

GRAFOS

(Año 1995). Daniel y Rosa están paseando por un bosque. De repente ven una mansión abandonada y...)

-Daniel, entremos en esa mansión, está anocheciendo y tiene pinta de estar abandonada, que podemos perder.

-Precisamente eso es lo que preocupa, que esté abandonada. Pero tienes razón está anocheciendo y estamos muy lejos del pueblo. Pero a primera hora nos vamos de esta enorme casa.

Al ir acercándose a la mansión se dan cuenta que una de las puertas está entreabierta. Cuando ya están al lado de las puertas una gran bocanada de aire las abre de par en par.

-Rosa, ésto cada vez me parece más mala idea.

-No seas tonto. Te vas a asustar por un poquito de viento.

Cuando entran lo primero que ven es una gran biblioteca, que al parecer era la única habitación de la mansión. había miles de libros allí pero solo uno estaba puesto encima de una larga mesa. Junto a éste había una caja misteriosa con mucho polvo.

-Daniel, mira este libro. Parece que haya estado aquí puesto durante años, está lleno de polvo.

-Creo que ésto no es un libro normal-diciéndolo a la vez que sopla para quitar el polvo-.

-Pues en esta caja solo hay un tablero, una ficha y tres dados. ¡Abre el libro!-exclama con ilusión-.

-Aquí solo viene la definición de grafos y lo que parece una advertencia.

-Y a qué estás esperando para leerlas.

- Voy, tranquila. Grafo: es una representación gráfica de diversos puntos llamados nodos o vértices, los cuales se unen a través de líneas que reciben el nombre de aristas. La advertencia dice que

una vez se tiren esos dados, hay que completar el juego para poder salir.

Mientras Daniel está leyendo, Rosa está abriendo el tablero y soplando para quitarle todo el polvo.

-Oh, un reto!

-Creo que sería una locura jugar. Y si no sabemos contestar o hacer algo que pasará, nos quedaremos aquí atrapados por siempre.

-No te preocupes tanto. Además tampoco podrán ser tan difíciles.

Al decir esto, Rosa coloca la ficha en la casilla de salida y se prepara para tirar los dados. Segundos después echa la mano hacia atrás, después hacia delante y tira los dados. Justo cuando los dados tocan el tablero se escucha un fuerte portazo.

-Rosa, ¿qué ha sido eso?

-Seguro que ha sido el viento. Vamos a comprobar.

Entonces van hacia la puerta y cuando la intentan abrir ven que no pueden.

-Nos hemos quedado atrapados, Rosa. Tú y tu manía de aceptar siempre los retos.

-Bueno, basta de lamentarse. Lo único que hay que hacer para salir de aquí es terminar el juego ¿no?

-Sí.

-Pues manos a la obra.

Cuando vuelven a la biblioteca avanzan con la ficha el número de casillas que les ha tocado en los dados y cuando ponen la ficha en la casilla que es se cae de repente un libro de la estantería. Cuando lo van a coger ven en el título: EL JUEGO DEL DRAGO.

-Supongo que este es el primer desafío-dice Daniel a la vez que lo abre-. Las instrucciones son las siguientes:

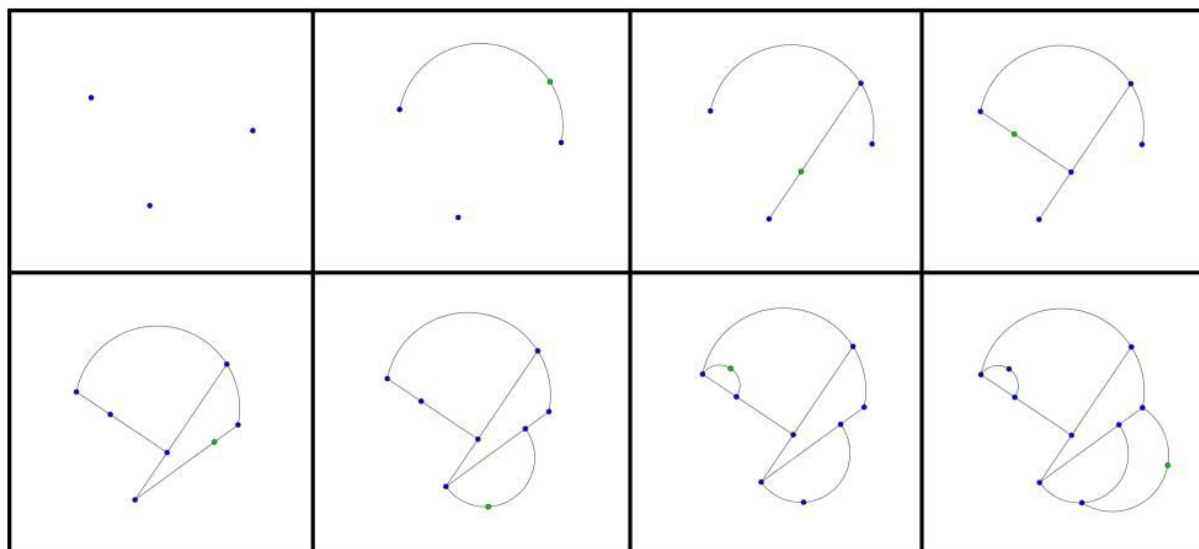
-El juego se empieza con tres vértices.

-Hay que ir uniando esos vértices de tal manera que de ninguno de ellos salgan más de tres aristas.

-Cada vez que se haga una arista hay que poner un vértice sobre ella.

-Las aristas pueden hacerse en la dirección que se quiera pero no pueden cortar otras aristas.

Cuando leyeron ésto se quedaron muy extrañados los dos pero se les aclararon las ideas cuando vieron un ejemplo que venía en el libro. El ejemplo era es siguiente:



Después de este ejemplo venía la pregunta que había que responder: ¿cuál es el número máximo y mínimo de jugadas si se comienza a jugar con tres puntos? Seguido de la pregunta venía esto: tenéis 30 minutos para responderla.

-¿Qué vamos a hacer ahora, Rosa?

-No te preocupes y empieza a hacer grafos si quieres salir de aquí.

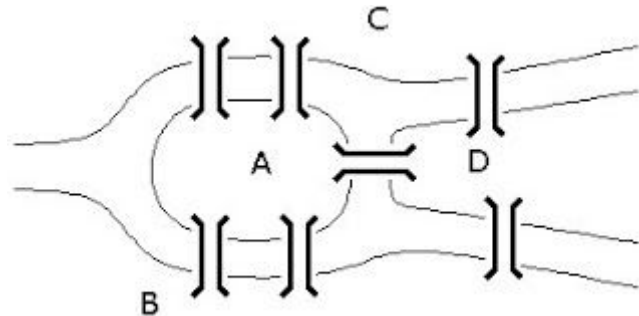
Después de 25 minutos ya tenían la respuesta¹, entonces la escribieron en el libro y éste de pronto se cerró y en la portada apareció: podeis seguir jugando.

-Bueno, tira otra vez los dados que no quiero estar aquí encerrado mucho más tiempo.

Cuando vuelven a tirar y a mover la ficha se vuelve a caer otro libro. Esta vez el título era: EL PROBLEMA DE LOS PUENTES DE KÖNIGSBERG.

¹ La respuesta era la siguiente: el número máximo eran 8 jugadas y el mínimo 7.

-¿Qué es esto?-exclama Rosa al ver el dibujo que aparecía en la primera página (que era este).



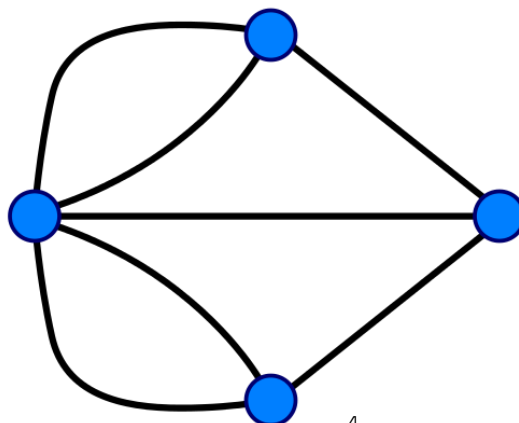
-Tranquila, pasa la página siguiente que seguro está lo que hay que hacer.

Efectivamente, Daniel tenía razón. La cuestión que proponía era la siguiente: intenta pasar por todas las zonas de la ciudad pasando por todos los puentes pero solo pasando una vez por cada puente. También, como en el anterior, venía un tiempo, que en este caso era una hora.

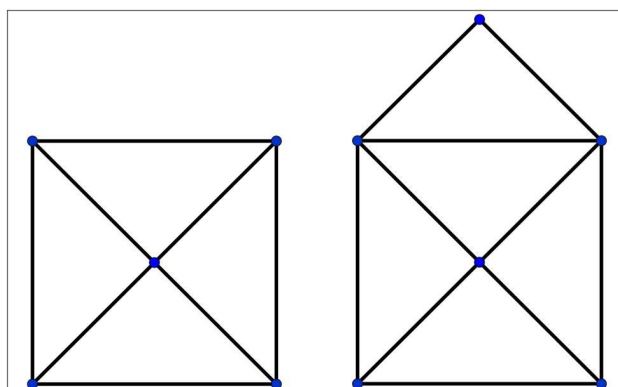
Tras 50 minutos intentándolo se dan cuenta de que es imposible así que como no tenían otra respuesta decidieron poner esa que era la correcta. Pero esta vez el libro no se cerró sino que apareció una especie de explicación al problema.

-Daniel, qué cosa más extraña ha aparecido aquí. Pone algo de un tal Euler y de unos tipos de grafos.

-A ver, déjame el libro. Aquí pone que la solución del problema la dio el matemático Euler y la solución la dio simplificando el problema del mapa con un grafo.



En el libro también aparecía la teoría elemental de grafos que diferenciaba entre grafos eulerianos (que son los que se pueden dibujar sin levantar el lápiz del papel) y los no eulerianos (que son los que no se pueden dibujar de un solo trazo). Además ponía que para que un grafo fuera euleriano tenía que tener dos o menos vértices de orden impar (que le lleguen a sus vértices un número impar de aristas). De lo contrario sería no euleriano. Esto se puede comprobar en estos ejemplos.



NO EULERIANO

EULERIANO

-Daniel, entonces el problema anterior no se podía resolver porque era un grafo no euleriano.

-Claro. Bueno tiremos de nuevo.

Repiten el proceso de nuevo y esta vez el libro que se cae tiene de título: LAS POSTALES DE VACACIONES.

El problema decía así: 5 amigos salen de vacaciones al mismo tiempo y a diferentes lugares. Deciden que al llegar a sus destinos cada uno enviará una postal a 3 amigos. La respuesta que tenían que intentar responder era esta: ¿Es posible que cada amigo reciba postales de los 3 amigos a los que él envió las suyas? El tiempo que tenían esta vez era de 45 minutos.

-¿Cómo podemos resolver esto, Rosa?

-Creo que tendríamos que hacerlo con grafos que parece ser que gracias a ellos se han resuelto problemas matemáticos.

Dicho ésto se ponen a resolverlo y pasado un tiempo se dan cuenta de que es imposible resolverlo, como con el anterior. Así que ponen sus conclusiones y vuelve a aparecer información sobre el problema.

Esta vez ponía que para que un grafo se pudiera hacer no podía tener un número impar de vértices impares. También venía un corolario que decía que el número de vértices impares de un grafo es par.

-¡Bien!-exclamó Daniel-. Ya hemos resuelto tres problemas. Vamos a por el cuarto a ver si no son muy complicados. Esta vez tiraré los dados yo.

Sin embargo, no cayó ningún libro sino que empezaron a caer hojas sueltas del techo y en un abrir y cerrar de ojos todo estaba lleno de hojas. Cuando terminaron de caer, sobre la mesa cayó un libro. Éste no era como los otros, parecía tener más páginas y era más grande.

-Eso ha sido impresionante, ¿lo has visto, Daniel?

-Sí, como para no verlo

Como en los anteriores, tiene también un título que en este caso es: EL PRINCIPIO DEL PALOMAR GENERALIZADO.

-Rosa, en este libro pone que hemos tenido mucha suerte ya que hemos caído en una casilla explicación.

-Menos mal. Por ahora podemos relajarnos.

-De todas maneras leeré la explicación. Este principio establece que si tenemos n palomas y se distribuyen m número de palomares y $n > m$ habrá por lo menos un palomar con una paloma de más.

-Entonces Daniel, otro ejemplo sería que si tenemos 13 personas, 2 cumplirían años el mismo mes.

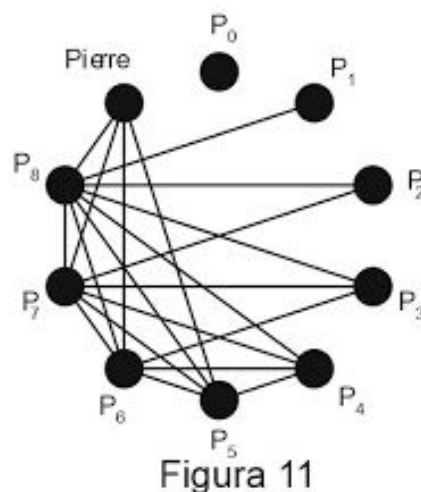
-Claro, nunca se me habría ocurrido ese ejemplo. Pero bueno, ahora tirar los dados. Los tiraré también yo que parece que ha dado buena suerte.

Esta vez se cae el libro directamente y el título es: LA FIESTA.

-No hemos tenido tanta suerte esta vez-dijo Rosa ya cansada-. Ahora lo leeré yo. El enunciado del problema es el siguiente:

Pierre y Marie Curie dan una fiesta en su casa e invitan a 4 parejas más. Al llegar cada persona abraza a todas las personas que conoce aunque nadie abraza a su pareja ni abraza a una persona más de una vez. Al terminar la fiesta Pierre pregunta a Marie y a cada uno de sus 8 invitados cuántos abrazos habían dado y obtuvo respuestas diferentes. Lo que nos pregunta el problema es que a cuántas personas abrazó Marie. Además del enunciado viene una pista que es que se comenzara por quien dio más abrazos. Sin embargo no ponía nada de tiempo con lo que podían estar un poco más relajados.

En un principio no sabían qué hacer con esa pista ni como empezar, así que pensaron en hacer un grafo. Entonces decidieron colocar a todas las personas de la fiesta y enumerarlas según los abrazos que daba cada una. Fue en ese momento cuando comprendieron la pista dada. A partir de ahí fueron uniendo desde el que daba más abrazos hasta el que menos. De esta manera descubrieron que Marie Curie dio 4 abrazos. Esta sería la solución del problema.



-Bien, lo hemos conseguido resolver al final.

Después de haber conseguido hallar la solución decidieron descansar un par de horas e intentar dormir. Pasadas esas dos horas se levantaron y continuaron con el juego.

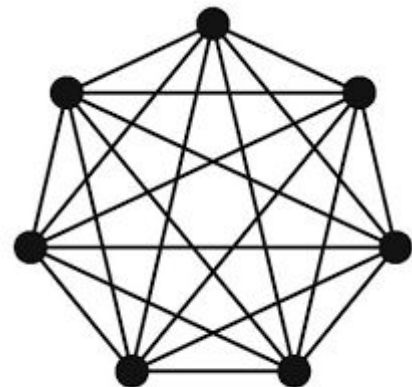
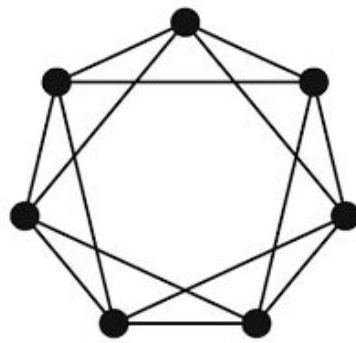
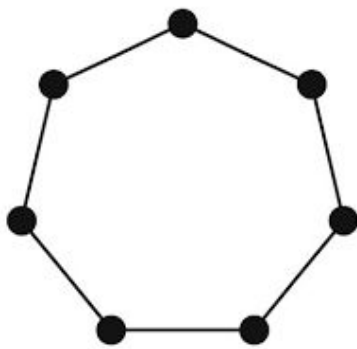
-Bueno,-dijo Rosa todavía con sueño- ahora tiraré yo los dados.

Como esperaban se cae otro libro, cuyo título era: EL PROBLEMA DE LA MESA REDONDA. El enunciado decía lo siguiente:

Un grupo de 7 personas acuerdan cenar juntas en diferentes ocasiones. En cada ocasión se sientan alrededor de una mesa redonda de modo que cada persona tiene a su lado a dos personas distintas en cenas diferentes. Si todos quieren sentarse junto a los demás ¿cuántos días deberían citarse para cenar?

-Rosa, este problema es parecido al de la fiesta. Empecemos poniendo las personas que hay y después vamos uniendo.

Después de pensar durante un rato la solución llegaron a la conclusión de que se necesitan solo tres días para cumplir ese objetivo.



-Cada vez estamos más cerca de terminar el juego. Tiremos los dados juntos esta vez.

Cuando tiraron los dados pasó algo diferente también. De las cuatro esquinas salieron cuatro colores que apuntaban a un libro en concreto. Se dirigieron hacia allí y lo cogieron y el título era:EL PROBLEMA DE LOS CUATRO COLORES.

-Mira lo que pone aquí, Rosa.

-Léelo.

-Dado cualquier mapa geográfico con regiones continuas, éste puede ser coloreado con cuatro colores diferentes, de forma que no queden regiones adyacentes con el mismo color.

-En la siguiente página está el problema que debemos resolver

-Deja que lo lea yo esta vez.

-Toma el libro, pero ten cuidado parece muy viejo y seguramente se pueda romper fácilmente.

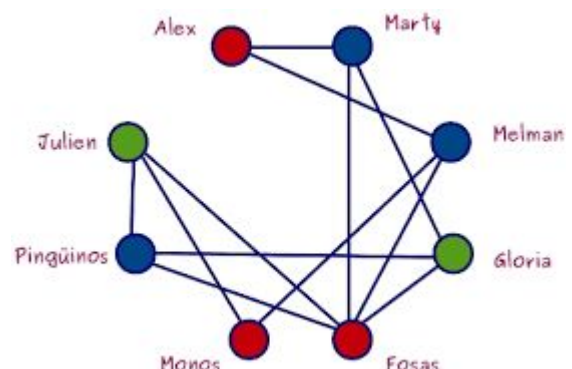
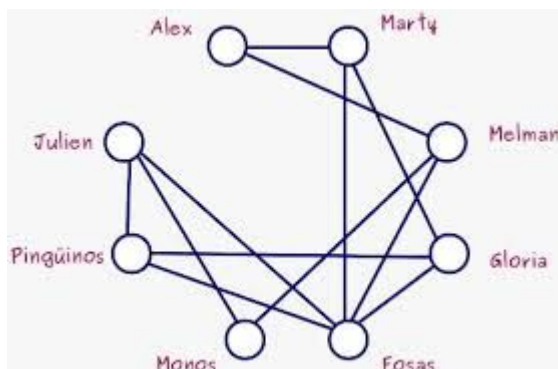
-El problema se llama LAS JAULAS DE MADAGASCAR. El enunciado dice que usando el mínimo número de jaulas hay que meter a todos los animales pero sin meter a dos animales incompatibles en la misma jaula basándose en la siguiente tabla:

ALEX	MARTY	MELMAN	GLORIA	FOSAS	MONOS	PINGÜINOS	JULIEN
Marty	Alex	Alex	Marty	Marty	Melman	Gloria	Fosas
Melman	Gloria	Fosas	Fosas	Gloria	Julien	Fosas	Monos
	Fosas	Monos	Pingüinos	Melman		Julien	Pingüinos
				Julien			
				Pingüinos			

-Este problema también es muy fácil.

-Es verdad-dijo Rosa entusiasmada-. Como en los anteriores lo mejor es empezar poniendo los nombres y entonces vamos uniendo los animales con los que no se pueden poner en la jaula y finalmente según el teorema de los cuatro colores, coloreamos de modo que ningún color esté junto al mismo color.

Esta fue la conclusión a la que llegaron nuestros protagonistas:



-Venga Daniel, solo nos quedan 15 casillas para llegar. Si la suerte quiere podemos terminar en el siguiente juego.

-Tiremos otra vez los dos a la vez.

-(Ambos) A la una, a las dos y a las tres... Noooo, nos hemos quedado a 7 solo para llegar al final.

-Bueno, a la siguiente va la vencida. Pero por ahora vayamos a ver el libro que nos ha tocado.

-El título es : PROBLEMA DE LA GALERÍA DE ARTE. Debajo de éste viene un pequeño inciso para resolver el problema que nos van a plantear. Dice así: se considera galería de arte cualquier polígono convexo o no convexo.

-Déjame leer a mi el problema, Rosa.

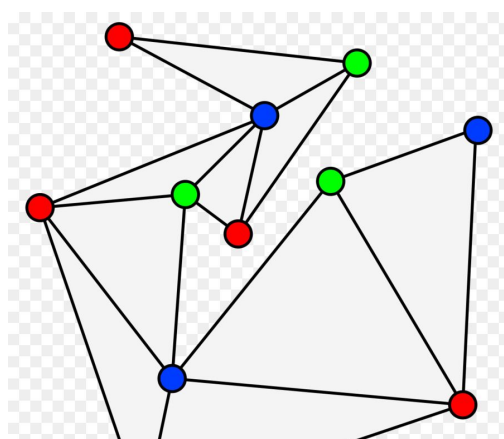
-Aquí tienes el libro.

-La pregunta a responder es: ¿Cuál es el número mínimo de cámaras de vigilancias que se necesitan para vigilar una galería de arte? Pista: todo está relacionado. También pone que las cámaras tienen que estar dentro de la galería y los lugares vigilados son aquellos puntos que se pueden conectar mediante un segmento con el punto en el que está la vigilancia.

-Daniel, se podría utilizar el teorema de los cuatro colores ya que todo está conectado. Si hacemos cualquier polígono y después vamos uniendo sus puntos y coloreandolos de manera que ningún color se toque con el mismo color podríamos descubrir cuántas cámaras hacen falta.

-¿Lo puedes dibujar para que lo pueda ver mejor?

-Claro. Mira.



-Oh, entonces el problema estaría resuelto.

-Claro. Ahora vayamos a por la última tirada.

-Eso espero.

-Venga. A la una, a las dos y a las tres.

-(Ambos); Bien! Un 7, era lo que necesitábamos.

-Lo único que pido es que el último no sea muy difícil.

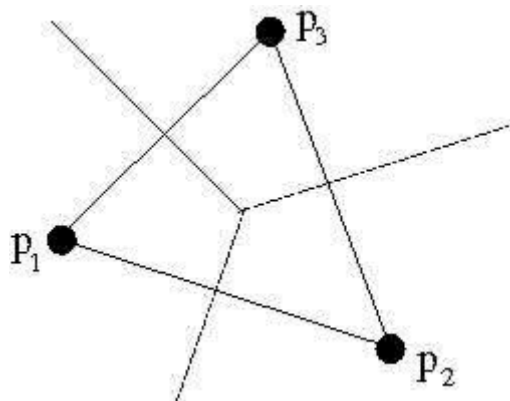
- Vayamos a ver. El título del último libro es: DIAGRAMAS DE VORONOI. Rosa, hemos tenido muchísima suerte en este juego.

-¿Por qué?

-Porque como en el del palomar, este también es de explicación.

-¡Bien! Entonces leamoslo y vayámonos de vuelta al pueblo, que estoy deseando de contarle lo que nos ha pasado a mi madre.

-A ver. Aquí dice que se trata de dividir el espacio en tantas regiones como puntos tengamos de tal forma que a cada punto le asignamos la región formada por todo lo que está más cerca de él que de nadie. También viene una imagen para que lo entendamos mejor. Mira.



En cuanto cierran el último libro se oye el chirriar de una puerta. Cuando se acercan a ver si era la puerta principal exclaman los 2 a la vez:-¡Somos libres!

-Bueno Rosa, ¿cuál ha sido la moraleja de esta aventura?

-Que todos los días se aprende algo nuevo. En nuestro caso han sido mucha información sobre los grafos y que no hay que entrar en las casas abandonadas

-No podría estar más de acuerdo contigo.

-Bueno ahora volvamos a nuestras casas que nuestras madres tienen que estar preocupadas

~FIN~