

GUÍA MÉTODO ABN

Tercer ciclo – 1º ESO

Por unas matemáticas sencillas, naturales y divertidas

MARIA C. CANTO LÓPEZ

Doctoranda Departamento de Psicología UCA

INDICE

1. División:	2
➤ División por estimación-descomposición.....	4
2. Porcentajes:.....	6
3. Raíces cuadradas:.....	11
➤ Actividades previas.....	12
➤ Técnica de los cuadrados	14
4. Números enteros:	16
5. Descomposición en factores primos:	18
➤ Múltiplos y divisores	18
➤ Descomposición factorial y criterios de divisibilidad	18
➤ Problemas de m.c.m. y M.C.D.	20
7. Álgebra:	22
➤ Iniciación al Álgebra	22
➤ Operaciones con polinomios.....	23
Bibliografía	25

309		605	
U.M	D	U.M	D
0'29	10	0'102	50'3
0,107	20,8	0'505	40
0,154	15,5	0'100	30'5
0,300	0,9	0'502	10,3
0'307	20'2	0'605	0
0'059	250	0,200	40,5
0'102	20'7		
0'309	0		

2. Producto

Producto posicional con decimales en el multiplicador:

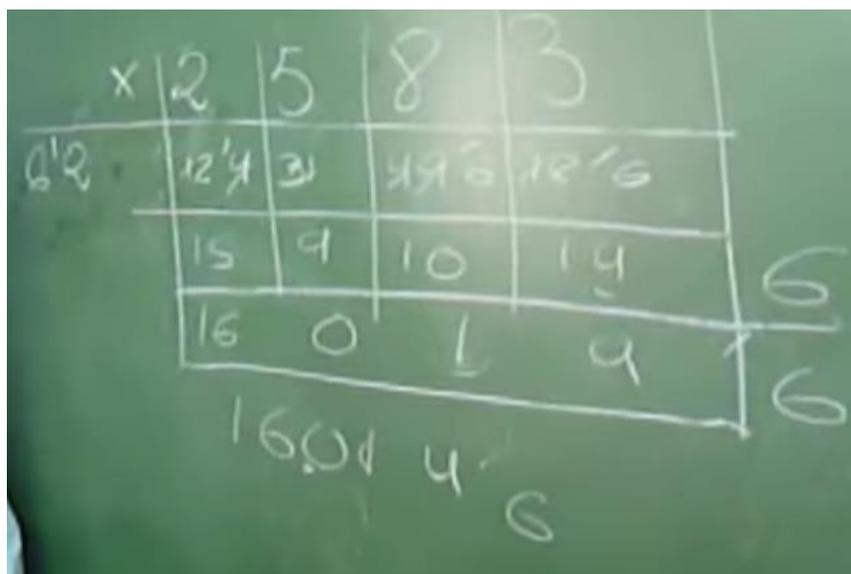
	C	D	U	d	c
43x	3	6	2	1	4
	129	258	86	43	172
	155	7	2	0	2

= (15,5 + 2,0)

Ejemplo:

<https://www.youtube.com/watch?v=gGtcDD1R5ME>

Producto posicional con decimales en el multiplicando:



Ejemplo:

<https://www.youtube.com/watch?v=von0-RtEydI>

3. División:

➤ División por estimación-descomposición

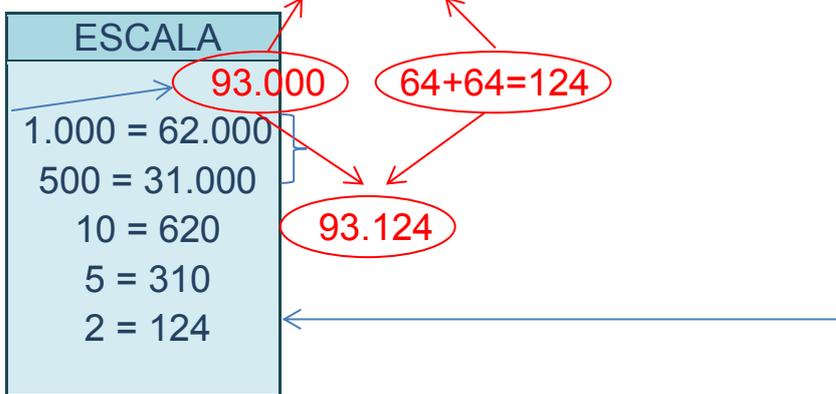
Las divisiones ABN desde su iniciación y a través de la utilización de la escala, promueve la resolución de este tipo de operaciones mediante la estimación, llegando a niveles bastante avanzados.

Este tipo de ejercicios se trabajan con el grupo-clase, intentando que todos participen y se llega a una conclusión final con la ayuda de todos. En esta actividad se resuelve la división desde la descomposición de los números. Se empieza con un número "pequeño" hasta que se llega al mayor que se puede repartir entre el divisor. Para llegar a este nivel se ha trabajado mucho con la tabla extendida desde 3º de E.P. Para entenderlo mejor, se facilita el enlace del blog:

División por estimación: <http://www.youtube.com/watch?v=NaFP72B88rs>

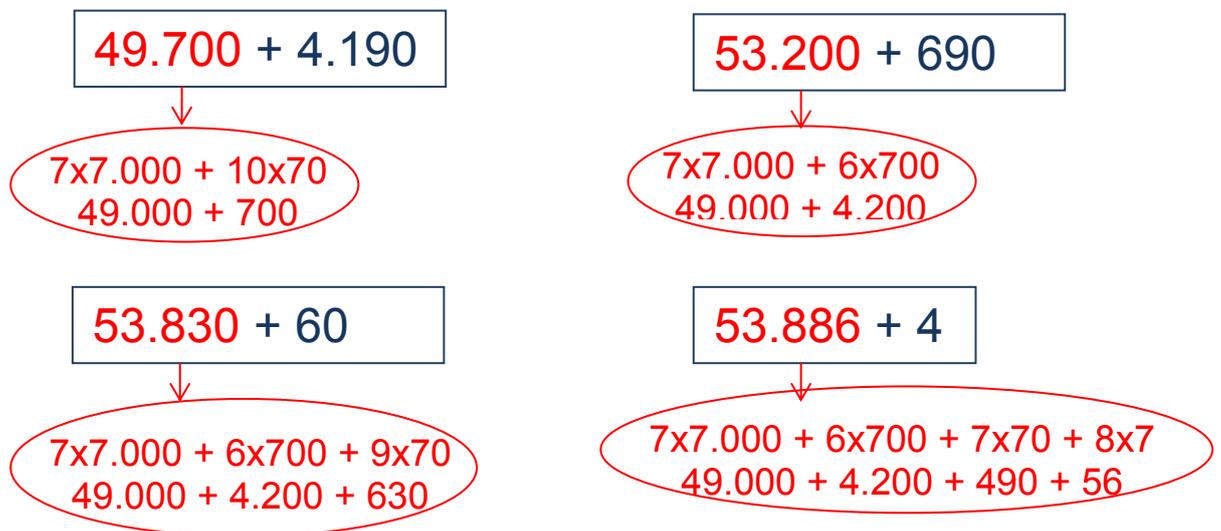
FORMATO BÁSICO

$$93.168 : 62 = 1500 + 2 = \mathbf{1.502 // R: 44}$$



FORMATO NUEVO

$$53.890 : 7 =$$



➤ División posicional

División posicional por dos cifras:

Al igual que en el producto posicional, este tipo de división supone un afianzamiento de la composición de números de forma avanzada. El alumnado debe

manejar las actividades de composición y descomposición de una manera compleja para poder llegar a entender y realizar este tipo de operaciones sin dificultades.

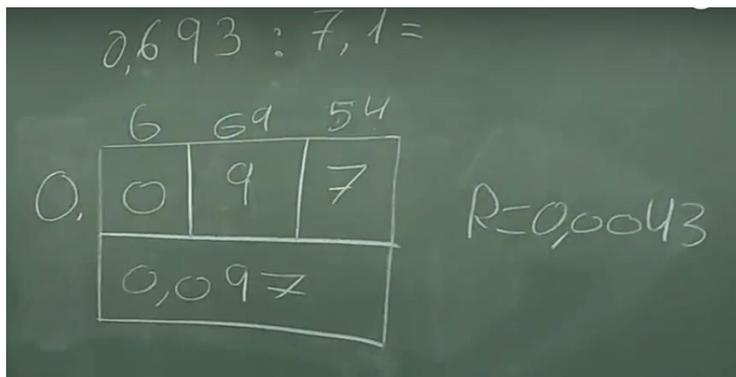
$$64.786 : 51 =$$

64UM	7C	8D	6U	R	
51	102	357	0	16	:51
					C: 1.270

Ejemplo:

<https://www.youtube.com/watch?v=AU9uXbvQetQ>

División posicional con decimales en el dividendo y divisor:



Ejemplo:

<https://www.youtube.com/watch?v=k7R-413GMpQ>

https://www.youtube.com/watch?v=Udb-C_oWulk

2. Porcentajes:

Este contenido no es necesario trabajarlo en Educación Primaria, ya que en el curriculum oficial aparece como contenido de 1er ciclo de E.S.O. Hay varios tipos de actividades que se están trabajando con los alumnos que siguen la metodología ABN de tercer ciclo:

OBJETIVOS A TRABAJAR:

1. Que el alumno sepa calcular mentalmente el porcentaje de cantidades de 3, 4 ó 5 cifras.
2. Que el alumno sepa hallar el importe total (cantidad más o menos el porcentaje).
3. Que el alumno sepa hallar la cantidad de la que se extrae el porcentaje, conociendo éste.
4. Que, en esta nueva situación, el alumno sepa hallar el importe total (cantidad más o menos el porcentaje).

Los REQUISITOS PREVIOS con los que debe contar el alumno para comenzar a trabajar este contenido son los siguientes:

- El alumno debe saber convertir cualquier número de tres o cuatro cifras en un incomplejo de centenas.
- El alumno debe saber sumar o restar mentalmente números de hasta cuatro cifras.
- El alumno debe saber resolver mentalmente productos de una cifra por tres o cuatro.
- El alumno debe saber multiplicar mentalmente productos en los que el multiplicando tenga una cifra decimal.

CONCEPTUALIZACIÓN.

- Las situaciones reales de las que se deben partir para propiciar una adecuada conceptualización del proceso suelen ser:
 - El IVA.
 - El interés bancario o, en general, de los préstamos.
 - Los incrementos de precios por las ganancias de los comerciantes.
 - Las rebajas.
 - Las pérdidas o mermas.

Este tipo de actividades presenta ciertas LIMITACIONES:

- El porcentaje exigido ha de ser inferior a ONCE.

-Si el porcentaje es superior a DIEZ, se debe realizar por estimación, y la cantidad de la que se extraiga no debe ser superior a tres cifras.

EJERCICIOS OBJETIVOS 1 y 2:

➤ **Calcular porcentajes inferiores a 11**

Ejemplo 1: Calcular el 8% de 325



Tenemos 3 de cien que son $8 + 8 + 8 = 24$
 Nos queda 25 que son 2
 $24 + 2 = 26$

Ejemplo 2: Calcular el 21% de 950



Tenemos 9 de cien que son $9 \times 21 = 189$
 Nos queda 50 que son 10,5
 $189 + 10,5 = 199,5$

ESCALA
100 = 8
50 = 4
25 = 2

Ejemplo 3: Se ha celebrado el banquete de una boda. El importe ha sido de 1837 €. El IVA es del 4%. ¿Cuánto se paga de IVA? ¿Cuánto se paga en total?

ESCALA
100 = 21
50 = 10,5
25 = 5,25

- 1º Se convierte la cantidad en centenas: 18,37.
- 2º Se redondean las centésimas de
- 3º Se multiplica el incomplejo $18,4 \times 4 = 73,6$. Ese es el IVA que se (Error: 0,12).
- 4º Para hallar el precio total, se suman ambas cantidades: $1837 + 73,6 = 1910,6€$

incomplejo de las centenas: 18,4. resultante por 4: paga: **73,6 €**

Ejemplo 4: Un televisor último modelo cuesta 1231 €. Se le hace una rebaja del 9%. ¿Cuánto se rebaja? ¿Cuál es su precio final?

1º Se convierte la cantidad en incomplejo de centenas: 12,31.

2º Se redondean las centésimas de las centenas: 12,3.

3º Se multiplica el incomplejo resultante por 9: $12,3 \times 9 = 110,7\text{€}$. Esa es la cantidad que se descuenta (Error: 0,09)

4º Para hallar el precio total, se restan ambas cantidades: $1231 + 110,7 = 1120,3\text{€}$

➤ **Calcular porcentajes superiores a 10**

Ejemplo 1: Un televisor último modelo cuesta 963 €. Se le hace una rebaja del 22%. ¿Cuánto se rebaja? ¿Cuál es su precio final?

1º Se multiplica veintiuno por las nueve centenas: $21 \times 9 = 189$.

2º Se hace una estimación de la parte restante. 63 viene a ser las dos terceras partes de cien, por lo que habrá que aplicarle las dos terceras partes del tipo de descuento, que es 14.

3º Se suman ambas cantidades: $189 + 14 = 203\text{€}$ (Error cometido: 0,73).

4º Se restan ambas cantidades: $963 - 203 = 760\text{€}$ Este es el precio final del televisor.

EJERCICIOS OBJETIVOS 3 y 4:

➤ **Ejercicios con porcentajes inferiores a 11**

Ejemplo 1: Por la compra de mercancías un comerciante ha pagado 350 € de IVA. El tipo es del 4%. ¿Cuánto le ha costado la mercancía? ¿Cuánto ha pagado en total?

1º Se divide el porcentaje total por el tipo.

$350 : 4 = 87; R = 2$.

2º El cociente son centenas. Se convierte en incomplejo de unidades.

$87 C = 8700$

3º/ El resto se transforma, por estimación, en la cantidad restante. En este caso, como el resto es la mitad de cuatro se corresponde con la mitad de cien: 50 €.

4º/ Se suman ambas cantidades y tenemos el precio.

$$8700 + 50 = \mathbf{8750}.$$

5º/ Se suman el precio y el porcentaje para tener la cantidad total.

$$8750 + 350 = \mathbf{9100 \text{ €}}$$

CON ESCALA

Se puede ayudar al alumno elaborando una escala de transformación del resto.

Ejemplo 1: A una moto pequeña le han rebajado el precio en el 9 %. El total del descuento es de 440 €. ¿Cuánto valía la moto antes del descuento? ¿Cuánto vale después del descuento?

1º/ Se divide el porcentaje total por el tipo.

$$440 : 9 = 48; R = 8.$$

2º/ El cociente son centenas. Se convierte en incomplejo de unidades.

$$48 C = 4800$$

3º/ El resto se transforma, por estimación, en la cantidad restante.

Si el porcentaje es el 9% y el resto es 8, está claro que el resultado estará cercano a cien.

Para facilitar la estimación se utiliza una escala en la que se establecen cuatro puntos de referencia. Si se quiere ser más preciso se pueden aumentar los puntos de referencia (no es aconsejable que sean más de cinco), o con menor precisión se pueden fijar tres referencias.

Con cuatro referencias		Con tres referencias		Con cinco referencias	
Resto	CIEN	Resto	CIEN	Resto	CIEN
9	100	9	100	9	100
6,75	75	6	66	7,2	80
4,5	50	3	33	5,4	60
2,25	25			3,6	40
				1,8	20

El resto está muy cercano a nueve, por lo que se puede estimar una equivalencia de 90.

4º/ Se suman ambas cantidades y tenemos el precio.

$$4800 + 90 = \mathbf{4890} \text{ (Error de 2).}$$

5º/ Se restan el precio y el porcentaje para tener el precio incluyendo el descuento.

$$4890 - 440 = \mathbf{4450 \text{ €}}$$

Ejemplo 2: Se ha pagado el interés de un préstamo, que ha ascendido a 678 €.

El interés ha sido del 11 %. ¿Cuánto dinero habían prestado?

1º/ Se divide el porcentaje total por el tipo.

$$678 : 11 = 61; R = 7.$$

2º/ El cociente son centenas. Se convierte en incomplejo de unidades.

$$61 \text{ C} = 6100$$

3º/ El resto se transforma, por estimación, en la cantidad restante.

Como el porcentaje es el 11% y el resto es 7, se mira en la escala. Para facilitar la estimación se utiliza una escala en la que se establecen cuatro puntos de referencia. Si se quiere ser más preciso se pueden aumentar los puntos de referencia (no es aconsejable que sean más de cinco), o con menor precisión se pueden fijar tres referencias.

Con cuatro referencias		Con tres referencias		Con cinco referencias	
Resto	CIEN	Resto	CIEN	Resto	CIEN
11	100	11	100	11	100
8,25	75	7,32	66	8,8	80
5,5	50	3,66	33	6,6	60
2,75	25			4,4	40
				2,2	20

El resto (7) se puede estimar una equivalencia de 65.

4º/ Se suman ambas cantidades y tenemos el precio.

$$6100 + 65 = \mathbf{6165 \text{ €}}$$
 (Error de 1,4).

3. Raíces cuadradas:

Este contenido se puede comenzar a trabajar desde el principio del tercer ciclo, aunque no es obligatorio. Las raíces cuadradas como un posible contenido del Tercer Ciclo de Primaria ofrece un amplio campo para la ejercitación de cálculos muy complejos y sirve a la vez para mejorar la habilidad mental de las estimaciones. Se aprende a estimar con mucha finura la proporción que guarda unas cantidades sobre otras, y en

números elevados. Para llegar a este tipo de resoluciones se tiene que poner en marcha potentes mecanismos de cálculo, sobre todo de productos y de sustracciones.

➤ **Actividades previas**

En primer lugar, trabajamos con unos ejemplos concretos. Sobre el mismo suelo de la clase (de baldosas cuadradas) les preguntamos a los alumnos cuántas baldosas hay en un cuadro que les señalamos en el suelo. Les hacemos notar que el tal cuadro tiene el mismo número de baldosas en su largo y en su ancho. Es posible que en un principio algunos niños digan que en el caso de ocho que el número de baldosas era 16. Inmediatamente se dieron cuenta del error, y dieron el resultado correcto. A continuación se les plantea más ejercicios del mismo tipo, de manera que le dejemos tiempo para comprender que para averiguar el número de baldosas hay que multiplicar por sí mismo el número de baldosas de cada lado. Llegados a este extremo, empezamos a plantearles el problema inverso. ¿Cuántas baldosas de lado tendrá el cuadro que formemos con 25 baldosas? ¿Y si hay 28, cuántas baldosas sobran?...

Para los cálculos, debemos repasar los ejercicios del producto de un número bidígito por sí mismo. Primero multiplicaban las decenas entre sí, luego tenían que sumarle el doble del producto de las decenas por las centenas y, finalmente, añadir el producto de las unidades por sí mismas. En el caso de 28:

X	20	8
20	400	160
8	160	64

$$400 + 320 \text{ (de } 160 + 160) + 64 = 784$$

En combinación con los productos bidígitos se debe trabajar con la Escala de cuadrados para que los alumnos se vayan familiarizando con los cuadrados de las primeras decenas y semidecenas.

- 10 = 100
 - 20 = 400
 - 30 = 900
 - 40 = 1.600
 - 12
- 15 = (10x20) + (5x5) = 225
 → 25 = (20x30) + (5x5) = 625
 → 35 = (30x40) + (5x5) = 1.225
 → 45 = (40x50) + (5x5) = 2.025
 55 = (50x60) + (5x5) = 3.025
 65 = (60x70) + (5x5) = 4.225
 75 = (70x80) + (5x5) = 5.625
 85 = (80x90) + (5x5) = 7.225

$$50 = 2.500$$

$$60 = 3.600$$

$$70 = 4.900$$

$$80 = 6.400$$

$$90 = 8.100$$

$$(Decena anterior \times Decena siguiente) + (Cuadrado de las unidades)$$

Una vez trabajadas estos conceptos se pueden empezar a resolver las primeras raíces cuadradas.

ESCALA	
10	= 100
20	= 400
30	= 900

Ejemplo 1: Tenemos 666 baldosas. ¿Cuántas baldosas tendrá el lado de la mayor superficie cuadrada que podamos construir? ¿Sobrarán baldosas?

$$\sqrt{666}$$

1º) Lo primero, los límites. Si tuviera 20 baldosas de lado, la superficie tendría 400. No llega. Si tuviese 30, habría 900. Nos faltarían baldosas.

2º) Estimación. 666 está hacia la mitad del intervalo acotado entre 400 y 900.

3º) La alumna cree que el lado puede tener 27 baldosas y procede al cálculo: $27^2 = (20 \times 20) + (2 \times 20 \times 7) + (7 \times 7) = 400 + 280 + 49 = 729$

4º) Con 27 baldosas de lado necesita 729. Sólo tiene 666. No le sirve. Cada lado debe tener un número menor. Así que lo intenta con 25 baldosas: $25^2 = 400 + 200 + 25 = 625$

5º) Resultado; **Podrá construir una superficie cuadrada de 25 baldosas de lado, y le sobrarán 41 baldosas.**

Ejemplos 4º E.P.: http://www.youtube.com/watch?v=g_9zXyKJjmA#t=14
<http://www.youtube.com/watch?v=Z0HK0CaYF2o#t=31>

Fichas:

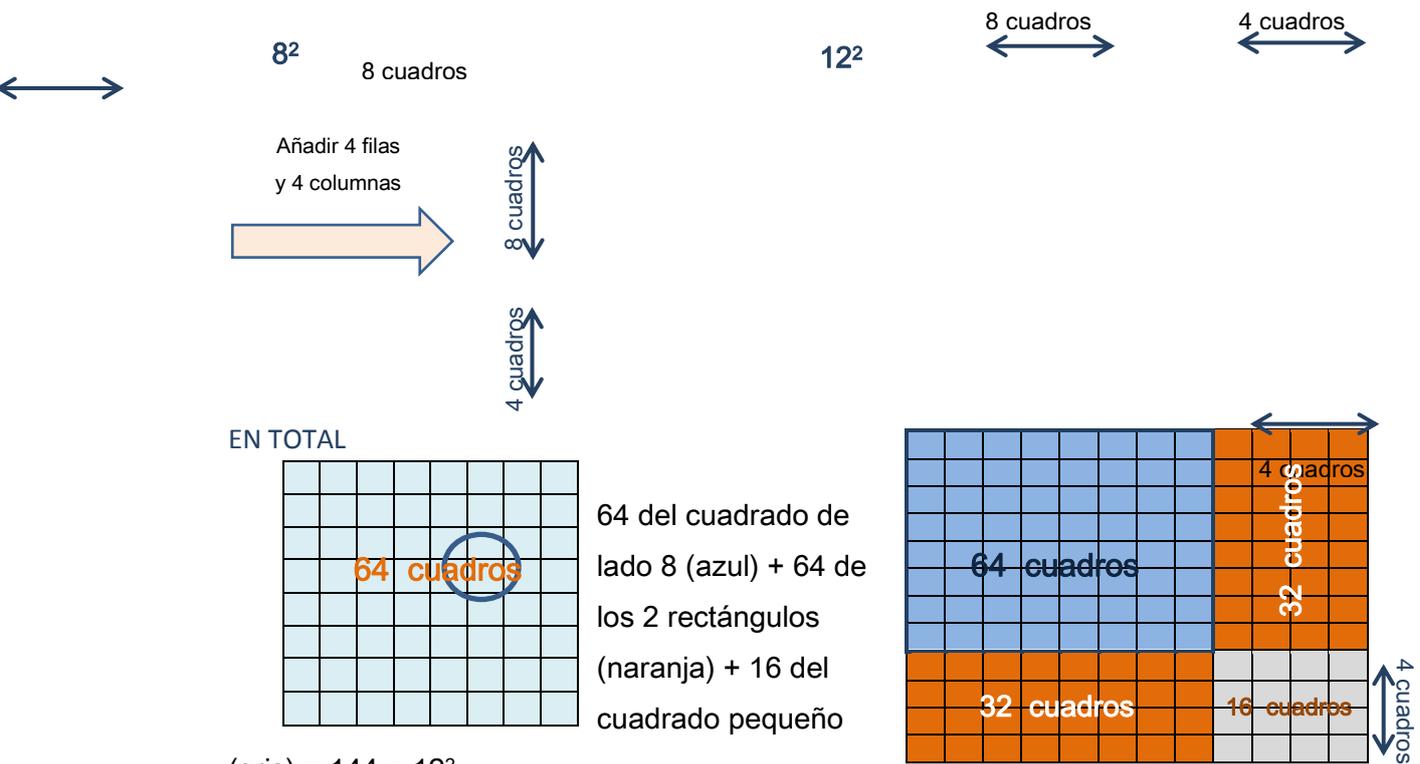
<http://www.actiludis.com/wp-content/uploads/2013/02/raices-animales-raritos-01.pdf>
<https://plus.google.com/photos/101640491740077295897/albums/5235407713233268449?banner=pwa&authkey=CMWWMoL23uMvYTA>

➤ **Técnica de los cuadrados**

Esta técnica se presenta para la comprensión y visualización de los cuadrados que se precisan para la resolución de las raíces cuadradas. La práctica de este procedimiento facilita el paso de un cuadrado a otro, superior o inferior, que necesitan hallar los alumnos a la hora de resolver las raíces a través de la estimación.

Por ejemplo en el caso que el alumno necesite pasar del cuadrado de 8 al de 12 para hallar las baldosas que necesita para una clase de mayor longitud, aplicaría el siguiente procedimiento:

PASAR DEL $8^2(64)$ AL $12^2(144)$



(gris) = $144 = 12^2$

La fórmula sería: $CV + 2(NL) + N^2$

CV = Cuadro viejo o inicial

N= número de aumentos

L= longitud del lado del cuadrado del que se parte

$$64 + 2 \cdot (4 \cdot 8) + 4^2 = 64 + 64 + 16 = 144$$

PASAR A UN CUADRADO INFERIOR: De 12² a 8²:

La fórmula sería: **CV - 2(NL) - N²**

CV = Cuadro viejo o inicial

N= número de aumentos

L= longitud del lado del cuadrado del que se parte

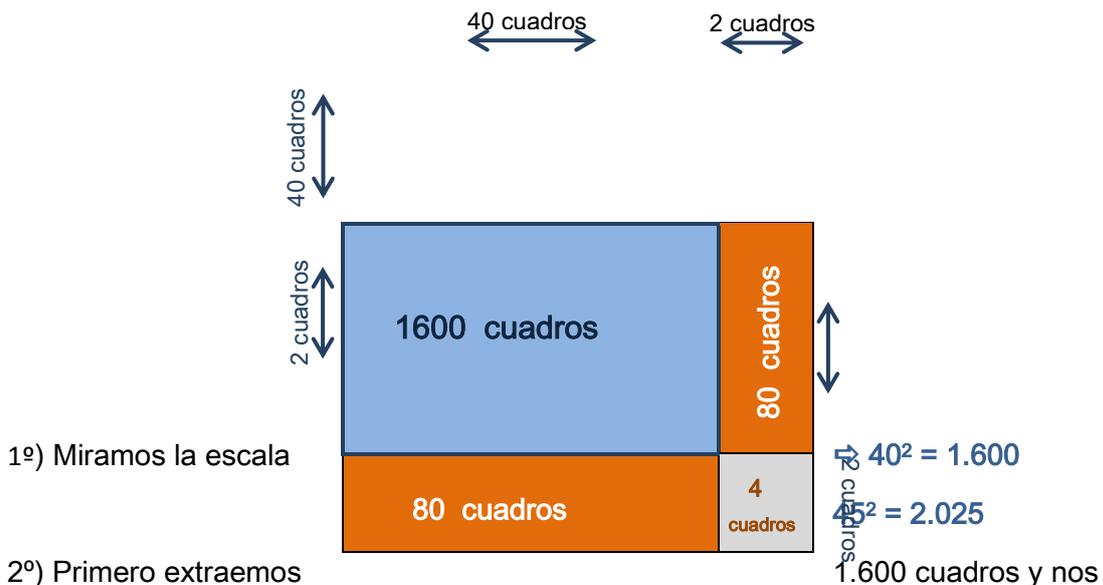
$$64 + 2 \cdot (4 \cdot 8) + 4^2 = 64 + 64 + 16 = 144$$

Tutorial para pasar de un cuadrado a otro mayor o menor: <http://www.actiludis.com/wp-content/uploads/2013/01/Paso-de-un-cuadrado-a-otro.pdf>

Tutorial para calcular una raíz por exceso o por defecto:

<http://www.actiludis.com/wp-content/uploads/2013/02/C%C3%A1culo-de-una-raiz-cuadrada-por-exceso-y-por-defecto.pdf>

Ejemplo 1: $\sqrt{1.800}$



1º) Miramos la escala

2º) Primero extraemos

quedan 200.

3º) Para extraer los 200, quito 160, que son $(2 \times 40) + (2 \times 40)$, es decir, dos filas y dos columnas. Debo quitar los cuadros que surgen de añadir las dos filas y dos columnas, sería $2^2 = 4$. $160 + 4 = 164$.

4º) $200 - 164 = 36$. Como no puedo extraer 40, me sobran los 36.

5º) El resultado es: $40 + 2 = 42$

Ejemplo 2: $\sqrt{8.345}$

1º) Miramos la escala $\Rightarrow 90^2 = 8.100$

$$95^2 = 9.025$$

2º) Primero extraemos 8.100 cuadros y nos quedan 245.

3º) Para extraer los 245, extraemos primero 180, que son 90 de una fila y 90 de una columna, y debo sumarle el cuadro que aparece al añadir una fila y una columna, así que sería $1^2 = 1$, por lo tanto extraemos 181.

4º) $245 - 181 = 64$. Como no puedo extraer 90, me sobran los 64.

5º) El resultado es: $90 + 1 = 91$

Ejemplo 3: $\sqrt{9.685}$

1º) Miramos la escala $\Rightarrow 90^2 = 8.100$

$$95^2 = 9.025$$

2º) Primero extraemos 9.025 cuadros y nos quedan $9.685 - 9.025 = 660$.

3º) Para extraer los 660, extraemos 3 filas y 3 columnas, que son $(3 \times 90) + (3 \times 90) = 540$ y debo sumarle los cuadros que sobran, así que sería $3^2 = 9$, por lo tanto extraemos 549.

4º) $660 - 549 = 11$. Como no puedo extraer 90, me sobran los 11.

5º) El resultado es: $90 + 9 = 99$

Ejemplo 5º E.P.: <http://www.youtube.com/watch?v=Z1polj0IDxY>

Ejemplo 6º E.P.: <http://www.youtube.com/watch?v=7n9rg5mBKHA>

Resolución mental 4º E.P.: <http://www.youtube.com/watch?v=lyHu5cHhpyE>

4. Números enteros:

Algunos cursos de Tercer ciclo ha empezado a trabajar los números enteros, comenzando con la suma y resta de los mismos y siguiendo con el aprendizaje de la regla de los signos para las operaciones de multiplicar.

Para la práctica de sumas y restas con números enteros, se suelen utilizar los problemas de subir/bajar pisos, aumento/disminución de temperaturas, ingresos, deudas,...

La tabla que se presenta para familiarizarse con el cambio de signos en sumas y restas es la siguiente:

+	+	-
+	Dispongo de dinero y me dan más dinero: $+3 + (+3) = +6$	Dispongo de dinero y me quitan deuda: $+6 + (-3) = +3$
-	Tengo deuda y me dan dinero: $-9 + (+3) = -6$	Tengo deuda y me quitan deuda $-3 - (-3) = 0$

Para comprender la regla de los signos para la multiplicación de números enteros se presenta la siguiente tabla:

x	+	-
+	Quiero que vengas $\Rightarrow +$ $+3 \cdot (+3) = +9$	Quiero que no vengas $\Rightarrow -$ $+6 \cdot (-3) = -18$
-	No quiero que vengas $\Rightarrow -$ $-9 \cdot (+3) = -27$	No quiero que no vengas $\Rightarrow +$ $-3 \cdot (-3) = +9$

SI	SI \Rightarrow SI
SI	NO \Rightarrow NO
NO	SI \Rightarrow NO
NO	NO \Rightarrow SI

Fichas:

http://www.actiludis.com/wp-content/uploads/2009/12/Sumayresta_Enterros_003.pdf

http://www.actiludis.com/wp-content/uploads/2009/12/Suma_y_resta_Enterros_001.pdf

Actividades para la PDI:

<http://www.actiludis.com/?p=30126>

5. Descomposición en factores primos:

Estos contenidos se comienzan a trabajar en 6° de E.P. en algunos grupos que siguen la metodología ABN, pero no es objetivo curricular.

➤ Múltiplos y divisores

Para trabajar los múltiplos y divisores en una clase de 5° de E.P. del CEIP Serafina Andrades, se realizó la siguiente actividad en la cual se trabaja de manera manipulativa utilizando tapones de colores.

1°) Para empezar con los múltiplos a cada alumno se les repartió 24 tapones y se formularon una serie de preguntas:

¿Es 24 múltiplo de 2?

Para comprobarlo, se les pidió que hicieran grupos de dos tapones y si no sobraba ninguno es que se podía multiplicar el número dos por un número natural. De esta forma se comprobó con los números del 2 al 12 si podían hacer grupos de ese número con 24 tapones.

2°) Cuando sobran tapones les hacía la siguiente pregunta:

¿Cuántos tapones te faltan para el siguiente múltiplo de 7 si tengo 24? ¿Y el menor?

Si sin tapones hubiera sido muy difícil que responder a la pregunta, pero visualmente es muy fácil decir cuánto falta para completar un grupo o cuantos sobran.

3°) A continuación, se trabajó los divisores haciendo filas de tapones, para comprobar los divisores del 24. La pregunta fue:

¿Es el 4 divisor del 24?

Si se pueden repartir 24 tapones en cuatro grupos y no sobran está comprobado.

Siguiendo estas nociones, se pueden formular preguntas diferentes y con números mayores.

➤ Descomposición factorial y criterios de divisibilidad

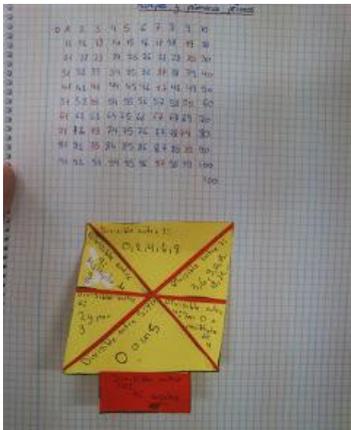
En el siguiente enlace se muestra un ejemplo del C.E.I.P. Serafina Andrades de Chiclana, donde se practican la descomposición factorial y los criterios de divisibilidad en pequeños grupos.

<http://abnenserafina.blogspot.com.es/2013/12/sesto-minimo-comun-multiplo-y-maximo.html>

- 1º) Se construye entre todos la tabla de Eratóstenes.
- 2º) Se reparte, entre todos los alumnos, los números de la tabla del 2,3,5 y 7
- 3º) Se van colocando y comprobando los que no están, por lo tanto son primos.



- 4º) Se copian en el cuaderno y se hace un "pleglabe" sobre los criterios de divisibilidad.



Otros ejercicios tipo que se pueden realizar para trabajar la descomposición y los criterios de divisibilidad son los siguientes:

1. *Escribe un número para que sea múltiplo de...*

3 (La suma de las cifras debe ser múltiplo de 3) \Rightarrow ___ \Rightarrow 261

2. *Completa el número para que sea múltiplo de...*

3 (La suma de las cifras debe ser múltiplo de 3) \Rightarrow 19 ___ \Rightarrow 192

7 (Se dobla las unidades, se le resta al número que queda sin unidades y el número que queda debe ser múltiplo de 7) $\Rightarrow 4 \underline{\quad} 5 \Rightarrow 455$

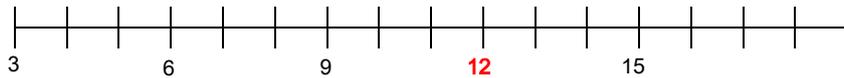
➤ **Problemas de m.c.m. y M.C.D.**

Una vez que se han practicado la descomposición factorial y los criterios de divisibilidad, se pueden realizar ejercicios de m.c.m. y M.C.D. A continuación se presentan diferentes ejemplos de este tipo de actividades.

m.c.m.

En una carrera participan tres atletas. El primero tarda 3 minutos, el segundo tarda 4 minutos y el tercero, 12 minutos. ¿Cuándo coinciden?

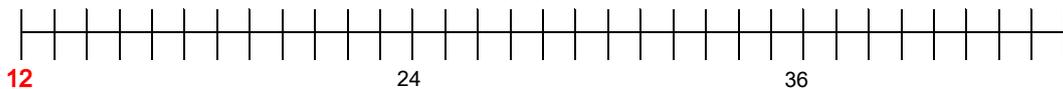
Vueltas de 3':



Vueltas de 4':



Vueltas de 12':



Coincidirán en el minuto 12, cuando el primer atleta ha dado 4 vueltas, el segundo ha dado 3 vueltas y el tercero, ha completado su primera vuelta.

M.C.D.

Tienen una cuba con 15 litros, otra con 10 litros y otra con 5 litros. ¿Con qué cuba vaciamos las tres cubas a la vez?

15 \Rightarrow 5, 3, 1

10 \Rightarrow 5, 2, 1

5 \Rightarrow 5, 1

Los tres a la vez, se vacian con una cuba de 5 litros.

A continuación, se presenta otra actividad que nos llega desde el CEIP Serafina Andrades para trabajar problemas de m.c.m. y M.C.D. en grupos.

1º) Se entregan las tarjetas con los números a cada grupo.

2º) Se les pide que aparten en dos aros diferentes los múltiplos de 3 y 6.

3º) Deben colocar en la zona común de los dos aros los múltiplos comunes a 3 y 6.



4º) Se realizan preguntas como las siguientes para facilitar la reflexión:

- ¿Cuál es el mayor de los múltiplos que quedan dentro?
- ¿Cuál es el menor de los múltiplos?
- ¿Por qué no hay números solamente múltiplos de 6?
- ¿Por qué los que son solamente de 3 son impares?

Ejemplo 6º E.P.: <http://www.youtube.com/watch?v=4IWu2hG-LGg#t=22>

7. Álgebra:

➤ Iniciación al Álgebra

En primer lugar, se debe trabajar la idea de coeficiente, para ello se sigue el siguiente procedimiento para practicar este concepto.

1º) Se le dice que escriba un número cualquiera y que lo represente con una letra, por ejemplo: **a**

2º) Escribe el doble: **2a**

3º) Escribe 4 veces el mismo número: **a a a a = 4ª**

4º) Representa una resta con dos letras: **a – b = 8**

5º) Se le pide que vayan dando valores a las letras para que se cumpla la igualdad:

$$4 \cdot a - 2 \cdot b = 8$$

a= 2	$4 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 8$
b= 1	$8 - 4 = 8$
	$4 \neq 8$

a= 3	$4 \cdot 3 - 2 \cdot 2 = 8$
b= 2	$12 - 4 = 8$
	$8 = 8$

5º) Le proponemos que representen la mitad y la tercera parte de un número. Para los niños de 2º de E.P. y 3º E.P. se les representan con bolsitas de caramelos o medias bolsitas de caramelos, para facilitar la comprensión del concepto.

	
$\frac{a}{2}$	$\frac{b}{3}$

Practicar este tipo de ejercicios resulta importante, ya que a través de ellos se puede conseguir que el alumno aprenda que una letra puede representar cualquier número. Una vez trabajadas estas tareas, se les puede pedir que construyan expresiones de cierta complejidad (se debe tratar de darle a la letra valores pequeños para que las operaciones no sean difíciles de realizar). Una vez que resuelvan este tipo de ecuaciones, como la del ejemplo, sin dificultad, se pueden introducir paréntesis y cálculos más avanzados.

$$3 \cdot a^2 + \frac{a}{2} + 15 = 28$$

$$a = 4$$

$$3 \cdot a^2 + \frac{a}{2} + 15 = 28$$

$$3 \cdot 4^2 + \frac{4}{2} + 15 = 28$$

$$24 + 2 + 15 = 28$$

$$41 \neq 28$$

$$a = 2$$

$$3 \cdot a^2 + \frac{a}{2} + 15 = 28$$

$$3 \cdot 2^2 + \frac{2}{2} + 15 = 28$$

$$12 + 1 + 15 = 28$$

$$28 = 28$$

A continuación se presentan algunos vídeos que muestran cómo los alumnos que siguen la metodología ABN, desde el 2º de E.P., resuelven este tipo de ecuaciones por aproximación o estimación de intervalos, es decir analizando la diferencia en las igualdades para decidir qué número probar para llegar a igualar la ecuación.

x	$x+8$	$2x-2$	Diferencia
6	14	10	(4)
7	15	12	(3)
10	18	18	(0)

Comprueba que la diferencia baja a medida que aumenta el valor de la incógnita, por lo que el valor debe ser un número mayor.

Ejemplo 2º E.P.: http://www.youtube.com/watch?v=_Kal8ucuwd8#t=24

<http://www.youtube.com/watch?v=zFk7M1xEqdk#t=34>

Ejemplo 3º E.P.: http://www.youtube.com/watch?v=prvT_upZ75k#t=21

<http://www.youtube.com/watch?v=flp0CsLTgSE>

Ejemplo 4º E.P.: http://www.youtube.com/watch?v=_ES2UX3yD-A

<http://www.youtube.com/watch?v=uHQwyawav6A>

<http://www.youtube.com/watch?v=2LbcLUVy6oM>

Ejemplo 6º E.P.: Sistema de Ecuaciones

http://www.youtube.com/watch?v=ePLKC_IJloQ

➤ Operaciones con polinomios

Las operaciones con polinomios, al igual que la mayoría de los contenidos recogidos en esta guía, no son contenidos del curriculum oficial, sin embargo se están empezando

a trabajar con los alumnos ABN en clases de 4º y 6º de E.P., con el objetivo de cerrar el currículum de la metodología ABN.

A continuación, se presentan algunos vídeos ilustrativos, ya que lo esencial de la resolución de este tipo de operaciones es la facilidad en el cálculo y comprensión del problema que se plantea.

Ejemplo 6º E.P.:

RESTA POLINOMIOS: <http://www.youtube.com/watch?v=YtNiYNNwa4g>

PRODUCTO POLINOMIOS: http://www.youtube.com/watch?v=R1_JCMDj2mk

DIVISIÓN POLINOMIOS: <http://www.youtube.com/watch?v=krhCesk1dXM>

Bibliografía

- Martínez Montero, J. (2010). Algoritmos abiertos basados en números. La división. Cádiz.
- Martínez Montero, J. (2010). Algoritmos abiertos basados en números. La multiplicación o producto. Cádiz.
- Martínez Montero, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, 63 (4). Pp. 95-110.
- Martínez Montero, J., y Sánchez Cortés, C. (2011). Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en le Educación Infantil. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2010). Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2008). Competencias básicas en matemáticas. Una nueva práctica. Madrid: Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2001). Los efectos no deseado (y devastadores) de los métodos tradicionales de aprendizaje de la numeración y de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas. *Epsilon*, 49. Pp. 13-26.
- Martínez Montero, J. (2000). Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI. Bilbao: CISS-Praxis.