LAS MATEMÁTICAS QUE HACEN LOS NIÑOS

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS DESDE UN ENFOQUE COGNITIVO

CARPENTER, T. P.; FENNEMA, E.; FRANKE, M. L.; LEVI, L.; EMPSON, S. B. (1999). *Children's Mathematics. Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Traducción de Carlos de Castro Hernández y Marta Linares Alonso

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

> Solamente cuando construyes desde el interior es cuando realmente comprendes algo. Si los niños no construyen desde dentro y solamente tratas de explicarles las cosas no habrá aprendizaje. Es sólo repetición y no hay verdadera comprensión.
>
> Ann Badeau, maestra de segundo de Educación Primaria

> Antes pensaba que los niños no comprendían la resta con llevada. Lo que no entendían era cómo utilizar el procedimiento que yo insistía que usaran más que carecer de una comprensión adecuada del concepto de resta que podría abarcar la llevada.
>
> Kerri Burkey, maestra de segundo de Educación Primaria

Los niños pequeños tienen una curiosidad natural y un deseo de dar sentido a su mundo. En sus primeras experiencias se encuentran con gran variedad de situaciones en las que hay cantidades involucradas. Cuando empiezan a ir al colegio, la mayoría de los niños han comenzado a aprender a contar y demuestran una marcada intuición acerca de cómo usar sus destrezas de conteo emergentes para resolver problemas.

Observamos el pensamiento matemático temprano de los niños en las soluciones que dan a los problemas con los que se encuentran en sus vidas diarias y en la habilidad que muestran al resolver los problemas que les planteamos. Por ejemplo, María, de cuatro años, comparte doce dulces con tres amigos distribuyéndolos uno por uno a cada uno de ellos. Juan, que acaba de empezar el último curso de Educación Infantil, resuelve el siguiente problema mediante modelización utilizando palillos para representar los dulces: "Hay siete dulces en este frasco. ¿Cuántos dulces quedarán si te comes tres de ellos?". Juan toma siete palillos contándolos, aparta tres de ellos, y cuenta los palillos que quedan para encontrar la respuesta. Aunque ni a María ni a Juan se les ha enseñado nada sobre la división o la resta, muestran una comprensión básica de las situaciones que subyacen en ellas, y esta comprensión puede servirles de fundamento para aprender la suma, resta, multiplicación y división.

Hasta hace poco, no hemos reconocido claramente cuál es la comprensión de los niños pequeños acerca de las ideas matemáticas básicas, y la enseñanza inicial de las matemáticas no ha sabido capitalizar demasiado a menudo la riqueza de su conocimiento informal. Como consecuencia, las matemáticas que hemos tratado de enseñar en la escuela han estado frecuentemente desconectadas del modo que tienen los niños de pensar los problemas y resolverlos en sus vidas diarias. Como Kerri Burkey señala en su cita, hay niños que pueden entender los conceptos que les intentamos enseñar pero son incapaces de dar sentido a los procedimientos específicos que les pedimos que usen. Los niños no siempre piensan las matemáticas de la misma forma que los adultos. Si queremos dar a los niños la oportunidad de construir su comprensión desde dentro, necesitamos entender cómo piensan los niños las matemáticas. Este libro trata sobre el conocimiento del desarrollo del pensamiento matemático de los niños y cómo este conocimiento puede reflejarse en nuestros esfuerzos por ayudar a los niños a construir sus conceptos desde dentro. Nos proporciona un marco para evaluar el pensamiento de los niños sobre la aritmética de los números naturales y describe cómo este pensamiento evoluciona con el tiempo.

Durante los últimos veinte años hemos aprendido mucho sobre cómo llegan los niños a comprender los conceptos numéricos básicos. Gracias a nuestra propia investigación y al trabajo de otros, hemos podido exponer con cierto detalle cómo se desarrollan los conceptos y destrezas numéricas en los primeros cursos. En los últimos doce años, hemos estado trabajando con maestros de Educación Primaria para ayudarles a comprender cómo se desarrollan las ideas matemáticas de los niños. Hemos observado cuánto son capaces de aprender los niños cuando sus maestros comprenden de verdad su manera de pensar y les proporcionan una oportunidad para que construyan su propio pensamiento. También nosotros hemos aprendido de los maestros lo importante que es para ellos tener un conocimiento explícito acerca del pensamiento matemático de los niños. Uno de los primeros maestros con los que trabajamos comentaba, "siempre he sabido que era importante escuchar a los niños, pero nunca supe qué preguntas hacerles o qué escuchar".

CAPITULO 1: EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LOS NIÑOS

Los niños pequeños suelen tener concepciones bastante distintas a las de los adultos acerca de la suma, la resta, la multiplicación y la división. Esto no quiere decir que sus concepciones sean erróneas o no sean razonables. De hecho, estas concepciones están llenas de sentido y proporcionan a los niños una base para el aprendizaje de los conceptos y las destrezas matemáticas básicas con comprensión.

Este capítulo nos suministra un cuadro de los principios rectores subyacentes en el pensamiento infantil. Esta perspectiva proporciona una estructura unificadora que nos permitirá comprender los análisis más detallados del pensamiento infantil sobre la suma, la resta, la multiplicación y la división con números de uno y varios dígitos que realizaremos en los capítulos siguientes.

LA MODELIZACIÓN DE LAS ACCIONES Y LAS RELACIONES EN LOS PROBLEMAS

Considera los siguientes problemas:

> Isabel tenía 8 galletitas. Se comió 3 de ellas. ¿Cuántas galletitas le quedan?
>
> Isabel tiene 3 euros para comprar galletitas. ¿Cuántos euros más tendrá que conseguir para llegar a 8 euros?
>
> Isabel tiene 3 euros. Tomás tiene 8 euros. ¿Cuánto euros más tiene Tomás que Isabel?

La mayoría de los adultos resolverían estos tres problemas restando tres de ocho. Para los niños pequeños, sin embargo, son problemas diferentes que resolverían utilizando estrategias distintas. Por ejemplo, Tania, que acababa de empezar primero de primaria, resolvió el primer problema colocando ocho objetos y apartando tres de ellos. Después encontró la respuesta contando los que quedaban. En el segundo problema, comenzó con un conjunto de tres contadores y fue añadiendo contadores hasta que hubo un total de ocho. Después contó los cinco objetos que había añadido al conjunto inicial para encontrar la respuesta. Para el tercer problema hizo dos conjuntos, uno con tres contadores y otro con ocho. Alineó los conjuntos haciendo coincidir los principios de modo que al conjunto de tres contadores le correspondían otros tres contadores en el conjunto de ocho, y contó los objetos que quedaban en el conjunto de ocho a los que no les correspondía ningún objeto del conjunto de tres. Las estrategias que utilizó Tania para resolver estos problemas son representativas del modo en que muchos niños de su edad resuelven este tipo de problemas.

Las distintas soluciones dadas a estos tres problemas muestran que, para los niños, no todos los problemas de suma o resta son iguales. Hay distinciones importantes entre los diferentes tipos de problemas de suma y entre los diferentes tipos de problemas de resta, que se reflejan en el modo en que los niños piensan sobre ellos y los resuelven. Sin embargo, a pesar de que Tania utilizara una estrategia diferente para cada problema, todas estas estrategias tienen algo en común. En cada caso, ella modelizó la acción o las relaciones descritas en el problema. El primer problema involucraba la acción de quitar tres de ocho, y así es como Tania modelizó el problema. En el segundo problema, la acción consistía en añadir, y Tania comenzó con un conjunto que representaba la cantidad inicial al que fue añadiendo contadores. El tercer problema suponía la comparación de dos cantidades, por lo que Tania utilizó una estrategia de comparación de conjuntos.

Observa ahora como resolvió Tania los siguientes problemas de división:

Ramón tenía doce gominolas. Puso tres gominolas en cada pastelito. ¿En cuántos pastelitos puso gominolas?

Hay veinte niños en la clase de primero. El maestro quiere dividir la clase en cuatro equipos con el mismo número de niños en cada equipo. ¿Cuántos niños habrá en cada equipo?

Para el primer problema, Tania cogió doce contadores. Puso tres de ellos en un grupo, tres más en otro, tres más en un tercer grupo, y con los tres últimos formó un cuarto grupo. Para hallar la respuesta, contó los grupos. En el segundo problema, primero seleccionó veinte contadores. Después fue repartiendo los contadores uno por uno formando cuatro pilas. Para encontrar la respuesta, contó el número de contadores en una de las pilas.

De nuevo, Tania modelizó las acciones descritas en los problemas. En el primer caso, formó grupos de un tamaño dado y contó los grupos para hallar la respuesta. En el segundo, hizo un número dado de grupos con el mismo número en cada grupo y contó los objetos que había en uno de los grupos para encontrar la respuesta. Las diferencias que encontramos en las estrategias utilizadas para resolver los dos problemas reflejan las diferentes acciones descritas en los enunciados de los problemas. Aunque los adultos pueden reconocer ambos problemas como "problemas de dividir" los niños pequeños piensan al principio sobre ellos en términos de las acciones o relaciones relatadas en los problemas.

EL USO DE ESTRATEGIAS DE CONTEO Y DE HECHOS NUMÉRICOS

La acción y las relaciones que se dan en un problema tienden a influir en el uso de estrategias por parte de los niños durante un período largo de tiempo, pero los niños mayores no siempre representan todas las cantidades que aparecen en un problema con objetos físicos. A lo largo del tiempo, las estrategias de modelización dan paso a estrategias de conteo más eficientes, que son por lo general modos más abstractos de modelizar un problema. Por ejemplo, José, otro niño de primero, resolvió el mismo problema que Tania había modelizado con objetos físicos, contando desde tres hasta ocho:

Isabel tiene 3 euros para comprar galletitas. ¿Cuántos euros más tendrá que conseguir para tener 8 euros?

José empezó a contar a partir de tres y continuó contando, "3 [pausa], 4, 5, 6, 7, 8." Según iba contando desde cuatro hasta ocho, extendía un dedo por cada número. Cuando llegó a ocho, contó los cinco dedos extendidos. Lo que distingue esta solución de la de Tania es que José se dio cuenta de que no era necesario formar el conjunto inicial de tres objetos. Pudo representar los euros que necesitaba de más mediante los números que aparecen en la serie numérica desde cuatro hasta ocho. El truco consistía en calcular cuántos números había en aquella serie, lo que hizo llevando la cuenta con sus dedos. Esta es una solución más abstracta que la de Tania, pero la serie numérica también refleja la acción descrita en el problema. José resolvió el problema en el que Isabel se comía 3 galletitas contando hacia atrás a partir de ocho, "ocho [pausa], 7, 6, 5. Le quedan cinco".

Nadie había enseñado estas estrategias de conteo a José. Las inventó por sí mismo. La invención de estrategias, cada vez más eficientes, para la representación de problemas de suma, resta, multiplicación y división es una forma de trabajar en resolución de problemas para la que los niños demuestran una destreza y una creatividad notables.

Los niños también ponen de manifiesto esta habilidad en el modo que tienen de utilizar sus conocimientos incipientes sobre hechos numéricos. Por ejemplo, Azucena, otra alumna de primero, al resolver un problema no podía recordar el resultado de 6 + 8, pero sabía que 7+ 7 son 14, así que dijo, "cojo 1 del 8 y se lo doy al 6. Esto hace 7 y 7, que son 14."

LO QUE A LOS NIÑOS SE LES OCURRE HACER DE FORMA NATURAL

Todas las estrategias que hemos descrito se les ocurren de forma natural a los niños. No es necesario enseñarles que determinada estrategia se utiliza en un tipo particular de problema. Si les estimulamos adecuadamente y les damos oportunidades para ello, los niños construyen por sí mismos estrategias que modelizan la acción o las relaciones que aparecen en los problemas. Del mismo modo, tampoco es necesario que les enseñemos de forma explícita hechos numéricos o les digamos cómo deben usar la estrategia de conteo progresivo. En un ambiente en el que se anima a los niños a utilizar procedimientos que son significativos para ellos, construirán estas estrategias por sí mismos. Prácticamente todos los niños utilizan las estrategias básicas descritas anteriormente en varias ocasiones a lo largo del desarrollo de su comprensión sobre los conceptos numéricos básicos.

PLAN DE LA OBRA

La tesis de la enseñanza de enfoque cognitivo (en adelante EEC) es que los niños entran en la escuela con gran cantidad de conocimientos informales o intuitivos sobre las matemáticas que pueden servir como base para desarrollar la comprensión de las matemáticas del Currículo de Educación Primaria. Sin necesidad de una enseñanza formal o directa sobre hechos numéricos específicos, algoritmos o procedimientos, los niños pueden construir soluciones aceptables para gran cantidad de problemas. Las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división pueden definirse en términos de estos procedimientos intuitivos de resolución de problemas, y los procedimientos simbólicos pueden desarrollarse como extensiones de ellos.

Los ejemplos anteriores muestran cómo la estructura de un problema influye en la estrategia que utilizan los niños para resolverlo. Para comprender cómo piensan los niños sobre la suma, la resta, la multiplicación y la división es necesario considerar las diferencias que hay entre los distintos tipos de problemas. En los capítulos siguientes, presentaremos esquemas de clasificación para la descripción de diferencias importantes entre los problemas de suma y resta y los problemas de multiplicación y división. Estos análisis nos proporcionarán un marco para la comprensión de las estrategias que los niños utilizan para resolver problemas. La discusión comenzará con un análisis de los problemas de suma y resta. Utilizando este análisis, podremos describir con detalle la evolución de las estrategias infantiles para la resolución de estos problemas.

Al principio, los niños modelizan la acción y las relaciones que aparecen en los problemas, reflejando las distinciones descritas en el análisis de los tipos de problemas. Con el tiempo, estas estrategias de modelización con objetos físicos dejan paso a estrategias más eficientes de conteo, que son por lo general modos más abstractos de modelizar los problemas. Finalmente, será necesario que los niños lleguen a utilizar los hechos numéricos, pero el aprendizaje de los hechos numéricos no tiene porqué estar basado en la repetición y la memorización. Puede construirse a partir de la comprensión de relaciones numéricas, que se apoyan en los fundamentos del sentido numérico desarrollado a través del uso de las estrategias de modelización y conteo. El capítulo 4 muestra un cuadro parecido para el desarrollo de los conceptos de multiplicación y división. En el capítulo 5, volveremos a la noción de resolución de problemas como modelización y la examinaremos con mayor profundidad. El capítulo 6 trata sobre el desarrollo de los conceptos numéricos propios del sistema de numeración de base diez y sobre los algoritmos con números de varios dígitos. Terminaremos con dos capítulos en los que se explica cómo puede aplicarse en el aula la enseñanza desde un enfoque cognitivo y un apéndice en el que se describen los resultados de investigación en los que está basado este enfoque.

2. LA SUMA Y LA RESTA. TIPOS DE PROBLEMAS

Podemos encontrar importantes diferencias entre los distintos tipos de problemas de suma y de resta que se reflejan en el modo en que los niños piensan sobre ellos y los resuelven. El objetivo de este capítulo es describir un esquema de clasificación para los problemas de suma y resta que nos proporcione una orientación para la elección de problemas adecuados para la enseñanza y nos permita interpretar cómo los resuelven los niños.

Aunque hay varias formas de distinguir unos problemas verbales de otros, uno de los métodos de clasificación más útiles consiste en fijarnos en el tipo de acción o de relaciones descritos en los problemas. Esta clasificación corresponde al modo en que los niños piensan sobre los problemas. En consecuencia, este esquema establece diferencias entre los problemas que los niños resuelven de forma distinta y nos facilita un modo de identificar la dificultad relativa de varios tipos de problemas.

Para los problemas de suma y resta, podemos identificar cuatro tipos básicos de problemas: cambio creciente, cambio decreciente, combinación y comparación. El tamaño de los números puede variar, al igual que el tema o el contexto de los problemas; sin embargo, la estructura básica subyacente a las acciones o relaciones será la misma. Los problemas de cambio creciente y cambio decreciente suponen una acción. En los problemas de cambio creciente, se añaden elementos a un conjunto dado. En los problemas de cambio decreciente, se quitan elementos de un conjunto dado. En los problemas de combinación y comparación no se produce ninguna acción. En los problemas de combinación se establece una relación entre un conjunto y sus dos subconjuntos. En los problemas de comparación se produce una comparación entre dos conjuntos disjuntos. En todos los problemas de una misma clase encontramos el mismo tipo de acción sobre las cantidades o de relaciones entre las cantidades. Dentro de cada clase, podemos identificar varios tipos distintos de problemas dependiendo de qué cantidad sea la incógnita.

PROBLEMAS DE CAMBIO CRECIENTE

En los problemas de cambio creciente se produce una acción directa o implícita en la cual aumentamos un conjunto en una cantidad dada. El siguiente es un ejemplo del tipo de problemas de cambio creciente que los maestros utilizan habitualmente para introducir la suma:

Tres pájaros estaban posados en un árbol. Dos pájaros más fueron volando al árbol. ¿Cuántos pájaros se juntaron en el árbol?

La acción descrita en el problema se desarrolla en el tiempo: hay una cantidad inicial en el momento inicial (los tres pájaros posados en el árbol); se añade una segunda cantidad (la cantidad de cambio) en el segundo momento (los dos pájaros que fueron volando al árbol); el resultado es una cantidad final en el tercer momento (los cinco pájaros que se juntaron en el árbol).

Incógnita	Ejemplo
Cantidad final	Rebeca tenía 5 cochecitos de juguete. Sus padres le regalaron dos más en su cumpleaños. ¿Cuántos cochecitos tuvo entonces?
Cantidad de cambio	Rebeca tenía 5 cochecitos de juguete. Sus padres le regalaron algunos más en su cumpleaños. Ella llegó a tener entonces 7 cochecitos. ¿Cuántos coches de juguete le habían regalado sus padres en su cumpleaños?
Cantidad inicial	Rebeca tenía algunos cochecitos. Sus padres le regalaron dos más en su cumpleaños. Ella llegó a tener entonces 7 cochecitos. ¿Cuántos cochecitos tenía Rebeca antes de su cumpleaños?

Figura 2.1 Problemas de cambio creciente

Aunque el conjunto resultante de pájaros está compuesto por los pájaros que había al principio en el árbol y los pájaros que se unieron a ellos, los dos conjuntos de pájaros juegan papeles diferentes en el problema como consecuencia de la naturaleza temporal de la acción. Estas distinciones son importantes porque los niños no son conscientes al principio de que dos pájaros que se unen a tres pájaros da el mismo resultado que tres pájaros uniéndose a dos pájaros. Además, podemos generar tres tipos distintos de problemas de cambio creciente según la cantidad que tomemos como incógnita (figura 2.1). Cada uno de estos problemas será diferente para los niños pequeños. Los niños utilizan estrategias diferentes para resolverlos, y además estos problemas varían significativamente en dificultad.

PROBLEMAS DE CAMBIO DECRECIENTE

Los problemas de cambio decreciente son parecidos a los de cambio creciente en muchos aspectos. Hay una acción que se produce en el tiempo, pero en este caso la cantidad inicial decrece en vez de crecer. Al igual que en los problemas de cambio creciente, en los problemas de cambio decreciente hay tres cantidades distintas, cualquiera de las cuales puede ser la incógnita. Hay una cantidad inicial, una cantidad de cambio (la que quitamos) y una cantidad final. La figura 2.2 muestra ejemplos de cómo podemos producir tipos distintos de problemas de cambio decreciente variando la incógnita.

Incógnita	Ejemplo
Cantidad final	Carla tenía 8 caramelos. Dio tres caramelos a Rodrigo. ¿Cuántos caramelos le quedan a Carla?
Cantidad de cambio	Carla tenía 8 caramelos. Dio algunos caramelos a Rodrigo. A Carla le quedaron 5 caramelos. ¿Cuántos caramelos había dado a Rodrigo?
Cantidad inicial	Carla tenía algunos caramelos. Dio tres caramelos a Rodrigo. A Carla le quedaron 5 caramelos. ¿Cuántos caramelos tenía Carla al principio?

Figura 2.2 Problemas de cambio decreciente

PROBLEMAS DE COMBINACIÓN

En los problemas de combinación se establecen relaciones estáticas entre un conjunto particular y dos subconjuntos disjuntos del mismo. Al contrario que en los problemas de cambio creciente y decreciente no hay ninguna acción (ni siquiera implícita), y no se produce ningún cambio en el tiempo. Dado que no estamos añadiendo un conjunto al otro, ambos conjuntos asumen papeles equivalentes en el problema. Por consiguiente, sólo existen dos tipos de problemas de combinación. El problema puede dar las dos partes y pedirnos que calculemos el total, o darnos una de las partes y el total y pedir que encontremos la otra parte (ver figura 2.3).

Incógnita	Ejemplo
Total	Seis chicos y cuatro chicas estaban jugando al fútbol. ¿Cuántos niños había jugando en total?
Parte	Diez niños estaban jugando al fútbol. Seis eran chicos y el resto chicas. ¿Cuántas chicas había?

Figura 2.3 Problemas de combinación

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

Los problemas de comparación, igual que los problemas de combinación, describen relaciones entre cantidades en lugar de acciones de añadir o quitar. Sin embargo, los problemas de comparación suponen la comparación de dos conjuntos disjuntos más que la relación entre un conjunto y sus subconjuntos. Dado que una cantidad se compara con otra, una de las cantidades recibe el nombre de "cantidad de referencia" y la otra cantidad recibe el nombre de "cantidad comparada". La tercera cantidad en este tipo de problemas es la diferencia, o cantidad en que un conjunto excede al otro. La siguiente situación de comparación ilustra estos diferentes elementos.

Marcos tiene 3 hámsteres.	Cantidad de referencia
Yolanda tiene 7 hámsteres.	Cantidad comparada
Yolanda tiene 4 hámsteres más que Marcos.	Diferencia

En un problema de comparación, cualquiera de estos tres elementos puede ser la incógnita (la diferencia, la cantidad de referencia o la cantidad comparada). La figura 2.4 nos muestra un ejemplo de cada tipo de problema.

Incógnita	Ejemplo
Diferencia	Marcos tiene 3 hámsteres. Yolanda tiene 7 hámsteres. ¿Cuántos hámsteres tiene Yolanda más que Marcos?
Cantidad comparada	Marcos tiene 3 hámsteres. Yolanda tiene 4 hámsteres más que Marcos. ¿Cuántos hámsteres tiene Yolanda?.
referencia	Yolanda tiene 7 hámsteres. Tiene 4 hámsteres más que Marcos. ¿Cuántos hámsteres tiene Marcos?

Figura 2.4 Problemas de comparación

LAS SENTENCIAS NUMÉRICAS. OTRA PERSPECTIVA SOBRE LOS TIPOS DE PROBLEMAS

Otra manera de plantearnos las diferencias entre ciertos tipos de problemas es considerar las sentencias numéricas que podemos utilizar para representarlos. Este enfoque es especialmente práctico con los problemas de cambio. Los tres términos que aparecen en las sentencias numéricas de suma y resta, tales como $5 + 2 = 7$ y $8 - 3 = 5$, corresponden a las tres cantidades consideradas en los problemas de cambio. Al igual que en los problemas verbales, cualquiera de los términos puede ser la incógnita, dando lugar a una sentencia numérica que corresponde a un problema particular de cambio creciente o decreciente. En la figura 2.5 presentamos sentencias numéricas que representan los problemas verbales de las figuras 2.1 y 2.2. Estas sentencias muestran con claridad la diferenciación que hacemos entre problemas en función de qué cantidad sea la incógnita. Sin embargo, no es posible establecer una correspondencia tan clara entre cada uno de los problemas de combinación o comparación y sentencias numéricas.

Incógnita	Cambio creciente	Cambio decreciente
Cantidad final	5 + 2 = □	8 – 3 = □
Cantidad de cambio	5 + □ = 7	8 – □ = 5
Cantidad inicial	□ + 2 = 7	□ – 3 = 5

Figura 2.5 Correspondencia de los problemas de cambio creciente y decreciente con sentencias numéricas abiertas

OTRAS CONSIDERACIONES

La habilidad de los niños para resolver problemas verbales depende en gran medida de su destreza en el reconocimiento de las diferencias entre los tipos de problemas mostrados en las secciones anteriores. Las variaciones en la redacción de los problemas y las situaciones descritas en ellos pueden hacer que un problema sea más fácil o más difícil de resolver para los niños.

Podemos hacer que los problemas sean más fáciles para los niños si describimos la acción y las relaciones que se dan en los problemas de la forma más clara posible. Por ejemplo, los problemas resultan más sencillos si el orden en que aparecen las frases en el enunciado se corresponde con el orden que debemos seguir en los pasos que damos para resolver el problema. Compara los problemas siguientes:

Juana tenía nueve galletas. Se comió 3 de ellas. ¿Cuántas galletas le quedan a Juana?

Juana se comió 3 galletas. Al principio, tenía nueve galletas. ¿Cuántas galletas le quedan a Juana?

En el primer problema, se da primero la cantidad inicial. En el segundo problema, se da antes la cantidad de cambio que la cantidad inicial. Esto hace que el problema requiera un análisis más cuidadoso. En consecuencia, el primer problema tenderá a ser más fácil, pero el segundo problema nos proporcionará una prueba más rigurosa para saber si los niños analizan cuidadosamente el problema o simplemente realizan una operación con los números dados en el problema de forma mecánica.

Otros cambios en el enunciado del problema ayudan también a hacer la secuencia de la acción más clara para el niño, aunque a veces es difícil detectar el factor que hace que un problema sea más fácil que otro. Los problemas de cambio creciente (con la cantidad de cambio desconocida) que preguntan "¿Cuántos más hacen falta para ... ?" suelen ser más fáciles que los problemas del mismo tipo en los cuales la acción ha tenido lugar en el pasado. Por ejemplo, el primer problema de cambio creciente (con la cantidad de cambio desconocida) dado a continuación es más fácil para los niños que el segundo:

Tomás tiene 3 pegatinas. ¿Cuántas pegatinas más deberá conseguir para tener 8?

Tomás tenía 3 pegatinas. Su hermano le dio algunas pegatinas más. Ahora Tomás tiene 8 pegatinas. ¿Cuántas pegatinas le dio a Tomás su hermano?

Otra forma en que pueden variar cada uno de los problemas presentados en las secciones anteriores es dependiendo de si las cantidades descritas en los problemas representan colecciones discretas de objetos. Todos los problemas presentados en las secciones anteriores incluyen cantidades que pueden ser representadas utilizando contadores. Cada contador podría utilizarse para representar uno de los caramelos o uno de los hámsteres que aparecen en los enunciados de los problemas. Este no es el caso de los problemas en los que aparecen cantidades continuas (medidas). Por ejemplo: considera este problema de cambio creciente (con la cantidad de cambio desconocida):

El perrito de Sara pesaba 3 kilos cuando ella lo compró. Ahora pesa 12 kilos. ¿Cuántos kilos ha engordado el perrito?

Los kilos que pesa el perrito no son objetos separados claramente identificables. La utilización de contadores para representar los doce kilos del perrito supone una forma de representación más abstracta que la representación de los hámsteres o los caramelos.

Tipo de problema	Incógnita		
Cambio creciente	(Cantidad final) Carmen tenía 5 canicas. Juan le dio 8 canicas más. ¿Cuántas canicas tiene Carmen ahora?	(Cantidad de cambio) Carmen tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas debe conseguir para tener 13 en total?	(Cantidad inicial) Carmen tenía algunas canicas. Juan le dio 5 canicas más. Ahora Carmen tiene 13 canicas. ¿Cuántas canicas tenía Carmen al principio?
Cambio decreciente	(Cantidad final) Carmen tenía 13 canicas. Dio 5 canicas a Juan. ¿Cuántas canicas le quedan a Carmen?	(Cantidad de cambio) Carmen tenía 13 canicas. Dio algunas canicas a Juan. Ahora le quedan 5 canicas. ¿Cuántas canicas le dio Carmen a Juan?	(Cantidad inicial) Carmen tenía algunas canicas. Dio 5 canicas a Juan. Ahora a Carmen le quedan 8 canicas. ¿Cuántas canicas tenía Carmen al principio?
Combinación	(Total) Carmen tiene 5 canicas rojas y 8 canicas azules. ¿Cuántas canicas tiene?		(Parte) Carmen tiene 13 canicas. Cinco de ellas son rojas y el resto son azules. ¿Cuántas canicas azules tiene?
Comparación	(Diferencia) Carmen tiene 13 canicas. Juan tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Carmen más que Juan?	(Cantidad comparada) Juan tiene 5 canicas. Carmen tiene 8 canicas más que Juan. ¿Cuántas canicas tiene Carmen?	(Cantidad de referencia) Carmen tiene 13 canicas. Tiene 5 canicas más que Juan. ¿Cuántas canicas tiene Juan?

Figura 2.6 Clasificación de los problemas verbales

RESUMEN

Hemos identificado cuatro tipos básicos de problemas de suma y resta. Sólo con variar la incógnita dentro de cada tipo, podemos construir un total de 11 tipos distintos de problemas. En la figura 2.6 presentamos ejemplos de cada tipo de problema. Estos once problemas representan diferentes interpretaciones de la suma y de la resta. Los diferentes tipos de problemas dentro de cada una de las cuatro clases básicas en la figura 2 .6 contienen las mismas palabras clave, pero la estructura de cada problema es única y está relacionada con el modo en que los niños resuelven los problemas. Discutiremos la relación que hay entre la estructura del problema y las estrategias de resolución que utilizan los niños en el próximo capítulo.