

# LA ENSEÑANZA DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA ESO<sup>1</sup>: UN EJEMPLO CONCRETO

PIFARRÉ, MANOLI y SANUY, JAUME

Departamento de Pedagogía y Psicología. Facultad de Ciencias de la Educación.

Universidad de Lleida. Campus de la Caparrella s/n. 25192 Lleida

E-mail: pifarre@pip.udl.es - sanuy@pip.udl.es

---

## SUMMARY

Within this article is included a description and justification of a didactical sequence to improve the learning of problem solving strategies of Secondary Education students. The design of the didactical sequence is guided by four principles: *a)* to context the activities and problems to solve in students' every day practices; *b)* to use teaching methods that show the problem solving processes; *c)* to design didactical materials in order to guide strategies such as selection, organisation and control; *d)* to facilitate the co-operative learning of problem solving strategies.

---

Uno de los principales objetivos a conseguir en el área de las matemáticas es que los alumnos sean competentes en la resolución de problemas. Diferentes motivos avalan esta afirmación. Carrillo (1998) los sintetiza en diez aspectos, de entre los cuales cabe destacar, por un lado, la utilidad de la enseñanza de la resolución de problemas para la vida cotidiana de los alumnos y, por otro lado, el incremento en la significatividad del aprendizaje de contenidos matemáticos (tanto de tipo conceptual, como de procedimental y como de tipo actitudinal). Conseguir este objetivo no es una tarea fácil, dado que resolver un problema es un proceso complejo y difícil en el cual intervienen un gran número de variables.

Entre las variables que inciden en conseguir que los alumnos aprendan a resolver problemas se señalan diferentes variables que hacen referencia tanto a la dimensión del aprendizaje como a la dimensión de la enseñanza. Entre las primeras se destacan las cuatro siguientes: *a)* la importancia del conocimiento declarativo sobre el contenido específico del problema; *b)* el repertorio de estrategias generales y específicas que es capaz de poner

en marcha el sujeto para resolver el problema concreto; *c)* el papel de las estrategias metacognitivas; y *d)* la influencia de los componentes individuales y afectivos de la persona que resuelve el problema—entre los múltiples factores incluidos en esta dimensión destacan las actitudes, las emociones y las creencias sobre la resolución de un problema matemático (Schoenfeld, 1992; Lester, 1994, Puig, 1993; entre otros).

Entre las variables que hacen referencia a la dimensión de la enseñanza del proceso de resolución de problemas destacan las tres siguientes: *a)* el tipo y las características de los problemas; *b)* los métodos de enseñanza utilizados por el profesor; y *c)* los conocimientos, las creencias y las actitudes del profesor sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje (Puig, 1993; Blanco, 1998).

El gran número de variables implicadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de resolución de problemas conlleva la necesidad de investigar cómo incorporarlas en una situación de aula. En este sentido, nuestro estudio

pretende aportar nuevos datos sobre cómo abordar la enseñanza-aprendizaje de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la enseñanza secundaria obligatoria. Concretamente, en este artículo presentaremos las características del diseño, la implementación y la evaluación de una propuesta didáctica que tiene como objetivo la enseñanza-aprendizaje de estrategias generales o heurísticas (de tipo cognitivo y metacognitivo) y de estrategias específicas de resolución de problemas sobre proporcionalidad directa.

De este modo, nuestro estudio centra sus esfuerzos en diseñar e implementar un proceso de enseñanza que amplíe y mejore el repertorio de estrategias de los alumnos de ESO para resolver problemas en un campo específico: la proporcionalidad.

Nuestro trabajo, conscientemente, no ha estudiado la modificación de los componentes individuales y afectivos del sujeto que resuelve el problema. Esta decisión se ha tomado por dos motivos: *a)* Por un lado, dado el gran número de factores que influyen en la dimensión afectiva y de motivación del sujeto y la complejidad de los mismos, lo cual precisaría un estudio específico que analizase con detenimiento esta dimensión. *b)* Por otro lado, coincidimos con diferentes autores (Schoenfeld, 1992; De Corte, 1993; Carrillo, 1998) que afirman que el proceso de enseñanza dirigido a mejorar las estrategias de resolución de problemas, al incrementar el rendimiento del sujeto, puede modificar su sistema de creencias, actitudes y emociones en relación con el área de las matemáticas.

### LA ENSEÑANZA DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Un gran número de estudios ha mostrado que los buenos resolutores de problemas se caracterizan por disponer de un conjunto de estrategias generales o heurísticas que guían su acción y que les ayudan a superar las dificultades que van encontrando durante el proceso de resolución. Estas formas de actuación son más o menos constantes en la resolución de problemas difíciles para el resolutor y en los cuales no se domina el contenido específico del problema (Polya, 1945; Schoenfeld, 1985; Puig, 1993).

Este hecho ha propiciado un conjunto de investigaciones que, a partir de la observación y el estudio detallado de las diferentes acciones que realizan los expertos cuando resuelven problemas desconocidos o de una cierta dificultad, extraen las acciones y los procesos uniformes, constantes y generales que sirven para construir un modelo ideal o una actuación competente en resolver problemas. En estos modelos se definen un conjunto de procedimientos, habilidades y competencias necesarios para resolver un problema que, posteriormente, se estructuran en etapas o fases que facilitan su enseñanza-aprendizaje.

Partiendo de estos estudios, se ha diseñado un gran número de propuestas para la enseñanza de estrategias generales o heurísticas. Entre estas propuestas, y sin ánimo de ser exhaustivos sino citar las que nos han sido útiles para el diseño de nuestro trabajo, destacamos, en primer lugar, el modelo «ideal» de Bransford y Stein (1986) y el de Krulik y Rudnik (1989) como modelos instruccionales que han seguido de manera fiel el propuesto por Polya (1945). Y, en segundo lugar, los modelos de Schoenfeld (1985) y Lester (1985), los cuales toman como punto de partida las estrategias heurísticas de Polya pero incorporan la enseñanza-aprendizaje de estrategias metacognitivas de planificación, de regulación y de control del proceso de resolución.

Si bien la mejora del proceso de resolución de problemas de los alumnos a partir de la enseñanza de las estrategias generales o heurísticas es ampliamente reconocida por la investigación especializada en este campo, también se ha cuestionado la manera en que esta enseñanza se ha puesto en práctica. Entre las principales críticas, y a su vez aspectos a tener en cuenta en el diseño de procesos de enseñanza-aprendizaje de estrategias de resolución de problemas, destacamos las cinco siguientes:

En primer lugar, se trata de modelos formales contruidos a partir de un *a priori*: el proceso ideal, conceptual o lógico de resolver problemas. De este modo, el proceso de resolución de problemas es tratado más como un proceso lógico-matemático que como un proceso de construcción personal, en el cual los factores de tipo cultural, social y cognitivo son también importantes (Alonso, González y Sáenz, 1988). Así pues, en el diseño de propuestas de enseñanza de estrategias generales de resolución de problemas será necesario incorporar aspectos contextuales como: características y conocimientos previos de los alumnos, adaptación del modelo de resolución a las características de los problemas a resolver, características de los profesores que van a impartir su enseñanza.

En segundo lugar, el hecho de segmentar el proceso de resolución en fases o momentos para organizar y facilitar su enseñanza puede propiciar un aprendizaje de este proceso en el cual se ejecutan secuencias ordenadas y prefijadas de procedimientos aplicados algorítmicamente. De este modo, será necesario diseñar situaciones de enseñanza-aprendizaje que incorporen la toma de decisiones del alumno sobre los procedimientos más adecuados y su secuenciación para dar respuesta a las características de una tarea concreta y evitar el aprendizaje lineal y algorítmico (Derry, 1990; Puig, 1992).

En tercer lugar, Schoenfeld (1985) destaca, a partir de un exhaustivo estudio de las características de los programas de instrucción de estrategias heurísticas de resolución de problemas, que en estos programas no se tiene en cuenta la enseñanza de estrategias más específicas y vinculadas al contenido del problema. Una estrategia heurística es una etiqueta que engloba todo un conjunto de estrategias más específicas; por lo tanto, su enseñanza debe comportar la instrucción de los diferentes procedimientos más específicos y relacionados con el contenido

o la materia específica de que trata el problema. El conocimiento sobre cómo ajustar la estrategia general a las características del campo conceptual específico sobre el que versa el problema es un factor decisivo de la resolución de los expertos. En este sentido, nuestro estudio contextualiza la enseñanza de estrategias de resolución de problemas a un campo conceptual específico, la proporcionalidad, y combina la enseñanza de estrategias generales y específicas.

En cuarto lugar, Schoenfeld (1985) también destaca que los programas de instrucción de estrategias heurísticas que incorporan la enseñanza de estrategias metacognitivas de gestión, planificación, regulación y evaluación de los procesos implicados en la resolución del problema obtienen mejores resultados.

En quinto lugar, se destaca el importante papel que desempeña el profesor en el aprendizaje de estrategias generales de resolución de problemas. De este modo será necesario planificar la actuación del profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje. De acuerdo con Lester (1985), básicamente, el profesor ha de desempeñar tres funciones en la enseñanza de estrategias de resolución de problemas: *a*) ha de facilitar el aprendizaje de estrategias, bien con su instrucción directa o bien con el diseño de los materiales didácticos adecuados; *b*) ha de ser un modelo de pensamiento para sus alumnos; y *c*) ha de ser un monitor externo del proceso de aprendizaje de los alumnos, aportando, en un primer momento, las ayudas necesarias que faciliten la ejecución por parte del alumno de determinadas actuaciones cognitivas que sin esta ayuda externa no podría realizar y que, en un segundo momento, irá retirando gradualmente a medida que el alumno sea capaz de utilizarlas de manera autónoma.

Para conseguir que el profesor realice estas tres funciones y facilite el aprendizaje de estrategias generales de resolución de problemas, tanto de tipo cognitivo como metacognitivo, y de estrategias específicas, es necesario estudiar e incorporar en un proceso de enseñanza-aprendizaje qué métodos de enseñanza pueden ser más apropiados para conseguir este objetivo, aspecto sobre el cual nos ocupamos a continuación.

### **Análisis de entornos instruccionales para la enseñanza-aprendizaje de estrategias de resolución de problemas**

El estudio sobre cómo enseñar estrategias para resolver problemas destaca la importancia de los entornos instruccionales de la instrucción guiada y el aprendizaje cooperativo como instrumentos para mejorar el proceso de resolución de los alumnos (Hembree, 1992; Jitendra y Ping, 1997).

#### *La instrucción guiada*

Este entorno instruccional está representado por las investigaciones fuertemente influenciadas por las ideas de Vigotsky en que se defiende que el alumno aprende en situaciones interpersonales y se enfatiza el papel de la

interacción entre profesor y alumno y el guiaje que realiza el primero en el proceso de aprendizaje del alumno.

Desde esta perspectiva de trabajo, la intervención educativa destinada a promover el uso de determinadas estrategias se realiza a través del diseño de situaciones interpersonales de aula, en las que el profesor, mediante el diálogo y el diseño de diferentes ayudas pedagógicas, modela el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas. La reducción y la retirada progresiva de estas ayudas permitirán al alumno el uso independiente de estas estrategias y la resolución con éxito de nuevos problemas.

En el campo de la enseñanza-aprendizaje de estrategias de resolución de problemas este guiaje del profesor y las ayudas que éste proporciona ha tenido diferentes concreciones según los objetivos de cada trabajo, entre las cuales destacamos las tres siguientes:

– *Modelado*. Un experto, maestro o un compañero más adelantado explica verbalmente el proceso de resolución de una tarea, sirviendo de modelo de actuación. En la explicación, el modelo muestra qué acciones cognitivas realiza y qué variables (referidas a la persona, la tarea y el contexto) son relevantes en la toma de decisiones sobre la utilización de una determinada estrategia.

– *Autointerrogación*. Este método consiste en la formulación de preguntas orientadas a optimizar el proceso cognitivo que sigue el alumno cuando realiza una determinada tarea. Estas preguntas se presentan en forma de guías e intentan regular externamente el proceso de aprendizaje del alumno de diferentes procedimientos de resolución de problemas. El objetivo de esta interrogación es doble: por un lado, favorecer la reflexión sobre las propias decisiones, el control y la regulación de las propias actuaciones; y, por otro lado, conseguir que el alumno utilice los diferentes procedimientos de manera autónoma e independiente.

– *Análisis y discusión del proceso de resolución*. Este método consiste en analizar y discutir el proceso de pensamiento seguido en la resolución de una tarea con el objetivo de que el alumno sea consciente de la bondad y eficacia de sus propios mecanismos de resolución, de manera que pueda, en caso necesario, modificarlos.

#### *El aprendizaje cooperativo*

Básicamente, este método instruccional se centra en el alumno y pretende favorecer el aprendizaje de determinadas estrategias a partir del intercambio de información que tiene lugar en las actividades en pequeños grupos. La oportunidad que tienen los alumnos de ayudarse mutuamente en la resolución de una tarea, de negociar nuevos significados, de desarrollar nuevas estrategias y de construir nuevo conocimiento puede repercutir positivamente en su aprendizaje.

La extensa investigación realizada, en referencia al aprendizaje cooperativo en la resolución de problemas, desta-

ca la importancia del tipo y de las características de la ayuda que se proporcionan los alumnos durante el proceso de resolución para explicar el aprendizaje promovido por la interacción entre iguales.

Respecto al tipo de ayuda que presentan los alumnos en entornos cooperativos, Webb (1989) concluye, en primer lugar, que el aprendizaje de los alumnos es mayor cuando el tipo de ayuda es de un nivel de elaboración alto y hace referencia a aspectos del proceso de resolución del problema. Este tipo de ayuda beneficia tanto al alumno que la ofrece como al alumno que la recibe. En segundo lugar, la correlación de la ayuda recibida y el aprendizaje que los diferentes miembros del grupo consiguen depende de dos factores: de la calidad de la ayuda recibida y de la adecuación de la ayuda a la petición realizada.

Por lo tanto, y a partir de lo expuesto hasta este momento, para conseguir que la interacción entre iguales mejore el aprendizaje de sus miembros, será necesario diseñar procesos instruccionales que faciliten los procesos de dar y recibir la ayuda adecuada durante el proceso de resolución de un problema concreto. Para conseguir este objetivo, diferentes autores destacan la organización y la estructuración de los procesos de interacción entre iguales a partir de la formulación de preguntas y respuestas sobre el proceso de resolución del problema entre los miembros del grupo como instrumento que puede favorecer que los procesos de interacción entre éstos versen sobre aspectos relevantes de la tarea y de su resolución, aspectos que no aparecen espontáneamente en todos los grupos de iguales y que pueden repercutir positivamente en el aprendizaje de los alumnos (King, 1991, 1997; Shaw, 1997).

Nuestro estudio incorpora los métodos de enseñanza de la instrucción guiada y el aprendizaje cooperativo para facilitar el aprendizaje de estrategias cognitivas y metacognitivas de resolución de problemas sobre proporcionalidad numérica de alumnos de 3º de ESO. A continuación, expondremos los principios educativos que han guiado el diseño y la implementación de la propuesta didáctica que presentamos en este artículo, así como los principales resultados conseguidos por los alumnos después de realizarla en un contexto natural de aula.

### **UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMATICOS EN LA ESO**

#### **Contextualización y principales características de la propuesta de enseñanza-aprendizaje**

Los diferentes problemas que forman la propuesta didáctica de nuestro estudio versan sobre un contenido matemático concreto: la proporcionalidad directa. Esta decisión se toma, en primer lugar, por la conveniencia de combinar la enseñanza de estrategias generales y específicas de resolución de problemas. En segundo lugar, otorgar a la enseñanza de estrategias de resolución de

problemas dos funciones: un contenido de aprendizaje (contenido procedimental) y un vehículo metodológico para el aprendizaje significativo de contenidos matemáticos (Contreras y Carrillo, 1997).

La propuesta de enseñanza-aprendizaje de nuestro estudio se aplicó en el IES Ronda de la ciudad de Lleida con alumnos de 3º de ESO. La selección de este nivel educativo se realizó porque, en el proyecto curricular de dicho centro, el contenido de la proporcionalidad está ubicado en este nivel. El tiempo utilizado para la realización de la propuesta didáctica se ajustó al tiempo programado por el Departamento de Matemáticas del centro, un trimestre académico.

En líneas generales, la propuesta de enseñanza-aprendizaje se divide en dos partes bien diferenciadas.

*a)* Una primera parte que tiene como principal objetivo el aprendizaje del contenido de la proporcionalidad directa, concretamente se trabajan los contenidos conceptuales de: proporción, razón y porcentaje.

En esta primera parte, se plantean problemas cotidianos sencillos y se favorece que el alumno aplique, perfeccione y amplíe las estrategias de resolución de este tipo de problemas adquiridas de manera intuitiva y espontáneamente en la vida cotidiana. Para resolver estos problemas se enfatizó el uso de la estrategia específica del «cálculo del operador funcional» y el caso específico del cálculo del «valor de la unidad» (Vergnaud, 1983).

*b)* Una segunda parte, que tiene un doble objetivo: por un lado, favorecer el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas numéricos complejos sobre proporcionalidad directa; y, por otro lado, la utilización significativa de los contenidos matemáticos previamente trabajados en la resolución de problemas cotidianos. En esta segunda parte de la propuesta se plantea la resolución de problemas cuyo enunciado presenta situaciones problemáticas amplias, que implican la selección y la articulación de diferentes procedimientos de resolución para encontrar la solución al problema y vinculadas al entorno cotidiano del alumno. Así, el enunciado del problema hace referencia a conceptos de la vida diaria, como, por ejemplo: el IVA, valoración de las condiciones de diferentes préstamos bancarios, la interpretación de facturas de luz, gas, teléfono, el cálculo de una nómina o la organización de una fiesta.

El tipo de respuesta que se pide al alumno para solucionar el problema combina la respuesta de tipo numérico y la respuesta de tipo verbal. En todos los problemas, la respuesta de tipo numérico no es un fin en sí mismo sino un instrumento para razonar y justificar la toma de postura del alumno ante la situación planteada en el problema. Así, por ejemplo, el alumno debe decidir y justificar en qué tienda decide comprar unos productos rebajados, qué coche se compraría en función del coste económico en los próximos años, cómo puede rebajar la factura de la luz de su casa en función del uso y del consumo de diferentes electrodomésticos... En nuestra opinión, esta toma de postura razonada desde un punto

Cuadro I

Ejemplo de un problema de la propuesta didáctica (Anexo I. Adaptado de Pifarré, 1998, pp. 111-112). Ejemplo de una transcripción del proceso de resolución del problema de una pareja de alumnos.



¡ORGANIZAMOS UNA FIESTA!

Imagina que quieres organizar una cena en tu casa con 8 amigos. Tienes la lista de los ingredientes a comprar. Vuestro presupuesto es reducido. Dos amigos te ayudan a organizar la fiesta. Entre los tres habéis recogido las ofertas de tres supermercados cercanos. Teniendo en cuenta estos precios, realiza los cálculos necesarios para decidir dónde y cómo compraréis los productos necesarios para la fiesta. Nosotros te proponemos las dos opciones siguientes:

- a) Si compras todos los productos en un mismo supermercado, ¿en qué supermercado os sale la compra más económica? ¿En qué porcentaje os resulta más barato?
- b) Si entre los tres organizadores de la fiesta os repartís la lista de la compra y cada uno compra los productos en el supermercado que están más baratos, ¿cuál sería el coste total de la fiesta?, ¿cuánto dinero os ahorraríais respecto a la opción anterior?, ¿qué porcentaje de ahorro supone?

*Lista de productos a comprar*

1 k de espaguetis; 750 c/c de tomate; 700 g de carne picada; 200 g de queso rallado; 2 pollos; 600 g de patatas fritas; 2 k de pan; 1 k de pastel; 5 l de coca-cola; 3 l de limonada.

| PRECIOS DE LOS PRODUCTOS A COMPRAR DE LOS TRES SUPERMERCADOS |                                  |                                 |
|--|----------------------------------|---------------------------------|
| SUPERMERCADO A   | SUPERMERCADO B                   | SUPERMERCADO C                  |
| 200 g espaguetis<br>104 Pta.                                 | 250 g espaguetis<br>88 Pta.      | 400 g espaguetis<br>168 Pta.    |
| 250 c/c tomate<br>200 Pta.                                   | 150 c/c tomate<br>75 Pta.        | 125 c/c tomate<br>85 Pta.       |
| 1 k carne picada<br>850 Pta.                                 | 1/2 k carne picada<br>425 Pta.   | 1/4 k carne picada<br>238 Pta.  |
| 200 g queso rayado<br>360 Pta.                               | 250 g queso rallado<br>550 Pta.  | 100 g queso rallado<br>180 Pta. |
| 1 pollo<br>350 Pta.  | 1 pollo<br>389 Pta.              | 1/2 pollo<br>178 Pta.           |
| 150 g patatas fritas<br>159 Pta.                             | 100 g patatas fritas<br>106 Pta. | 85 g patatas fritas<br>95 Pta.  |
| 1 k pan<br>250 Pta.  | 1/2 k pan<br>189 Pta.            | 1 k pan<br>249 Pta.             |
| 1 pastel<br>1200 Pta.  | 1 pastel<br>999 Pta.             | 1 pastel<br>1099 Pta.           |
| 33 c/c coca-cola<br>56 Pta.                                  | 1 l coca-cola<br>190 Pta.        | 1,5 l coca-cola<br>290 Pta.     |
| 1 l limonada<br>175 Pta.                                     | 33 c/c limonada<br>38 Pta.       | 25 c/c limonada<br>35 Pta.      |

de vista matemático puede facilitar el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas, especialmente las de evaluación y de valoración del proceso de resolución y de los datos numéricos obtenidos, así como aumentar la funcionalidad y significatividad de los contenidos matemáticos aprendidos.

En el cuadro I se presenta un ejemplo de los problemas planteados en la propuesta didáctica.

### **Características del proceso de enseñanza-aprendizaje de estrategias cognitivas y metacognitivas de resolución de problemas**

Con el objetivo de conseguir que los alumnos resuelvan con éxito los problemas complejos que se le plantean en la segunda parte de la propuesta didáctica, se ha diseñado un proceso de enseñanza-aprendizaje que guía el aprendizaje de estrategias generales (de tipo cognitivo y metacognitivo) y de estrategias específicas de resolución de problemas. Los elementos más importantes y que, desde nuestro punto de vista, definen y ejemplifican el proceso de enseñanza-aprendizaje diseñado son los tres siguientes: *a)* el diseño de un material didáctico formado por un conjunto de instrucciones-guía y de cuestiones sobre diferentes aspectos del proceso de resolución de un problema y que denominamos como *hojas para pensar el problema* (Pifarré, 1998); *b)* la planificación y utilización por parte del profesor de estrategias de enseñanza de modelaje y de autointerrogación; y *c)* el diseño de un contexto de aprendizaje que favorece la resolución de problemas de manera colaborativa entre parejas de alumnos. A continuación pasamos a exponer las principales características de estos tres elementos.

#### *a) La guía Hojas para pensar el problema*

El material didáctico *Hojas para pensar el problema* tiene como principal objetivo guiar y enriquecer el proceso de resolución del problema. En este material se plantea al alumno diferentes interrogantes, indicaciones y sugerencias sobre los posibles procedimientos a utilizar para resolver el problema. De este modo, este material didáctico ha sido diseñado para ser una ayuda externa que el alumno utiliza mientras resuelve el problema.

Concretamente, la guía se estructura en cinco apartados o estrategias generales que la investigación en resolución de problemas ha observado en los expertos cuando resuelven un problema. Las cinco estrategias generales trabajadas en la guía son: *a)* entender y analizar el problema; *b)* planificar un plan de resolución; *c)* organizar los datos y el plan de resolución en un cuadro de doble entrada; *d)* resolver el problema; y *e)* evaluar el proceso de resolución del problema y el resultado obtenido.

Cada estrategia define un objetivo general que el alumno puede alcanzar realizando diferentes procedimientos en función de las características del problema. Para

enfatizar el concepto de *estrategia* como la definición de un objetivo y la planificación, selección e implementación de diferentes procedimientos para alcanzarlo, cada estrategia general se acompaña de un icono que resume e ilustra el objetivo general a conseguir en cada momento.

En el cuadro II se presentan dos ejemplos de la guía, concretamente, los interrogantes, indicaciones y sugerencias sobre los posibles procedimientos a utilizar para entender la situación planteada en el problema y evaluar el proceso y el/los resultado/s del problema.

#### *b) Función del profesor y estrategias de enseñanza utilizadas*

Partiendo de la revisión teórica realizada, nuestro trabajo considera muy importante la función del profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje de estrategias de resolución de problemas. El profesor debe crear espacios de análisis, discusión y reflexión sobre los diferentes procedimientos de resolución de problemas utilizados por él mismo y por los alumnos como un instrumento útil para que el alumno observe, identifique e interiorice nuevas maneras de afrontar la resolución de un problema, principal objetivo de nuestra propuesta didáctica.


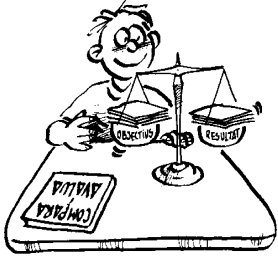
Para conseguir este objetivo, y previo al diseño de la propuesta didáctica, los profesores del departamento de matemáticas que participaron en nuestro estudio realizaron un seminario de formación del profesorado organizado por el Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Lleida, en la modalidad de formación a equipos de docentes de centros de secundaria y de una duración de 30 horas.

Básicamente, dos fueron los objetivos a conseguir en el seminario. Por un lado, formar a los profesores en los diferentes métodos de enseñanza de estrategias de resolución de problemas. Y, por otro lado, diseñar e implementar una propuesta didáctica sobre esta temática que se adecuara a las características del centro (principalmente, diseño curricular, características de los profesores y de los alumnos, y recursos didácticos del centro). De este modo, los profesores no realizaban una propuesta impuesta externamente sino que ellos seleccionaban y organizaban los contenidos en función de los objetivos educativos fijados en el seminario y se diseñaban las actividades de acuerdo con las características de su contexto educativo.

La metodología utilizada en el aula por el profesor para la enseñanza-aprendizaje de estrategias de resolución de problemas se ha basado, principalmente, en el desarrollo de los cuatro métodos siguientes:

– *Instrucción directa*: Introducción de la guía *Hojas para pensar el problema*. El profesor con la ayuda de un retroproyector presenta las características de la guía y se establece un diálogo con el grupo-clase en el que se valora, por un lado, los procedimientos que la guía propone y que ya son utilizados por los alumnos (conexión con los conocimientos previos de los alumnos)

Cuadro II  
Pautas para analizar y para evaluar el resultado y el proceso de resolución del problema.

|  |  |
|--|--|
| <p>1) Entender el problema</p>                | <p>Lee el enunciado del problema. Subraya los datos más relevantes: ¿Qué te pide el problema? ¿Qué datos del enunciado son los más importantes? .....</p> <p>¿Qué te pide el problema? ¿Qué tienes que encontrar? ¿Dónde tienes que llegar? .....</p> <p>¿Qué datos ya conoces? Anótalos brevemente. ....</p> <p>Anota los datos que tienes que encontrar para solucionar el problema. ....</p> <p>¿Has conseguido encontrar la solución del problema?</p>   |
| <p>5) Evaluar el resultado del problema</p>  | <p>¿Por qué? Justifica tu respuesta explicando los indicadores en que te basas para saber si has conseguido hallar la solución al problema. ....</p> <p>Haz un gráfico con los principales datos del problema (datos del enunciado y datos que tú has calculado). ¿Cómo puedes explicar la evolución que siguen los datos en el gráfico? .....</p> <p>¿Has encontrado algún error en la representación de los datos? .....</p> <p>¿Alguna de las partes del problema se podría calcular de alguna otra manera? .....</p> <p>¿Cómo? .....</p> <p>Repasa los cálculos que has realizado. ¿Has encontrado algún error? .....</p> <p>¿De qué tipo de error se trata? .....</p> <p>¿Cómo puedes evitar en el futuro cometer este tipo de error? .....</p> |

y, por otro lado, se especula sobre las ventajas y los inconvenientes de realizar los procedimientos que propone la guía.

– *Instrucción guiada:* Modelaje por parte del profesor sobre cómo utilizar la guía como instrumento de ayuda para pensar y resolver el problema. En este método, el profesor piensa y resuelve un problema en voz alta realizando las diferentes acciones que se proponen en la guía. El profesor escribe y realiza todas las acciones en una transparencia y con el uso de un retroproyector.

El profesor debe mostrar delante de los alumnos todo el proceso de pensamiento y cómo la respuesta a las diferentes preguntas e indicaciones de la guía le ayudan a conseguir el objetivo planteado en el enunciado del problema.

– *Instrucción guiada y autointerrogación:* El profesor y los alumnos resuelven conjuntamente el problema. A criterio del profesor y de manera periódica, cuando la mayoría de las parejas han realizado una de las estrategias propuestas en la guía, el profesor y los alumnos discuten y valoran las diferentes acciones realizadas y la

respuesta a las preguntas propuestas en la guía. Finalmente, por consenso entre todo el grupo-clase, se anotan en la transparencia del profesor las respuestas más adecuadas.

Para el desarrollo de este método de enseñanza son muy importantes las preguntas y el guiaje que realice el profesor. Por este motivo, el grupo de profesores de matemáticas, en las sesiones del seminario, resolvía conjuntamente los problemas a plantear a los alumnos y se proponían un conjunto de preguntas a formular y que podían favorecer el hecho de que éstos se plantearan cuestiones importantes del proceso de resolución.

– *Análisis y discusión del proceso de resolución.* De manera progresiva, los alumnos resuelven autónomamente los problemas. El profesor dinamiza el trabajo de las parejas supervisando su proceso de resolución y realizando diferentes preguntas y orientaciones que pueden dirigir la resolución del problema. Finalmente, una pareja de alumnos del grupo expone los principales procedimientos utilizados para resolver el problema y el resto del grupo analiza y valora el proceso y el producto obtenido.

c) *Aprendizaje cooperativo*

Los alumnos resuelven todos los problemas planteados en la propuesta didáctica en parejas y se favorece un trabajo colaborativo entre los alumnos con las tres acciones siguientes:

En primer lugar, los alumnos resuelven el problema utilizando una sola copia del material *Hojas para pensar el problema*. Esta acción pretende conseguir dos objetivos, por un lado, facilitar que los dos alumnos discutan, reflexionen y lleguen a acuerdos sobre los diferentes procedimientos para resolver el problema. Y, por otro lado, favorecer que se establezcan, entre los dos alumnos, procesos de pedir y recibir ayuda sobre los procedimientos para resolver un problema, procesos que desde la investigación educativa realizada en este ámbito se muestran determinantes para potenciar el aprendizaje entre iguales.

En segundo lugar, el profesor enfatiza la necesidad de pensar, valorar e implementar conjuntamente los diferentes procedimientos para resolver el problema.

En tercer lugar, se utilizan procedimientos de evaluación en pareja, tanto durante el proceso de enseñanza-aprendizaje en el que los dos miembros de la pareja deben exponer conjuntamente al resto de compañeros de la clase cómo han pensado y han resuelto el problema, como al final del proceso de enseñanza-aprendizaje en el que una parte de la prueba escrita de evaluación se realiza en pareja y se evalúa el proceso de pensamiento seguido.

**EVALUACIÓN DEL PROCESO DE APRENDIZAJE DE ESTRATEGIAS COGNITIVAS Y METACOGNITIVAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y PRINCIPALES RESULTADOS OBTENIDOS**

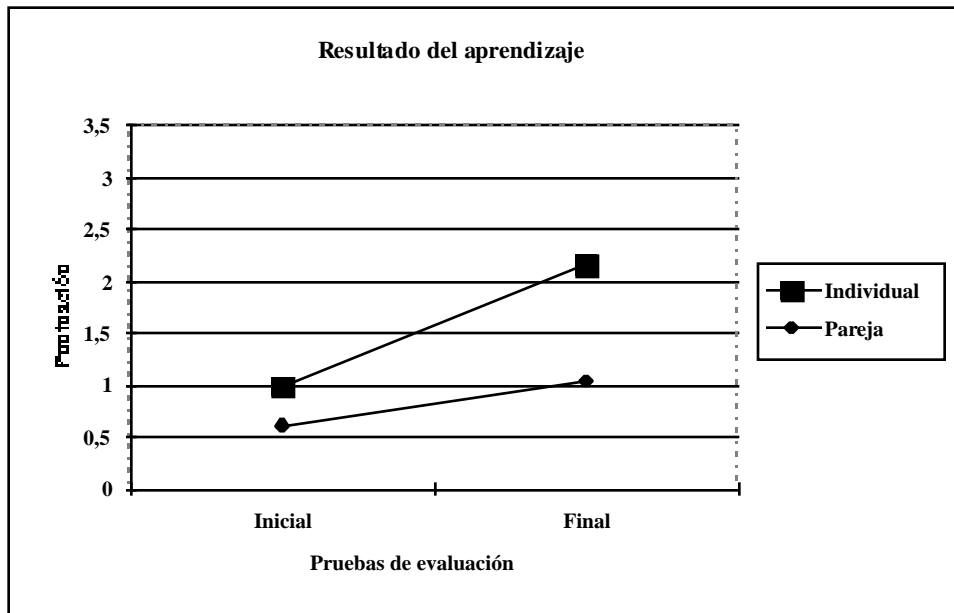
A continuación, vamos a analizar algunos de los resultados obtenidos en un estudio educativo que ha utilizado las características de la propuesta de enseñanza-aprendizaje que presentamos en este artículo y en el que participan 60 alumnos (tres grupos-clase) de tercer curso de ESO del instituto de secundaria IES Ronda de la ciudad de Lleida. Los alumnos pertenecen a un nivel sociocultural medio-bajo.

El estudio se realizó en tres fases o momentos: evaluación inicial, intervención o realización de la propuesta didáctica durante un trimestre de clase (30 horas de clase, aproximadamente) y evaluación final. Las pruebas de evaluación inicial y final consistieron en la resolución de siete problemas sobre proporcionalidad, cinco de los cuales se resolvían individualmente y dos en pareja. La formación de las parejas de alumnos para realizar la propuesta didáctica y las pruebas de evaluación se realizan a partir de la puntuación obtenida en la resolución individual de los cinco problemas de la prueba de evaluación inicial. Se agrupan los alumnos en tres tipos de parejas: homogéneas altas, homogéneas bajas y heterogéneas.

La corrección de las pruebas de evaluación inicial y final se ha realizado con una pauta en la que se detallan los

Figura 1

Puntuaciones medias obtenidas por los alumnos en la resolución individual y en pareja en las pruebas de evaluación inicial y final. La puntuación máxima de los problemas resueltos individualmente es de 5 puntos y la puntuación máxima de los problemas resueltos en pareja es de 2 puntos.





critérios de evaluación de cada problema. Cada problema se puntuó de 0 a 1. Para garantizar la fiabilidad de la corrección de las pruebas, el 25% de éstas han sido corregidas por un sistema de dos jueces. El análisis estadístico de los resultados obtenidos por los dos jueces se ha realizado mediante la prueba estadística de correlación de Pearson. La fiabilidad entre los dos jueces es muy alta: las correlaciones se sitúan entre 0,86 y 1.

Los resultados obtenidos en referencia al nivel de aprendizaje después de realizar la propuesta didáctica son muy positivos, tal y como se observa en la figura 1. Se ha realizado una comparación de medias aplicando una *t-student* de SPSS y se observa un incremento estadísticamente significativo respecto al nivel de aprendizaje inicial, tanto en la resolución individual de problemas ( $t(1,59) = 8,93; p = ,000$ ) como en la resolución de problemas en pareja ( $t(1,59) = 5,65; p = ,000$ ). Este resultado nos permite afirmar que las características de la propuesta didáctica inciden positivamente en el proceso de aprendizaje de los alumnos.

A pesar de los buenos resultados conseguidos, somos conscientes de que los alumnos no han finalizado el aprendizaje de los contenidos matemáticos de la proporcionalidad, ya que resuelven correctamente alrededor de un 50% de los problemas de la prueba de evaluación final. Desde nuestro punto de vista, y siguiendo a Rico (1997), explicamos este resultado por el hecho de que el proceso de aprendizaje de un contenido matemático difícil, como es el de la proporcionalidad, necesita de claves de procesamiento continuados nunca está total-

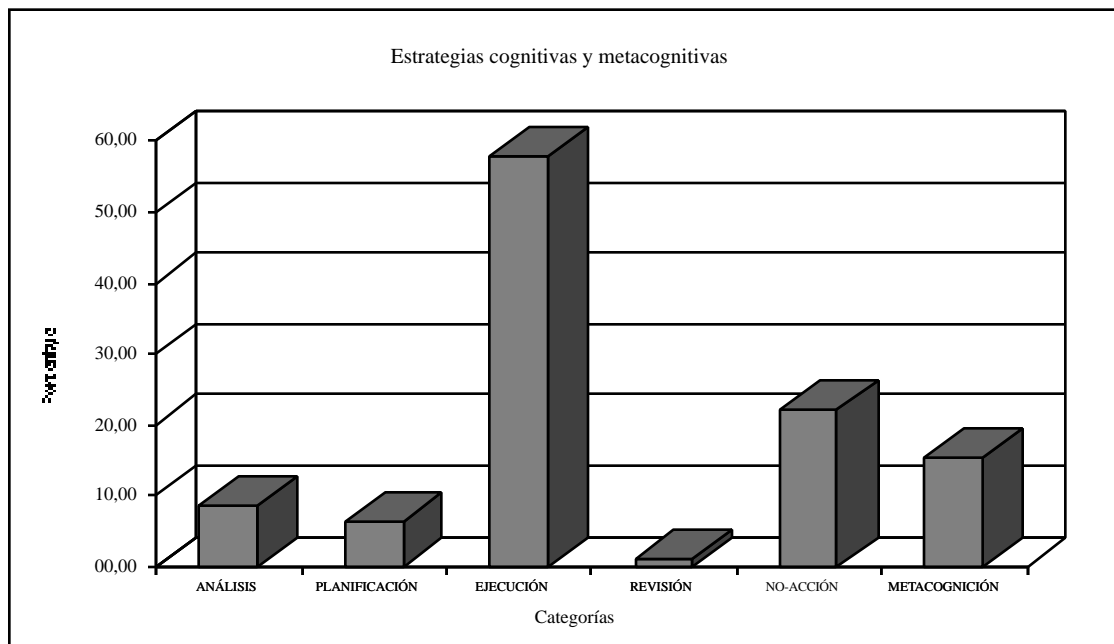
mente acabado, y, por lo tanto, no se puede dar por finalizado su dominio en un período breve de tiempo, como el que hemos utilizado en nuestro trabajo.

Con el objetivo de conocer las características del proceso de resolución de los alumnos que han participado en nuestro estudio después de seguir la propuesta didáctica diseñada, se recogen datos a partir de la grabación en vídeo del proceso de resolución de un problema de la prueba de evaluación final de 6 parejas de alumnos: 2 parejas homogéneas altas, 2 homogéneas bajas y 2 heterogéneas. Las parejas son escogidas al azar entre la muestra total de alumnos. Posteriormente, la información grabada se transcribe en unos protocolos que recogen simultáneamente las acciones y las verbalizaciones de los dos alumnos; en el anexo I se presenta un ejemplo de una transcripción.

Finalmente, se categoriza la información grabada y transcrita en función de las diferentes categorías elaboradas en un instrumento de evaluación específicamente diseñado en nuestro estudio, y que pasamos a exponer a continuación. El proceso de categorización se ha realizado utilizando un procedimiento de toma de decisiones por consenso entre dos jueces. El procedimiento utilizado ha sido el siguiente: en primer lugar, a partir de la visualización del vídeo y de las transcripciones, los dos jueces categorizan, por separado, el proceso de resolución de una pareja en intervalos aproximados de 20 minutos. En segundo lugar, los dos jueces contrastan la categorización realizada y en los segmentos en que se observan diferencias se llega a un acuerdo por consenso.

Figura 2

Porcentaje de tiempo en que los alumnos realizan una estrategia cognitiva y metacognitiva durante la resolución de un problema en pareja de la prueba de evaluación final.



Se ha utilizado este procedimiento dada la imposibilidad de definir previamente todas las posibles acciones que el alumno puede realizar para resolver el problema porque, si bien en cada categoría se ha definido el objetivo general que dirige la acción del alumno y algunas de las diferentes acciones que el alumno puede realizar para conseguir este objetivo, éstas no son las únicas.

En nuestro trabajo se utilizan cuatro categorías cognitivas que, en líneas generales, corresponden a las estrategias trabajadas en la guía *Hojas para pensar el problema* y que pretenden describir las diferentes acciones que realizan los alumnos para resolver el problema. Las categorías utilizadas son las siguientes:

– *Análisis*. El alumno divide el problema en componentes más básicos, examina y busca las relaciones entre los diferentes elementos. El alumno realiza acciones como: leer, releer, seleccionar datos, anotar datos del enunciado, representar datos del enunciado.

– *Planificación*. El alumno organiza el proceso de resolución del problema. Se realizan acciones como: seleccionar la estrategia general de resolución del problema; tantear o explorar posibles acciones para resolver el problema; explicitar un conjunto de procedimientos ordenados a ejecutar; organizar los datos o las acciones que realizará para resolver el problema.

– *Ejecución*. El alumno realiza un conjunto de acciones y de procedimientos matemáticos para resolver el problema. El alumno realiza acciones como: ejecutar un procedimiento matemático (correcto o incorrecto), realizar cálculos, introducir o copiar datos.

– *Revisión*. El alumno realiza acciones para controlar, revisar la validez del proceso de resolución o de los resultados que va obteniendo y detectar posibles errores. El alumno realiza acciones como: cuestionar verbalmente la validez de algún resultado o del procedimiento de resolución; buscar errores de forma poco sistemática; revisar de manera sistemática los datos introducidos, los procedimientos de resolución utilizados y los cálculos matemáticos realizados.

Nuestro trabajo también ha analizado en qué acciones, para resolver el problema, el alumno presenta procesos metacognitivos con la categoría *metacognición*.

En esta categoría se han codificado las dos vertientes clásicas en el estudio de la metacognición: el conocimiento declarativo sobre la propia actividad cognitiva y el conocimiento relacionado con la gestión, la regulación y el control de los procesos cognitivos implicados en la resolución de una tarea (Flavell, 1992; Martí, 1995). Los indicadores utilizados en nuestro estudio para codificar la categoría de metacognición son los siguientes: *a)* reflexiones sobre el enunciado y la estructura del problema; *b)* reflexiones sobre las capacidades del alumno para resolver el problema; y *c)* reflexiones o comentarios sobre el proceso de resolución o bien cuando se observa que el alumno realiza una acción de manera consciente, controlada o regulada.

Como se observa en la figura 2, los resultados obtenidos en referencia a las características del proceso de resolución del problema analizado muestran, en primer lugar, que los alumnos de nuestro estudio utilizan un elevado número de estrategias encaminadas a obtener una representación significativa del enunciado del problema y a planificar el proceso de resolución –se dedica a este tipo de estrategias alrededor de un 15% del tiempo empleado para resolver el problema. Un gran número de estudios muestra, por un lado, la importancia de este tipo de estrategias para conseguir resolver un problema y, por otro lado, el incremento de este tipo de estrategias después de un período de instrucción específicamente diseñado para conseguir este objetivo (Lester, 1985; Schoenfeld, 1985, 1992; Delclos y Harrington, 1991; King, 1991, 1997; entre los más destacados).

En segundo lugar, observamos que los alumnos de nuestro estudio no utilizan estrategias de revisión y valoración del proceso y del resultado obtenido en el problema. Desde nuestro punto de vista, dos argumentos explicarían este resultado. Por un lado, se trata de estrategias complejas que deben adaptarse a las características específicas del problema, del proceso de resolución concreto del alumno y de los diferentes «subresultados» que éste va obteniendo. Este hecho dificulta también su enseñanza en grupos clase relativamente numerosos. Por otro lado, la complejidad de este tipo de estrategias requiere de períodos de instrucción largos en el tiempo, continuados y en los que se resuelvan problemas de diferentes campos temáticos. En nuestra opinión, nuestro trabajo ha iniciado la enseñanza-aprendizaje de este tipo de estrategias, pero sería necesario continuar el proceso iniciado con el trabajo y la resolución de problemas sobre otros contenidos matemáticos.

En tercer lugar, los alumnos de nuestro estudio presentan un componente metacognitivo en un elevado número de las acciones realizadas para resolver el problema –se dedica a este tipo de estrategias alrededor de un 23% del tiempo–; es decir, los alumnos realizan paradas, reflexiones o comentarios sobre el proceso de resolución del problema y muestran más conciencia y control de este proceso. Como hemos señalado en este artículo, diferentes estudios también muestran la importancia de las estrategias metacognitivas para conseguir resolver con éxito un problema (Lester, 1985; Schoenfeld, 1985, 1992; King, 1991, 1997).

Finalmente, queremos señalar que el análisis de los resultados obtenidos por los alumnos de los tres profesores que han participado en nuestro estudio presenta algunas diferencias, aunque éstas no son estadísticamente relevantes. Uno de los tres profesores consigue que sus alumnos obtengan mejores resultados tanto en el nivel de aprendizaje como en el uso de estrategias de resolución de problemas. Desde nuestro punto de vista, dos argumentos explicarían este hecho. Por un lado, la amplitud y la diversidad de los problemas planteados en la propuesta didáctica y de las estrategias heurísticas trabajadas en la guía para pensar los problemas han propiciado una actuación no uniforme del profesorado. Este hecho también se observa en otros trabajos de

formación del profesorado realizados en este ámbito (Puig, 1996). Por otro lado, las diferencias en las características de los profesores (p.e., creencias y actitudes ante la enseñanza de estrategias de resolución de problemas, estrategias de dirección del grupo clase, modelos de enseñanza o experiencias previas), las cuales no han sido estudiadas en nuestro trabajo, son variables importantes que también inciden en el nivel de aprendizaje de los alumnos.

### CONCLUSIONES

A modo de consideraciones finales, queremos destacar por un lado que nuestro trabajo ha mostrado la posibilidad de mejorar las estrategias para resolver problemas de los alumnos de ESO y la incidencia positiva que este aprendizaje tiene en su rendimiento en el área de las matemáticas. A pesar de ello, somos conscientes que para obtener mejores resultados, tanto en el rendimiento como en el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas (tanto generales como específicas), debería continuarse la línea de trabajo iniciada en nuestro estudio con el diseño de propuestas didácticas que versen sobre otros contenidos matemáticos.

Por otro lado, nuestro trabajo ha mostrado la incidencia positiva, en el aprendizaje de los alumnos, de cuatro

elementos de la propuesta didáctica analizada y que, desde nuestro punto de vista, tendrían que estar presentes en el diseño de propuestas de enseñanza-aprendizaje que tengan como objetivo mejorar el proceso y las estrategias para resolver problemas matemáticos de los alumnos de ESO: *a)* contextualizar los problemas a resolver por el alumno en situaciones cotidianas de su entorno; *b)* utilizar métodos de enseñanza que hagan visibles las acciones para resolver un problema, proceso poco conocido desde el punto de vista del alumno; *c)* diseñar diferentes tipos de materiales didácticos que guíen la selección, la organización, la gestión y el control de los diferentes procedimientos para resolver un problema; y *d)* crear espacios de discusión y de reflexión alrededor de este proceso como, por ejemplo, el trabajo en pequeños grupos o en parejas.

### NOTA

<sup>1</sup> Enseñanza secundaria obligatoria.

### AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido realizada gracias a una ayuda para la financiación de proyectos de investigación de la Universidad de Lleida, proyecto núm. 812.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALONSO, V., GONZÁLEZ, A. y SÁENZ, O. (1988). Estrategias operativas en la resolución de problemas matemáticos en el ciclo medio de EGB. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(3), pp. 251-264.
- BLANCO, L. J. (1998). Otro nivel de aprendizaje: perspectivas y dificultades de aprender a enseñar matemáticas. *Cultura y Educación*, 9, pp. 77-96.
- BRANSFORD, J.D. y STEIN, B.S. (1986). *Solución ideal de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear*. Barcelona: Labor.
- CARRILLO, J. (1998). La resolución de problemas en la enseñanza secundaria. Ejemplificaciones del para qué. *Épsilon*, 40, pp. 15-16.
- CONTRERAS, L.C. y CARRILLO, J. (1997). La resolución de problemas en la construcción de conocimiento. Un ejemplo. *Suma*, 24, pp. 21-25.
- DECORTE, E. (1993). La mejora de las habilidades de resolución de problemas matemáticos: hacia un modelo de intervención basado en la investigación, en Beltrán, J.A., Bermejo, V. Prieto, M.D. y Vence, D. *Intervención psicopedagógica*, pp. 146-168. Madrid: Pirámide.
- DELCLOS, V. y HARRINGTON, C. (1991). Effects of strategy monitoring and proactive instruction on children's problem solving performance. *Journal of Educational Psychology*, 83(1), pp. 35-42.
- DERRY, S.J. (1990). Learning strategies for acquiring useful knowledge, en Jones, B.F. y Idol, L. (eds.). *Dimensions of thinking and cognitive instruction*, pp. 347-380. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- FLAVELL, J. (1992). Metacognition and Cognitive Monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry, en Nelson, T.O. (ed.). *Metacognition. Core readings*, pp. 3-8. Boston: Allyn and Bacon.
- HEMBREE, R. (1992). Experiments and relational studies in problem solving: a meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), pp. 242-273.
- JITENDRA, A.K. y PING, Y. (1997). Mathematical word-problem-solving instruction for students with mild disabilities and students at risk of math failure: a research synthesis. *The Journal of Special Education*, 30(4), pp. 412-438.
- KING, A. (1991). Effects of training in strategic questioning on children's problem-solving performance. *Journal of Educational Psychology*, 83(3), pp. 307-317.
- KING, A. (1997). Ask to think-tell why: a model of transactive peer tutoring for scaffolding higher level complex learning. *Educational Psychologist*, 32(4), pp. 221-235.
- KRULIK, S. y RUDNICK, J.A. (1989). *Problem solving: a handbook for senior high school teachers*. Boston: Allyn and Bacon.

LESTER, F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction, en Silver, E.A. (ed.). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, pp. 41-69. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

LESTER, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for research in mathematics education*, 25(6), pp. 660-675.

MARTÍ, E. (1995). Metacognición: entre la fascinación y el desencanto. *Infancia y Aprendizaje*, 72, pp. 9-32.

PIFARRÉ, M. (1998). *Aprèn estratègies per resoldre problemes matemàtics*. Lleida: Pagès editors.

POLYA, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

PUIG, L. (1992). Aprender a resolver problemas, aprender resolviendo problemas. *Aula*, 6, pp. 10-12.

PUIG, L. (1993). El estilo heurístico de resolución de problemas, en Salar, A., Alayo, F., Kindt, M. y Puig, L. *Aspectos didácticos en matemáticas*, 4, pp. 93-122. Zaragoza: ICE.

PUIG, L. (1996). Un curso de heurística matemática para la formación del profesorado. *UNO*, 8, pp. 83-90.

RICO, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria, en Rico, L. (coord.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*, pp. 15-38. Barcelona: ICE-Horsori.

SCHOENFELD, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Nueva York: Academic Press.

SCHOENFELD, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics, en Grows, D. *Handbook for research on mathematics teaching and learning*, pp. 334-370. Nueva York: Macmillan Publishing Company.

SHAW, J. (1997). Cooperative problem solving: using K-W-D-L as an organizational technique. *Teaching children mathematics*, 3(9), pp. 482-486.

VERGNAUD, G. (1983). Multiplicative structures, en Lesh, R. y Landau, M. (eds.). *Acquisition of mathematic concepts and processes*, pp. 127-174. Nueva York: Academic Press.

WEBB, N. (1989). Peer interaction and learning in small groups. *Journal of Educational Research*, 13(1), pp. 21-39.

[Artículo recibido en enero de 2000 y aceptado en enero de 2001.]

Anexo I

Ejemplo de una transcripción del proceso de resolución del problema de una pareja de alumnos.

| TIEMPO  | VERBAL / NO VERBAL |  | ACCIONES   |   |  |
|---------|--------------------|--|--|---|--|
|         | Entrevistador      | Alumno 1   | Alumno 2   | Alumno 1  | Alumno 2   |
| 0' - 2' |                    |  |  | 0' - 2' Sitúa la hoja en el centro, lectura individual, en silencio.              | 0'-2' Lectura individual, en silencio  |
| 2' - 4' |                    | 2'30" De descuento. Esto es lo que tenemos. [Señala los datos del problema.]<br><br>3'40" Ahora escribimos los datos, luego restamos y calculamos el porcentaje. | 2'04" Tenemos que sacar el porcentaje.<br>2'15" [Lee en voz alta.]<br><br>El porcentaje... [Piensa.]<br><br>2'40" ¿Y si hacemos un cuadro?<br><br>3'50" Vale. Yo te dicto. | 2'06" [Continúa leyendo en silencio.]<br><br>2'45" Mira lo que hace el compañero. | 2'45" [Coge una hoja en blanco, dibuja un cuadro de doble entrada con cuatro columnas. Escribe como etiquetas: Precio actual, precio rebajado, descuento.] |