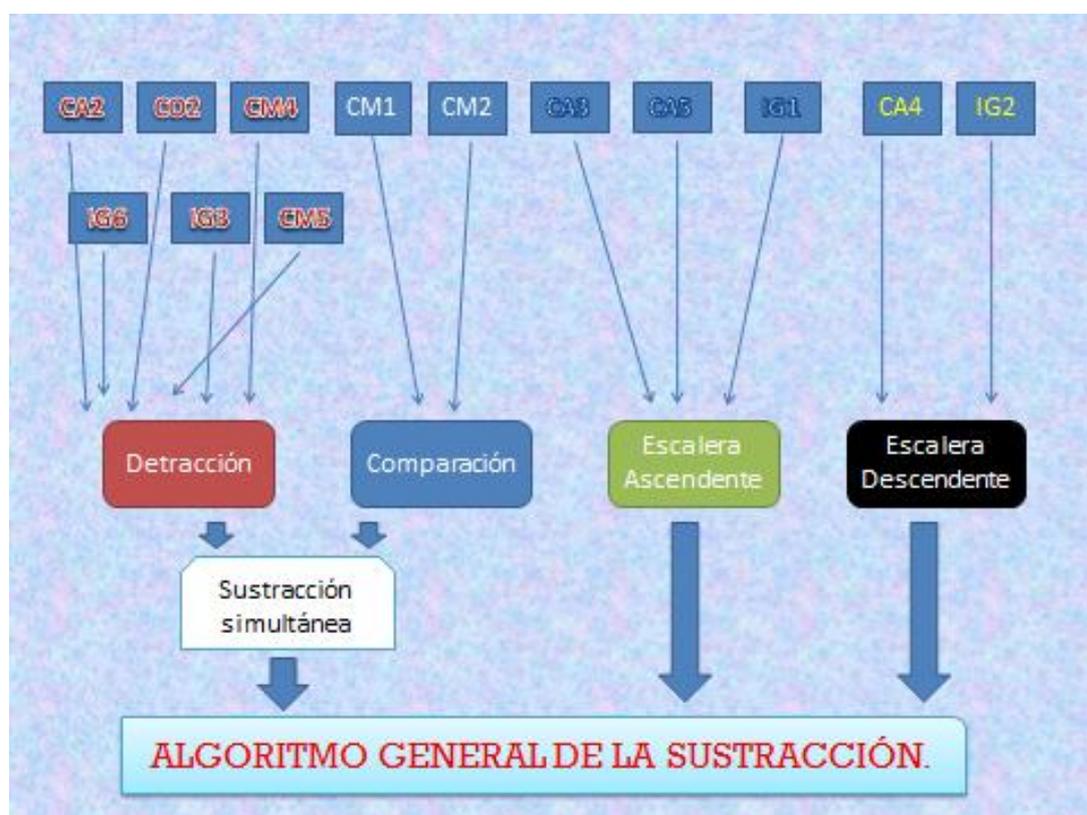
## D. Categoría de IGUALACIÓN

La categoría de IGUALACIÓN (IG): Problemas que contienen dos cantidades diferentes, sobre una de las cuales se actúa aumentándola o disminuyéndola hasta hacerla igual a la otra, de estas dos cantidades, una es la cantidad a igualar y la otra es la cantidad referente. La transformación que se produce en una de dichas cantidades es la igualación. La diferenciación con la categoría de comparación está en que cuando se compara no se añade ni se quita nada, cuando se iguala necesariamente se añade o quita algo. En los problemas de IG se puede preguntar por la cantidad a igualar, por la referente o por la igualación. Cada una de estas tres posibilidades se puede enfocar desde dos puntos de vista: según que la igualación sea de añadir o de quitar.

De aquí surgen los 6 tipos de problemas de IG.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>IGUALACIÓN 1 (IG1)</b></p> <p>Problema de restar: conocemos cantidades del 1º y del 2º. Se pregunta por el aumento de la cantidad menor para igualarla a la mayor.</p> <p>Problema INCONSISTENTE. Es difícil porque la formulación del problema induce al error, ya que el alumno/a asocia "añadir" a "sumar".</p>	<p>Ciclo IIº</p> <p>3º- 4º E. Primaria</p> <p>9 – 10 años</p>	<p>"Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros le tienen que dar a Raquel para que tenga los mismos que Marcos?"</p>
<p><b>IGUALACIÓN 2 (IG2)</b></p> <p>Problema de restar: conocemos cantidades del 1º y del 2º y se pregunta por la disminución de la cantidad mayor para igualarla a la menor.</p>	<p>Ciclo IIº</p> <p>3º- 4º E. Primaria</p> <p>9 – 10 años</p>	<p>"Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros tiene que perder Marcos, para tener los mismos que Raquel?"</p>
<p><b>IGUALACIÓN 3 (IG3)</b></p> <p>Problema de restar muy difícil: conocemos la cantidad del 1º y lo que hay que añadir a la 2º para igualarla con la 1ª. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p> <p>Problema INCONSISTENTE. La dificultad principal radica en que refleja una situación de igualación en que, para alcanzar la solución, se debe realizar lo</p>	<p>Ciclo IIº</p> <p>3º- 4º E. Primaria</p> <p>9 – 10 años</p>	<p>"Juan tiene diecisiete euros. Si Rebeca ganara seis euros, tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos euros tiene Rebeca?"</p>

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
contrario de lo que señala el enunciado.		
<p><b>IGUALACIÓN 4 (IG4)</b></p> <p>Problema de sumar muy difícil: conocemos cantidades del 1º y lo que hay que quitar a la 2º para igualarla con la 1ª. Se pregunta por la cantidad del 2º. Problema INCONSISTENTE. La dificultad principal radica en que refleja una situación de igualación en que, para alcanzar la solución, se debe realizar lo contrario de lo que señala el enunciado.</p>	<p>Ciclo IIº 3º- 4º E. Primaria 9 – 10 años</p>	<p>“Juan tiene diecisiete euros. Si Rebeca perdiera seis euros, tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos euros tiene Rebeca?”.</p>
<p><b>IGUALACIÓN 5 (IG5)</b></p> <p>Problema de sumar: conocemos cantidades del 1º y lo que hay que añadirle para igualarla con la del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº 3º- 4º-5º E. Pri. 9 – 11 años</p>	<p>“Marcos tiene ocho euros . Si le dieran cinco euros más, tendría los mismos que tiene Rafael.¿ Cuántos euros tiene Rafael?”.</p>
<p><b>IGUALACIÓN 6 (IG6)</b></p> <p>Problema de restar: conocemos cantidades del 1º y lo que hay que quitarle para igualarla con la del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº 3º- 4º-5º E. Pri. 9 – 11 años</p>	<p>“Marcos tiene ocho euros . Si perdiera cinco euros más, tendría los mismos que tiene Rafael.¿ Cuántos euros tiene Rafael?”</p>



➤ **Secuenciación problemas sumas y restas en el primer ciclo**

CICLO PRIMERO	
1º	2º
CA1, CA2, CO, CM3, CM4, CM2, IG5, IG6, IG2, IG1,	CA3, CA4, CA5, CA6, CM1, CM5, CM6, IG3, IG4,

## 2.7. Iniciación al aprendizaje del producto:

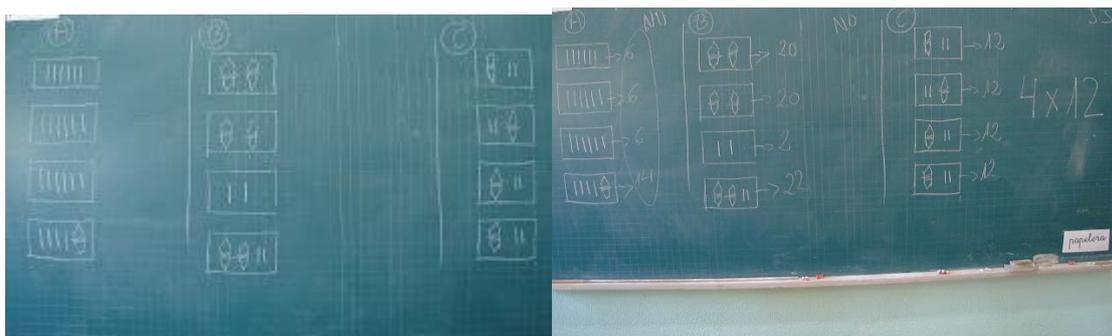
La multiplicación se puede iniciar en el primer ciclo, en 2º de E.P. o en el comienzo del 3º ciclo. Este proceso de iniciación supone trabajar desde 1º de E.P.:

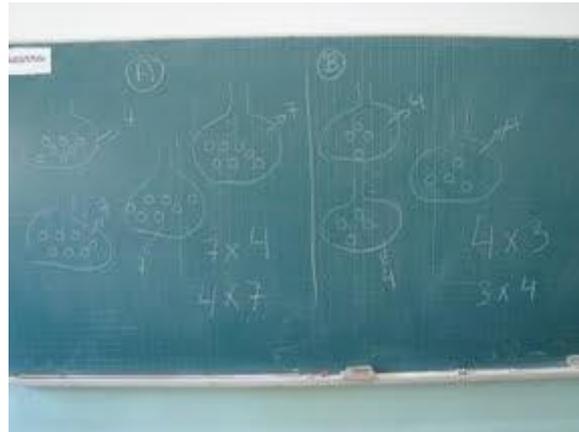
- **Dobles y mitades**, tal y como se indicó anteriormente en uno de los apartados. Iniciar con los dobles al mismo tiempo que con las sumas. Cuando esté afianzado el concepto de doble, trabajar las mitades, que no es más que dividir entre 2.
- **Las series de cinco**: Practicar en clase oralmente ejercicios de contar series de 5. Empezar desde números pequeños y continuar en cursos posteriores por números superiores. Una vez que estén acostumbrados a trabajar las series de 5, plantear problemas orales, por ejemplo:

*“Si tenemos 25 lápices, ¿cuántas manos serían?”*

De esta manera se trabaja la tabla del 5, tanto para multiplicar como para dividir.

- **Modelos para la distinción de producto y suma**: Trabajar desde 1º de E.P. (final del curso). Lo importante es que entiendan el concepto, la similitud entre sumas y multiplicaciones.





En la primera fotografía aparecen tres situaciones. Ellos deben analizar el dibujo y decidir si podemos hacer una multiplicación o no y para ello saben, en este caso, que tiene que existir el mismo número de palillos en todas las cajas. La segunda, representa cada uno de los casos planteados. En la tercera ya ellos han analizado en qué caso, a), b), c) pueden hacer una multiplicación. Igual hacemos con las bolsas de bolas.”

Es útil presentarle los modelos de producto para que entiendan la utilidad de cada uno. A continuación, se muestra los diferentes modelos de producto para trabajar con los alumnos:

### MODELOS DE PRODUCTOS

SINPLES REPETITIVA	COMBINACIONES	ELEMENTOS EN GRUPOS
$4 \times 6 = 24$  $25 + 25 + 25 = 75$ $3 \times 25 = 75$	 $2 \times 3 = 6$ $3 \times 3 = 9$	 $5 \times 4 = 20$ $5 \times 1\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$
OMITIR CONTAR	TIEMPO Y DINERO	ORDEN
$3 \times 2 = 6$  $7 \times 5 = 35$	 $7 \times 3€ = 21€$	 $8 \times 8 = 64$ $3 \times 4 = 12$
SOMETRÍA	ÁREA	DOBLAR Y CUADRO
 $2 \times 3 = 6$ $5 \times 3 = 15$	 $1,7 \times 1,3 = 2,21$ $\frac{7}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{35}{6}$	 $2 \times 5 = 10$ $2 \times 2 = 8$
RECTA NUMÉRICA	ESCALAS	FRACCIÓN
 $6 \times \frac{1}{2} = 3$ $7 \times 0,8 = 5,6$	 $4 \times 1,1 = 4,4$	 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ $5 \times 5 = 25$

## Bibliografía

- De la Rosa Sánchez, J.M. (2010). Cómo ejecutar el algoritmo ABN de la resta en [www.actiludis.com](http://www.actiludis.com)
- De la Rosa Sánchez, J.M. (2010). Clasificación de los Problemas Matemáticos en [www.actiludis.com](http://www.actiludis.com)
- De la Rosa Sánchez, J.M. (2010). Secuenciación en la introducción de la suma en [www.actiludis.com](http://www.actiludis.com)
- Martínez Montero, J. (2010). Algoritmos abiertos basados en números. La resta o sustracción. Cádiz.
- Martínez Montero, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, 63 (4). Pp. 95-110.
- Martínez Montero, J., y Sánchez Cortés, C. (2011). Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en le Educación Infantil. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2010). Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2008). Competencias básicas en matemáticas. Una nueva práctica. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2001). Los efectos no deseado (y devastadores) de los métodos tradicionales de aprendizaje de la numeración y de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas. *Epsilon*, 49. Pp. 13-26.
- Martínez Montero, J. (2000). Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI. Bilbao: CISS-Praxis.
- Martínez Montero, J. (1999). El trabajo didáctico con las situaciones reales de suma y resta. Lo que oculta una cuenta. *Tavira*, 16. Pp. 58-65.
- Nicolás Guerrero, I. (2013) Introducción al método ABN. Sumas y restas. Universidad de Murcia.