

## AVANCES NEUROCIENTÍFICOS: PRÁCTICAS PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

**Dr. José Antonio Fernández Bravo**

El objetivo de este trabajo no es otro que servir de prólogo y gestación a futuras investigaciones que aporten, al carácter de la Matemática, un nuevo brío de honroso talante didáctico en la Educación Infantil.

### 1. INTRODUCCIÓN

El cerebro expresa un dominio de desarrollo de cero a seis años que no se repetirá con el mismo esplendor a lo largo de nuestra vida. Si a esto añadimos el deseo hiperactivo por descubrir y el enorme potencial de vida activa y afectiva que se puede desplegar, la capacidad de aprendizaje a esas edades es incalculable.

Esa capacidad de aprendizaje debe estar íntimamente unida a una gran capacidad de enseñanza. Incorporar a la mente del niño un conjunto de términos y representaciones incomprensibles perjudica su acción formativa, pero la disminución de contenido que pueda comprenderse perjudica al desarrollo; tanto error se comete cuando intentamos que un niño aprenda algo que supera su comprensión, como cuando disminuimos la cantidad de conocimiento y facilitamos el esfuerzo intelectual al que un niño hubiera podido llegar. Por eso, actualizarse no consiste en imitar procedimientos que están de moda, sino en conseguir, en tiempo real y con los niños actuales, los objetivos dirigidos a la adquisición del conocimiento y el desarrollo personal.

Lo importante no es hasta "cuánto cuentan" o cuánto enuncian los niños, sino cuántas relaciones establecen y cómo dinamizan lo que han comprendido; y si reconocen la afectividad del saber en fusión con sus experiencias, y conciben ideas gesticulando sensaciones que permitan crear, en contacto con la realidad, lazos objetivos con la Matemática. Su estudio, a estas edades, no puede tener sólo un fin de relación con el entorno, instrumental o propedéutico, sino también y prioritario el de la construcción de un medio que teja el devenir para el desarrollo del pensamiento y las emociones. Y es la forma de tejer la que graba en la mente del niño, la presencia futura: del entusiasmo por el aprendizaje de esta ciencia; o el rechazo a emprender cualquier tarea arrastrado por una predisposición servida de incertidumbre, desesperación o indiferencia.

*"¿Cómo explicar la atención al proceso de aprendizaje, sino basándolo sobre la elección de apuntar todo sobre el sujeto que aprende y no sobre la disciplina? Esto se explica con la visión que ya de tiempo se denomina "antropológica", que privilegia "la relación personal con el saber", por encima del "saber" (D'Amore, 2005- XXI)*

Cuando nos iniciamos, por ejemplo, en el proceso de enseñanza-aprendizaje del número, las reacciones de los niños, presentadas por las respuestas derivadas de su

lógica infantil, nos obligan a reflexionar sobre: sus expresiones desde el *cómo dicen*; sus razonamientos desde el *cómo piensan*; o, sus resultados desde el *cómo hacen*. Son estas reflexiones, a modo de *escucha*, las que guían la mayoría de las veces una acertada acción didáctica, o imponen la necesidad de buscar un procedimiento distinto al que habitualmente se les presentaba de forma obligada, respecto a nuestro entender.

Muchos profesores creen que mediante la técnica de contar los niños adquieren el concepto de número, y esto mucho se aleja de ser cierto: *"se acostumbra a enseñar los nombres de los números, uno tras otro, recurriendo al contar, confundiendo constantemente los nombres de los números con los números mismos. Así resulta que el niño recita los números en lugar de construirlos"* (Goutard, 1966: 114). Se hace necesario entender la diferencia entre recitar y comprender. Piaget nos hizo distinguir entre recitar los nombres de los números y ser capaz realmente de comprender su significado. Para Mialaret (1967: 14-15) *"Entre los tres y cinco años, el niño aprende difícilmente los cinco o seis primeros números, si se considera que el conocimiento puramente verbal de la serie de los números no corresponde a una verdadera adquisición"*.

Los avances neurocientíficos nos ofrecen datos a tener en cuenta sobre el concepto de número. *"La topografía cerebral de la aritmética, aunque incompleta todavía, nos permite afirmar, por ejemplo, que el sentido numérico se asocia al lóbulo parietal inferior y que la resolución de cualquier tarea aritmética, por simple que sea, no supone la activación de una única área cerebral, sino la participación de varias áreas que, formando partes de distintos circuitos, constituyen el sustrato neuronal de los distintos procesos cognitivos elementales que conforman esa tarea"* (Alonso y Fuentes, 2001). Jean Piaget (1952) creía que la capacidad numérica aparecía alrededor de los 5 o 6 años de edad. Sin embargo, ya en el primer año de vida se cuenta con un conocimiento numérico independiente del lenguaje. Starkey y Cooper (1980) fueron los primeros en demostrar que los niños de 6-7 meses de edad podían detectar cambios en el número de objetos presentados visualmente. Posteriormente, y como consecuencia, algunos autores, entre los que se encuentran Butterworth (1999) y Dehaene (1997), afirman que las personas humanas nacemos con un módulo numérico que nos permite la comprensión de cantidades y sus interrelaciones, y que servirá de asiento al posterior desarrollo de capacidades matemáticas más complejas.

## 2. EL CARÁCTER DE LA MATEMÁTICA Y EL TALANTE DE SU EDUCACIÓN

### 2.1. CARÁCTER DE LA MATEMÁTICA

**A) *La Matemática es una actividad mental. El pensamiento matemático es uno, y no varios. Su instrumento no es el cálculo sino el razonamiento. El ejercicio de la Matemática consiste principalmente en el descubrimiento y aplicación de estructuras.***

Si la Matemática es una actividad del pensamiento, entonces no podremos encontrarla en objeto alguno o colecciones de objetos. Sin embargo, es en el camino de la experimentación donde necesariamente se registran ideas que, pertenecen al pensamiento matemático cuando se establecen como actividad mental separándose del objeto o conjunto de objetos que las ha generado. Más tarde, serán esas ideas intelectualizadas punto de partida para generar otras nuevas que aporten al conocimiento matemático amplitud intelectual. La comprensión de los conceptos y relaciones en las etapas iniciales del aprendizaje goza de exagerada importancia.

El saber matemático no puede medirse por la cantidad de ejercicios que hacen los niños, y nosotros presentamos en pesadas carpetas ligeras de "saber", sino por la actividad mental realizada para: interpretar, resolver, formular, calcular y aplicar correctamente.

No existe un cálculo mental y un cálculo escrito. El único cálculo que existe es el mental; la mente no piensa de una forma con bolígrafo y, de otra distinta, sin él.

En la Matemática no existen temas, sino estructuras. La composición-descomposición del número de una cifra, se podrá aplicar a otros números de otras cifras: Si,  $5 = 3 + 2$ ;  $50 = 30 + 20$ ; y, 505, por ejemplo, será igual a  $300 + 200 + 3 + 2$ . Por eso es necesario huir de los vagos y superficiales temas que presentan los libros de texto –tan agresivos para el conocimiento por su fidelidad al contenido-, y buscar las estructuras básicas que nos permiten saber matemáticas.

**B) *Es consistente y, lo que afirma o niega, posee verdad o falsedad universal demostrable.***

Consistente significa que, sobre el mismo sistema de axiomas no puede deducirse la "verdad" de una proposición y, simultáneamente la "verdad" de su contraria. Cuando a los niños les decimos "algo" y, más adelante, ponemos un "pero" sobre ese "algo" que contradice lo hablado estamos derivando la explicación de un sistema didáctico inconsistente. (Restar es quitar, decimos. Pero si me quitan tres euros por la mañana y dos por la tarde me han quitado 5; y, sin embargo, sumo)  
Lo que se afirma o niega es verdad o falso para todos. Expresiones como "esta cuerda es larga", "esto es alto", "8 es un número grande",... no pertenecen al campo de la Matemática.

La demostración es la actividad más importante ligada al pensamiento matemático. Si lo tenemos en cuenta adaptaremos procedimientos que preparen para la futura

actividad; poner en todo momento a disposición del alumno mecanismos válidos de autocorrección: que comprueben, que verifiquen, para que, más tarde, puedan demostrar. La autocorrección es imposible sin la clara comprensión de los conceptos, relaciones y propiedades. Se hace entonces necesario basar la educación en la experiencia, el descubrimiento y la investigación, -permitiendo que el alumno conquiste el concepto-, sin corregir con Bien o Mal -o expresiones parecidas- la actividad que el niño realiza en el proceso de aprendizaje. "No queremos una escuela de respuestas, sino de preguntas", decía Freire. Será la pregunta, guiada mediante ejemplos y contraejemplos, la que reine de modo de supremo en el pensamiento y la acción de la enseñanza. De este modo, el alumno participará para buscar el conocimiento y no para adivinar en situación de violenta impronta la respuesta que el profesor espera.

El desafío, el reto, la formulación y resolución de problemas son procedimientos del hacer matemático; más que decir cómo se piensa, hay que **provocar** al pensamiento para cultivar el esfuerzo intelectual que exige el entendimiento de ideas razonables.

***C) Estudia conceptos y propiedades, establece relaciones y genera modelos a través de campos: Numéricos, algebraicos, espaciales, probabilísticos,.... Posee un lenguaje propio con el que identifica esos conceptos, propiedades y relaciones.***

La comprensión de conceptos es la materia prima para establecer relaciones. El lenguaje propio de la Matemática es más que necesario, pero si ha de ser fructífero y no perturbador, éste será el punto de llegada y no el punto de partida.

Existen numerosas formas de llegar al resultado, y no una sola. Expresiones de la forma: "Así se suma", "así se resta", "así se calcula..." no ayudan a la interiorización de los procesos ni a la intelectualización de las ideas.

Hay que distinguir símbolo de concepto. El concepto hace referencia al significado y, el símbolo, a su representación. Actualmente, los libros de texto confunden una y otra cosa, y hacen una didáctica del símbolo que consigue una indebida e imprecisa apropiación del concepto: "El cero es un donuts"; "El 6 es el número que no quiso ser cero";...

***D) Se construye mediante procesos lógicos de secuenciación.***

La adquisición de conocimientos posee un estado de grados de comprensión y las actividades propuestas tendrán que contemplarlos. El proceso, por ejemplo: "estimación, aproximación, precisión" es un estado ligado y no un conjunto de ejercicios aislados y desprovistos de significado.

***E) Las ideas matemáticas son precisas y rigurosas, distinguiendo perfectamente lo esencial, de lo accidental.***

Precisión implica expresarse con el mínimo discurso a partir del cual se puedan establecer las necesarias relaciones que, mediante el razonamiento, completen el conocimiento deseado. La expresión "a menos b es igual a c" ( $a - b = c$ ) no tiene más explicación que la siguiente:  $a - b = c$  porque  $c + b = a$ . Esta explicación es suficiente para todo número a, b y c conocido por el alumno si, y sólo si, el alumno sabe sumar.

Se suele confundir rigor con formalización; rigor es, ante todo, claridad mental

## **2.2. TALANTE DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

- La enseñanza de la Matemática tiene entre otras tareas, una fundamental: Conseguir en el que aprende "Claridad de conceptos, razonamiento correcto y capacidad para establecer relaciones".
- El que enseña debe preocuparse de DOMINAR SU MATERIA y ESCUCHAR al niño, dirigiendo todos sus esfuerzos a que el alumno: sepa bien, quiera saber, se sienta bien sabiendo y aplique correctamente lo que sabe.
- El avance educativo supone:
  - a. No sólo saber decir, sino SABER HACER lo que se sabe decir.
  - b. Obtener un mayor rendimiento con un menor esfuerzo. Hoy se da mucho contenido y se produce poco conocimiento. Pensar ¿a qué es debido?
- Si el abuso de contenido incomprensible perjudica la acción formativa del individuo, la disminución de contenido que pueda comprenderse perjudica al desarrollo. Tanto error se comete cuando se intenta que un niño aprenda algo que supera su comprensión, como cuando se intenta disminuir la cantidad de conocimiento y facilitar el esfuerzo intelectual que un niño puede conseguir.
- Que las respuestas que obtenemos de los niños no coincidan con las que esperamos implica, simplemente, discrepancia entre la enseñanza y el aprendizaje, y no asegura que el niño tenga dificultad alguna para el aprendizaje de la Matemática. Más allá del término está su significado (Rebollo y Rodríguez, 2006) y, por tanto, el prejuicio de su diagnóstico: cuándo podemos hablar, o no, de dificultades en el aprendizaje de la Matemática; saber si esta dificultad es primaria o duradera, según Van Hout (1988), o bien secundaria. Son muchos los investigadores y estudiosos del tema los que agregan un problema importante y frecuente en su diagnóstico: la enseñanza inadecuada.
- Que el profesor enseñe y los alumnos aprendan lo que el profesor enseña, sólo tiene aprobación y vigencia cuando lo aprendido desarrolla el pensamiento matemático. La pregunta fundamental no es ¿qué hay que enseñar?, sino ¿qué conseguimos con lo que estamos enseñando?
- La fiabilidad de lo que un profesor enseña, se mide por la validez de lo que sus alumnos son capaces de hacer sin él.
- No todos los niños tienen la misma capacidad para aprender matemáticas, pero sí todos tienen la misma necesidad de aprenderlas. La tarea escolar consiste en cubrir las necesidades, y no en clasificar capacidades.
- Los materiales que podremos utilizar para la enseñanza de la Matemática son muchos, pero no apoyarán éstos su eficacia en las propiedades que poseen,

sino en su posibilidad para interactuar en la mente del sujeto y que éste pueda: formular, y suponer, y descubrir, y comprender e interpretar correctamente. Entre otros, seguro estoy de dos importantes materiales para la enseñanza de la Matemática: la realidad y la evidencia.

Es lamentable el tipo de educación que reciben los niños en el ámbito escolar -afirma Dehaene (1997)- en donde se hace demasiado énfasis en los conceptos abstractos y la memorización rutinaria. Se estanca el desarrollo del substrato numérico instintivo y con ello se derrumba el soporte intuitivo para la adquisición de los nuevos conceptos en un proceso dinámico, complejo y estimulante. Esto trae consigo la pérdida de motivación por parte del niño al hacerse más difícil y tediosa la memorización de los conocimientos. A partir de aquí el fracaso en el aprendizaje de las matemáticas está asegurado.

### **3. METODOLOGÍA DIDÁCTICA**

La intervención didáctica aportará un significado de utilidad en la adquisición del conocimiento matemático, en la medida que favorezca la práctica de la investigación y el descubrimiento, para la consolidación y aplicación de los conceptos.

El uso de *la pregunta* como soporte didáctico, para presentarle al niño desafíos que estimulen la investigación y aseguren el descubrimiento de los conceptos y relaciones, es esencial en cualquier proceso de enseñanza que genere un aprendizaje válido de las Matemáticas. Del mismo modo, es importante invitar al alumno a hacerse preguntas, como medio fundamental para la adquisición de conocimientos.

La necesidad educativa actual supone tener en cuenta: los elementos de diversidad del alumnado; la atención al vocabulario del alumno como punto de partida; la configuración cíclica de los contenidos; una secuenciación precisa, sabiendo qué va antes y qué va después, como conceptos previos necesarios para la comprensión de otros posteriores; la aportación de mecanismos de control que favorezcan la autocorrección; la necesidad de incorporar el razonamiento lógico al estudio de las Matemáticas; y, la planificación cuidadosa de pequeños retos y desafíos que estimulen el interés y el esfuerzo por el aprendizaje. Se atenderá en primer lugar, desde el respeto al conocimiento científico, a la elaboración intelectual de las ideas, para terminar con la utilización precisa del símbolo y la terminología matemática.

No se puede eludir a estas edades el trabajo con materiales y recursos concretos, pues es a través de lo experimental desde donde se genera el proceso que nos permite pasar de lo particular, a la generalización intelectual de una dinámica de relaciones. La utilización correcta de material manipulativo enriquece los procesos de enseñanza-aprendizaje, aumentando el rendimiento en la comprensión y aplicación de los conceptos matemáticos. El rol del profesor es de suma importancia en la toma de decisiones para la utilización de material. Según objetivos y funciones, tendrá en cuenta aspectos didácticos, aplicativos, técnicos,... y de organización de espacios, tiempos y agrupamientos. No se debe olvidar que el uso de materiales y recursos es un medio para la adquisición del conocimiento matemático; de nada servirían al aprendizaje, si ese conocimiento no goza de esclarecida evidencia para la enseñanza. Una vez conocido qué hay que aprender, buscaremos los medios que lo faciliten, dando en todo momento al aprendizaje un significado de aplicación práctica eficaz; no se trata tanto de rellenar páginas, manipular, manejar programas o navegar, como de utilizar el tiempo para vivir realidades educativas de ámbito científico y cultural, que

supongan verdadera innovación en la enseñanza de las Matemáticas y en su extensión a otras áreas de conocimiento.

### **3.1. CINCO VÍAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO**

- **La observación:** Se debe potenciar sin imponer la atención del niño a lo que el adulto quiere que mire. La observación se canalizará libremente y respetando la acción del sujeto, mediante juegos cuidadosamente dirigidos a la percepción de propiedades y a la relación entre ellas. Esta capacidad de observación se ve aumentada cuando se actúa con gusto y tranquilidad y se ve disminuida cuando existe tensión en el sujeto que realiza la actividad.
- **La imaginación.** Entendida como **acción creativa**, se potencia con actividades que permiten una pluralidad de alternativas en la acción del sujeto. Ayuda al aprendizaje matemático por la variabilidad de situaciones a las que se transfiere una misma interpretación.
- **La intuición:** Las actividades dirigidas al desarrollo de la intuición no deben provocar técnicas adivinatorias; el decir por decir no desarrolla pensamiento alguno. La arbitrariedad no forma parte de la actuación lógica. El sujeto intuye cuando llega a la verdad sin necesidad de razonamiento. Ciertamente, no significa que se acepte como verdad todo lo que se le ocurra al niño, sino conseguir que se le ocurra todo aquello que se acepta como verdad.
- **El razonamiento lógico:** El razonamiento es la forma del pensamiento mediante la cual, partiendo de uno o varios juicios verdaderos, denominados premisas, llegamos a una conclusión conforme a ciertas reglas de inferencia. Para Bertrand Russell la lógica y la Matemática están tan ligadas que afirma: "la lógica es la juventud de la Matemática y la Matemática la madurez de la lógica". La referencia al razonamiento lógico se hace desde la dimensión intelectual que es capaz de generar ideas en la estrategia de actuación, ante un determinado desafío. El desarrollo del pensamiento es resultado de la influencia que ejerce en el sujeto la actividad escolar y familiar.
- **La emoción:** De nada serviría algo, si no influyese positivamente en el desarrollo integral de la persona humana. Nadie que se sienta mal con una materia va a incorporarse libremente a su estudio. Querer saber y sentirse bien sabiendo es objetivo primordial para aprender.

### **3.2. LAS CUATRO ETAPAS DEL ACTO DIDÁCTICO**

**FASES QUE SEGUIR PARA LA INTERVENCIÓN EDUCATIVA EN EL PROCESO DE ADQUISICIÓN DEL CONOCIMIENTO**

Llevo tiempo investigando en las fases por las que pasa una idea desde que es percibida, intelectualizada y aplicada. A mi juicio,

- **COMPRENDER-ELABORAR**
- **ENUNCIAR**
- **CONCRETIZAR-ASENTAR**
- **TRANSFERIR-APLICAR**

existen cuatro etapas fundamentales en el acto didáctico (Fernández Bravo, 1995-2007), para incorporar en cualquier programación: Elaboración, Enunciación, Concretización y Transferencia o Abstracción. Este orden de presentación de las etapas, para el alumno, es irremplazable.

**Etapas de Elaboración. COMPRENDER.-** En esta etapa se debe conseguir la intelectualización de la/s estrategia/s, concepto/s, procedimiento/s que hayan sido propuestos como tema de estudio.

El profesor, respetando el trabajo del niño y el vocabulario por él empleado, creará, a partir de las ideas observadas, desafíos precisos que sirvan para canalizarlas dentro de la investigación que esté realizando en su camino de búsqueda. Tal planteamiento supone evitar la información verbal, así como las palabras correctivas: "bien" o "mal"; utilizando, en todo momento, ejemplos y contraejemplos que aporten continuidad a la pluralidad de respuestas que escuchemos. Estas respuestas, ya correctas o incorrectas, se forman a través de un diálogo entre todos y de un diálogo interior, y deben ser recogidas, como hipótesis, desde la motivación de comprobarlas por sus

## • COMPRENDER-ELABORAR

**Tener en cuenta las Hipótesis de trabajo. Arte de preguntar. Guiar con ejemplos y contra-ejemplos. Motivación. Innovación. Participación; búsqueda del conocimiento. Utilización de materiales y recursos. Escuchar al alumno. Aprovechar el lenguaje del niño (metalenguaje); partir de sus experiencias. Dominar la materia. Creatividad en la enseñanza. Desarrollo de originalidad y creatividad en el alumno. Desarrollo de la observación. Duda. Desafío, reto, provocación. Realidad, evidencia y razonamiento lógico. Transformación mental del hecho o la creencia en conocimiento. Comprensión del concepto o relación trabajado. Desarrollo de competencias.**

propios medios para establecer conclusiones válidas. La curiosidad por las cosas surge por la actualización de las necesidades de nuestros alumnos; necesidades, no solamente físicas o intelectuales, sino también operativas en el

pensamiento para buscar soluciones a las dudas que se reflejan en focos concretos de las situaciones propuestas.

Esta etapa subraya el carácter cualitativo del aprendizaje. El respeto al niño es obligación permanente para que su originalidad y creatividad tome forma en las estrategias de construcción del concepto o relación. Y es en esta etapa, más que en ninguna otra, donde el profesor pondrá a prueba el dominio que tiene sobre el tema. Un dominio sin el cual se perderá fácilmente.

**Etapas de Enunciación.** ENUNCIAR.- El lenguaje, que desempeña un papel fundamental en la formación del conocimiento lógico-matemático, se convierte muchas veces en obstáculo para el aprendizaje. Los niños no comprenden nuestro lenguaje. Si partimos de nuestras expresiones les obligaremos a repetir sonidos no ligados a su experiencia. Estas expresiones darán lugar a confusión y se verá aumentada la complejidad para la comprensión de los conceptos y la adquisición de otros nuevos. Por esto,

## •ENUNCIAR

**Claridad. Rigor de enunciado. Identificación. Desarrollo de competencias. Distinción entre metalenguaje y lenguaje objeto de la ciencia.**

llegados al punto en que el niño ha comprendido a partir de la generación mental de una serie de ideas expresadas libremente con su particular vocabulario, se hace necesario enunciar o simbolizar lo que ha comprendido, respecto a la nomenclatura o simbología correctas: *los convencionalismos*. Este es el objetivo de esta etapa: poner nombre o enunciar con una correcta nomenclatura y simbología. Por ello, la etapa anterior es de exagerada importancia y debe tener su particular evaluación para no considerar intelectualizado todo lo que en ella se ha visto, sino todo lo que en ella, ciertamente, se ha intelectualizado.

**Etapas de Concretización.** MEMORIZACIÓN, CONSOLIDACIÓN.- Es la etapa en la que el educando memoriza y aplica, a situaciones conocidas y ejemplos claros *ligados a su experiencia*, la estrategia, el concepto o la relación comprendida con su nomenclatura y simbología correctas. Se proponen actividades similares a las realizadas para que el alumno aplique el conocimiento adquirido para optimizar su memorización, y evaluar en qué medida ha disminuido el desafío presentado en la situación propuesta en la etapa de Elaboración.

## CONCRETIZAR-ASENTAR

**Asentamiento. Memorización. Motivación. Innovación. Trabajo para intelectualizar lo que se ha entendido. Originalidad, creatividad en la presentación de ejercicios. Secuenciación por dificultad. Pluralidad de actividades. Desarrollo de competencias.**

**Etapas de Transferencia o Abstracción. APLICACIÓN, GENERALIZACIÓN.**- Etapa en la que el niño aplica los conocimientos adquiridos a cualquier situación u objeto *independiente de su experiencia*. Es capaz de generalizar la identificación de una operación o concepto y aplicarlo correctamente a una situación novedosa, tanto en la adquisición de nuevos contenidos, como en la interrelación con el mundo que le rodea. En muchas ocasiones, no se puede estudiar después de la etapa de Concretización; se confundiría con ella y su independencia como etapa no sería significativa. Existen niños que reproducen, sin dificultad alguna, lo que se le ha enseñado en el colegio inmediatamente después de haberlo trabajado, y, sin embargo, muchos de ellos no reconocen los contenidos de esa enseñanza en el entorno en el que desenvuelven su actividad cotidiana, unos días más tarde. Se puede decir, que estos alumnos no han asimilado la relación o conjunto de relaciones trabajadas con anterioridad sobre el concepto. Si esto ocurre, el profesor revisará la preparación de las etapas anteriores y su actuación en ellas, desde una investigación-acción.

## •TRANSFERIR-APLICAR

**Aplicar el conocimiento adquirido a un sinfín de situaciones. Funcionalidad de lo aprendido. Originalidad y creatividad en la búsqueda de alternativas de aplicación.**  
**Utilizar el conocimiento para adquirir otros nuevos. Desarrollo de competencias.**  
**Planteamientos de la forma: “Que pasaría si...”; “Supongamos que...”**

La etapa más difícil para el profesor es la etapa de Elaboración y, sin embargo, debe ser la que le resulte más fácil al alumno. Las etapas presentadas no se pueden ver como cuatro pasos distintos sino como un *todo* ligado en el PROCESO DIDÁCTICO.

## BIBLIOGRAFÍA

- ALONSO, D Y L.J. FUENTES (2001) “Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático”. *Revista de Neurología*, Neurol 2001; 33: 568-76
- BUTTERWORTH B. (1999): *The mathematical brain*. London: MacMillan; 1999.
- D`AMORE, B (2005): bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la matemática. Barcelona: Editorial Reverté.
- DANTZIG, T. (1954). *Number: The Language of Science*. New York: The Free Press.
- DEHAENE, S. (1997): *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.
- DUNCAN, E.R; CAPPS, L.R.; DOLCIONI, M.P.; QUAST, W. G. Y ZWENG, M.J. (1972): “Modern school mathematics: Structure and use teacher’s annotated education” Ed. Boston (Houghton Mifflin).

- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2007): *Cómo enseñar matemática en preescolar*. Puebla, México: Gil Editores SA de CV.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2007): *Números en Color. Acción y reacción para la enseñanza-aprendizaje de la matemática*. Madrid: Editorial CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2007): "La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica" En "La Enseñanza de la Matemática" *Revista Iberoamericana de Educación (RIE)*, Enero-abril, 43, 119-153  
[www.rieoei.org/rie43.htm](http://www.rieoei.org/rie43.htm)
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2005): *Enséñame a contar. Investigación Didáctica sobre la técnica de contar como actividad matemática*. Madrid: Grupo Mayéutica.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2005) "Avatares y estereotipos sobre la enseñanza de los algoritmos en matemáticas" *Revista UNIÓN*, núm 4  
<http://www.fisem.org/paginas/union/revista.php>
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2004): *El número de dos cifras. Investigación didáctica e innovación educativa*. Madrid: Editorial CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2004): *La caja de números I. (Cuento para trabajar lógica y matemática)* Madrid: Editorial CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2004): *La caja de números II. (Cuento para trabajar lógica y matemática)* Madrid: Editorial CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2004): *Si te quieren serás lo que eres. (Cuento para trabajar lógica y matemática)* Madrid: Editorial CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2003) "¿Dónde está la Matemática? Matarile-rile-ron" *Encuentros del profesorado de Matemáticas de la Comunidad de Madrid. Actas III Jornadas Provinciales de Matemáticas. Comunidad de Madrid. Dirección General de Ordenación Académica, (pp. 77-88)*
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2003): *Secuenciación de conceptos matemáticos. Procesos de enseñanza-aprendizaje de 6 a 8 años de edad*. Madrid: Editorial CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2002): *El Hipopótamo gracioso y fuerte. (Cuento para trabajar lógica y matemática)* Madrid: Ed. CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2002): *El material Numerator. (Juego para el alumno)* Madrid: Editorial CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2002): *La tortuga botarruga. (Cuento para trabajar lógica y matemática)* Madrid: Ed. CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2002): *Las nubes del país de la fantasía virtual. (Cuento para trabajar lógica y matemática)* Madrid: Ed. CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2002): *Los animales que se escaparon del circo. (Cuento para trabajar lógica y matemática)* Madrid: Ed. CCS.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2002): *Numeración y cuatro operaciones básicas: La investigación y el descubrimiento a través de la manipulación*. Madrid: Editorial CCS
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (2000): *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos. Segunda edición*. Madrid: Wolters Kluwer.
- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. (1995): "Las cuatro etapas del acto didáctico" *Revista Comunidad Educativa, ICCE*, 228, 36-40
- GAROFALO J. (1989): "Beliefs and Their Influence on Mathematical Performance". *Research*". En: *Handbook for Mathematic Teacher* 82 (7), 502-505.
- GOUTARD, M. (1966): *Las matemáticas y los niños*. Madrid: Cuisenaire de España.
- MIALARET, G. (1967): *Pedagogía de la iniciación en el cálculo*. Buenos Aires: Kapelusz.
- PIAGET J. (1952): *The Child's Conception of Number*. London: Routledge & Kegan Paul
- REBOLLO, M.A. Y A.L. RODRÍGUEZ (2006): *Dificultades en el aprendizaje de las*

- matemáticas. *Revista Neurol*; 42 (Supl 2), S135-8
- SANCHEZ HUETE, J. C. FERNANDEZ BRAVO, J. A. (2003) La Enseñanza de la matemática. Bases psicopedagógicas y fundamentos teóricos en la construcción del conocimiento matemático y la resolución de problemas. Madrid: Editorial CCS.
- STARKEY P, COOPER RG. (1980) "Perception of numbers by human infants". *Science* 1980; 210: 103-35.
- THOMPSON A. G. (1992): "Teacher' beliefs and conceptions: a synthesis of the research in Mathematics" *Teaching and Learning*, 127-146. New York: MacMillan-NCTM
- VAN HOUT A, MELJAC C. (1998) *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. Paris: Masson
- ZEMELMAN, S., DANIELS, H., HYDE, A. (1998): *Best practice: New standards for teaching and learning in America's schools*. Portsmouth, NH: Heinemann.