

PLAN DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El objetivo principal de este plan es sintetizar la información necesaria referente a la resolución de problemas en primaria, en cuanto a metodología tipos de problemas y evaluación.

METODOLOGÍA.

En cuanto a la metodología, partimos del modelo de instrucción directa para cada una de las fases de la resolución del problema:

- 1) **MODELADO:** El maestro/a intervendrá como modelo a la hora de realizar cualquiera de las fases del proceso de resolución del problema.
- 2) **PRACTICA GUIADA:** El alumnado realizará actividades y ejercicios referentes a cada una de las fases del proceso.
- 3) **PRACTICA LIBRE:** Es la fase final, donde el alumnado realizará todas las fases del proceso la resolución del problema de forma autónoma.



FASES DEL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA.

En el proceso de resolución de un problema, intervienen 4 fases:

Comprensión: en esta fase, se trata de que el alumnado comprenda de forma general el sentido del problema, e incluso pueda hacer una aproximación a la solución de forma lógica.

Planificación: en esta fase, el alumnado debe discriminar los elementos de un problema, datos y pregunta, ser capaz de organizarlos, eliminar los datos que no sean necesarios(datos superfluos) e incluso inferir aquellos que están pero no están claros (datos implícitos: ej Juan tiene 8 caramelos y Pedro el doble). Por otro lado, el alumnado hará una representación gráfica del problema en la cual intervengan números y pregunta.

En esta fase es conveniente seguir el esquema del **método Singapur, pasar de lo concreto a lo simbólico.**

	CO	CO ncreto
	PI	PI ctórico
3 + 2 = 5	SI	SI mbólico

Ejecución: el alumnado seleccionará la operación u operaciones necesarias que usará para encontrar la solución. Para ello, llegará a la solución bien a través de cálculo mental, algoritmo o calculadora.

Solución: Es la última fase del proceso, donde el alumnado expresará la solución del problema de forma correcta y comprobará si existe coherencia entre la solución que elige y la pregunta.

CÓMO TRABAJAR CADA FASE EN EL AULA. PAUTAS ORIENTATIVAS

Comprensión:

- Lee dos o más veces el problema.
- Cuenta el problema con tus palabras
- Pregunta palabras que no entiendas.

Planificación:

- Rodea la pregunta
- Subraya los datos
- Tacha los datos que no nos sirven.(superfluo)
- No te olvides de pensar si hay algún dato que averiguar (implícito)
- Dibuja el problema en una representación gráfica en la cual aparezcan los números y la pregunta.

Ejecución:

- Fíjate bien en el gráfico y decide qué operación u operaciones debes realizar.
- Si los números que aparecen son complicados, piensa en el mismo problema pero con números más sencillos.
- Si el problema es complejo, divídelo en partes y ve resolviéndolo paso a paso.
- Haz las operaciones necesarias con mucha atención y revísalas.

Solución:

- Escribe la solución en el siguiente orden: verbo, cantidad ¡Ah! y no te olvides de poner la unidad, por último destaca la solución en un recuadro o subráyala.

- Vuelve a leer el problema y comprueba que la solución que has escrito responde a la pregunta del problema y es una solución posible.
- Si piensas que la respuesta no es correcta, vuelve al principio.

TIPOS DE PROBLEMAS EJEMPLOS Y SUS REPRESENTACIONES GRÁFICAS.

ESTRUCTURA ADITIVA.

Son problemas de sumar y restar, dentro de éstos de forma general podemos distinguir entre **congruentes**, la relación entre lo que se pregunta y el enunciado es lógica, por ejemplo “*Tenía 5 canicas y me dieron 5 más, ¿Cuántas tengo?*”, está claro que es un problema de sumar. **Incongruentes**, lo que se pregunta y el desarrollo del enunciado no se resuelve con una operación coherente si no la contraria, por ejemplo “*Tengo 5 canicas y tengo 3 más que tú ¿Cuántas tienes?* “ es un problema de restar.

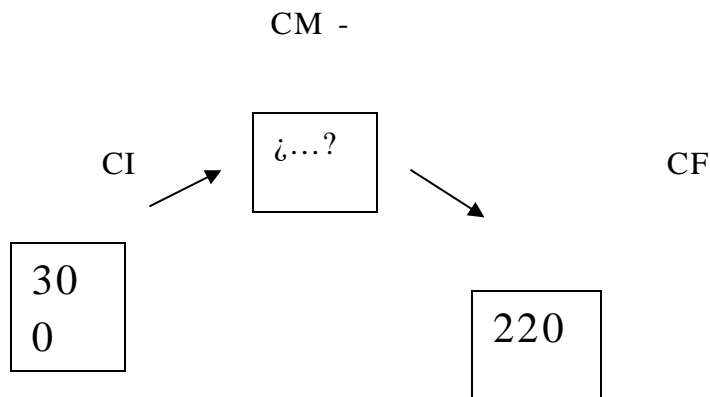
Estos problemas van a estar implícitos en la siguiente clasificación:

CAMBIO: se trata de problemas en los que existe una cantidad inicial que aumenta o disminuye debido a una determinada acción sobre la misma.

Los elementos de este tipo de problemas son : cantidad inicial (CI), cantidad de cambio (CM) y cantidad final (CF), depende de cuál sea la incógnita que se pregunta será de distinto tipo:

Veamos:

En un cole hay 300 alumnos entre niños y niñas, a causa de un brote de gripe sólo han asistido hoy 220. ¿Cuántos alumnado ha faltado hoy al cole entre niños y niñas?

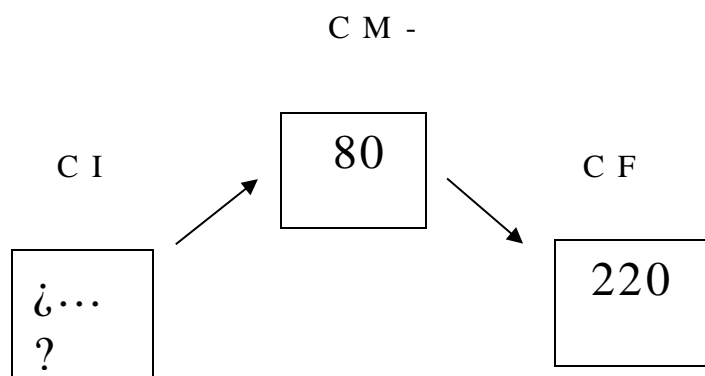


Como vemos partimos de una cantidad inicial, algo pasa en forma de decrecimiento que al final tenemos una cantidad distinta.

En este caso la incógnita es en forma de decrecimiento y se resolvería con una resta, si fuere en forma de aumento se resolvería con una suma.

Veamos ahora:

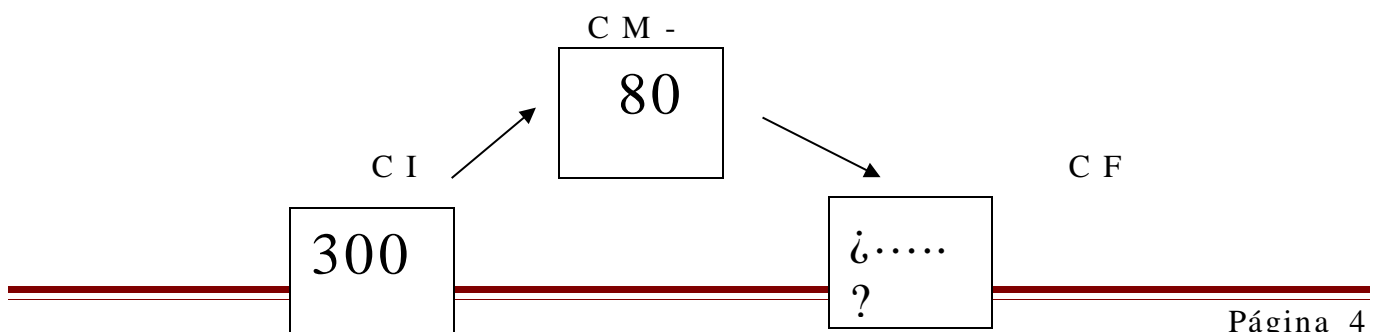
En un cole se han ido al instituto 80 alumnos entre niños y niñas ahora quedan 220 ¿Cuántos había antes de que se fueran?



Como vemos ahora, conocemos una cantidad de cambio en decrecimiento y la cantidad final, se resuelve con una suma.

A continuación,

En un cole, hay 300 alumnos entre niños y niñas, 80 se han ido al instituto. ¿ Cuántos alumnos quedan entre niños y niñas?



Como podemos ver ahora conocemos la cantidad inicial y la de cambio en decrecimiento pero desconocemos la cantidad final, es un problema de restar.

Como se ve anteriormente tenemos tres tipos de problemas de cambio dependiendo de cuál sea la incógnita. Esta clasificación se establece en seis tipos de problemas:

Cambio 1 y 2: la incógnita es la cantidad final, en cambio 1 ésta aumenta y en cambio 2 decrece. La representación gráfica es la misma tan sólo cambia el aumento o el decrecimiento.

Cambio 3 y 4: : la incógnita es la cantidad de cambio, en cambio 3 ésta aumenta y en cambio 4 decrece. La representación gráfica es la misma tan sólo cambia el aumento o el decrecimiento.

Cambio 5 y 6: : la incógnita es la cantidad inicial, en cambio 5 ésta aumenta y en cambio 6 decrece. La representación gráfica es la misma tan sólo cambia el aumento o el decrecimiento.

Incógnita	CAMBIO	
	Aumento	Disminución
Cantidad final	CA1 (+)	CA2 (-)
Cambio	CA3 (-)	CA4 (-)
Cantidad inicial	CA5 (-)	CA6 (+)

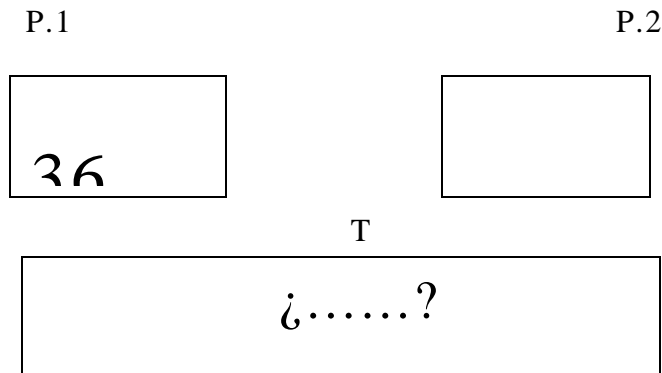
El alumnado no tiene por qué saber esta clasificación, tan sólo identificar que es un problema de cambio. Para el profesorado es fundamental a la hora de trabajar en el aula todos los tipos.

COMBINACIÓN: se trata de problemas en los que dos o más cantidades se juntan para hacer una cantidad mayor. Este tipo de problemas tiene los siguientes elementos parte 1 (P.1), parte 2(P.2), (parte 3...) y total (T).

Veamos:

En el zoológico, un león come a la semana 72 kilos de carne y bebe 36 litros de agua y un tigre come 56 kilos de carne y bebe 28 litros de agua. ¿Cuánto beben entre los dos animales en una semana?

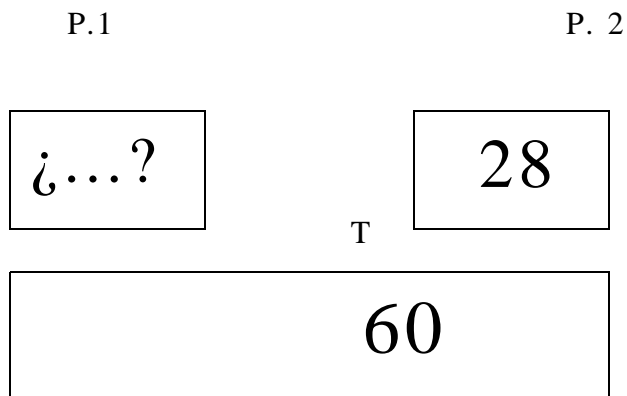
(se han añadido datos superfluos)



Es un problema que se resuelve con una suma.

Veamos ahora:

En el zoológico, entre el león y el tigre beben 60 litros de agua a la semana, si el tigre bebe 28, ¿Cuánto bebe el león?



Como vemos ahora, conocemos el total y desconocemos una de las partes, se resolvería con una resta, siempre que falta una de las partes se resuelve con una resta y cuando falta el total con una suma.

Como podemos ver tenemos dos tipos de problemas de cambio, **cambio 1** cuando la incógnita es el total , y **cambio 2** cuando la incógnita es alguna de las partes.

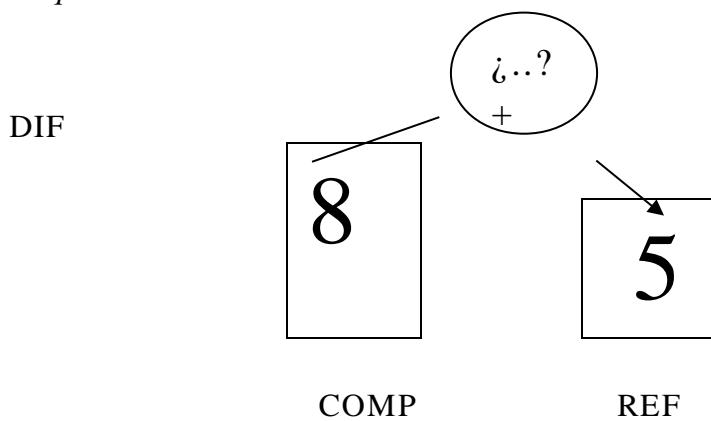
Incógnita	COMBINACIÓN
-----------	-------------

Total	Total	COI (+)
Parte	P1 o P2	CO2 (-)

COMPARACIÓN: son problemas en los que se comparan dos cantidades, los datos del problema son las cantidades que se comparan y la diferencia entre ellas. Los elementos de estos problemas son la cantidad comparada (COMP), la cantidad referente (REF.) y la diferencia (DIF.)

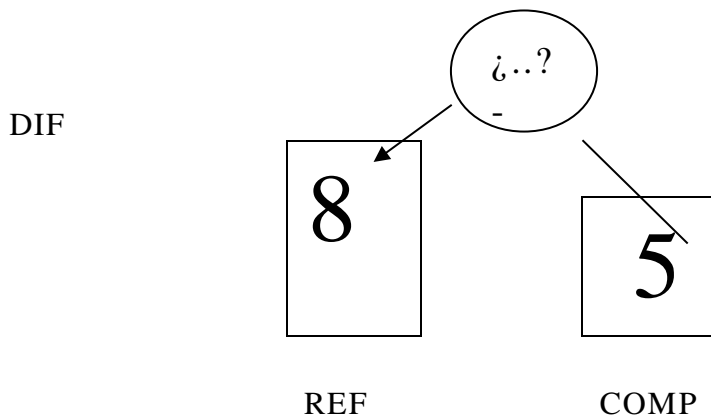
Veamos:

Marcos tiene 8 euros y Raquel tiene 5 ¿Cuántos euros tiene Marcos más que Raquel?



Como podemos ver se pregunta por la diferencia en más que. También se podría preguntar en menos que por ejemplo:

Marcos tiene 8 euros y Raquel tiene 5 ¿Cuántos euros tiene Raquel menos que Marcos?

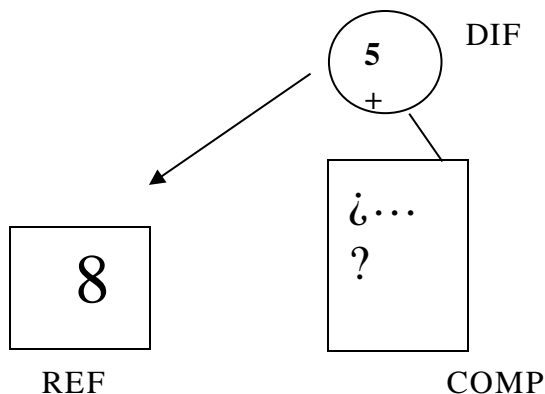


Como podemos ver en ambos casos se resuelve con una resta, pero en el primero al preguntar por la diferencia en más que, el alumnado suele interpretar añadir y entonces suma.

Otra dificultad que presentan este tipo de problemas, es la discriminación de la cantidad referente y la cantidad comparada.

Veamos más tipos de problemas de comparación.

Esther tiene 8 euros. Irene tiene 5 euros más que ella. ¿Cuántos tiene Irene?

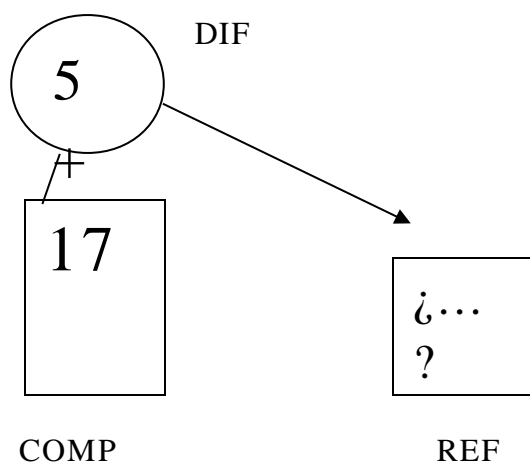


Como podemos ver aquí la incógnita es la cantidad comparada con diferencia en + por tanto es un problema que se resolvería con una suma.

Si tuviésemos el mismo problema pero con la diferencia en -, se resolvería con una resta.

A continuación, veamos cuando la incógnita es la cantidad referente.

Rosa tiene 17 euros y tiene 5 euros más que Carlos. ¿Cuántos tiene Carlos?



Es un problema que se resuelve con una resta, si se pidiese el mismo problema con la DIF -, se resolvería con una suma.

Los problemas en los que la incógnita es el referente, se trata de comparar dos cantidades de las que una de ellas está sin construir, y su construcción radica en

la solución del problema. Son problemas que requieren mucho entrenamiento, son problemas para 2º y 3º ciclo de primaria.

En cuestión tenemos 6 tipos de problemas de comparación:

Comparación 1 y 2, cuando la incógnita es la diferencia en + o en -

Comparación 3 y 4, cuando la incógnita es la cantidad comparada en + o en -

Comparación 3 y 4, cuando la incógnita es la cantidad referente en + o en -

Incógnita	COMPARACIÓN	
	Más que	Menos que
Diferencia	CM1 (-)	CM2 (-)
Cantidad comparada	CM3 (+)	CM4 (-)
Referente	CM5 (-)	CM6 (+)

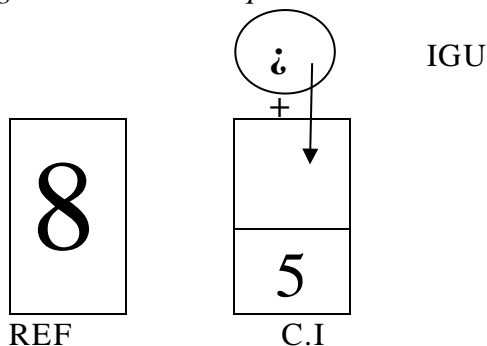
El alumnado no tiene por qué saber esta clasificación, tan sólo identificar que es un problema de cambio. Para el profesorado es fundamental a la hora de trabajar en el aula todos los tipos.

IGUALACIÓN: son problemas que contienen dos cantidades diferentes, sobre una de ellas se pretende actuar aumentándola o disminuyéndola hasta igualarla a la otra.

Los elementos de estos problemas son: cantidad a igualar C.I., cantidad referente REF., la transformación que se produce en una de ellas es la igualación IGU.

Veamos.

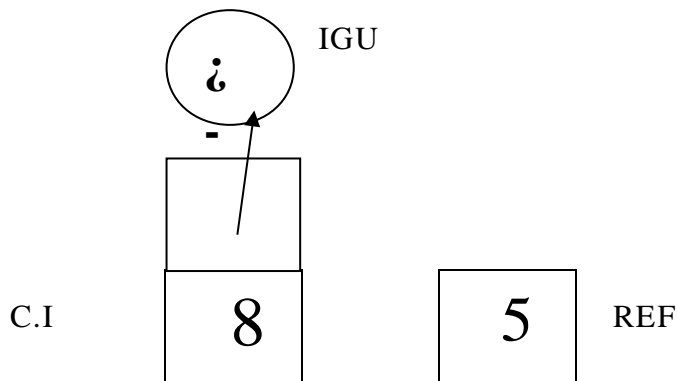
Marcos tiene 8 euros, Raquel tiene 5 euros ¿Cuántos le tienen que dar a Raquel para que tenga los mismos que Marcos?



Es un problema un tanto complicado para el alumnado ya que se resuelve con una resta pero como añade para igualar se tiende a sumar. Es un problema para 2º 3º ciclo.

A continuación vamos a ver que pasa si la incógnita es la cantidad de igualación IGU. en –

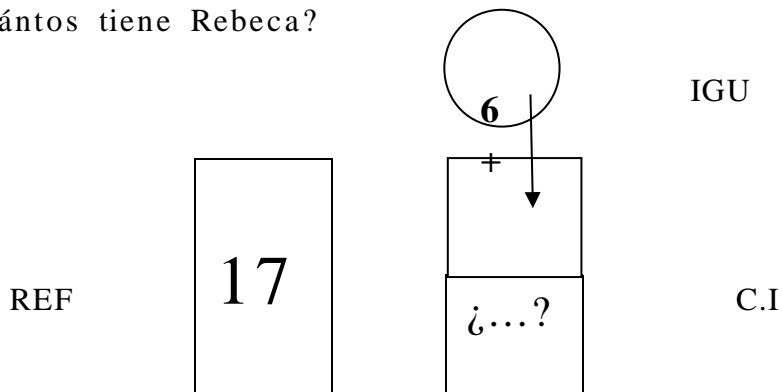
Marcos tiene 8 euros y Raquel tiene 5 euros. ¿Cuántos euros tiene que perder Marcos para tener los mismos que Raquel?



Como vemos es un problema que conocemos las dos cantidades y se pregunta por la disminución que tiene que sufrir la mayor para igualarse con la menor. Es un problema de restar.

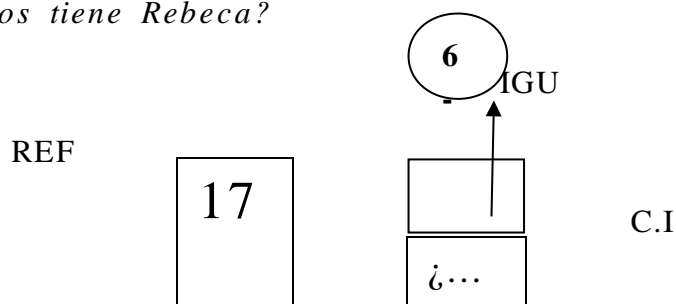
Vamos qué pasa cuando la incógnita es la cantidad a igualar de forma creciente

Juan tiene 17 euros, si Rebeca ganara 6 euros tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos tiene Rebeca?



Es un problema de restar muy difícil ya que al añadir a la cantidad a igualar puede confundirse con suma. Por otro lado, podemos encontrarnos este mismo problema donde la incógnita sea la cantidad a igualar pero la igualación sea en disminución.

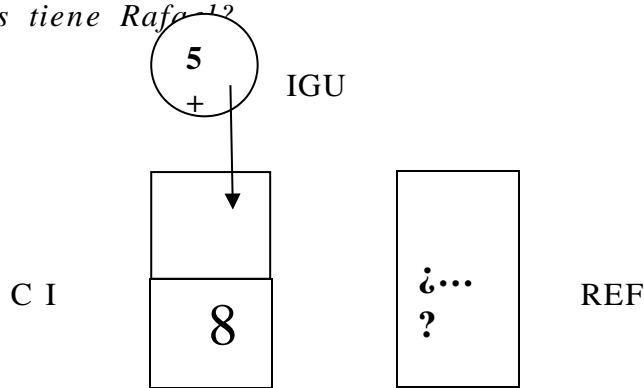
Juan tiene 17 euros, si Rebeca perdiera 6, tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos tiene Rebeca?



sumar.

El último tipo que queda sería cuando la incógnita es el referente cuando la cantidad a igualar aumenta o disminuye, veamos:

Marcos tiene 8 euros , si le dieran cinco más tendría los mismos que Rafael . ¿Cuántos tiene Rafael?



Es un problema de sumar de 2º ciclo pero algunos alumnos no lo afianzan hasta 3º ciclo.

También tendríamos el mismo problema haciendo disminuir la cantidad a igualar.

Marcos tiene 8 euros, si le perdiera 5 euros tendría los mismos que Rafael . ¿Cuántos tiene Rafael?

Sería un problema de restar de 2º ciclo, aunque también se puede iniciar en 1º ciclo.

En cuestión tenemos 6 tipos de problemas de igualación:

Igualación 1 y 2, cuando la incógnita es la igualación en + o en -

Igualación 3 y 4, cuando la incógnita es la cantidad a igualar haciéndola aumentar o decrecer

Igualación 5 y 6, cuando la incógnita es el referente haciendo aumentar o decrecer la cantidad a igualar.

Incógnita	IGUALACIÓN	
	Aumento	Disminución
igualación	IG1 (-)	IG2 (-)
Cantidad igualada	IG3 (-)	IG4 (+)

Referente	IG5 (+)	IG6 (-)
-----------	---------	---------

ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA.

Por su categoría semántica existen tres tipos:

Proporcionalidad simple

Comparación multiplicativa

Combinación multiplicativa o producto cartesiano.

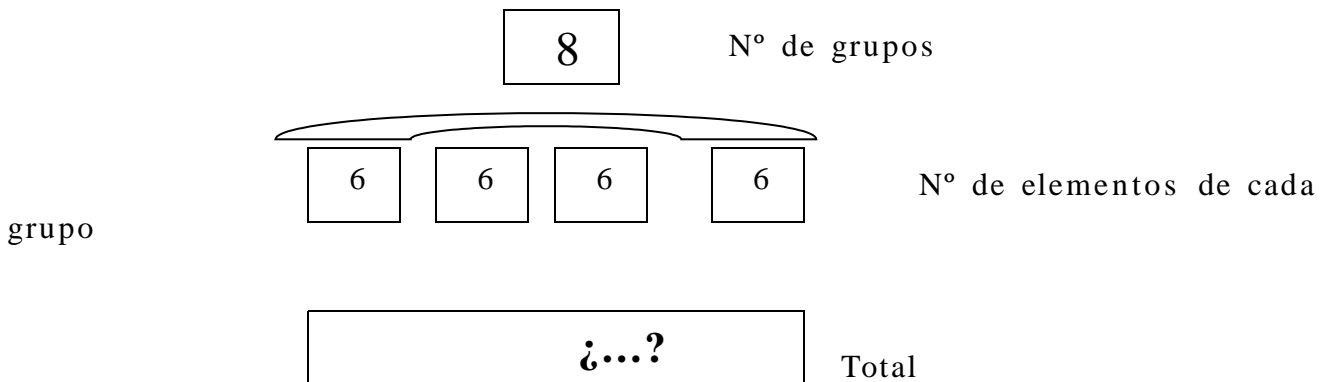
EJEMPLOS Y REPRESENTACIONES GRÁFICAS

PROPORCIONALIDAD SIMPLE.

En este tipo de problemas tenemos que distinguir tres elementos: número de grupos, número de elementos y total.

Veamos

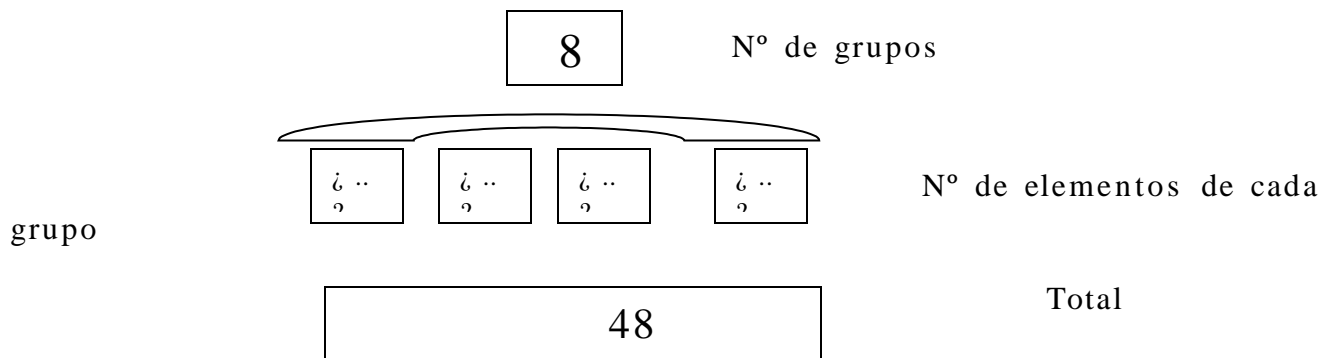
Ana compra 8 sobres de cromos, si cada sobre tiene 6 cromos. ¿Cuántos cromos tiene en total?



Como vemos la incógnita es el total, se resuelve con una multiplicación. A este tipo de problemas se les identifica con la abreviatura PX1.

Veamos a continuación

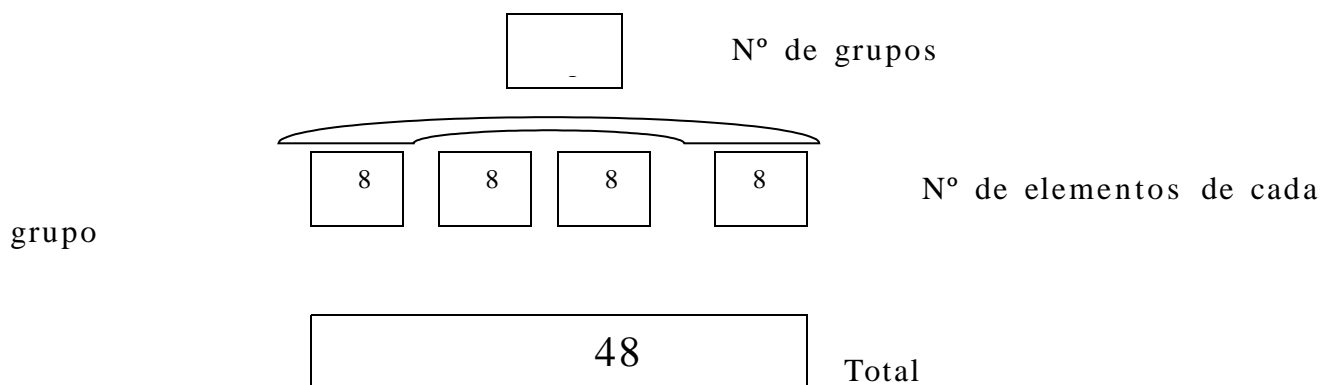
Ana compra 8 sobres de cromos, si en total hay 48 cromos. ¿Cuántos cromos tiene cada sobre?



Como vemos la incógnita es el nº de elementos, se resuelve con una división. A este tipo de problemas se les identifica con la abreviatura PX2.

Por último

Ana compra varios sobres de 8 cromos, si en total hay 48 cromos. ¿Cuántos sobres de cromos hay ?



Como vemos la incógnita es el nº de grupos, se resuelve con una división. A este tipo de problemas se les identifica con la abreviatura PX3.

RESUMEN

Incógnita	"cada" o "por"
Total (x)	PX1 X
Número de elementos-grupo	PX2 :
Número de grupos	PX3 :

COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA

Este tipo de problemas tiene tres elementos:

COMPARADO: es la cantidad que se compara.

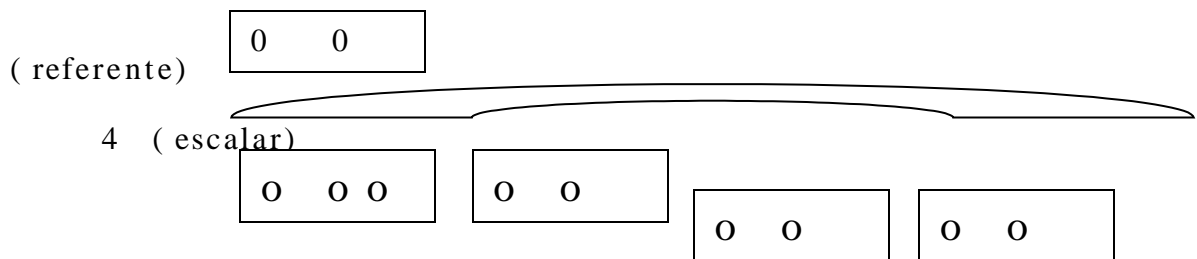
REFERENTE: es la cantidad con quien se compara el comparado.

ESCALAR: es la cantidad en veces más o menos que se compara.

Veamos el siguiente ejemplo

Juan tiene 3 canicas, y su hermana Lucía tiene 4 veces más que Juan, ¿Cuántas tiene su hermana?

Juan



Lucía

(comparado)

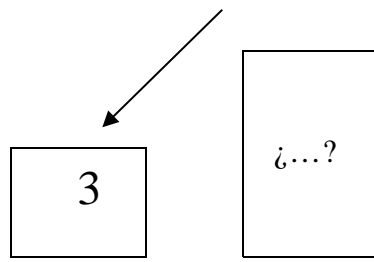
Es conveniente tener en cuenta que los problemas de comparación multiplicativa, se organizan igual que los de comparación aditiva. La diferencia está en el escalar, en estructura aditiva se suma o se resta una cantidad y en estructura multiplicativa igual pero se aumenta o se disminuye el número de veces, por eso en comparación multiplicativa, las palabras claves son veces más, veces menos, dobles, triples...

A continuación veamos todos los tipos de comparación multiplicativa.

Juan tiene 3 canicas, y su hermana Mariás tiene 3 veces más que Juan, ¿Cuántas tiene su herma

3v +

ESCALAR

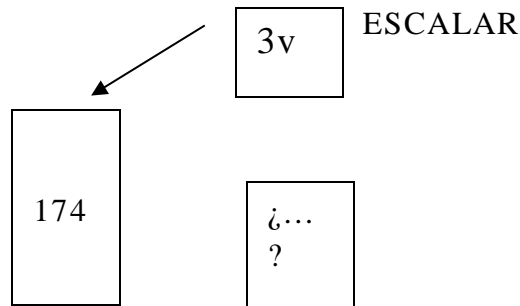


REF

COMP

La incógnita es el comparado se resuelve con una X y su abreviatura es tipo **CMX 1**

De Guadix a Málaga hay 174 km, si de Guadix a Granada hay 3 veces menos que a Málaga. ¿Cuántos km hay de Granada hasta Málaga?

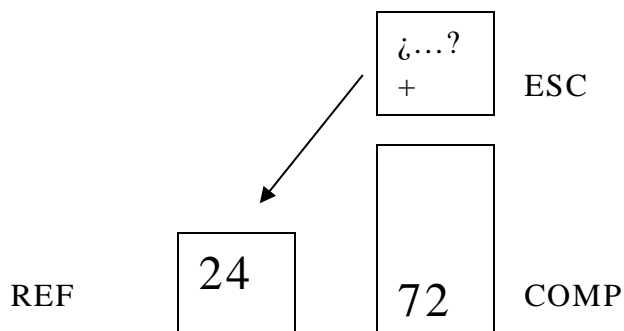


REF

COMP

La incógnita es el comparado en veces menos, su abreviatura es tipo **CMX2** y se resuelve con una :

Juan tiene 24 canicas y María tiene 72 canicas, ¿cuántas veces tiene María más canicas que Juan?

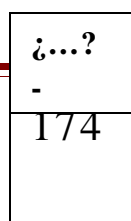


REF

COMP

La incógnita es el escalar en forma de aumento, se resuelve con una : abreviatura es tipo **CMX3**

De Guadix a Málaga hay 174km y a Granada 58km, ¿cuántas veces menos distancia hay a Granada que a Málaga?



ESC



58

REF

COMP

La incógnita es el escalador en decrecimiento, se resuelve con una : y su tipo es **CMX4**

María tiene 72 canicas, que son 3 veces más que las que tiene Juan, ¿cuántas canicas tiene Juan?

ESC

3V
+



72

¿...?

COMP

REF

La incógnita es el referente en +, se resuelve con una : y su tipo es **CMX5**

De Guadix a Granada hay 58km, que son tres veces menos que a Málaga. ¿Qué distancia separa a Guadix de Málaga?

ESC

3 V -



¿...?

COMP.

58

REF

La incógnita es el referente en -, se resuelve con una X y su tipo es **CMX6**

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA.

	COMPARACIÓN MULTIPLICATIVA	
Incógnita	"veces más que"	"veces menos que"
	(x) (CMX 1)	(:) (CMX 2)







	(:) (CMX 3)	(:) (CMX 4)
	(:) (CMX 5)	(x) (CMX 6)

COMBINACIÓN MULTIPLICATIVA O PRODUCTO CARTESIANO

Son problemas que combinan dos cantidades para formar una tercera, es el caso del producto cartesiano donde se establece la combinación uno a uno de los elementos de los dos factores con independencia del orden que se coloquen los mismos.

Estos problemas son difíciles para el alumnado ya que los confunden con combinación aditiva.

Veamos, ¿De cuántas maneras distintas podemos combinar caras con corazones?

Los elementos de estos problemas son:

La cantidad compuesta C.CO (total de n° de combinaciones).

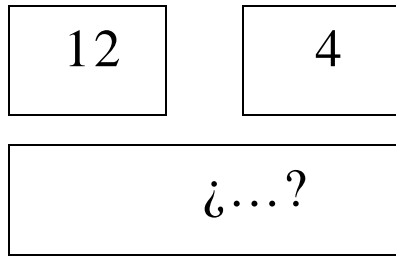
Una de las componentes COMP 1, COMP 2...

TIPOS Y EJEMPLOS DE COMBINACIÓN MULTIPLICATIVA.

Tengo 12 camisetas y 4 pantalones, ¿de cuántas formas los puedo combinar para vestirme?(Se supone que son distintas tanto pantalones como camisetas)

COMP 1

COMP 2



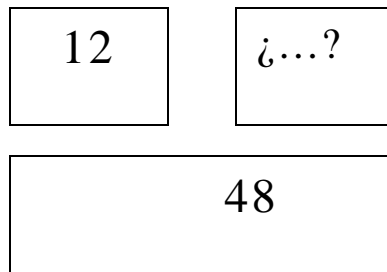
C. COMP

La incógnita es la cantidad
Compuesta, se resuelve con una
X, su abreviatura es tipo **COX1**

Tengo 12 camisetas que al combinarlas con los pantalones que tengo me permiten 48 formas distintas de vestirme, ¿De cuántos pantalones dispongo?

COMP 1

COMP 2



C. COMP

La incógnita es una de las
Componentes, se resuelve con
una **:** y su abreviatura es tipo
COX2

Incógnita	COMBINACIÓN MULTIPLICATIVA
Cantidad compuesta	(x) (COX 1)
Una componente	(:) (COX 2)

SECUENCIACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE ARITMÉTICA EN PRIMARIA.

Teniendo en cuenta que los niveles de dificultad corresponden a los ciclos 1º, 2º y 3º, a continuación se presenta la siguiente tabla para estructurar el trabajo de los problemas de aritmética en primaria.

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Tipos	Estructura aditiva congruentes	Estructura aditiva Estructura multiplicativa	Estructura aditiva Estructura multiplicativa
Cantidades	Números hasta 3 cifras	Número hasta 6 cifras Romanos Fracciones Conceptos (doble, mitad, docena...)	Decimales Enteros Fracciones con distinto denominador Porcentajes

Unidades	Unidades sencillas: años, euros, kilos...	Longitud –Capacidad- Masa Tiempo -Dinero	Superficie Volumen Amplitud de ángulos
Variables	Datos implícitos sencillos (dibujos, letras...)	Datos implícitos Datos superfluos Datos insuficientes Cambios de unidades Soluciones múltiples	Datos implícitos Datos superfluos Datos insuficientes Cambios de unidades Soluciones múltiples