

<b>Título Grupo de Trabajo:</b>	Creación de Materiales Educativos con Geogebra para el Ámbito Científico Tecnológico.
<b>Año académico:</b>	2019-20
<b>Código:</b>	201811GT109
<b>Fecha inicio:</b>	15/10/2019
<b>Fecha Fin:</b>	31/05/2020
<b>I.E.S.:</b>	Américo Castro.
<b>Localidad:</b>	Huétor Tájar (Granada).
<b>Asesor/a:</b>	Belén Cobo Merino.

<b>Autor:</b>	María Inmaculada Calvo Jiménez		
<b>Título:</b>	Desarrollo sistema ecuaciones lineales CCSSII		
<b>Original:</b> <input checked="" type="checkbox"/>	<b>Actualización:</b> <input type="checkbox"/>	<b>Autor Original:</b>	
<b>Versión: 1</b>		<b>Ubicación Original:</b>	
<b>Licencia:</b>	Creative Commons (NC-SA)		
<b>Ubicación:</b>	<b>URL:</b>	<a href="https://www.geogebra.org/m/ddyb7gfw">https://www.geogebra.org/m/ddyb7gfw</a>	
	<b>QR:</b>		

**EJERCICIO: Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro  $a$ :**

$$ax+ay=a$$

$$x-y+az=a$$

$$x+2y+3z=a$$

Imagen:

1. Definimos la matriz de coeficientes  $A$ .
2. Definimos la matriz ampliada  $B$ .
3. Definimos la matriz de términos independientes  $C$ .
4. Hallamos el determinante de  $A$ .
5. Obtenemos los valores que anulan dicho determinante, en nuestro caso  $a=-6$  y  $a=0$ .  
Concluimos que entonces el sistema es compatible determinado para valores de  $a$  distintos de  $-6$  y  $0$ .
6. Resolvemos el sistema en función de  $a$ , obteniendo la matriz  $D$  solución del sistema.
7. Estudiamos el caso de  $a=-6$  y para ello construimos la matriz  $B1$ .
8. Resolvemos por Gauss y obtenemos una matriz escalonada que nos indica que el sistema es incompatible.
9. Estudiamos el caso de  $a=0$  y para ello construimos la matriz  $B2$  que nos indica que el sistema es compatible indeterminado.
10. Construimos la matriz  $Bz$  eliminando la primera fila de la matriz  $B2$ , para resolver ahora un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por lo que tomamos la  $z=\mu$
11. Resolvemos de nuevo por Gauss y obtenemos una matriz escalonada que nos da las soluciones de  $x$  e  $y$ .
12. Las soluciones del sistema compatible indeterminado para  $a=0$  son:  $x=-\mu, y=-\mu, z=\mu$

▼ Cálculo Simbólico (CAS)

T ☰

1 A:={{a,a,0},{1,-1,a},{1,2,3}}

→  $\mathbf{A} := \begin{pmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{a} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{a} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$

2 B:={{a,a,0,a},{1,-1,a,a},{1,2,3,a}}

→  $\mathbf{B} := \begin{pmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{a} & \mathbf{0} & \mathbf{a} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{a} & \mathbf{a} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{a} \end{pmatrix}$

3 C:={{a},{a},{a}}

→  $\mathbf{C} := \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{a} \\ \mathbf{a} \end{pmatrix}$

4 Determinante(A)

→  $-\mathbf{a}^2 - \mathbf{6a}$

5  $-\mathbf{a}^2 - \mathbf{6a}$

→  $-\mathbf{a}^2 - \mathbf{6a}$

6 Resuelve( $-\mathbf{a}^2 - \mathbf{6a}$ ,a)

→  $\{\mathbf{a} = -\mathbf{6}, \mathbf{a} = \mathbf{0}\}$

7 *El sistema es compatible determinado para  $a \neq -6$  y  $a \neq 0$ .*

8 X:=Inversa(A)\*C

→  $\mathbf{X} := \mathbf{Inversa(A) C}$

9	<p>D:=Inversa(A)C</p> <p>→ <math>D := \begin{pmatrix} \frac{-a^2 + 5a + 3}{a + 6} \\ \frac{a^2 - 4a + 3}{a + 6} \\ \frac{3a - 3}{a + 6} \end{pmatrix}</math></p>
10	<p><i>Estudiamos como es el sistema para a=-6</i></p>
11	<p>B1:=Sustituye(B,a,-6)</p> <p>✓ <math>B1 := \begin{pmatrix} -6 &amp; -6 &amp; 0 &amp; -6 \\ 1 &amp; -1 &amp; -6 &amp; -6 \\ 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; -6 \end{pmatrix}</math></p>
12	<p>EscalonadaReducida(B1)</p> <p>→ <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; -3 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 3 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p>
13	<p><i>Obtenemos un sistema incompatible</i></p>
14	<p><i>Estudiamos para a=0</i></p>
15	<p>B2:=Sustituye(B,a,0)</p> <p>→ <math>B2 := \begin{pmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ 1 &amp; -1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 1 &amp; 2 &amp; 3 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p>
16	<p><i>Sistema compatible indeterminado para a=0</i></p>

	17	$Bz = \{\{1, -1, 0\}, \{1, 2, -3\mu\}\}$ $\checkmark \mathbf{Bz} := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -3\mu \end{pmatrix}$			
	18	EscalonadaReducida(Bz) $\checkmark$ <b>EscalonadaReducida(Bz)</b>			
	19	EscalonadaReducida(Bz) $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\mu \\ 0 & 1 & -\mu \end{pmatrix}$			
	20	<i>En este caso las soluciones son <math>x = -\mu</math>, <math>y = -\mu</math>, <math>z = \mu</math></i>			
<b>Descripción:</b>	Resolución de sistemas de ecuaciones lineales				
<b>Área:</b>	Matemáticas				
<b>Ubicación Curricular:</b>	2º BACHILLERATO. MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS II				
<b>Experiencia en el aula:</b>	Muy buena, el alumno ha comprobado la utilidad del uso del programa Geogebra para el álgebra. El programa permite definir matrices de distintas formas y hacer uso de la vista algebraica para la resolución de sistemas de ecuaciones entre otras cosas.				
<b>Protocolo de construcción:</b>	<b>nº</b>	<b>Nombre</b>	<b>Descripción</b>	<b>Valor</b>	<b>Rótulo</b>
	1	Lista B1	B1	$B1 = \{\{-6, -6, 0, -6\}, \{1, -1, -6, -6\}, \{1, 2, 3, -6\}\}$	
	2	Lista B2	B2	$B2 = \{\{0, 0, 0, 0\}, \{1, -1, 0, 0\}, \{1, 2, 3, 0\}\}$	
	3	Texto texto1		"EJERCICIO: Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro a:"	
	4	Texto texto2		" $ax+ay=a$ $x-y+az=a$ $x+2y+3z=a$ "	
5	Texto texto3		"1. Definimos la matriz de coeficientes A. 2. Definimos la matriz ampliada B. 3. Definimos la matriz de términos independientes C. 4. Hallamos el determinante de A. 5. Obtenemos los valores que anulan dicho determinante, en nuestro caso $a=-6$ y $a=0$ . Concluimos que entonces el sistema es compatible determinado para valores de a distintos de $-6$ y $0$ . 6. Resolvemos el sistema en función de a, obteniendo la matriz D solución del sistema. 7. Estudiamos el caso de $a=-6$ y para ello construimos la matriz B1. 8. Resolvemos por Gauss y obtenemos una matriz escalonada que nos indica que el sistema es incompatible. 9. Estudiamos el caso		

			de $a=0$ y para ello construimos la matriz B2 que nos indica que el sistema es compatible indeterminado.	
6	Texto texto4		" $z=\mu$ "	
7	Texto texto5		"11. Resolvemos de nuevo por Gauss y obtenemos una matriz escalonada que nos da las soluciones de x e y."	
8	Texto texto6		"12. Las soluciones del sistema compatible indeterminado para $a=0$ son:"	
9	Texto texto7		" $x= -\mu, y= -\mu, z= \mu$ "	

Row	Input	Output
#1	$A:=\{\{a,a,0\},\{1,-1,a\},\{1,2,3\}\}$	$A:=\{\{a, a, 0\}, \{1, -1, a\}, \{1, 2, 3\}\}$
#2	$B:=\{\{a,a,0,a\},\{1,-1,a,a\},\{1,2,3,a\}\}$	$B:=\{\{a, a, 0, a\}, \{1, -1, a, a\}, \{1, 2, 3, a\}\}$
#3	$C:=\{\{a\},\{a\},\{a\}\}$	$C:=\{\{a\}, \{a\}, \{a\}\}$
#4	Determinante(A)	$-a^2 - 6a$
#5	$-a^{(2)}-6a$	$-a^2 - 6a$
#6	Resuelve( $-a^{(2)}-6a,a$ )	$\{a = -6, a = 0\}$
#7	El sistema es compatible determinado para $a \neq -6$ y $a \neq 0$ .	
#8	$X:=Inversa(A)*C$	$X:=Inversa(A) C$
#9	$D:=Inversa(A)C$	$D:=\{\{(-a^2 + 5a + 3) / (a + 6)\}, \{(a^2 - 4a + 3) / (a + 6)\}, \{(3a - 3) / (a + 6)\}\}$
#10	Estudiamos como es el sistema para $a=-6$	
#11	$B1:=Sustituye(B,a,-6)$	$B1:=\{\{-6, -6, 0, -6\}, \{1, -1, -6, -6\}, \{1, 2, 3, -6\}\}$
#12	EscalonadaReducida(B1)	$\{\{1, 0, -3, 0\}, \{0, 1, 3, 0\}, \{0, 0, 0, 1\}\}$
#13	Obtenemos un sistema incompatible	
#14	Estudiamos para $a=0$	
#15	$B2:=Sustituye(B,a,0)$	$B2:=\{\{0, 0, 0, 0\}, \{1, -1, 0, 0\}, \{1, 2, 3, 0\}\}$
#16	Sistema compatible indeterminado para $a=0$	
#17	$Bz:=\{\{1,-1,0\},\{1,2,-3\mu\}\}$	$Bz:=\{\{1, -1, 0\}, \{1, 2, -3\mu\}\}$
#18	EscalonadaReducida(Bz)	EscalonadaReducida(Bz)

	#19	EscalonadaReducida(Bz)	$\{\{1, 0, -\mu\}, \{0, 1, -\mu\}\}$
	#20	En este caso las soluciones son $x=-\mu$ , $y=-\mu$ , $z=\mu$	
	#21		