

LOS PORCENTAJES-LAS FRACCIONES-LOS PORCENTAJES

(FPD)

...y su relación con otros contenidos:

-Geometría, unidades de medida y resolución de problemas.

Incluye ejemplos prácticos con recursos, ejercicios tipo,
sesiones tipo manipulativas, fotos...

Nota: Este resumen se ha elaborado gracias a las ideas de excelentes maestros

LAS FRACCIONES-PORCENTAJES-DECIMALES (FPD)

Objetivo 1: ¿qué es una fracción? ¿qué es un porcentaje?

- ✓ Son un número expresado matemáticamente, relacionada con una determinada cantidad.
- ✓ Suelen expresar una cantidad menor, respecto a la cantidad inicial.
- ✓ Se expresan de diferente manera, aunque significan lo mismo.



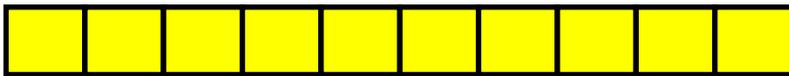
1) Ejercicios con Bloques Multibase

Muy útil para entender el 100%, el 10% y el 1%.

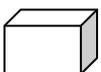
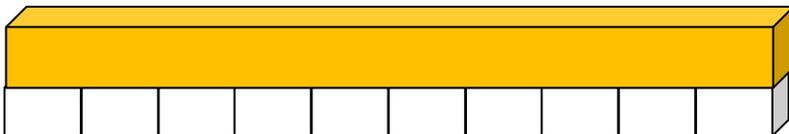
a) Tomamos como referencia la regleta de 10 (se puede hacer con policubos)



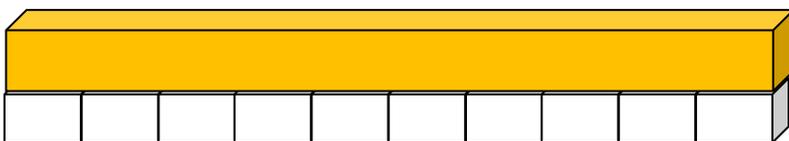
Hemos tomado 1 de 10. Representa un 1/10, el 10% o el 0,1 de la unidad



Hemos tomado 1 de 10. Representa un 1/10, el 10% o el 0,1 de la unidad



Hemos tomado 1 de 10. Representa un 1/10, el 10% o el 0,1 de la unidad



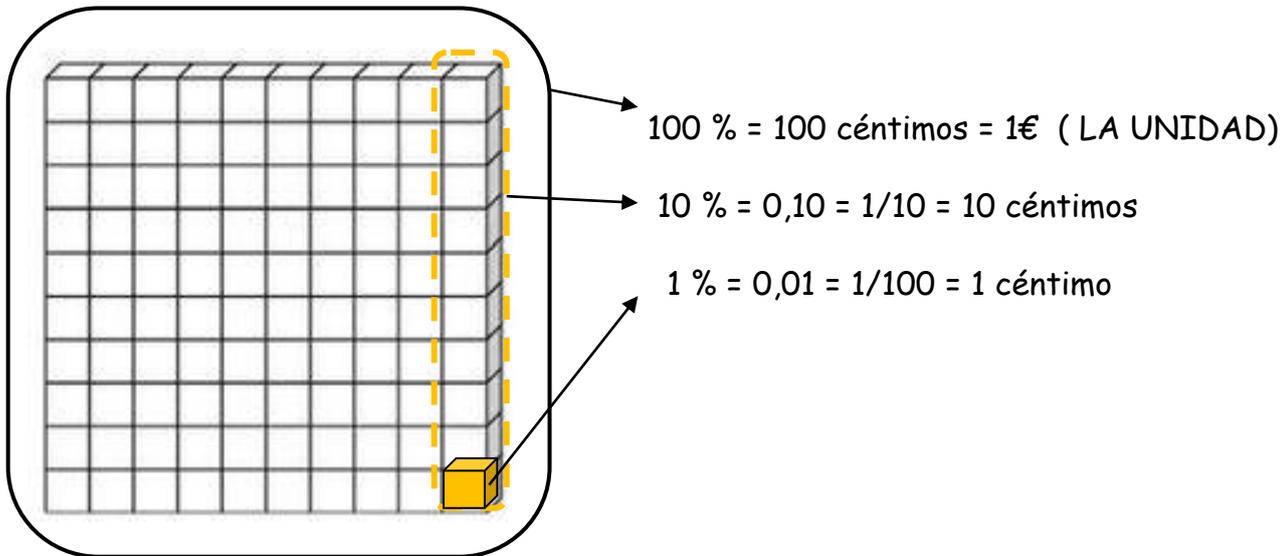
Pensemos que es 1 €

$$10\% + 10\% + 10\% + 10\% + 10\% + 10\% + 10\% + 10\% + 10\% + 10\% = 100\% = 1 \text{ UNIDAD} = 1\text{€}$$

$$0.10 + 0.10 + 0.10 + 0.10 + 0.10 + 0.10 + 0.10 + 0.10 + 0.10 + 0.10 = 100 \text{ céntimos} = 1 \text{ UNIDAD} = 1\text{€}$$

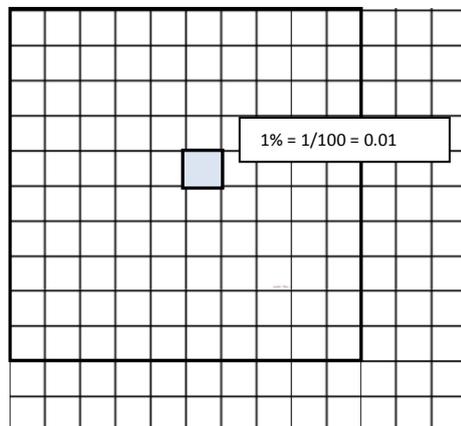
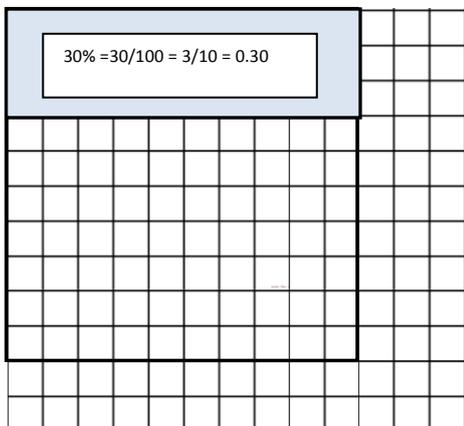
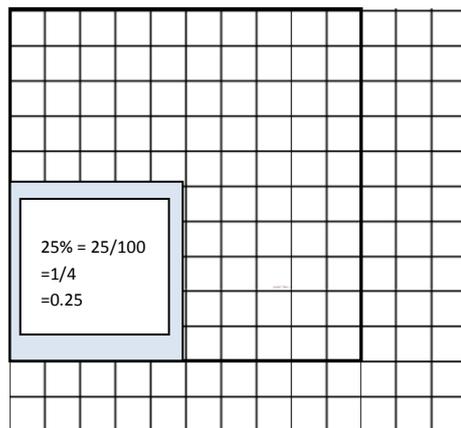
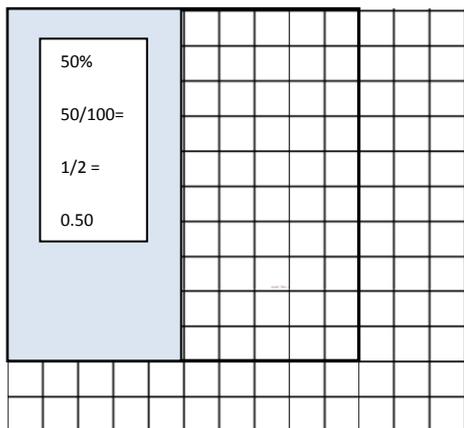
$$1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 + 1/10 = 10/10 = 1 \text{ UNIDAD} = 1\text{€}$$

b) Tomamos como referencia ahora la placa de 100, para trabajar el 100%, el 10% y el 1%



NOTA: Ahora hacer ejercicios tipo "Coge 3 regletas de diez y 2 de uno: ¿Qué porcentaje representa del total?" ¿Cuántas regletas de 10 cogerías para tener el 50%? ¿Y el 30%?

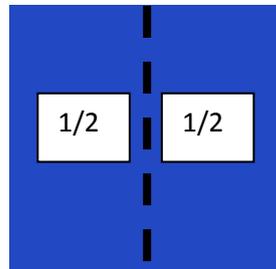
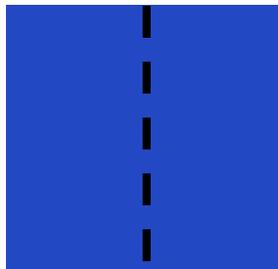
NOTA 2: Hacer ejercicios de la fase gráfica donde se escriba el lenguaje simbólico de las partes. Se puede realizar en hoja centimetrada para favorecer la transferencia.



2) Ejercicios con folios-tiras de color



a) Se coge 1 folio de color oscuro. Se puntea a la mitad y se divide en dos partes.



Cada parte representa **la mitad de la unidad** (1 folio)

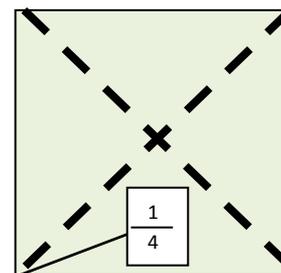
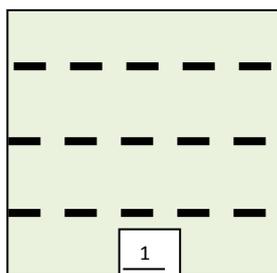
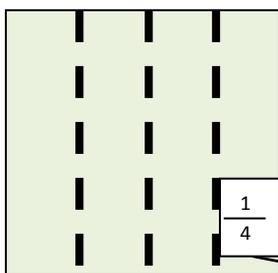
Se representa así:

-El 50% de 1 folio

-1/2 de 1 folio

-El 0,5 de 1 folio

b) Se coge 1 folio de color suave. Se puntea en 4 trozos iguales rectangulares (verticales), otro en 4 trozos cuadrangulares (horizontal) y otro en 4 trozos triangulares. Así los alumnos ven los cuartos de muchas maneras.



Cada una de estas partes representa **un cuarto** de la unidad (1 folio). Se representa así:

- El 25% de un folio.

- 1/4 de un folio.

- El 0,25 de 1 folio.

NOTA: Esta primera actividad se podrá realizar con las fracciones que consideremos. Por ejemplo 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/8..teniendo en cuenta que los "cortes" de los folios serán, en algunos casos algo más difíciles de realizar con exactitud.

NOTA 2: Al superponer un color claro con un oscuro (por ejemplo el folio punteado en 2 y el folio punteado en 4, se puede trabajar el concepto de Fracción Equivalente. Proponer actividad con tiras de colores, para la superposición y la búsqueda de equivalencias.

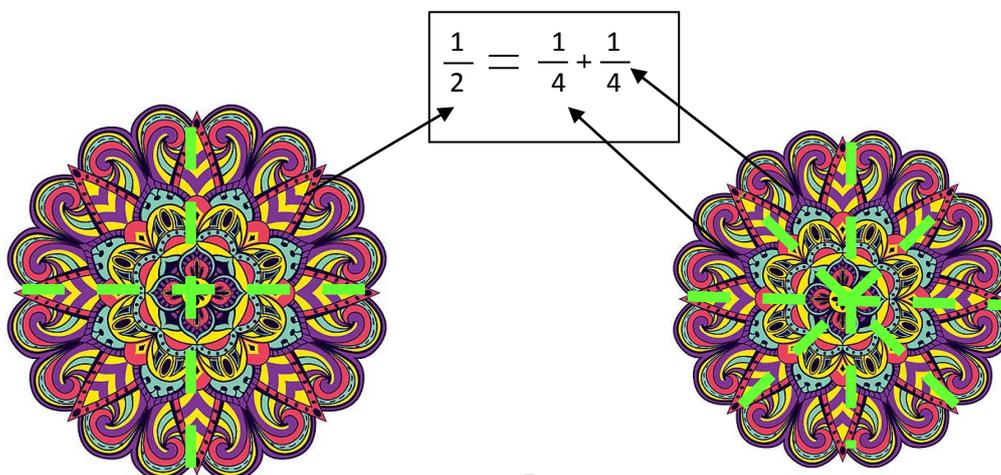
3) Ejercicios con Mandalas

Siguiendo el ejercicio anterior, se puede proponer a los alumnos hacer puzzles con mandalas ya cortadas en fracciones, hacer los cortes ellos...

a) *Puntea estas mandalas y recórtalas para obtener "los cuartos", "los medios", "los octavos".... Escribe por detrás en cada trozo, el lenguaje Fracción-Porcentaje decimal"*



NOTA 2: Al usar dos mandalas iguales con varios cortes proporcionales, se pueden trabajar el concepto de fracción equivalente, buscando "trozos más pequeños que sean igual a un trozo mayor".

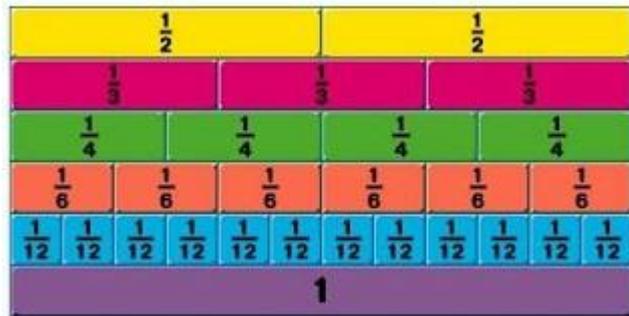


Objetivo 2: Conocer otras FPD importantes

- ✓ Conocer otras cantidades de uso común y su relación FPD
- ✓ Usar diferentes materiales para su conocimiento y comprensión.
- ✓ Seguir comprendiendo la importancia de la UNIDAD en ese conocimiento matemático.

1) Uso de modelos circulares y rectangulares-calculadora

Conoceremos otras fracciones cotidianas, memorizando su relación con el decimal. Algunos modelos pueden ser estos:



OTRAS FRACCIONES INTERESANTES PARA APRENDER

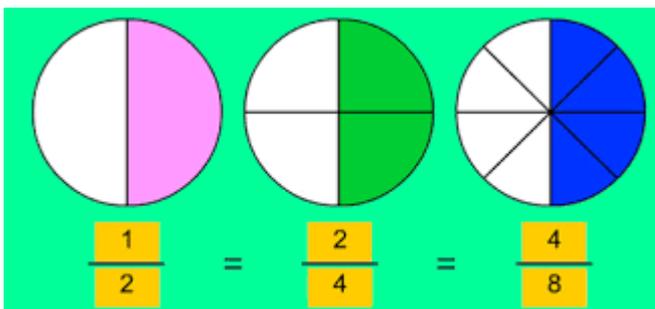
$$1/3 = 33\% = 0.33$$

$$1/5 = 20\% = 0.20$$

$$1/8 = 12.5\% = 0.125$$

NOTA1: La relación con la expresión decimal, la investigaremos con la calculadora. Así $1/5 = 1:5 = 0.20$. Enseñaremos entonces $2/5, 3/5, 2/3...$

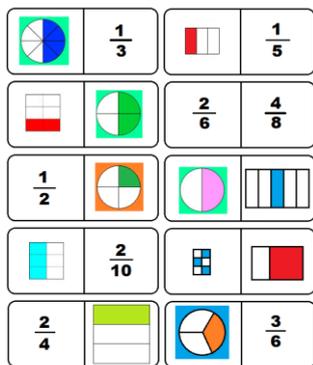
NOTA2: Podemos aprovechar estas sesiones para seguir reforzando el concepto de fracciones equivalentes como se ven en la imagen, tanto en la fase gráfica como manipulativa.



De momento las fracciones trabajadas son: 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/8, 1/10.

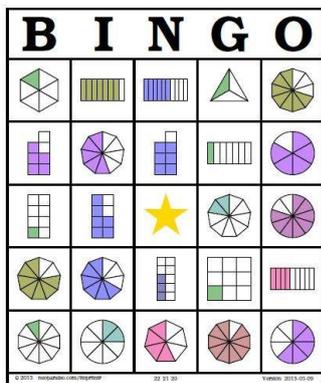
2) Uso de otros materiales manipulativos con carácter motivador

DOMINO DE FRACCIONES



Domino recortable para afianzar fracciones 1/2 ; 1/3 ; 1/5 ; 1/4

BINGO FRACCIONES



CHOCOLATE FRACCIONES



3) Uso de las regletas para reforzar las fracciones básicas y sus relaciones

1 € (UNIDAD)

· 1 parte de las 100 que hay. = $\frac{1}{100}$
 · 1 € = 100 céntimos \Rightarrow \square = 1 céntimo
 · 1 céntimo = 0,01 \Rightarrow 1% (del 100% que es 1€)

$\frac{1}{100} = 0,01 = 1\%$

¿Qué dirías, entonces de esta?

1 €

¿Qué representa en el total?
 ¿Cuánto es? ¿Cómo se expresa?

· $\frac{1}{10}$, "Uno de diez", "Un décimo" \rightarrow

10% 10% 10% 10% 10% 10% 10% 10% 10% 10% = 100%

\hookrightarrow Representa el 10% = 0,10

· $\frac{1}{100}$ \rightarrow

0,10 0,10 0,10 0,10 0,10 0,10 0,10 0,10 0,10 0,10

\hookrightarrow Representa -Vale el 0,10 del total.
10 céntimos

$\frac{1}{10} = 10\% = 0,10$

"Un décimo" \swarrow \searrow 10 céntimos ("cero Diez")
 "Diez por ciento" (·%)

UNIDAD = 1€ . "Referencias importantes"

$50\% = \frac{1}{2} = 0,50$ "LA MITAD"

$5\% = \frac{1}{20} = 0,05$ "5 céntimos"

$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$ "1 céntimo"

$10\% = \frac{1}{10} = 0,10$ "10 céntimos"

$25\% = \frac{1}{4} = 0,25$ "Mitad de la mitad"

UNIDAD = 1€

$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$ (20c) (5c)

$\frac{1}{2} = 0,50 = 50\%$ (50c)

$\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$ (50c) (20c) (5c)

$\frac{4}{4} = 1,00 = 100\%$ (1€)

UNIDAD = 1€

$\frac{1}{5} = 0,20 = 20\%$

$\frac{2}{5} = 0,40 = 40\%$

$\frac{3}{5} = 0,60 = 60\%$

$\frac{4}{5} = 0,80 = 80\%$

$\frac{5}{5} = 1,00 = 100\%$ (1€)

$\frac{1}{2} = 0,50 = 50\%$

$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

$\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$

$\frac{1}{5} = 0,20 = 20\%$

$\frac{1}{10} = 0,10 = 10\%$

$\frac{1}{3} = 0,33 = 33\%$

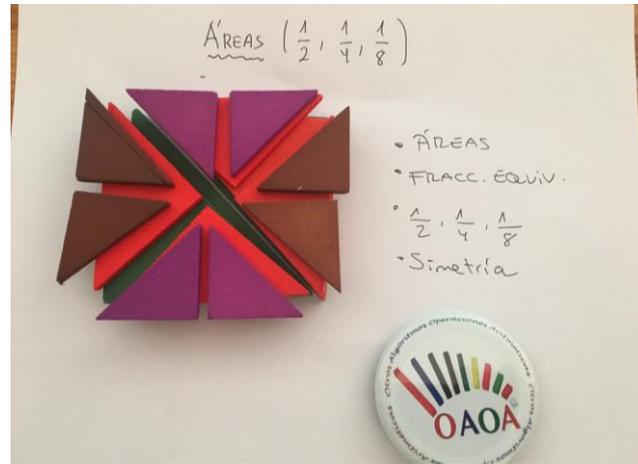
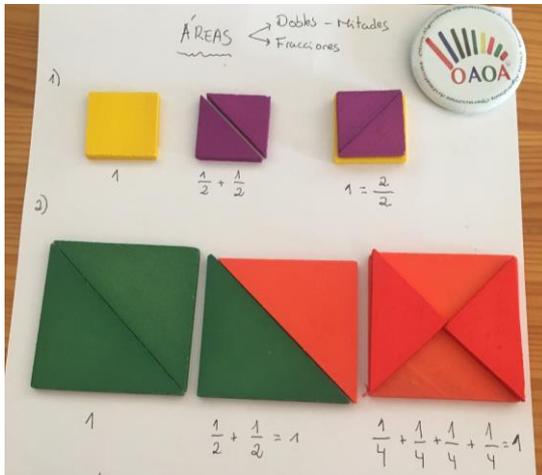
$\frac{1}{6} = 0,16 = 16\%$

NOTA: Propondremos actividades donde cambiemos la unidad de referencia para que no sea siempre 1.

Ejemplo: Si el 50% de 1€ es 0.50 ¿Cuál será el 50% de 2€? ¿Y de 5€? ¿Y el 25% de 4€? ¿Y el 10% de 100? ¿Y el 10% de 1? ¿Qué relaciones observas entre el decimal, el% y los ceros.

4) Uso del Tangram y el Geoplano para comprender el concepto de fracción

Se recomienda usar las piezas de 2 Tangram para tener más opciones.



Objetivo 3: Aplicación de las FPD en el sistema monetario y en la resolución de problemas

- ✓ Conocer la relación FPD dentro del sistema monetario del euro.
- ✓ Conocer otras cantidades FPD para la resolución de problemas con divisiones de dinero.
- ✓ Aplicar la aplicación de los % en la resolución de problemas, tanto en descuentos (restar) como en los aumentos (sumar).

1) Conocer las FPD a través del sistema monetario.

Usaremos inicialmente las monedas solamente. Formamos en la clase los siguiente grupos:

- 1 pareja, 1 trío, 1 cuarteto, 1 quinteto.
- A cada equipo le damos 1 € y una caja con monedas variadas.
- Le invitamos a que se repartan por igual ese € (dividir = repartir en partes iguales)
- La pareja que terminará antes, puede ir a los otros grupos a dar ideas.
- Tras la investigación/descubrimiento, se plantean preguntas de este estilo:
 - ¿Qué personas y de qué grupo obtendrán más dinero? ¿Y menos? ¿Por qué?
 - ¿Qué relación guarda el todo (1€) con las partes (las personas)?
 - ¿Qué pasaría si repartiéramos 2€? ¿Cuánto tocaría? ¿Y 10?
- Un reto superior sería: un grupo de 3 con 4 €, un grupo de 4 con 5 €, un grupo de 5 con 10€: ¿Qué pasará ahora?
- Estas reflexiones y relaciones se van comprobando con la calculadora. Al final obtendremos las siguiente relaciones respecto a 1€:

$$\frac{1}{2} = \boxed{0.50c} \quad \frac{1}{3} = \boxed{0.33c} \quad \frac{1}{4} = \boxed{0.25c} \quad \frac{1}{5} = \boxed{0.20c}$$

- Con la calculadora, y con el objetivo de desarrollar el cálculo mental en las divisiones, nos aprenderemos el resto de las fracciones y su expresión decimal, respecto a la unidad 1:

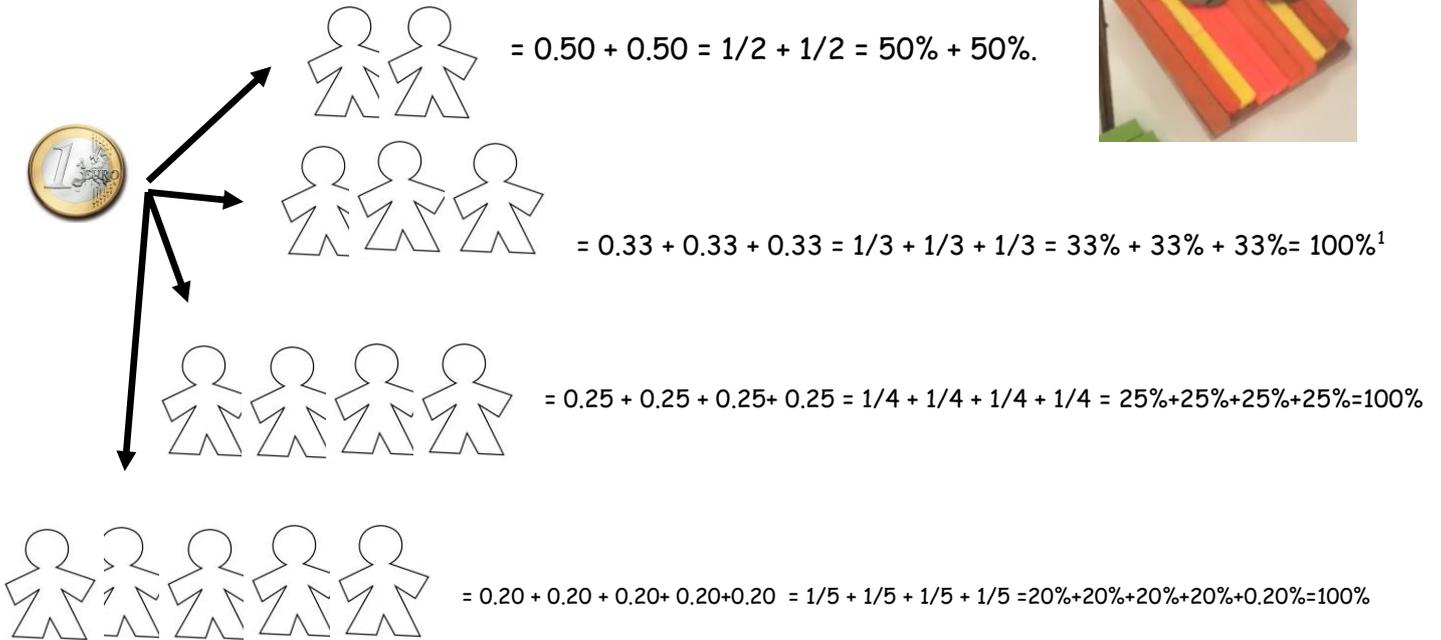
$$\frac{1}{6} = \boxed{0.16c} \quad \frac{1}{7} = \boxed{0.14c} \quad \frac{1}{9} = \boxed{0.11c}$$

- El alumno se irá memorizando esta relación. Además, jugaremos con este tipo de planteamientos: "Si 1/5 es 0.20, ¿Cuánto serán 3/5?" "Si 1/7 es 0.14, ¿Cuánto serán 2/7?"

Nota: Entendemos que el alumno es capaz de resolver mentalmente esas multiplicaciones.

- Reforzaremos este aprendizaje (siempre inicialmente manipulativo), con algunas fichas de carácter gráfico y simbólico.

Ejemplo 1



Ejemplo 2: Operaciones sencillas que contextualizaremos en problemas

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \boxed{0.50 + 0.40 = 0.90}$

Ejemplo 3: Operaciones combinando fracciones, porcentajes y decimales para el cálculo mental.

a) $\left\{ 25\% \text{ de } 1\text{€} + \frac{2}{5} + (3 \cdot 0.10) + \frac{3}{4} \right\}$

Objetivo 4: Aplicación de las FPD en las unidades de medida y en la resolución de problemas

- ✓ Conocer la relación FPD dentro de las unidades de medida y su aplicación en la resolución de problemas.

¹ En el caso de las FPD en las que obtenemos este tipo de decimales, analizaremos los resultados en las calculadoras con los alumnos en gran grupo, explicando que, en algunos casos, utilizaremos sólo los dos primeros decimales y, por eso, esa diferencia en el decimal y porcentaje final. Recordamos que el objetivo es la estimación, la aproximación y el cálculo mental en la resolución de problemas.

✓ Detectar las unidades de medidas cotidianas y de qué manera son expresadas generalmente cada una de ellas.

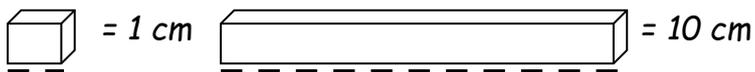
1) FPD dentro de las unidades de longitud y superficie

Realizaremos muchas sesiones manipulativas y vivenciales para entender cada uno de los conceptos, las ideas y, además tener referencias claras con cada una de ellas.

a) *Sesiones con instrumentos formales para medir: regla, cintas métricas, metro de carpintero, tacómetro. Objetivo: tomar conciencia del metro y el m² y otras unidades como el centímetro. Se hará 1m² en el suelo para trabajar sus partes (vértice, diagonales, lados, centro..), se medirán espacios aproximando inicialmente las distancias...*



b) *Sesiones con regletas para medir objetos del aula, perímetros, distancias entre objetos...*



Quedan aprendidas e interiorizadas las siguientes equivalencias y medidas de referencia:

1 metro = 100 cm 1/2metro=0.50m= 50cm 1/4metro= 0.25m =25cm 1m²= 1 x 1 m de lado

c) Realizar situaciones problemas donde se apliquen parte o todos los conocimientos:

-Corte y confección: Se proponen ciertas telas, con ciertos precios.

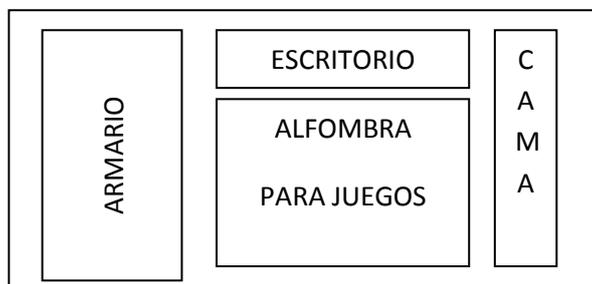
- Realizar un disfraz para cada uno con ciertas medidas de ciertas telas y calcular su precio por los materiales.

- Realizar un disfraz para grupo de personas donde se aplique descuento por volumen de metros comprados ¿Qué opción sería la mejor? ¿Qué tela? ¿Cuántos metros?

Nota: Presentar unidades como 1/2 tela, 0.25 metros, 4€/metro, 75 cm...

-Diseño de interiores: Se propone amueblar una habitación, decorar una pared...

- En el patio, marcar en el suelo un espacio de real de m² y proponer una distribución funcional de los muebles. Proponer medidas coherentes. Tener en cuenta el espacio entre ellos. Podemos iniciarnos aquí con el plano y la escala. Usar instrumentos de medida con exactitud².Aprovechar los materiales de psicomotricidad para modelizar y recrear ese espacio, medir y valorar opciones.



- Decorar las paredes de tu cuarto. ¿Cuántos m² pueden medir? ¿Qué propondrías para decorar una de ellas? (Por ejemplo: 3 de color blanca y la otra el 50% para un dibujo, el 25% para un tablón y el 1/4 restante para un poster). Problemas tipo (El bote de pintura de 1 litro sale 4€. Cada m² gasta el 10% del bote. ¿Cuánto sale pintar las 3 paredes? Hacer un presupuesto para la pared decorada.

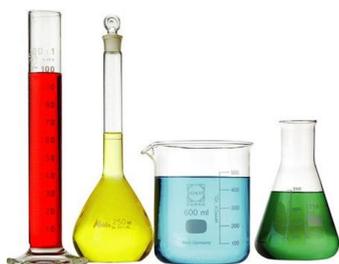
² Al medir con exactitud, observamos que los milímetros deben considerarse; pues un mueble quizás no quepa por 4 mm o 1 cm. Aprovecharemos para estudiar la relación entre el centímetro y el milímetro, que con las subdivisiones de una regla estándar se aprecian muy bien. Reflexionaremos sobre la exactitud en los cálculos (la cinta métrica es a la medida lo que la calculadora a la aritmética). En ningún caso, se propondrán actividades de conversión de medidas descontextualizadas (2 m 3 cm = ____mm)

Nota: en todas estas propuestas ir consolidando las relaciones FPD y su aplicación con el metro y el m². Se presentan cantidad como 1.5 metros, 0.75metros, 75 cm, 1/4 de metro, el 25% de descuento, 1.20 m. Se relaciona también con el sistema monetario.

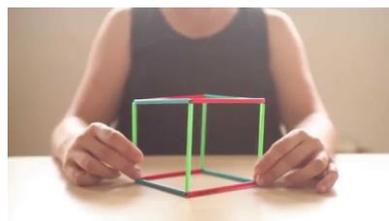
2) FPD dentro de las unidades de volumen y capacidad

Realizaremos muchas sesiones manipulativas y vivenciales para entender cada uno de las conceptos, las ideas y, además tener referencias claras con cada una de ellas.

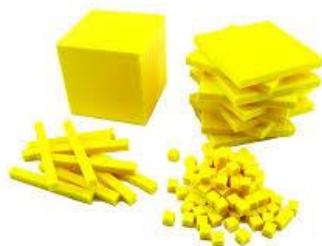
a) *Sesiones con instrumentos formales para medir: medidores, Cubo Bafi, regletas...*
 Objetivo: tomar conciencia de la relación entre volumen y capacidad y las unidades cotidianas: el litro, el cl, el cm³ y el m³. Trabajar tipo taller-investigación-descubrimiento.



1m³= 1000 Litros



1 dm³= 1litro



1 cm³= 1ml



1000 cm³= 1000 ml = 1l



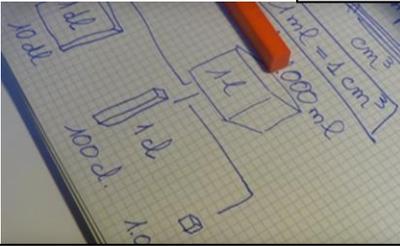
Desarrollo plano de cm³



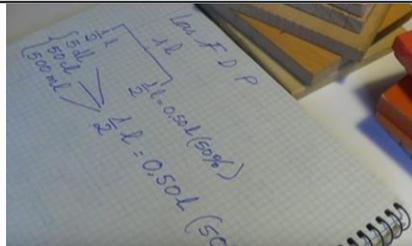
Desarrollo plano volumen-capacidad con regletas



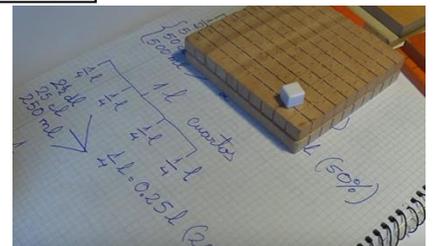
1 cl--> Necesito 100 para 1 litro --> 1/100= 0.01 L



Relación con 1 litro



Relación con 1/2 litro



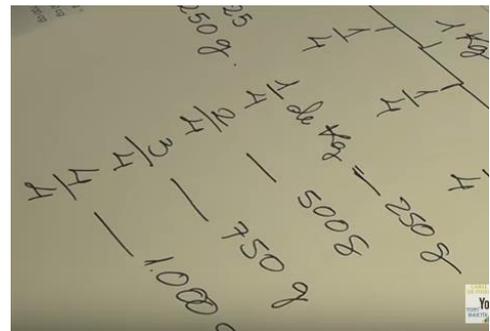
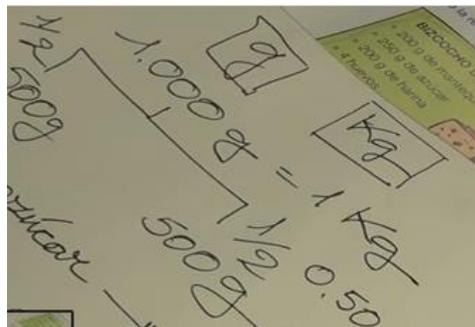
Relación con 1/4 litro

3) FPD dentro de las unidades de peso

Realizaremos muchas sesiones manipulativas y vivenciales para entender cada uno de los conceptos, las ideas y, además tener referencias claras con cada una de ellas.

Trabajaremos únicamente el peso y el gramo y sus relaciones con las FPD.

a) *Sesiones con instrumentos formales para pesar: balanzas, básculas...Objetivo es tener referencias claras del Gramo y del Kg para luego poder hacer aproximaciones al peso de las cosas cotidianas del entorno inmediato.*



- Plantearemos problemas con objetos de la vida cotidiana para luego, a partir de estos pesajes, tener referencias para futuras estimaciones de peso.

Cuadro resumen FPD-Unidad de Medida

Longitud: metro, centímetro y Kilómetro³

Superficie: cm² y m²

Capacidad y volumen: litro, cl, ml, cm³ y m³

Peso: Kilogramos y gramos.

Nota: como se ha visto, todas ellas expresadas en forma de fracción, porcentaje y decimal.

1/2 metro, 1/4 kilo, 0.75m, 1.25 gramos, 2cm³, 0.10 m...

Objetivo 5: Aplicación del dominio de las FPD en la resolución de problemas de %

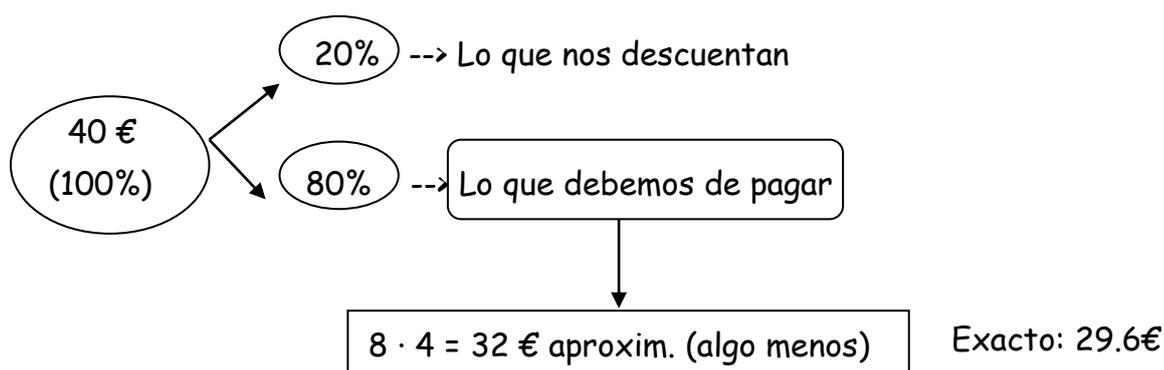
El uso de la calculadora posibilita de forma inmediata el cálculo exacto. Abordaremos este apartado teniendo en cuenta como objetivo la aproximación al resultado. El cálculo exacto será únicamente un buen formato para el desarrollo del cálculo mental.

Con todas las actividades anteriores, creemos que los alumnos ya conocen el significado del porcentaje, de la fracción, del decimal. A partir de aquí planteamos un enunciado clásico de un problema y enunciamos las opciones:

"Una camisa cuesta 37 €. Si la rebajan un 20 %. ¿Cuánto pagaremos por ella?"

1) 1er objetivo: la aproximación inmediata a través del cálculo mental

37 € aprox --> 40 €.



³ El Kilómetro únicamente para conocer que se usa para distancias largas. Autopista, distancia entre pueblos...

2) 2º objetivo: manejo eficaz de la calculadora

"Una camisa cuesta 37 €. Si la rebajan un 20 %. ¿Cuánto pagaremos por ella?"



Paso 1: Teclear 37

Paso 2: Teclear -

Paso 3: Teclear 20%

Paso 4: Teclear =

Paso 5: Resultado (29.6€)

3) 3er objetivo: desarrollo del cálculo mental (referencias del 1%, 5%, 10% y 50%)

"Una camisa cuesta 37 €. Si la rebajan un 20 %. ¿Cuánto pagaremos por ella?"

Paso 1: calculamos el 10% de 37 = 3.7

Paso 2: Multiplicamos x 2 para calcular el 20% = 3.7 + 3.7 = 6.4

Paso 3: Restar 37€ - 6.4 = 29.6

NOTA: El conocimiento de estos últimos porcentajes permiten calcular con exactitud el resultado, pero sólo será un pretexto para el entrenamiento del cálculo mental.

Se dedicará mucho tiempo a la comprensión del significado de la FPD y su aproximación en la resolución de problemas.

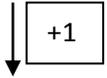
NOTA 2: Para los problemas de aumento, se procederá igual pero añadiendo (+).

Objetivo 6: Aplicación del dominio de las FPD en la resolución de problema con divisiones

Conseguir el resultado exacto de las divisiones cotidianas puede ser muy fácil. Basta con redondear la cantidad a dividir, teniendo en cuenta que sea un múltiplo del divisor y luego quitar o añadir la parte proporcional añadida o quitada.

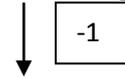
Ejemplo

19 € : 5 amigos



$$20 : 5 \rightarrow 4 - 1/5 = 4 - 0.20 = 3.80 \text{ € c/uno}$$

28 € : 9 amigos



$$27 : 9 \rightarrow 3 + 0.11 = 3.11 \text{ € c /uno}$$