HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS: LOS CUADRADOS MÁGICOS

Jesús Beato Sirvent
IES Bahía de Cádiz
Departamento de Matemáticas
Universidad de Cádiz
jesus.beato@uca.es

1. Introducción.

Empezaremos haciendo una breve descripción de la historia de los cuadrados mágicos, situándolos en relación con otras culturas y mostrando su conexión con otras ramas del saber. Esta descripción nos servirá para apreciar que el interés por los cuadrados mágicos ha estado presente en la Historia desde tiempos muy remotos y que grandes matemáticos y personajes históricos se han interesado por ellos. Dignos de interés serán especialmente el cuadrado mágico de la obra *Melancolía* de A. Durero, el cuadrado semimágico de L. Euler o el sorprendente cuadrado mágico de B. Franklin. Presentaremos también los cuadrados greco-latinos.

En las dos últimas secciones expondremos los métodos más conocidos de construcción de cuadrados mágicos normales, distinguiendo si el orden es par o impar, ya que no se conocen métodos generales de construcción de cuadrados mágicos. Para los de orden impar trataremos el método de la escalera o método siamés, el método de la pirámide, el método del caballo de ajedrez y el método de Lozananza. En el caso de orden par, los métodos tienen más restricciones. Presentaremos el método de la diagonal (válido para órdenes múltiplo de 4), el método de Ralph Strachey (válidos para órdenes pares no múltiplos de 4), el método LUX (válido para n par, $n \geq 4m; m \geq 1$).

2. Antecedentes históricos.

Desde muy antiguo se han considerado los números como un medio de reconocer el orden y la simetría con el fin de explicar el funcionamiento del Universo. Muchas culturas y religiones han dado a los números un significado simbólico. Con frecuencia, el número ha sido considerado como un reflejo del orden cósmico o una forma de representar la armonía del Universo. Por esta razón, los cultos, los mitos, el simbolismo religioso y la magia se han apropiado de los números, identificándose con ellos.

Hay algunas razones para sospechar que parte de la geometría de Pitágoras, como la originalidad de su tratado numérico, proviene de fuentes chinas muy antiguas. Para los chinos, los números están representados por círculos, puntos o líneas. Cada número contenía el secreto de algún objeto: fuego, aire, cielo, tierra,… En su escritura los números se representan por medio de círculos o puntos. Los círculos blancos representan los números impares o machos; los negros, los números pares o hembras. Esta clasificación de los números en machos y hembras se debe a la preocupación de los hombres por la fecundidad de los rebaños, la fertilidad de los campos y la agrupación patriarcal de la

familia. Todo esto, como veremos, se encuentra reflejado en el cuadrado mágico Lo-Shu.

Los chinos, amantes de la estética y la simetría de las formas, hicieron proliferar el culto a los números mágicos, que alcanzaron una gran popularidad en el mundo antiguo. Al parecer, fueron ellos los primeros en descubrir los cuadrados mágicos y sus propiedades.

Los cuadrados mágicos están conectados con lo sobrenatural y el mundo mágico desde tiempos muy antiguos. Cuadrados mágicos encontrados en excavaciones arqueológicas realizadas en las antiguas ciudades asiáticas avalan esta afirmación. El cuadrado mágico más antiguo aparece en I-King, en China, no se sabe ciertamente la fecha, aunque probablemente fuera escrito en el siglo XII a.C. Tradicionalmente se ha venido llamando Lo-Shu. La leyenda cuenta que dicha figura fue revelada al hombre por primera vez en el caparazón de una tortuga que emergió de las aguas del río Lo, en tiempos del emperador Yü (2 200 a.C.) Dicho cuadrado, al que se desde el primer momento se atribuyeron significados religiosos, es usado todavía hoy en día como amuleto de buena suerte. Este cuadrado estaba formado con nudos de cuerdas. Los nudos negros eran números pares y los blancos impares y es un cuadrado mágico normal de orden 3.

Los chinos atribuyeron a sus propiedades un significado mágico. Los números pares representan el principio femenino del ying. Los números impares, el masculino del yang. En el centro se encuentra el número 5, que pertenece a las dos diagonales y a la columna y fila centrales y representa La Tierra. A su alrededor estarían lo que para los chinos eran los cuatro elementos principales del universo: Metales (4 y 9); fuego (2 y 7); agua (1 y 6) y madera (3 y 8).

El cuadrado mágico Lo-Shu es:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Este cuadrado mágico, grabado en metales preciosos, se sigue utilizando en China como protección contra los malos espíritus.

De China los cuadrados mágicos pasaron a Japón y a India, donde los cuadrados mágicos más antiguos están fechados en el siglo XI. Sin embargo, tuvieron que aparecer con anterioridad, ya que vía India, fueron hacia Arabia y los trabajos de Thäbit Ibn Kurra (829-890 d.C.) los fechan en el siglo IX.

A la vez que los cuadrados mágicos se extendieron hacia el Oeste, fueron asociados con la astrología y la alquimia. Aparecieron también en escrituras cabalísticas en hebreo donde el cuadrado Lo-Shu representa el nombre prohibido de Dios, ya que los números alfabéticos hebreos que representan al número 15 (constante mágica del cuadrado) son Yôdh y he, las primeras dos letras de Yahwed. Los cuadrados mágicos normales de orden 3 al 9 están asociados con los 7 cuerpos celestes astrales. Las celdillas de este cuadrado de orden 3 están también asociadas con los metales; en ellas está el secreto de convertir en oro todos los metales, el sueño de los alquimistas.

En la magia árabe encontramos la expresión El djadwal, que significa cuadrado o plano, designando figuras a menudo cuadrangulares, divididas en casillas; en cada casilla hay una cifra que corresponde al valor numérico de las letras del alfabeto árabe. Generalmente, el djadwal está rodeado de palabras del Corán. Un djawal muy interesante es un cuadrado de orden 7 que contiene en cada fila:

1º El sello de Salomón.
2º Las siete consonantes que no aparecen en la primera sura del Corán.
3º Siete nombres de Dios.
4º Los nombres de siete espíritus.
5º Los nombres de siete reyes.
6º Los nombres de los siete días de la semana.
7º Los nombres de los planetas.

Este djadwal era un encantamiento que debía escribirse sobre un papel que después se trituraba o se diluía en agua que luego se bebía.

La primera prueba de que en Europa se estudiaban los cuadrados mágicos es del siglo XV. Cornelio Agrippa (1486-1535) construye cuadrados mágicos de órdenes 3,4,5,6,7,8 y 9, atribuyéndoles un significado astronómico, ya que dichos cuadrados representarían los siete planetas entonces conocidos.

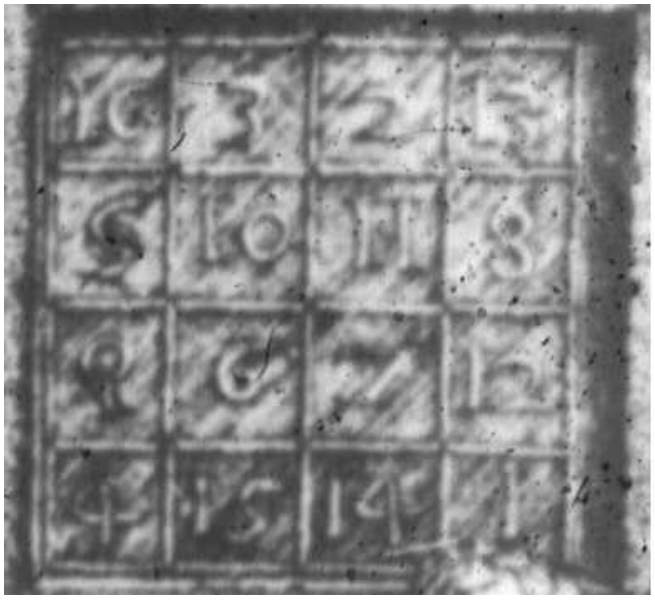
Emmanuel Moschopulus (siglo XV) escribió un tratado sobre la teoría de los cuadrados normales de orden impar, muchos de los cuales fueron incluidos en una colección de teoremas publicados en 1705 por Philippe de la Hire que también editó los trabajos recogidos de Bernard Frénicle, que incluían un estudio matemático de los cuadrados mágicos. Todos estos trabajos descubrían métodos de construcción. Algunas veces la información era obtenida directamente del Este por los viajeros. Uno de los mensajeros enviados por el rey Luis XIV de Francia a Siam volvió con detalles sobre los métodos de construcción de los cuadrados mágicos normales que había adquirido de los chinos viviendo en la capital. Cardano escribió sobre el significado astrológico y las propiedades matemáticas de los cuadrados mágicos en su Practica Aritmética de 1539. Siglo y medio después estuvieron en boga en toda Europa y aparecieron algunos trabajos en los que figuraban prominentemente.

En lo siglos XVI y XVII creían que un cuadrado mágico grabado sobre una chapa de plata tenía poderes contra la peste. Hoy en día se siguen utilizando como amuletos tallados en hueso o madera en algunas zonas de Oriente. La creencia supersticiosa en sus propiedades aún persiste. Cuentan que no hace muchos años, en la guerra de Camboya, las mujeres camboyanas dibujaban cuadrados mágicos en sus pañuelos, convencidas de que así se protegían de las bombas.

a. La Melancolía de Durero.

Las Matemáticas vivieron en el Renacimiento un momento de gran esplendor íntimamente relacionadas con otras manifestaciones artísticas y culturales. El pintor alemán Albrecht Durero (1471-1528), pone de relieve en su obra la relación entre el arte y las matemáticas, especialmente en el famoso cuadro de 1514, titulado *Melaconlía*. Es un cuadro cargado de simbolismo matemático. En la esquina superior derecha del cuadro aparece un cuadrado mágico de orden 4.

En esta época a los cuadrados mágicos se les atribuían ciertas propiedades curativas. Los astrólogos los recomendaban como amuletos para ahuyentar la melancolía. Quizás Durero encontró en ello un pretexto para incluir el cuadrado mágico en su grabado y titularlo de dicha forma. Este cuadrado mágico puede considerarse como el primero que aparece en Occidente. Pacioli (1445-1514) había tratado de tales cuadrados en un manuscrito inédito titulado *De viribus quantitatis*. Este es el cuadrado mágico de orden 4 que aparece en el cuadro de Durero:



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Se trata de un cuadrado mágico de constante mágica 34. Además, es rico en propiedades matemáticas:

1) La suma de los números de las cuatro esquinas es la constante mágica 34.
2) La suma de los números que forman parte de cada uno de los cuatro cuadrantes del cuadrado es también 34.
3) La suma de las cuatro casillas centrales es 34.
4) También suman 34 los números: 2, 3, 14, 15 y 5, 8, 9, 12 situados en casillas simétricas.
5) En la línea inferior encontramos los números 15 y 14 en casillas contiguas. Es la fecha de realización del cuado.
6) Si reemplazamos cada número del cuadrado por el cuadrado de dicho número, obtenemos el siguiente cuadrado:

256	9	4	169
25	100	121	64
81	36	49	144
16	225	196	1

No es un cuadrado mágico pero tiene las siguientes propiedades:

1) La primera y la última columna tiene la misma suma: 378. También tienen la misma suma las columnas 2ª y 3ª: 470.
2) La primera y la última fila tienen la misma suma: 438. Lo mismo ocurre con la 2ª y 3ª fila, cuya suma es: 370.
3) La suma de los números de las casillas que forman parte de las dos primeras filas o las dos primeras columnas, tienen la misma suma que los de la otra mitad, y esta suma es igual a la suma de los 8 números que forman parte de las diagonales: 748.

b. Un cuadrado semimágico de Euler.

Un interesante acontecimiento fue la asociación de los cuadrados mágicos con el juego de las *fichas* (ajedrez) que había venido a Europa del lejano Este durante las incursiones árabes en España en el siglo VIII. El método antiguo del juego se diferencia significativamente de los de la actualidad y hasta el siglo XVI no apareció el juego moderno; el último cambio fue la introducción del *enrocamiento*. No se sabe quién investigó primero la relación entre el cuadrado normal de orden 8 y los movimientos de un caballo en un tablero de ajedrez. Leonhard Euler, matemático suizo del siglo XVIII, publicó un cuadrado semimágico en el cual todas las filas y todas las columnas sumaban 260 (no es mágico porque las diagonales no suman 260). Además, en dicho cuadrado podemos ver que cada fila y cada columna de los cuadrados de orden 4 que se forman suman 130, y donde un caballo puede recorrer todo el tablero, ocupando cada celdilla sólo una vez, siguiendo el orden natural de los números. Este es el cuadrado creado por Euler:

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

c. El cuadrado Sator.

En los cuadrados mágicos de letras, éstas están dispuestas de manera que forman palabras cuando son leídas por filas, columnas o diagonales. Un cuadrado semimágico muy conocido en el año 79 del siglo XX, que fue encontrado en una de las ruinas de la ciudad de Pompeya, es el llamado cuadrado Sator.

El cuadrado, descrito por Plinio, está constituido por cinco letras dispuestas en cinco líneas, de tal forma que pueden leerse de izquierda a derecha o de derecha a izquierda y, verticalmente, de arriba abajo o de abajo arriba sin que el orden, la naturaleza de las palabras o el sentido sean modificados. Se trata del cuadrado:

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

Es posible que este cuadrado sea de origen celta. En Roma, durante la Edad Media, era grabado en muchos utensilios y encima de muchas puertas, puesto que se creía que protegía de los malos espíritus.

d. Los cuadrados greco-latinos.

En los últimos años de su vida, Euler escribió una memoria: *Recherches sur une nouvelle espèce de carrès magiques*, que trata sobre unos cuadrados mágicos hoy llamados cuadrados latinos, debido a que Euler tenía la costumbre de escribir en sus casillas letras latinas minúsculas. Así, un cuadrado latino de orden 4 podría responder a esta estructura:

a	b	c	d
b	a	d	c
c	d	a	b
d	c	b	a

Cada letra figura solamente una vez en cada una de sus filas y columnas. Si dos cuadrados latinos pueden superponerse de forma que cada símbolo que aparece en una casilla no vuelve a estar en otra, diremos que los cuadrados son ortogonales y el cuadrado resultante es un cuadrado greco-latino. Si al cuadrado anterior, le superponemos el siguiente cuadrado, también latino:

x	y	z	v
z	v	x	y
v	z	y	x
y	x	v	z

Obtendremos el siguiente cuadrado greco-latino:

ax	by	cz	dv
bz	av	dx	cy
cv	dz	ay	bx
dy	cx	bv	az

Un cuadrado greco-latino de orden cuarto soluciona un famoso solitario del siglo XVIII: "*De una baraja española se separan los cuatro ases, reyes, caballos y sotas de los cuatro palos. Se trata de disponer todas estas cartas en una cuadro de forma que no haya ningún as, rey, caballo y sota de un mismo palo dos veces en una misma fila o columna*".

Ao	Rc	Ce	Sb
Re	Ab	So	Cc
Cb	Se	Ac	Ro
Sc	Co	Rb	Ae

En los tiempos de Euler, se conocían cuadrados greco-latinos de orden 3,4 y 5. No existen cuadrados greco-latinos de orden 2 y existía la duda de poder encontrar cuadrados greco-latinos de orden 6 o superior. Euler conjeturó que no existirían cuadrados greco-latinos de orden $n = 4k + 2; k \geq 1$. En 1901, el matemático francés Gaston Tary demostró la validez de la conjetura de Euler para un cuadrado greco-latino de orden 6. A finales de la década de los 50, gracias a los avances de las máquinas calculadoras, Parker, Bose y Shrikhande descubrieron cuadrados mágicos de órdenes 10, 14, 18 y 22, invalidando la conjetura de Euler.

Más tarde, el famoso estadístico Fisher fue el primero en poner de manifiesto la utilidad de los cuadrados greco-latinos en el diseño de experimentos en campos muy variados: agricultura, medicina, biología, sociología, etc. El cuadrado greco-latino no es más que un diagrama del experimento, donde sus filas, columnas y letras o números representan las variables del experimeto.

e. El cuadrado mágico de Benjamin Franklin.

Benjamin Franklin fue un personaje muy polifacético: científico, estadísta, filósofo, músico, economista,….Fue autor del siguiente cuadrado mágico normal de orden 8:

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

Este cuadrado posee las siguientes regularidades numéricas:

- La suma de todos los números que forman parte de la mitad de una fila es la misma: 130, la mitad de la constante mágica del cuadrado, que es 260.
- La suma de todos los números que forman parte de la mitad de una columna también es 130.
- La suma de cualesquiera que sean los cuatro números equidistantes del centro es 130. (las cuatro esquinas, los cuatro números centrales, …)

3. Métodos de construcción de cuadrados mágicos normales de orden impar.

a. Método de la escalera o método siamés.

Fue inventado por La Loubère, un diplomático francés que fue enviado como embajador del rey francés Luis XIV a Siam. A su vuelta, escribió un libro titulado *El reino de Siam*, que describía las costumbres y la vida de los habitantes de aquel territorio. Incluía en su final una sección llamada *El problema de los cuadrados mágicos según los indios*, donde se describe este método.

1) Se coloca el número 1 en la casilla central de la fila superior del cuadrado. El siguiente número es colocado diagonalmente hacia arriba, en la siguiente casilla. Si al realizar dicha operación el número queda fuera del cuadrado, suponemos que dicho número se encuentra en cuadrado imaginario que, superponiéndolo a nuestro cuadrado, nos da la posición que ha de tener dicho número.
2) Cuando una casilla está ocupada, el número que debía ir en dicha casilla se coloca en la casilla inferior del último número escrito.

Vamos a construir un cuadrado mágico normal de orden 5 siguiendo este método. La colocación de los números sigue el orden natural. Los números en color rojo fuera del cuadrado, son los situados en cuadrados imaginarios que hemos de superponer a nuestro cuadrado.

	18	25	2	9	16
17	24	1	8	15	17
23	5	7	14	16	23
4	6	13	20	22	4
10	12	19	21	3	10
11	18	25	2	9	

b. Método de la pirámide.

Fue ideado en el siglo XVII por el matemático francés Bachet. Ilustramos el método con la construcción de un cuadrado mágico normal de orden 5.

1) Se colocan los números de forman secuencial a lo largo de las casillas diagonales como se muestra a continuación:

				5				
			4		10			
		3		9		15		
	2		8		14		20	
1		7		13		19		25
	6		12		18		24	
		11		17		23		
			16		22			
				21				

2) Los números que quedan fuera del cuadrado, los meteremos dentro del mismo como si estuvieran en cuadrado imaginarios que superpondremos al cuadrado que queremos construir.

3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

c. Método del caballo de ajedrez.

1) Colocamos el número 1 en una casilla cualquiera.
2) Continuamos colocando los siguientes números siguiendo los movimientos de un caballo de ajedrez. De todos los movimientos posibles del caballo, siempre haremos el movimiento 2 casillas arriba y 1 casilla a la derecha.
3) Si uno de estos movimientos saca el número del cuadrado por la parte superior, se coloca en el cuadrado como si estuviese en un cuadrado imaginario que se superpone al que queremos construir.
4) Si la casilla en la que se ha de colocar el número ya está ocupada, se escribe el número debajo del último que se haya escrito.

	6	14	22	10	18
		20	3	16	24
5	13	21	9	17	5
6	19	2	15	23	11
12	25	8	16	4	12
18	1	14	22	10	
24	7	20	3	11	

d. Método de Lozananza.

Fue descrito con esta denominación por J. H. Conway. Por ejemplo, para construir un cuadrado mágico de orden 5, haríamos:

1) Se colocan los números impares en una figura de diamante en la parte central del cuadrado, siguiendo las diagonales marcadas:

		5		
	3	9	15	
1	7	13	19	25
	11	17	23	
		21		

2) Los números pares se van añadiendo sucesivamente siguiendo un proceso de diagonalización:
   a. La primera diagonal está formada por 1, 3, 5, 2 y 4. Los números 2 y 4 que se salen del cuadrado los colocamos como si estuviesen en un cuadrado imaginario que superponemos al que estamos construyendo.
   b. Siguiendo el mismo esquema, la segunda diagonal está formada por 7, 9, 6, 8 y 10. La tercera diagonal está formada por 11, 13, 15, 12 y 14. La cuarta diagonal sería 17, 19, 16, 18 y 20 y la quinta diagonal 21, 23, 25, 22 y 24.

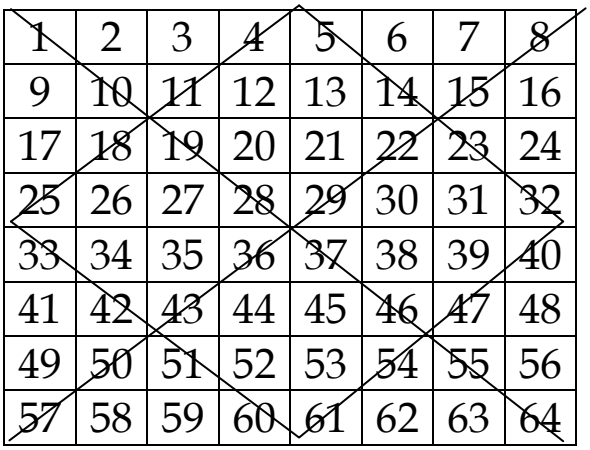
				4	10	
			2	8	14	20
18	24	5	6	12	18	24
22	3	9	15	16	22	
1	7	13	19	25		
10	11	17	23	4		
14	20	21	2	8		

4. Métodos de construcción de cuadrados mágicos normales de orden par.

a. Método de la diagonal.

Es utilizado para construir cuadrados mágicos normales cuyo orden sea múltiplo de 4. Ilustramos este método con la construcción de un cuadrado mágico normal de orden 8.

1) Se escriben los números del 1 al n^2 de forma ordenada de izquierda a derecha y de arriba abajo.



1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

2) Trazamos las diagonales que indica la figura. Se trata de escribir las dos diagonales de todos los subcuadrados de orden 4 en que se descompone el cuadrado. Esto siempre es posible ya que n es múltiplo de 4

3) Cada número tachado se cambia por su complementario. Usando la notación matricial, cada si uno de los números tachados es a_{ij}, haríamos el cambio: $a_{ij} \leftrightarrow a_{n+1-i,n+1-j}$.

64	**2**	**3**	**61**	**60**	**6**	**7**	**57**
9	**55**	**54**	**12**	**13**	**51**	**50**	**16**
17	**47**	**46**	**20**	**21**	**43**	**42**	**24**
40	**26**	**27**	**37**	**36**	**30**	**31**	**33**
32	**34**	**35**	**29**	**28**	**38**	**39**	**25**
41	**23**	**22**	**44**	**45**	**19**	**18**	**48**
49	**15**	**14**	**52**	**53**	**11**	**10**	**56**
8	**58**	**59**	**5**	**4**	**62**	**63**	**1**

b. Método de Ralph Strachey.

Es un método para construir cuadrados mágicos cuyo orden sea par pero no múltiplo de 4. Atribuido a Ralph Strachey, fue descrito por Ball y Coxter en su libro *Mathematical Recreations and Essays*.

1) Se divide el cuadrado de orden n en cuatro cuadrados de orden $\frac{n}{2}$, que llamaremos A, B, C y D según el esquema:

A	**C**
D	**B**

2) Utilizamos el método siamés para construir un cuadrado mágico en A con los $\frac{n}{2}\times\frac{n}{2}$ primeros números naturales. Se hace lo mismo para el cuadrado B con los $\frac{n}{2}\times\frac{n}{2}$ siguientes números naturales. Análogamente para los cuadrados C y D. Para un cuadrado de orden 10 quedaría:

17	24	1	8	15	67	74	51	58	65
23	5	7	14	16	73	55	57	64	66
4	6	13	20	22	54	56	63	70	72
10	12	19	21	3	60	62	69	71	53
11	18	25	2	9	61	68	75	52	59
92	99	76	83	90	42	49	26	33	40
98	80	82	89	91	48	30	32	39	41
79	81	88	95	97	29	31	38	45	47
85	87	94	96	78	35	37	44	46	28
86	93	100	77	84	36	43	50	27	34

3) Sea $m=\frac{(n-2)}{4}$. Consideramos las m primera celdas de las m primeras filas y las m primeras celdas de las m últimas filas del cuadrado A y cambiamos los números que hay en ellas por los números de las respectivas celdas del cuadrado D. En la fila de en medio del cuadrado A dejamos invariante la primera celda y cambiamos los números de las m celdas siguientes por los números que hay en las respectiva celdas de la fila del medio del cuadrado D.

4) Por último, se cambian las $m-1$ columnas del cuadrado B por las correspondientes celdas del cuadrado C. En el cuadrado siguiente están identificadas con el mismo color las celdas que habría que intercambiar para el cuadrado de orden 10 que estamos construyendo.

17	24	1	8	15	67	74	51	58	65
23	5	7	14	16	73	55	57	64	66
4	6	13	20	22	54	56	63	70	72
10	12	19	21	3	60	62	69	71	53
11	18	25	2	9	61	68	75	52	59
92	99	76	83	90	42	49	26	33	40
98	80	82	89	91	48	30	32	39	41
79	81	88	95	97	29	31	38	45	47
85	87	94	96	78	35	37	44	46	28
86	93	100	77	84	36	43	50	27	34

El cuadrado de orden 10 que estamos construyendo quedaría:

92	99	1	8	15	67	74	51	58	40
98	80	7	14	16	73	55	57	64	41
4	81	88	20	22	54	56	63	70	47
85	87	19	21	3	60	62	69	71	28
86	93	25	2	9	61	68	75	52	34
17	24	76	83	90	42	49	26	33	65
23	5	82	89	91	48	30	32	39	66
79	6	13	95	97	29	31	38	45	72
10	12	94	96	78	35	37	44	46	53
11	18	100	77	84	36	43	50	27	59

c. Método LUX.

Este método de J. H Conway es válido para construir cuadrados mágicos de orden n par, con $n \geq 4m+2; \quad m \geq 1$

1) Construimos un cuadrado compuesto de $m+1$ filas de cuadrados de dimensión 2 x 2 que los llamaremos L, una fila de cuadrados 2 x 2 que los llamaremos U y $m-1$ filas de cuadrados de 2 x 2 que llamaremos X. Intercambiaremos el cuadrado L por el cuadrado U inferior.

   Para $m=2$ *y* $n=10$, se tendría un esquema:

L	L	L	L	L
L	L	L	L	L
L	L	U	L	L
U	U	L	U	U
X	X	X	X	X

Hay que tener en cuenta que cada celda de las de arriba marcada con una letra corresponde a un cuadrado 2 x 2.

2) Generamos un cuadrado mágico de orden $2m+1$ usando el método siamés y situando el número 1 en el centro de la fila superior.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

3) Tenemos dos cuadrados: uno de letras y otro de números. El 1 del cuadrado de números se corresponde con la letra L y formarán parte de él los cuatro primeros números naturales 1, 2, 3 y 4. El 2 del cuadrado de números se corresponde con la letra X y formarán parte de él los números 5, 6, 7 y 8. El número 13 del cuadrado de números está en el centro, se corresponde con la letra U y forman parte de él los números 49, 50, 51 y 52. El 25 del cuadrado de números se corresponde con la letra X y formarán parte de él los números naturales 97, 98, 99 y 100. Los números correspondientes a una L irán en el cuadrado final en el orden

4º	1º
2º	3º

Los números correspondientes a una U irán en el cuadrado final en el orden siguiente.

1º	4º
2º	3º

Los números correspondientes a una X irán en el cuadrado final en el orden siguiente:

1º	4º
3º	2º

A final obtendríamos el cuadrado mágico:

68	65	96	93	4	1	32	29	60	57
66	67	94	95	2	3	30	31	58	59
92	89	20	17	28	25	56	53	64	61
90	91	18	19	26	27	54	55	62	63
16	13	24	21	49	52	80	77	88	85
14	15	22	23	50	51	78	79	86	87
37	40	45	48	76	73	81	84	9	12
38	39	46	47	74	75	82	83	10	11
41	44	69	72	97	100	5	8	33	36
43	42	71	70	99	98	7	6	35	34

5. Cuestiones

1. Empecemos por el principio. ¿Qué es un cuadrado mágico? ¿Y un cuadrado mágico normal? Considera un cuadrado mágico como una matriz y escribe una definición de cuadrado mágico en términos de los elementos de una matriz.
2. ¿A qué se llama constante mágica de un cuadrado mágico? ¿Cuál es la fórmula para la constante mágica de un cuadrado mágico normal?
3. Los cuadrados mágicos están presentes en los lugares más insospechados. Busca alguna imagen de un cuadrado mágico situado en un edificio religioso muy importante de la ciudad de Barcelona, insértala y explica el significado de dicho cuadrado mágico.
4. El color también es mágico. Busca información sobre el cuadrado de FOZ e inserta alguna imagen de él.
5. Si una matriz A representa una cuadrado mágico, ¿es la matriz inversa de A un cuadrado mágico? Si la constante mágica de A es k, ¿cuál es la constante mágica del cuadrado mágico A^{-1}?
6. ¿Qué es un cuadrado p-magico? Busca un cuadrado bi-mágico de orden 8 y comprueba que lo es.
7. Construye los siguientes cuadrados mágicos:
    a. De orden 7 por el método siamés.
    b. De orden 7 por el método de la pirámide.
    c. De orden 7 por el método del caballo de ajedrez.
    d. De orden 12 por el método de la diagonal.
    e. De orden 6 por el método de Ralph-Strachey.