



UNIVERSIDAD DE ALMERÍA

MASTER EN PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA,
BACHILLERATO, FORMACIÓN PROFESIONAL Y ENSEÑANZAS DE IDIOMAS

UNIVERSIDAD DE ALMERIA

ESCUELA INTERNACIONAL DE MÁSTER



**Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria
y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de
Idiomas.**

Curso académico: 2016/2017

FLIPPED CLASSROOM EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Nombre de la tutora académica: Isabel María Ortiz Rodríguez

Alumna: Paula Pérez López
Especialidad: Matemáticas

RESUMEN

El trabajo que se presenta a continuación muestra el modelo pedagógico conocido como *Flipped Classroom* o *Aula Invertida* y cómo llevarlo a cabo a través de una propuesta didáctica.

Durante su desarrollo, se mostrará de dónde surge esta nueva forma de enfocar el proceso de enseñanza - aprendizaje, qué ventajas supone y ante qué dificultades nos podemos encontrar a la hora de llevarlo a cabo.

Como ejemplo de implantación de este modelo se realiza una propuesta didáctica correspondiente a la unidad de primero de bachillerato de *Límites, asíntotas y continuidad de una función*.

En esta unidad se encontrará descrito de forma exhaustiva el desarrollo de las sesiones que se podrían realizar utilizando este modelo que permite la inclusión de metodologías como el aprendizaje basado en problemas o el trabajo cooperativo. A lo largo de esta propuesta se pretende que el alumno tome un papel activo en su aprendizaje y el profesor adquiera un papel de guía durante el proceso, proporcionando una atención individualizada y adaptada a cada uno de los alumnos que se encuentran en el aula.

Índice

| | |
|---|----|
| 1. Motivación y justificación | 1 |
| 2. El modelo de la Flipped Classroom | 2 |
| 2.1. ¿Cómo surge? | 2 |
| 2.2. ¿Qué es el modelo <i>Flipped Classroom</i> ? | 3 |
| 2.3. ¿Qué ventajas supone? | 4 |
| 2.4. ¿Qué desventajas supone? | 5 |
| 3. Propuesta didáctica | 6 |
| 3.1. Descripción de la unidad didáctica | 6 |
| 3.2. Objetivos..... | 7 |
| 3.3. Competencias básicas a desarrollar | 7 |
| 3.4. Metodología | 8 |
| 3.4.1. Aprendizaje cooperativo | 8 |
| 3.4.2. Aprendizaje basado en problemas (ABP) | 10 |
| 3.5. Descripción de las sesiones y temporización..... | 11 |
| 3.5. Recursos y materiales..... | 25 |
| 3.6. Evaluación del alumnado..... | 26 |
| 3.7. Evaluación de la propuesta didáctica | 28 |
| 4. Conclusiones..... | 29 |
| 5. Bibliografía..... | 30 |
| 6. ANEXOS..... | 33 |
| ANEXO I: CÁLCULO DE LÍMITES..... | 33 |
| ANEXO II: CÁLCULO DE LÍMITES. LÍMITES EN EL INFINITO..... | 34 |
| ANEXO III: INDETERMINACIONES (Trabajo cooperativo) | 35 |
| ANEXO IV: INDETERMINACIONES | 36 |
| ANEXO V: ASÍNTOTAS | 37 |
| ANEXO VI: CONTINUIDAD DE FUNCIONES..... | 38 |
| ANEXO VII: TIPOS DE DISCONTINUIDADES (ABP) | 39 |
| ANEXO VIII: RÚBRICA | 41 |

1. Motivación y justificación

El objetivo de este Trabajo Fin de Máster es presentar una unidad didáctica de *Límites y continuidad de funciones*, para el curso de 1º de Bachillerato, utilizando el modelo pedagógico de *Flipped Classroom* o *Aula Invertida*.

La elección de esta temática para mi Trabajo Fin de Máster ha venido provocada por mi periodo de prácticas en el centro *I.E.S. Nicolás Salmerón y Alonso*. Durante mi periodo de prácticas he estado asistiendo a clases en la modalidad de nocturno, que tiene unas características bastante peculiares, estas clases se desarrollan de forma semipresencial. El alumnado tiene dos horas semanales presenciales (no obligatorias) y el resto del aprendizaje lo deben realizar de forma autónoma a través de la plataforma Moodle, de la Junta de Andalucía, en la que el profesor cuelga los materiales con los que deben trabajar.

En las clases presenciales la metodología utilizada era la metodología tradicional, que aunque el profesor trataba de que fueran activas y participativas, dadas las características del alumnado en ocasiones resultaba poco eficaz. El alumnado al que me he enfrentado es un alumnado adulto, entre 18 y 30 años aproximadamente, generalmente con escasos conocimientos previos, bien porque hacía varios años que habían dejado de estudiar o bien porque durante su estancia en etapas educativas anteriores no habían interiorizado los conceptos necesarios para afrontar el contenido de Bachillerato. Es por todo esto que me ha parecido que el modelo de *Flipped Classroom* se podría ajustar a las necesidades de este alumnado en particular y mejorar sus resultados.

Pero no presento el *Flipped Classroom* de forma exclusiva para este tipo de alumnado, este es un modelo pedagógico que intenta adaptarse en gran medida a las necesidades de nuestros jóvenes y la sociedad en la que se encuentran.

Nos encontramos en un momento en que nuestros jóvenes son nativos digitales con acceso a cualquier tipo de información en cualquier momento, el conocimiento está

ahí y se puede localizar, por lo que la necesidad de un profesor como trasmisor de conocimientos ha cambiado. Ahora es más necesario un profesor que adopte el rol de un guía durante el proceso de aprendizaje y que permita una enseñanza más individualizada y es ahí donde podemos enmarcar este nuevo modelo que lleva aplicándose ya algunos años en centros de educación secundaria con excelentes resultados.

2. El modelo de la Flipped Classroom

2.1. ¿Cómo surge?

Jonhatan Bergman y Aron Sams profesores de Química en la Escuela Secundaria de la ciudad de Woodland Park, Colorado, dieron con una herramienta que les permitía grabar las presentaciones con voz en forma de vídeo y decidieron difundir sus clases para que las visualizaran los alumnos que faltaban a clase y no tener así que repetir las clases una y otra vez.

A partir de ahí comprobaron que alumnos que habían asistido a sus clases veían igualmente los vídeos para aclarar dudas y repasar antes de los exámenes. En ese momento se plantearon la siguiente cuestión: *“El momento en que los alumnos necesitan que esté físicamente presente con ellos es cuando se atascan en un tema y necesitan mi ayuda personal. No me necesitan en el aula con ellos para darles contenidos; los contenidos lo pueden recibir por su cuenta”* (Bergman y Sams, 2014).

Comenzaron entonces a grabar todas sus clases y a mandarlas como "tarea" dedicando las clases para trabajar en laboratorio o realizando problemas. Al final de cada unidad decidieron poner el mismo examen del año anterior y comprobaron que en efecto sus alumnos estaban aprendiendo más y obtuvieron algunos datos preliminares que indicaban que la clase al revés era un modelo mejor que el enfoque tradicional.

2.2. ¿Qué es el modelo *Flipped Classroom*?

El modelo *Flipped Classroom* es un modelo pedagógico que invierte la secuencia tradicional del aprendizaje en la escuela distribuyendo los contenidos del aprendizaje de forma online fuera del aula y trae al aula los deberes o tareas que se solían realizar en casa.

De esta manera se invierten los modelos tradicionales de enseñanza. El profesorado deja de impartir clases magistrales, deja de ser un mero transmisor de conocimientos para convertirse en un guía que ayuda al alumnado en clase, propone problemas para resolverlos entre todos, realiza actividades grupales con distintas técnicas de trabajo colaborativo y cooperativo, organiza debates, etc. Mientras, el alumnado deja de ser un elemento pasivo del aprendizaje y se le requiere que vea vídeos en casa, lea las lecturas o utilice los recursos proporcionados por el profesor.

El objetivo de este modelo es cambiar de manos la responsabilidad del aprendizaje, quitar la atención que recae sobre el profesor y dársela al alumno para que sea el responsable.

Para ello, a la hora de aplicar este modelo es necesario que los alumnos conozcan cómo han de ver los vídeos para conseguir un aprendizaje significativo, de nada sirve que los vean de pasada y rodeados de las distracciones que el mundo tecnológico propone.

A la hora de visualizar los vídeos, los alumnos deben tomar apuntes de las ideas principales y anotar las dudas que no hayan quedado claras. Por tanto, deben parar el vídeo o rebobinarlo cuando sea necesario. Estas preguntas y dudas serán resueltas al llegar a clase, de hecho, la estructura seguida por los autores Bergman y Sams es la siguiente: se dedican unos minutos al inicio de la clase para resolver preguntas sobre los vídeos que tenían que visualizar en casa, estas preguntas permiten aclarar las dudas que hayan podido surgir y evaluar la calidad de los vídeos que se han enviado, para así modificarlos en caso de que no logren transmitir los conocimientos de la forma que se habían propuesto.

A continuación se proponen las tareas y problemas que los alumnos deben realizar durante la clase, mientras el profesor atiende dudas y adopta el papel de asesor, lo que permite una enseñanza más personalizada, diseñada a la medida de las necesidades individuales de cada alumno. Este modelo consigue que puedas dedicar más tiempo a aquellos alumnos que necesitan más atención o tienen más dificultades.

2.3. ¿Qué ventajas supone?

1. Permite adaptarse al ritmo de cada alumno a la hora de recibir información: el hecho de que los alumnos puedan parar, rebobinar o incluso aumentar la velocidad del vídeo abre un abanico de posibilidades a los alumnos de forma que la velocidad a la que se muestra el contenido sea la adecuada para el tiempo que requiere cada alumno a la hora de procesar la información.

2. Permite adaptarse al ritmo de trabajo de los alumnos: como los estudiantes trabajan durante la clase, el docente puede observar a cada alumno; ayudar a aquellos que tienen más dificultades, incluso haciendo pequeñas tutorías para repasar los conceptos que no quedaron claros mientras que los demás trabajan; detectar a aquellos alumnos que tienen mayor facilidad y o bien darle unas tareas más complejas de forma que no se aburran o bien poniéndolos a ayudar a sus compañeros de forma que asimilan aún más los conceptos y mantienen la motivación porque se sienten útiles.

3. Mejora la interacción entre los estudiantes y con el profesor: el trabajo en el aula permite fomentar el trabajo en grupo de forma que los alumnos están en contacto continuo, trabajan juntos, aprenden a organizarse y a entenderse. En cuanto al profesor, el hecho de que esté continuamente en el aula mientras trabajan resolviendo dudas y conversando con ellos hace que se cree un clima más cercano y que aparezca una mayor relación entre el profesor y el alumno.

4. Cambia la manera de gestionar la clase: *"El tiempo de dar clase se dedica principalmente a desarrollar actividades prácticas o a trabajar en grupo, así los*

estudiantes que solían constituir una distracción dejaron de ser un problema, dejaron de tener público o de estar aburridos, y empezaron a involucrarse activamente en el aprendizaje" (Bergman y Sams, 2014). Aunque como ellos mismos indican, este modelo no resuelve todos los problemas, el hecho de que los alumnos estén trabajando, y muchas veces trabajando en grupo, aumenta la motivación de los alumnos y los alumnos están más concentrados que cuando están solamente escuchando al profesor de forma que en algunos casos se evitan algunas situaciones de descontrol de algunos alumnos en clase y ayuda a que se involucren en el trabajo.

5. Permite, en caso que el profesor así lo desee, abrir al mundo el aula: el hecho de que los vídeos estén en internet si el profesor decide tenerlos de forma pública permite que puedan ser vistos por cualquiera que así lo desee, *vuelve la clase transparente (Bergman y Sams, 2014).* Todo el mundo puede atender tus clases y comprobar el nivel de las mismas.

Además, tanto si el profesor gestiona los vídeos de forma privada como si lo hace de forma pública, concede a los padres de los alumnos la oportunidad de ver exactamente cómo son las lecciones de sus hijos e incluso aprender con ellas.

2.4. ¿Qué desventajas supone?

Como todos los modelos pedagógicos este también presenta algunas dificultades a la hora de implantarlo en el aula.

1. Los alumnos necesitan acceso a internet y disponer de un ordenador o un dispositivo móvil en casa: aunque cada vez es más frecuente que los alumnos tengan acceso a las tecnologías de este tipo en casa, no siempre sucede.

2. Algunos alumnos no visualizan los vídeos: al igual que hay alumnos que no hacen sus tareas en el método tradicional, existen alumnos que no realizan la visualización de los vídeos en casa, lo que supone que perderán el aprendizaje de contenidos importantes (es como si faltaran a una clase del modelo tradicional). Bergman y Aron proponen disponer de un ordenador en clase para que los alumnos que no hayan

hecho sus tareas visualicen el vídeo asumiendo que pierden la parte de trabajo en clase, perdiendo la asesoría del profesor y teniendo que realizar sus tareas en casa.

3. La selección y creación de recursos: aunque hay numerosas plataformas que proporcionan recursos como *Khan Academy* o *Youtube* y herramientas que nos permiten la edición de vídeos ya creados (que permiten cortarlos, añadir anotaciones de voz, cuestionarios...) como *EDpuzzle* o *Wevideo*, a veces es complicado hacer los vídeos con el contenido y el nivel exacto para que los conceptos queden claros. Además, requiere una gran inversión de tiempo.

3. Propuesta didáctica

3.1. Descripción de la unidad didáctica

La unidad didáctica que se presenta a continuación va dirigida a los alumnos de 1º de Bachillerato de ciencias de la asignatura de Matemáticas I y versa sobre *Límites, asíntotas y continuidad de funciones*. Esta unidad está contemplada en el bloque III de *Análisis* de la legislación vigente, *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre*.

| | CONTENIDOS | CRITERIOS DE EVALUACIÓN | ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE |
|-----------------------------|---|---|--|
| BLOQUE III: ANÁLISIS | Concepto de límite de una función en un punto y en el infinito. Cálculo de límites. Límites laterales. Indeterminaciones. Continuidad de una función. Estudio de discontinuidades. | 3.2. Utilizar los conceptos de límite y continuidad de una función aplicándolos en el cálculo de límites y en el estudio de la continuidad de una función en un punto o un intervalo. | 3.2.1. Comprende el concepto de límite, realiza las operaciones de cálculo de los mismos, y aplica los procesos para resolver las indeterminaciones. 3.2.2. Determina la continuidad de la función en un punto a partir del estudio de su límite y del valor de la función para extraer conclusiones en situaciones reales. |

Fuente: Elaboración propia a partir de *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre* y de la Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

Esta unidad se desarrollará en el tercer trimestre y constará de once sesiones inicialmente, aunque estaría contemplado utilizar alguna más si el alumnado así lo requiriese.

3.2. Objetivos

Los objetivos que se pretenden alcanzar a lo largo de esta unidad son los siguientes:

- Conocer los conceptos de límite de una función en un punto y de límite en el infinito.
- Conocer el concepto de límite lateral y su relación con el de límite.
- Estudiar las asíntotas de una función y utilizarlas como ayuda en la representación gráfica de las mismas.
- Conocer el concepto de continuidad de una función.
- Conocer los distintos comportamientos de discontinuidad que pueden aparecer y saber reconocerlos usando los límites laterales.
- Saber determinar la continuidad de las funciones definidas a trozos.

3.3. Competencias básicas a desarrollar

A lo largo de esta unidad se pretenden desarrollar las siguientes competencias clave:

- Competencia en comunicación lingüística (CCL): se pretende trabajar la expresión oral y escrita a través de las actividades propuestas en las que los alumnos deberán exponer los procesos y razonamientos seguidos. Esta competencia también se pretende desarrollar en los trabajos en grupo en los que los alumnos deberán consensuar con sus compañeros las posibles soluciones a los problemas que se les plantea.
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT): se pretende que los alumnos desarrollen y apliquen el razonamiento matemático a la hora de resolver y entender las actividades

propuestas, han de ser capaces de buscar las estrategias, de buscar soluciones a los problemas analizando lo que saben y lo que necesitan para solventar los problemas y ejercicios que se les plantea.

- Competencia digital (CD): se pretende desarrollar tanto con la parte de visualización de vídeos y búsqueda de recursos en casa, como en las actividades que se propondrán durante la clase.
- Aprender a aprender (CAA): esta competencia se pretende desarrollar gracias al modelo de *Aula invertida* que ya hemos presentado, donde los alumnos toman un papel activo y se convierten en los responsables de su propio aprendizaje.
- Competencias sociales y cívicas (CSC): esta competencia se pretende conseguir a través de los trabajos en grupo, propiciando un ambiente cooperativo y de respeto entre los propios estudiantes y con el profesor. La consecución de esta competencia vendrá reforzada por los ítems de *trabajo en grupo* de la rúbrica de evaluación que se utilizará en las actividades, haciendo consciente al alumnado de que desarrollar esta competencia es un requerimiento para acabar con éxito esta unidad.

3.4. Metodología

Como se viene mostrando a lo largo de todo el trabajo, esta unidad se llevará a cabo utilizando el modelo pedagógico de *Flipped Classroom* que nos permitirá en las sesiones de trabajo utilizar distintas metodologías como el trabajo cooperativo (a través de la técnica del *puzzle*) o el aprendizaje basado en problemas.

Lo que se pretende conseguir a través de estas herramientas es que el alumno se encuentre activo y motivado durante las sesiones, que aprenda el valor de trabajar en equipo y la responsabilidad que ello conlleva, así como despertar su curiosidad y fomentar su razonamiento y capacidad deductiva.

3.4.1. Aprendizaje cooperativo

El trabajo cooperativo consiste en establecer actividades de forma que el grupo tenga que trabajar junto para alcanzar unos objetivos comunes. Según *Johnson y Johnson*

(1999) el trabajo cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás.

Este mismo autor nos describe las siguientes características básicas del aprendizaje cooperativo:

1. Interdependencia positiva: el aprendizaje es compartido y depende de todos los miembros del grupo. Ninguno de los integrantes del grupo puede lograr el éxito si los demás no lo alcanzan. Esto significa que cada miembro realiza una aportación imprescindible y que el esfuerzo de todos es indispensable.

2. Interacción cara a cara de apoyo mutuo: se produce cuando los estudiantes se explican oralmente, unos a otros, cómo resolver un problema compartiendo los recursos existentes, ayudándose, respaldándose y alentándose en su empeño por aprender. Se desarrollan así las habilidades sociales necesarias para la colaboración, tales como liderazgo, habilidades de comunicación y habilidades de negociación.

3. Responsabilidad individual: cada integrante del grupo es responsable de su propio trabajo y debe rendir cuentas a los demás estudiantes del equipo.

4. Destrezas interpersonales y habilidades sociales: se trata de conseguir que el alumnado conozca y confíe en las otras personas, que se comunique de manera correcta, que resuelva los conflictos de forma constructiva y que acepte el apoyo que le ofrece el grupo, teniendo a su vez, que apoyar a sus compañeros.

5. Autoanálisis del grupo: al finalizar la tarea, cada miembro del grupo analiza su propio desempeño en la tarea así como el de sus compañeros.

Hay distintas técnicas de aplicación del aprendizaje cooperativo. A continuación se describe el conocido como Jigsaw II o Puzzle (*Slavin*).

Esta técnica requiere dos tipos de agrupamientos: el equipo base o habitual (heterogéneo) y el grupo de especialistas o expertos (homogéneos). La dinámica del trabajo sería la siguiente:

1º Se disponen los grupos heterogéneos donde cada miembro del grupo se enfrenta a una tarea distinta.

2º Una vez que cada uno ha realizado su tarea se realiza la reunión de expertos donde los miembros de cada grupo que tienen la misma tarea se reúnen para debatir y analizar los pormenores de su actividad.

3º Tras esta reunión, cada integrante del equipo (experto en un apartado) se responsabiliza de explicar al resto del equipo la parte que ha preparado, al mismo tiempo que debe aprender el material que enseñará el resto de miembros del equipo.

3.4.2. Aprendizaje basado en problemas (ABP)

El ABP es una metodología centrada en el aprendizaje, en la investigación y la reflexión en la que un pequeño grupo de alumnos se reúne para analizar y resolver un problema seleccionado o diseñado por el profesor para lograr ciertos objetivos de aprendizaje.

Barrows (1986) describe el ABP como *un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos.*

De nuevo esta es una metodología donde el alumno tiene un papel activo. Durante el proceso de interacción de los alumnos para entender y resolver el problema se logra, además del aprendizaje del conocimiento propio de la materia, que elaboren un diagnóstico de sus propias necesidades de aprendizaje, que comprendan la importancia de trabajar colaborativamente, que desarrollen habilidades de análisis y síntesis de información, además de comprometerse con su proceso de aprendizaje.

Según *Morales y Landa (2004)* los estudiantes siguen una ruta durante el proceso del ABP que requiere de los siguientes pasos:

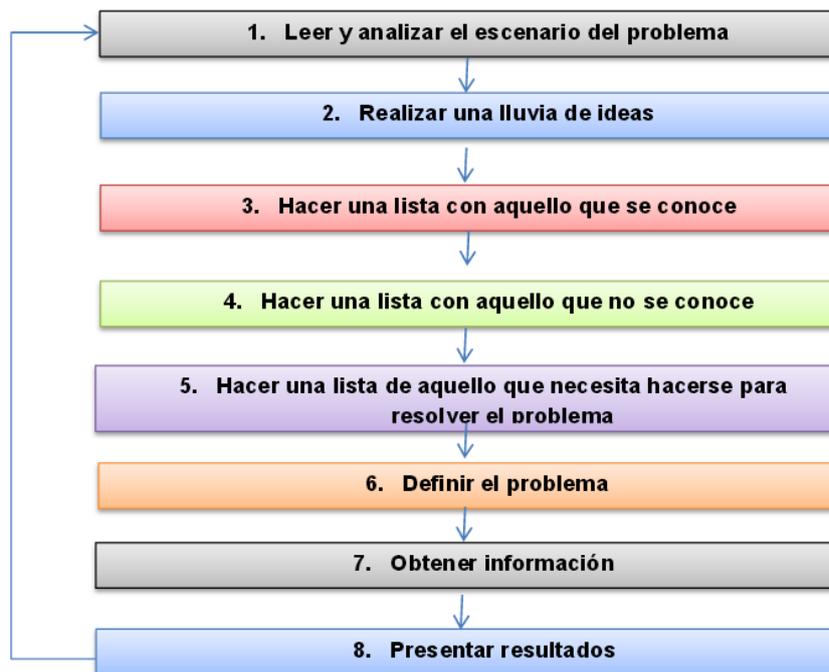


Figura: Desarrollo del Proceso de ABP (Morales y Landa, 2004)

3.5. Descripción de las sesiones y temporización

A continuación procedemos a describir cada una de las sesiones contempladas para esta unidad y la temporización prevista para cada una de las actividades. Esta unidad está pensada para la modalidad habitual de diurno, pero se podría adaptar con facilidad a la modalidad de nocturno agrupando el número de vídeos a visualizar de una sesión presencial a otra y dejando un mayor trabajo al alumno, como dicha modalidad requiere.

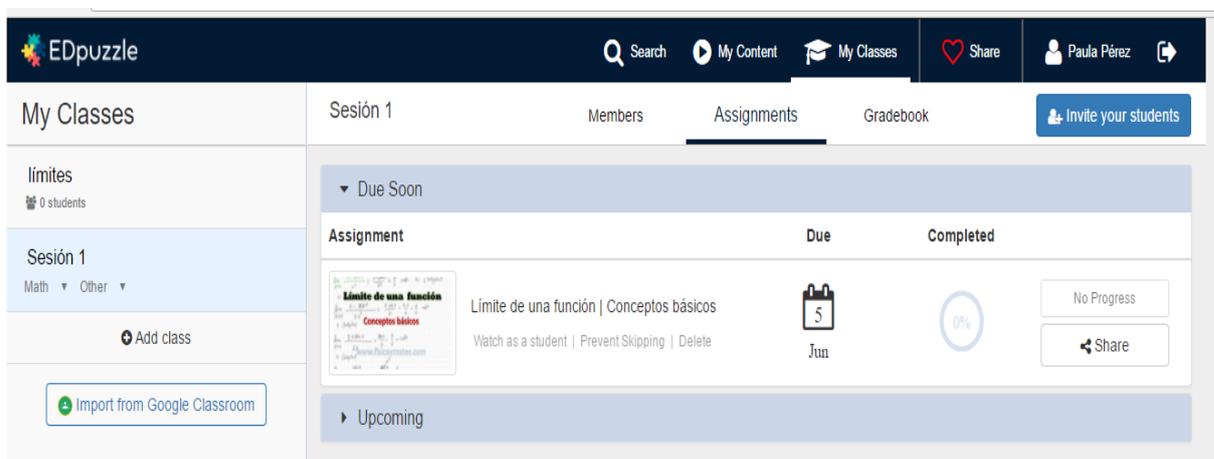
Los tiempos de los vídeos del trabajo en casa no están descritos porque una de las ventajas que conseguimos al aplicar este modelo es que los alumnos puedan parar y rebobinar el vídeo cuantas veces quieran hasta tener claro el contenido del mismo. Es por ello que cada alumno tardará un tiempo distinto en comprender los contenidos, pero si destacaré que durante esta unidad no se incluyen vídeos de una duración superior a 15 minutos. Los expertos en este modelo explican que los alumnos prefieren que los vídeos sean cortos y concisos, incluso varios vídeos de forma que puedan hacer pequeños descansos y estructurar bien los apuntes, que como se explica a continuación, deben tomar.

Entre los vídeos utilizados se encuentran vídeos de otros profesores que se adaptan al contenido y a la estructura prevista, vídeos de otros profesores a los que se les han realizado pequeñas modificaciones y vídeos de creación propia.

Sesión 1: esta primera sesión consistirá en una toma de contacto con el nuevo modelo *Flipped Classroom*, en caso de que no se haya utilizado previamente. Los alumnos deben adquirir una técnica en la visualización de vídeos para conseguir un aprendizaje significativo. *Bergsman y Aron* proponen concienciar a los alumnos de que el entorno a la hora de visualizar los vídeos ha de ser un entorno sin distracciones y darle las herramientas necesarias para tomar apuntes de forma resolutiva, la herramienta que ellos utilizan es el *Método de Cornell*. Este método consiste en dividir la hoja en dos columnas y un pie de página ancho, teniendo en cuenta que la columna del lado derecho ha de ser el doble de ancha que la columna de la izquierda, de forma que la columna de la izquierda irá destinada a apuntar preguntas o palabras clave; la de la derecha servirá para anotar las ideas que contestan las preguntas o definen los términos clave y por último en la zona de la parte inferior se realiza un resumen del tema tratado teniendo en cuenta lo que se dispuso en las dos columnas superiores.

También supondrá un acercamiento a la plataforma EDpuzzle donde los alumnos accederán para la visualización de los vídeos. Los alumnos se registrarán y accederán a la clase a través de los códigos que se les proporcione con el contenido de cada clase.

El aspecto de esta plataforma sería el siguiente:



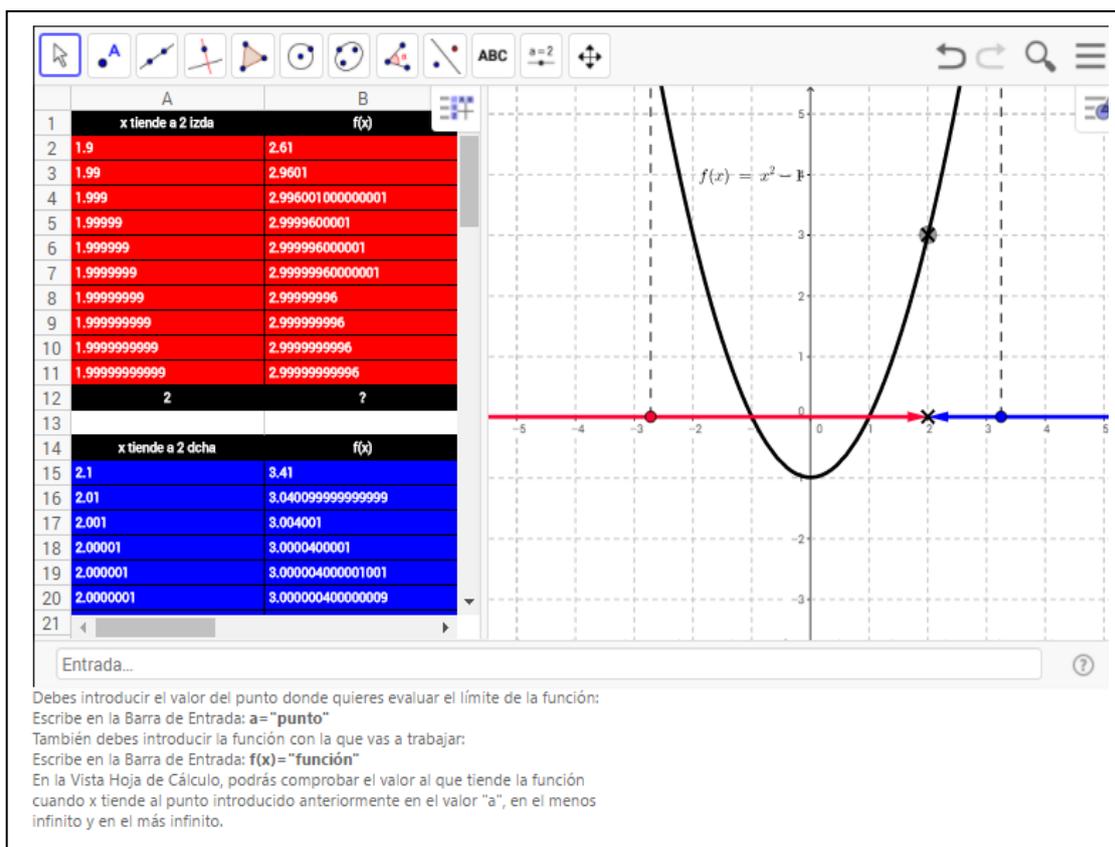
Para el desarrollo de esta sesión los alumnos estarán dispuestos por parejas y harán uso de un ordenador para la visualización del vídeo.

| Trabajo en clase | |
|------------------|---|
| 10 minutos | Presentación del modelo <i>Flipped Classroom</i> |
| 20 minutos | Técnica para tomar apuntes. Método de Cornellius. |
| 20 minutos | Visualización del primer vídeo: Concepto de límite y de límites laterales. Cálculo de límites. https://youtu.be/pWpqSt950A8 |

***Nota:** el vídeo utilizado en esta sesión será el de *Límite de una función. Conceptos básicos* recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=0iA2sDzEm6Y&t> que ha sido recortado para que se adapte al nivel del alumnado.

Sesión 2: en esta sesión trabajaremos los conceptos vistos, en la clase anterior, en la toma de contacto con el primer vídeo. Durante esta clase se hará una actividad por parejas y con ordenador (con Geogebra) para conocer el concepto de límite de forma intuitiva, y una actividad individual de cálculo de límites.

El recurso de Geogebra que se va a utilizar es el que sigue:



Recurso creado por Aula Matemática.

Con esta actividad el alumno podrá visualizar el concepto de límite para cualquier función y en cualquier punto siguiendo las instrucciones que aparecen en la parte inferior del recurso.

Las actividades propuestas para esta clase se encuentran en el ANEXO I. En estas actividades encontramos tanto actividades de cálculo de límites como una actividad de estudio de límites sobre la representación gráfica de una función para confirmar que no sólo saben calcularlo sino que el recurso de Geogebra realmente nos ha ayudado a que comprendan el concepto de límite y cómo se representa.

Ejemplo de actividad:

1. A partir de la gráfica de $f(x)$ estudia:

a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$

Gráfica de la función f

La distribución del tiempo propuesto para esta sesión es la siguiente:

| Trabajo en clase | |
|------------------|--|
| 10-15 minutos | Repaso de lo visto durante el vídeo y resolución de las dudas surgidas. |
| 20 minutos | Trabajo por parejas con ordenadores: Recurso de Geogebra para conocer el concepto de límite. |
| 20 minutos | Ejercicios de límites. |
| Trabajo en casa | |
| | Visualización del vídeo: Límites en el infinito. <ul style="list-style-type: none"> • https://youtu.be/6jUgTf2X9bA |

*Nota: este vídeo es de creación propia.

Sesión 3: en esta sesión los alumnos se dispondrán en grupos de cuatro y realizarán los ejercicios proporcionados por el profesor sobre el cálculo de límites algebraicos y límites en el infinito. Todos los componentes del grupo deben entender todos los ejercicios del equipo puesto que en la puesta en común el profesor elegirá al azar a uno de los integrantes y deberá salir a la pizarra para explicar una de las actividades.

Será necesario que realicen los ejercicios 1, 2, 3 (a)-(c) todos los miembros del equipo, en caso de solucionar estos antes de tiempo procederán a realizar los apartados 3 (d)-(f).

Esta actividad tendrá una rúbrica de evaluación que será entregada a los alumnos al inicio de la clase (se puede ver en el ANEXO VIII).

| Trabajo en clase | |
|------------------|--|
| 10 minutos | Resolución de dudas acerca del vídeo. |
| 25 minutos | Trabajo cooperativo: Resolución de ejercicios. |
| 15 minutos | Puesta en común. |
| Trabajo en casa | |
| | Visualización del vídeo: Indeterminaciones $\frac{0}{0}$ e $\infty - \infty$. <ul style="list-style-type: none"> • https://www.youtube.com/watch?v=HnEja_TfRYg • https://www.youtube.com/watch?v=cYDLLF2BB38 • https://youtu.be/MeQxRVv3xgl |

***Nota:** los vídeos aquí utilizados han sido creados por otros profesores, el tercer vídeo ha sido recortado para adaptarlo al nivel en el que nos encontramos, el vídeo original es <https://www.youtube.com/watch?v=jRcwuWYeDHA>.

Sesión 4: en esta sesión aplicaremos la técnica del *puzzle* de trabajo cooperativo que, al igual que en la sesión anterior, constará con una rúbrica de evaluación que se entregará al inicio de la actividad (ANEXO VIII). En esta actividad los alumnos se dispondrán en grupos de tres en los que cada miembro del grupo tendrá un problema de aplicación de límites con algún tipo de indeterminación. Luego se seguirá el método

de trabajo de la técnica del *puzzle* descrita en la sección anterior donde los equipos base estarán formados por los problemas del experto color rojo, amarillo y azul.

Expongo a continuación un ejemplo de los problemas propuestos para esta actividad, los demás se encuentran en el ANEXO III.

2. PROBLEMA (Experto color amarillo)

Una nueva empresa de automóviles preocupada por el exceso de velocidad ha sacado un nuevo modelo que controla la velocidad del vehículo mediante la función $f(t) = \frac{3t^2+150t}{t+10} - 3t$, donde t es el tiempo que llevamos pisando el acelerador. Si nunca levantamos el pie del acelerador, ¿a qué velocidad terminaremos circulando?

La distribución del tiempo en esta sesión es la siguiente:

| Trabajo en clase | | |
|------------------|---|--|
| 10 minutos | Resolución de dudas acerca del vídeo. | |
| 40 minutos | Trabajo cooperativo: Problemas de aplicación de límites (indeterminaciones) | |
| | 15 minutos | Resolución de la actividad por cada miembro del grupo. |
| | 10 minutos | Reunión de expertos. |
| | 15 minutos (5 minutos para cada miembro del equipo) | Explicación a los compañeros del grupo. |

Sesión 5: en esta sesión se pretende afianzar las técnicas aprendidas en la clase anterior para la resolución de las indeterminaciones. Además, se llevará a cabo la

exposición de los ejercicios de la sesión anterior por parte de los integrantes de los grupos.

Los ejercicios consisten en resolver límites donde aparecen indeterminaciones, se pueden ver en el ANEXO IV.

Durante esta actividad se mantendrán los grupos base de la actividad cooperativa e irán realizando los ejercicios preguntando las dudas al profesor o a sus compañeros.

La distribución del tiempo en esta sesión es la siguiente:

| Trabajo en clase | |
|-------------------------|--|
| 15 minutos | Resolución en la pizarra de los problemas por parte de algún miembro del grupo elegido al azar. |
| 35 minutos | Ejercicios de indeterminaciones. |
| Trabajo en casa | |
| | Visualización de vídeos: concepto de asíntotas, asíntotas horizontales y asíntotas verticales. <ul style="list-style-type: none">• https://www.youtube.com/watch?v=7ZGpkp6F7_o• https://www.youtube.com/watch?v=-uAvtcEOUN4 |

***Nota:** los vídeos aquí utilizados han sido creados por otros profesores.

Para asegurarnos de que entienden los contenidos planteados en los vídeos, los alumnos deberán contestar al final de los mismos a las siguientes cuestiones (también se podrán entregar en clase al día siguiente):

Cuestiones:

1. ¿Qué es una asíntota? Dibuja un ejemplo con una función.
2. ¿Qué límites se calculan para saber si una función tiene asíntotas horizontales y cuál ha de ser el resultado de ese límite?
3. ¿Qué límites se calculan para saber si una función tiene asíntotas horizontales y cuál ha de ser el resultado de ese límite?

Sesión 6: en esta sesión se pondrá en práctica lo aprendido durante el vídeo anterior sobre asíntotas verticales y horizontales. La clase se dispondrá por grupos, aunque el trabajo será individual (siempre permitiendo que se pregunten las dudas que surjan tanto al profesor como a los compañeros). Los ejercicios propuestos para esta sesión se encuentran en el ANEXO V. Se trata de ejercicios de cálculo de asíntotas verticales y horizontales con su correspondiente representación gráfica.

La disposición de la gráfica respecto de las asíntotas no está contemplada en el vídeo por lo que el profesor hará una breve explicación al respecto antes de comenzar el trabajo.

La distribución del tiempo en esta sesión de esta sesión es la siguiente:

| Trabajo en clase | |
|-------------------------|--|
| 15 minutos | Resolución de dudas acerca del vídeo. Breve comentario acerca de la posición de la gráfica respecto de las asíntotas. |
| 35 minutos | Asíntotas horizontales y verticales. Representación gráfica. |
| Trabajo en casa | |
| | Visualización del vídeo: asíntotas oblicuas <ul style="list-style-type: none">• https://www.youtube.com/watch?v=7ZGpkp6F7_o |

***Nota:** el vídeo aquí utilizado ha sido creado por otros profesores.

Sesión 7: en esta sesión se realizarán actividades sobre el estudio de las asíntotas de una función y su representación gráfica. El modo de trabajo durante esta sesión será análogo al de la sesión anterior. En esta actividad los alumnos tendrán distintas funciones (ver ANEXO V) y tendrán que determinar qué asíntotas tienen y dibujar la posición de las gráficas respecto de las mismas.

La temporización de esta sesión es la siguiente:

| Trabajo en clase | |
|-------------------------|---|
| 10 minutos | Resolución de dudas acerca del vídeo. |
| 40 minutos | Ejercicios: Asíntotas. Representación gráfica. |
| Trabajo en casa | |
| | Visualización del vídeo: continuidad de una función. <ul style="list-style-type: none">• https://youtu.be/WP3_bs7gwY4 |

***Nota:** este vídeo es de creación propia.

Sesión 8: en esta sesión trabajaremos el concepto de continuidad descrito en el vídeo. De nuevo los alumnos estarán en grupo para favorecer el clima de trabajo aunque el trabajo lo harán individualmente, realizando todas las preguntas que sean necesarias.

Los ejercicios irán incrementando su dificultad a medida que los vayan realizando, comenzarán con una actividad de aplicación similar al ejemplo descrito durante el vídeo:

1. Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 1 \\ 2x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

Para luego profundizar en el concepto un poco más con ejercicios como los que siguen:

2. Estudia la continuidad de la función $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ en $x=-1$. Define la función, en forma de función a trozos, para que sea continua.

3. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ ax + b, & 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{x-1}, & x > 2 \end{cases}$$

Encuentra el valor de b para que la función sea continua en $x = 0$. Para ese valor de b , encuentra un valor de a que haga que la función sea también continua en $x = 2$.

El resto de actividades previstas para esta sesión se encuentran en el ANEXO VI.

La temporización de esta sesión es la siguiente:

| Trabajo en clase | |
|------------------|---------------------------------------|
| 10 minutos | Resolución de dudas acerca del vídeo. |
| 40 minutos | Ejercicios de continuidad |

Sesión 9: En esta se planteará una actividad de aprendizaje basado en problemas, donde el alumno recibirá una ficha (véase ANEXO VII) en la que encontrarán los distintos tipos de discontinuidades que se van a estudiar y tendrán que deducir qué

condiciones se dan en cada una de ellas para que sea discontinuidad. Además, tendrán que buscar una función que ejemplifique cada una de las discontinuidades planteadas.

La actividad se llevará a cabo en pequeños grupos (tres o cuatro alumnos por grupo) y luego habrá un debate o puesta en común.

Para esta actividad también se utilizará la rúbrica de evaluación de las sesiones anteriores, haciendo especial hincapié en que el alumnado sea capaz de razonar, argumentar matemáticamente y de respetar los razonamientos y argumentos de sus compañeros para intentar obtener la conclusión más certera.

La temporización estimada para esta actividad es la siguiente:

| Trabajo en clase | |
|------------------|---------------------------------|
| 35 minutos | ABP: Tipos de discontinuidades. |
| 15 minutos | Puesta en común. |

Sesión 10: esta sesión se dedicará a repasar y resolver las dudas que hayan podido surgir a lo largo de la unidad y que aún no hayan sido resueltas, así como a profundizar en algún tema si el profesor lo considera conveniente.

El profesor traerá actividades donde se afiancen los conceptos en los que los alumnos hayan tenido más dificultades, aunque a lo largo de las sesiones el profesor ya habrá ido observando al alumnado en el desarrollo de sus tareas y dando a los alumnos los recursos necesarios (ya sean actividades, vídeos adicionales o pequeñas tutorías) para guiarlos en el proceso de aprendizaje.

Para los alumnos que hayan alcanzado una mayor interiorización de los conceptos se contemplarán actividades de ampliación.

| Trabajo en clase | |
|------------------|----------------------|
| 50 minutos | Repaso o ampliación. |

Sesión 11: esta sesión consistirá en una prueba escrita que formará parte de la evaluación y calificación del alumnado. Tanto la evaluación como la calificación se describen en la siguiente sección y como veremos contempla la realización de un examen aunque no será el único criterio para calificar al alumno.

La estimación para la realización del examen es:

| Trabajo en clase | |
|------------------|----------------|
| 60 minutos | Prueba escrita |

Los alumnos dispondrán de la rúbrica de evaluación antes de comenzar el examen para facilitar al profesor la corrección objetiva del mismo y para que los alumnos tengan claro qué se les va a evaluar en esta prueba. Esta rúbrica estará compuesta por los ítems de *resolución de problemas y ejercicios* utilizada en las actividades de clase y la distribución de la puntuación de las preguntas del examen es

| Ejercicios | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------------------|---|---|-----|------|---|
| a) 0.75 b) 1 c) 1 | | 2 | 1.5 | 1.75 | 2 |

Las actividades que se proponen para este examen son las siguientes:

EXAMEN

1. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 + 5}{x^3 + x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^3 + 4x^2 + x - 6}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{2 - \sqrt{6 - x}}$

2. Estudia las asíntotas de la siguiente función y estudia la posición de la gráfica respecto a cada una de ellas:

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$$

3. Halla el valor de k para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} 2k + x, & x < 1 \\ 3x - 2, & x \geq 1 \end{cases}$$

4. Estudia la continuidad de la siguiente función. En caso de que no sea continua indica razonadamente el tipo de discontinuidad que presenta.

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 2 \\ 2x, & x > 2 \\ 1, & x = 2 \end{cases}$$

5. La cantidad de una droga en la corriente sanguínea t horas después de inyectada intramuscularmente está dada por la función $f(t) = \frac{10t}{t^2 + 1}$. Al pasar el tiempo, ¿cuál es la cantidad límite de droga en sangre?

***Nota:** los tiempos planificados para el desarrollo de la unidad son orientativos y variarán en función de las características del alumnado.

3.5. Recursos y materiales

La subida y visualización de los vídeos se realizará a través de la plataforma EDpuzzle. Esta es una herramienta gratuita que permite gestionar y controlar la visualización de vídeos lo que facilita la organización del trabajo que los alumnos deben realizar en casa. A través de esta plataforma el profesor crea una sesión privada para cada clase con el contenido que los alumnos han de visualizar, pudiendo acceder únicamente las personas a las que el profesor ha dado acceso mediante un código que la misma plataforma genera para cada sesión. Además permite que el profesor conozca qué alumnos han visualizado el vídeo y cuáles no (teniendo en cuenta que la plataforma no lo considera como visto hasta que se produce la reproducción completa).

Esta plataforma también constituye una herramienta muy útil para el profesor, puesto que permite seleccionar y recortar vídeos de internet, añadirles comentarios de voz y escritos e incluso añadir cuestionarios de forma que se adapten completamente a sus necesidades.

Además de la plataforma, durante esta unidad se utilizarán recursos de Geogebra para lo que será necesario la utilización de ordenadores con acceso a internet en caso de que los equipos no tengan ya instalado el programa.

Los alumnos también dispondrán del libro de texto elegido por el departamento del centro, las fichas de trabajo, listas de ejercicios y rúbricas realizadas por el profesor para llevar a cabo las sesiones de trabajo y por supuesto pizarra y tiza para que los alumnos expongan sus ejercicios, aclarar dudas y hacer pequeñas tutorías.

3.6. Evaluación del alumnado

La adopción de este nuevo modelo pedagógico también supone una modificación en la evaluación del alumnado, debemos evaluar de forma consistente con esta nueva forma de trabajo que pretende ser más individualizada y con una mayor responsabilidad en el aprendizaje por parte del alumno.

Se propone una evaluación que esté constituida por una evaluación pre-formativa, una evaluación formativa y una evaluación sumativa tal y como recomienda *Tourón (2015)*.

Evaluación pre-formativa

En esta evaluación tiene como objetivo aumentar el compromiso y la responsabilidad de los alumnos con la tarea de la visualización de vídeos. Hemos de tener en cuenta la necesidad de que el alumno alcance el conocimiento que se propone en los vídeos para poder sacar partido del tiempo de trabajo en las clases, por tanto, en esta evaluación tendremos en cuenta el hecho de que los alumnos hayan visualizado el vídeo (datos que podemos obtener a través de la plataforma elegida) y las respuestas dadas a las preguntas o test que se organicen en algunos de los vídeos. Además, la observación del profesor jugará un papel clave, en la parte de la clase destinada a las dudas también obtendremos información de qué alumnos han entendido los conceptos que se proponían en el vídeo y cuáles no y de esta forma intentar reforzar los conceptos y dificultades que surjan.

Evaluación formativa

Esta evaluación es la que se llevará a cabo durante el trabajo en clase. La continua interacción del alumno con el profesor permite identificar las dificultades que presenta el alumno, al igual que saber los contenidos que ya dominan. Tal y como expresan *Bergsman y Aron* en este modelo de aprendizaje *la evaluación formativa es como un GPS: cuando un conductor que usa un GPS se pierde, el GPS "recalcula" la ruta que debe seguir para retomar el camino correcto. En el aula el profesor es como la voz del GPS, que redirecciona a los alumnos cuando se pierden en el proceso de comprensión*

de los conceptos (cita de Ewan McIntosh). Por tanto, durante el trabajo en el aula estaremos evaluando continuamente a los alumnos, redireccionándolos cada vez que presenten dificultades para que se mantengan en el camino correcto de aprendizaje. La forma de lograr esta evaluación será a través de la observación, lanzando preguntas en clase y a través de las tareas propuestas. Para ayudarnos en esta evaluación haremos uso de rúbricas que nos faciliten tener un criterio objetivo sobre la evaluación y que también ayuden al alumnado a saber qué aspectos vamos a considerar más importantes y van a ser evaluados.

Evaluación sumativa

Finalmente contaremos con la evaluación sumativa que en esta unidad consistirá en la realización de una prueba escrita en la que los alumnos demuestren el dominio de los objetivos de aprendizaje. Para ello, tomaremos como referencia el modelo que siguen *Bergsman y Aron* donde proponen que los alumnos deben realizar de forma correcta el 75% del examen para pasar con éxito la evaluación sumativa. Esta cifra la proponen porque realizan sus exámenes de forma que el 75% de los mismos están compuestos por preguntas que constituyen los objetivos de aprendizaje y el otro 25% se corresponden a preguntas de objetivos deseables pero no imprescindibles.

Esta evaluación se podrá repetir en caso de que haya alumnos con dificultades. Una vez se tengan los resultados del examen se tratará de solventar los problemas que esos alumnos hayan tenido mediante la revisión de vídeos, tutorías o actividades extras que les ayuden a alcanzar los objetivos de aprendizaje de esta unidad.

Calificación

La calificación tendrá en cuenta la información obtenida por el profesor en las evaluaciones y el reparto de la puntuación será el siguiente:

- La evaluación pre-formativa constituirá el 10% de la nota final.
- La evaluación formativa, basada tanto en la observación del profesor como en los trabajos realizados durante las sesiones, constituirá el 40%.

- La evaluación sumativa basada en la prueba escrita (en el primer o segundo intento indistintamente) constituirá el 50%.

3.7. Evaluación de la propuesta didáctica

Como en cualquier proceso de enseñanza aprendizaje nos encontramos ante la necesidad de evaluar la propuesta didáctica, contrastar si se han llegado a los objetivos propuestos y desarrollar mejoras para hacer este proceso lo más efectivo posible.

Para ello observaremos a diario cómo ha sido la comprensión de los vídeos por parte del alumnado, si los conceptos están claros y son fáciles de comprender, observaremos qué partes han tenido más dificultad para intentar hacerla más accesible y amena. Además al final de la unidad le proporcionaremos al alumnado la siguiente encuesta establecida en escala Likert del 1 al 5 (1 en total desacuerdo, 5 en total acuerdo):

| Preguntas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--|---|---|---|---|---|
| El modelo Flipped Classroom te ha parecido una buena forma de aprendizaje. | | | | | |
| Los vídeos han sido claros y te han ayudado a entender los conceptos fundamentales. | | | | | |
| Te ha gustado que las horas de clase se dediquen a trabajo y no a la exposición de conceptos. | | | | | |
| El trabajo en grupo te ha parecido más estimulante y útil que el trabajo individual. | | | | | |
| Las actividades propuestas te han parecido adecuadas para alcanzar una calificación satisfactoria. | | | | | |
| La forma de evaluación la consideras justa y representa el trabajo realizado por el alumno. | | | | | |
| Volverías a estudiar siguiendo el modelo Flipped Classroom. | | | | | |

4. Conclusiones

A lo largo de este trabajo he tratado de plantear el modelo pedagógico de Flipped Classroom que, aunque aún no es tan conocido como otros modelos de enseñanza, hay numerosos profesores que lo han implantado con muy buenos resultados. Como todo, este modelo necesita un entrenamiento y los alumnos deben adaptarse paulatinamente al cambio de una enseñanza tradicional a este tipo de enseñanza.

En este modelo es necesario que los alumnos tomen un papel activo y que se hagan más responsables de su aprendizaje y esto es algo que no es sencillo ni inmediato. Sin embargo, como hemos visto, puede tener muchos beneficios y además podemos adaptarnos mejor al mundo en el que vivimos. Nos permite crear un proceso de enseñanza más individualizado con una mayor atención a la diversidad, pudiendo además, desarrollar en nuestros alumnos otras capacidades como capacidad de trabajo en equipo, el respeto al trabajo de los demás y sus ideas o la autonomía y la responsabilidad, que son habilidades muy requeridas actualmente en el mundo laboral.

Creo que este modelo se puede adaptar muy bien no solo a todos los niveles de la E.S.O. y Bachillerato sino también a la modalidad de nocturno que, como dije, ha sido mi mayor motivación para el desarrollo de este trabajo por cómo se ha desarrollado mi periodo de prácticas. El hecho de que gran parte del trabajo no presencial que han de hacer sea a través de la visualización de vídeos aumenta su motivación. Además, puede ayudar a aquellos alumnos que en numerosas ocasiones encuentran su mayor dificultad en la comprensión de los conceptos a través de la lectura.

Otra de las ventajas que tendría su aplicación en esta modalidad semipresencial es la implantación de la evaluación formativa. Esta evaluación permite al profesor detectar problemas de falta de conocimientos previos, que en estos cursos suele ser habitual porque hay alumnos que acabaron sus anteriores estudios años antes de comenzar este curso, y poder solucionarlo dándole al alumno vídeos, propios o de otros profesores, de cursos inferiores que solventen esas lagunas.

Finalizaré diciendo que, aunque no hay recetas mágicas que funcionen siempre y con todos los alumnos, esta forma de enseñar podría ser una forma adecuada de crear individuos capaces y competentes tanto en matemáticas como en otros aspectos necesarios para su inclusión en la sociedad y en el mundo laboral.

5. Bibliografía

- Barrera, A. G. (2013). *El aula inversa: cambiando la respuesta a las necesidades de los estudiantes*. Avances en Supervisión Educativa, (19).
- Barrows, H. S. (1996). *Problem-based learning in medicine and beyond: A brief overview*. New directions for teaching and learning, 1996(68), 3-12
- Bergmann, J., y Sams, A. (2014). *Dale la vuelta a tu clase*. Innovación educativa, SM España.
- Bocklet, M., y Fernanda, M. (2016). *Estudio de la utilización de vídeos tutoriales como recurso para las clases de matemáticas en el bachillerato con "Flipped Classroom"*.
- Espeso, P. (2016). *Educación 3.0*. [Entrada de blog]. Recuperado el 22 de mayo de 2017 de <http://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/edpuzzle-la-herramienta-quiere-revolucionar-mundo-del-video-educacion/33867.html>
- *El Aprendizaje Basado en Problemas como técnica didáctica*. Recuperado el 1 de junio de 2016 de <http://www2.uca.es/ordenacion/formacion/docs/jifpev4-documentacion.pdf>
- Faundez, A. R. O., Bastias, J. M. A., y Polanco, M. P. R. (2016). *Evaluación de Metodología flipped classroom: primera experiencia*. Innoeduca. International Journal of Technology and Educational Innovation, 2(2), 90-99.
- Grané de Dalmau, M y Romero García M. C. (2016). *Trabajo Fin de Máster: Utilización del modelo Flipped Classroom en trigonometría de 4º de la ESO*. Universidad Internacional de La Rioja.

- Tourón, J. (2015). *Cuatro estrategias de evaluación para un entorno Flipped*. [Entrada de un blog] Recuperado el 2 de junio de 2017 de <http://www.javiertouron.es/2015/09/cuatro-estrategias-de-evaluacion-para.html>

- Tourón, J., Santiago, R., y Díez, A. (2014). *The Flipped Classroom: Cómo convertir la escuela en un espacio de aprendizaje*. Grupo Océano.

- Jamaludin, R., y Osman, S. Z. M. (2014). The use of a flipped classroom to enhance engagement and promote active learning.

- Johnson, D. W., Johnson, R. T., y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.

- *Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa*.

- *Métodos de Aprendizaje Cooperativo*. [Entrada de un blog]. Recuperado el 24 de mayo de 2017 de <http://grupsderecerca.uab.cat/grai/es/content/m%C3%A9todos-de-aprendizaje-cooperativo>

- Morales, P., y Landa, V. (2004). *Aprendizaje basado en problemas*. *Theoria*, 13(1).

- Moya, P. y Muñoz, J. *Matemáticas I 1º Bachillerato*. Marea Verde. Recuperado el 26 de mayo de 2017 de <http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/Bachillerato/Matematicas%20I.pdf>

- *Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado*.

- Pérez V. (2016). *Qué son y cómo se utilizan las notas de Cornell*. [Entrada de un blog] recuperado el 25 de mayo de 2016 de <https://hipertextual.com/2016/10/notas-cornell>

- Slavin, R. E., y Johnson, R. T. (1999). *Aprendizaje cooperativo: teoría, investigación y práctica*. Buenos Aires: Aique.

6. ANEXOS

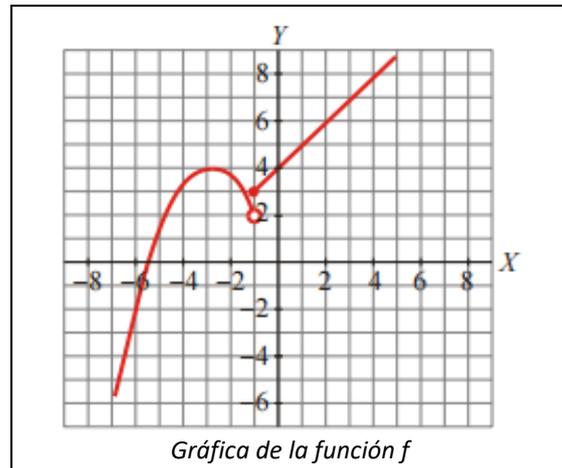
ANEXO I: CÁLCULO DE LÍMITES

1. A partir de la gráfica de $f(x)$ estudia:

a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -5} f(x)$



2. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} x^2 + 2x$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x + 1}{x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2 + 4}$

d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{6x + 1}{2 + x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x + 1}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(x)$

ANEXO II: CÁLCULO DE LÍMITES. LÍMITES EN EL INFINITO

1. A partir de la gráfica de $f(x)$ estudia:

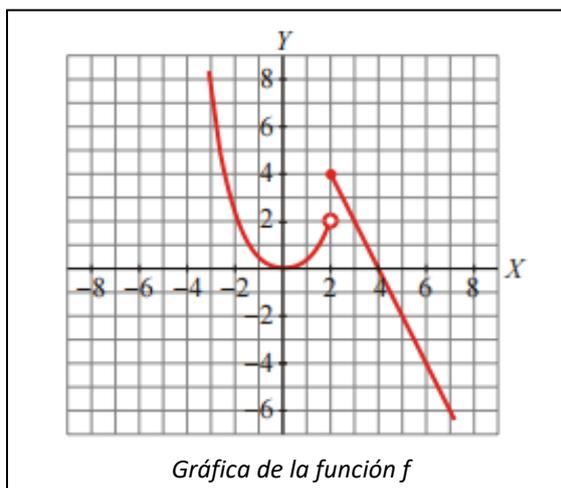
a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$



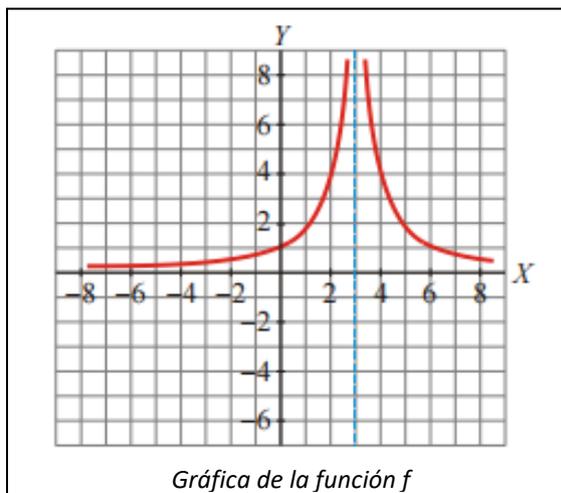
2. A partir de la gráfica de $f(x)$ estudia:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$



3. Calcula los siguientes límites

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 + 1$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x + 1}{x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 4x}{-5x - 2x^3}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2 + x}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{x - 1}$

ANEXO III: INDETERMINACIONES (Trabajo cooperativo)

1. PROBLEMA (Experto color azul)

Una piscina se vacía según la función $v=f(t) = \frac{2-\sqrt{t-3}}{t^2-49}$, donde v es el volumen expresado en m^3 y t el tiempo en minutos. ¿A qué valor se aproxima el volumen cuando el tiempo se aproxima a 7 minutos?

2. PROBLEMA (Experto color amarillo)

Una nueva empresa de automóviles preocupada por el exceso de velocidad ha sacado un nuevo modelo que controla la velocidad del vehículo mediante la función $f(t) = \frac{3t^2+150t}{t+10} - 3t$, donde t es el tiempo que llevamos pisando el acelerador. Si nunca levantamos el pie del acelerador, ¿a qué velocidad terminaremos circulando?

3. PROBLEMA (Experto color rojo)

El tanque de gasolina de un coche se llena según la función $v=f(t) = \frac{2t^3-3t^2-2t}{t-2}$, donde v es el volumen de gasolina expresado en litros y t el tiempo en minutos. ¿Cuántos litros se le han añadido transcurridos 2 minutos?



ANEXO IV: INDETERMINACIONES

1.- Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 - 5}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{\sqrt{x^6 + 1}}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 + x^2 - 2x}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 3} - 2}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 1}{x^2} - \frac{x^4 + x + 1}{x^3 + x} \right)$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{1 - x}}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{x^2 - x - 2} - \frac{2}{x^2 - 2x} \right)$$

ANEXO V: ASÍNTOTAS

SESIÓN 6: ASÍNTOTAS HORIZONTALES Y VERTICALES.

Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a cada una de ellas:

$$a) f(x) = \frac{2x}{x-3}$$

$$b) f(x) = \frac{x-1}{x+3}$$

$$c) f(x) = \frac{2x+3}{4-x}$$

$$d) f(x) = \frac{2}{1-x}$$

$$e) f(x) = \frac{4x+1}{2x-3}$$

$$f) f(x) = \frac{-1}{x^2+9}$$

$$g) f(x) = \frac{3x}{x^2-1}$$

SESIÓN 7: ASÍNTOTAS HORIZONTALES, VERTICALES Y OBLICUAS.

Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a cada una de ellas:

$$a) f(x) = \frac{3x^2}{x+1}$$

$$b) f(x) = \frac{3+x-x^2}{x}$$

$$c) f(x) = \frac{-1}{(x+2)^2}$$

$$d) f(x) = \frac{2x^3-3}{x^2-2}$$

$$e) f(x) = \frac{3x}{2x-5}$$

$$f) f(x) = \frac{2x^2+3}{2x-2}$$

ANEXO VI: CONTINUIDAD DE FUNCIONES

1. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 1 \\ 2x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 6x - 3, & x < -2 \\ x^2 - 4, & x \geq -2 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} 3, & x < -2 \\ 9x + 21, & -2 \leq x < 1 \\ 29x^2 + 1, & x > 1 \end{cases} \quad \text{d) } f(x) = \begin{cases} |x + 2|, & x < -1 \\ x^2, & -1 \leq x < 1 \\ 2x + 1, & x > 1 \end{cases}$$

2. Estudia la continuidad de la función $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ en $x = -1$. Define la función a trozos para que sea continua.

3. Halla el valor de k para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ k, & x \geq 1 \end{cases}$$

4. Dada la función

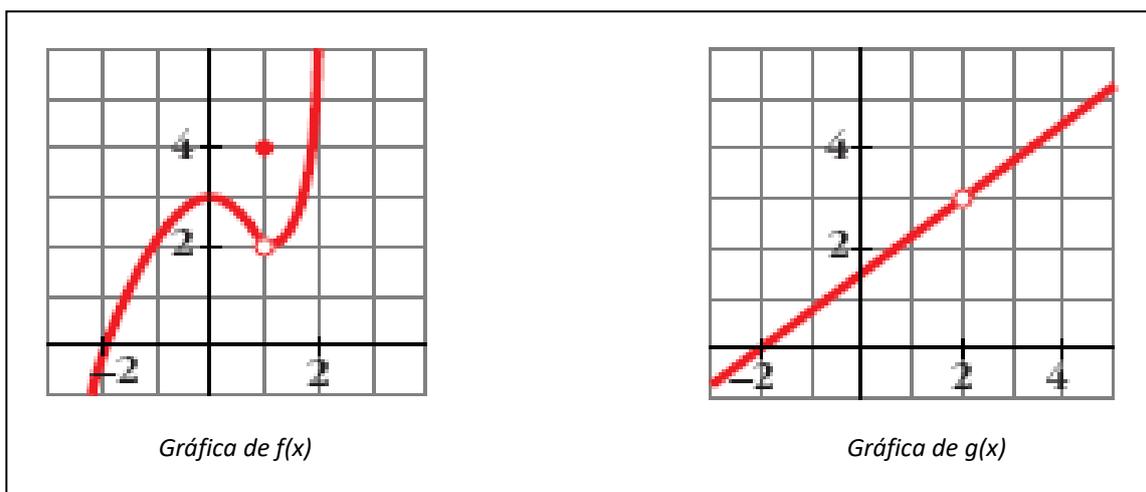
$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ ax + b, & 0 \leq x < 2 \\ \frac{1}{x-1}, & x > 2 \end{cases}$$

Encuentra el valor de b para que la función sea continua en $x = 0$. Para ese valor de b , encuentra un valor de a que haga que la función sea también continua en $x = 2$.

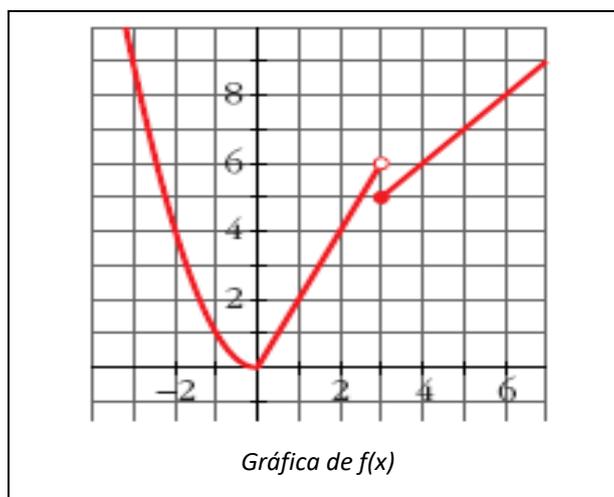
ANEXO VII: TIPOS DE DISCONTINUIDADES (ABP)

1. Las siguientes funciones presentan distintos tipos de discontinuidades, ¿qué condición o condiciones no se cumplen en cada una de ellas para que no sean continuas?

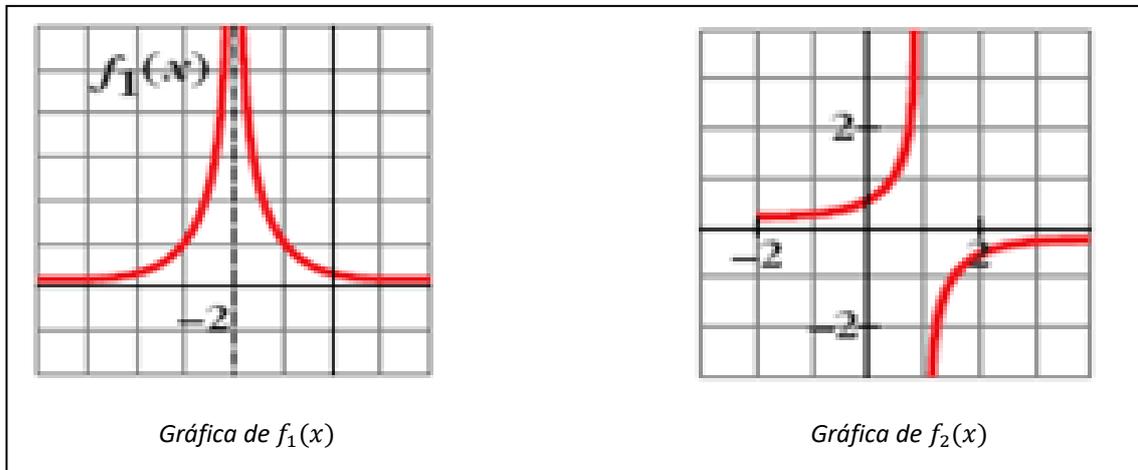
DISCONTINUIDAD EVITABLE



DISCONTINUIDAD DE SALTO FINITO



DISCONTINUIDAD DE SALTO INFINITO O ASÍNTOTICA.



2. Pon un ejemplo de funciones que presenten cada una de las discontinuidades.

ANEXO VIII: RÚBRICA

Para la creación de esta rúbrica se ha contado con la ayuda de la web *Rubistar*.

| | Excelente (9-10) | Muy Bueno (7-8) | Satisfactorio (5-6) | Mejorable (1-4) |
|---|---|--|---|--|
| Resolución de problemas y ejercicios | | | | |
| Razonamiento Matemático | Usa razonamiento matemático complejo y refinado. | Usa razonamiento matemático efectivo. | Alguna evidencia de razonamiento matemático. | Poca evidencia de razonamiento matemático. |
| Terminología Matemática y Notación | La terminología y notación correctas fueron siempre usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho. | La terminología y notación correctas fueron, por lo general, usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho. | La terminología y notación correctas fueron usadas, pero algunas veces no es fácil entender lo que fue hecho. | Hay poco uso o mucho uso inapropiado de la terminología y la notación. |
| Errores Matemáticos | 90-100% de los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos. | Casi todos (85-89%) los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos. | La mayor parte (75-85%) de los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos. | Más del 25% de los pasos y soluciones tienen errores matemáticos. |
| Estrategia Procedimientos | Por lo general, usa una estrategia eficiente y efectiva para resolver problemas. | Por lo general, usa una estrategia efectiva para resolver problemas. | Algunas veces usa una estrategia efectiva para resolver problemas, pero no lo hace consistentemente. | Raramente usa una estrategia efectiva para resolver problemas. |

| | | | | |
|--|--|---|--|---|
| Conceptos Matemáticos | La explicación demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para resolver los problemas. | La explicación demuestra entendimiento sustancial del concepto matemático usado para resolver los problemas. | La explicación demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para resolver los problemas. | La explicación demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos subyacentes necesarios para resolver problemas o no está escrita. |
| Trabajo cooperativo | | | | |
| Actitud en el trabajo en grupo | Casi siempre escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros. Trata de mantener la unión de los miembros trabajando en grupo. | Usualmente escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros. No causa "problemas" en el grupo. | A veces escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros, pero algunas veces no es un buen miembro del grupo. | Raramente escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros. Frecuentemente no es un buen miembro del grupo. |
| Distribución del tiempo durante la actividad | Utiliza bien el tiempo durante toda la actividad para asegurar que las cosas están hechas a tiempo. | Utiliza bien el tiempo durante toda la actividad, en escasas ocasiones se distrae y se retrasa en sus tareas. | Tiende a no gestionar bien el tiempo durante la actividad aunque al final siempre consigue terminar el trabajo | No gestiona bien el tiempo durante las actividades. |
| Resolución de Problemas | Busca y sugiere soluciones a los problemas. | Refina soluciones sugeridas por otros. | No sugiere o refina soluciones, pero está dispuesto a tratar soluciones propuestas por otros. | No trata de resolver problemas o ayudar a otros a resolverlos. Deja a otros hacer el trabajo. |
| Actitud | Es respetuoso con sus compañeros. Siempre tiene una actitud positiva hacia el trabajo. | Rara vez no es respetuoso con sus compañeros. A menudo tiene una actitud positiva hacia el trabajo. | Ocasionalmente no es respetuoso con sus compañeros. Tiene una actitud positiva hacia el trabajo. | Con frecuencia es poco respetuoso con sus compañeros y a menudo no tiene una actitud positiva hacia el trabajo. |

