Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos

Maths solving problem strategies. Theoretical and methodological foundations

Yenny Pérez
yennyeliza@gmail.com

Raquel Ramírez
sophie1981_21@hotmail.com
Universidad Pedagógica Experimental Libertador.
Instituto Pedagógico de Caracas

RESUMEN

Estudio descriptivo de los fundamentos teóricos de la resolución de problemas matemáticos y estrategias para su enseñanza, forma parte de un Estudio de Necesidades de un artículo anterior (Pérez y Ramírez, 2008). Investigación documental sobre el estado del arte de investigaciones realizadas por varios autores en el área. El conocimiento en matemáticas cobra sentido a través de la resolución de problemas, esta afirmación es tan cierta que se considera como el corazón de la disciplina. En las últimas décadas se ha acentuado la preocupación de que la resolución de problemas matemáticos sea aplicada como una actividad de pensamiento, debido a que es frecuente que los maestros trabajen en sus aulas problemas rutinarios que distan mucho de estimular el esfuerzo cognitivo de los educandos.

***Palabras clave**: Resolución de problemas; estrategias de enseñanza; enseñanza de la matemática*

ABSTRACT

Descriptive Study of the theoretical foundations of solving mathematical problems and strategies for teaching, which departed from a requirements study referred to in a previous article (Pérez and Ramírez, 2008). The research documentary refers to the state of the art according to various *authors as a result of his research in the area. Knowledge in mathematics is sense through problem solving, this statement is so true that it regards this latter as the heart of the discipline. In recent decades has accentuated the concern that mathematical problems resolution is applied really as an activity of thought because it is frequent that teachers work in the classroom routine problems which are far from stimulating cognitive effort of learners.*

***Key words**: Problem solving; teaching strateg; mathematics teaching*

INTRODUCCIÓN

La Matemática es una de las áreas fundamentales que forma parte del currículo en los primeros años de la escolaridad (Ministerio de Educación, 1997), ya que la misma proporciona herramientas para adquirir los conocimientos de las otras áreas y desarrollar habilidades que el estudiante necesita para la vida.

Su conocimiento está en todas partes, en todas las actividades y quehaceres que forman parte del vivir cotidiano en esta sociedad. Por ello, el estudiante cuando comienza su escolaridad trae, como lo señala Baroody (1994), un bagaje de "conocimientos matemáticos informales", los cuales constituyen un puente para adentrarse en la Matemática formal que comenzará a aprender en la escuela.

Entre los contenidos matemáticos desarrollados en la escuela, adquieren relevancia, la resolución de problemas, ya que constituye una herramienta didáctica potente para desarrollar habilidades entre los estudiantes, además de ser una estrategia de fácil transferencia para la vida, puesto que permite al educando enfrentase a situaciones y problemas que deberá resolver.

De acuerdo con Cuicas (1999), "en Matemática la resolución de problemas juega un papel muy importante por sus innumerables aplicaciones tanto en la enseñanza como en la vida diaria" (p. 21).

Asimismo, en el Currículo Básico Nacional (Ministerio de Educación, 1997), se expone que la resolución de problemas "es la estrategia básica para el aprendizaje de la Matemática". En este sentido, puede decirse que la resolución de problemas ocupa un lugar central para su enseñanza pues estimula la capacidad de crear, inventar, razonar y analizar situaciones para luego resolverlas.

De la misma manera puede afirmarse que la resolución de problemas es una estrategia globalizadora en sí misma, debido a que permite ser trabajada en todas las asignaturas, y además el tópico que se plantea en cada problema puede referirse a cualquier contenido o disciplina.

Por lo tanto, es necesario que el docente se forme y actualice con respecto a los fundamentos teóricos – metodológicos propias de la resolución de problemas y como facilitan su enseñanza con el fin de plantear a los estudiantes enunciados que realmente posean las características de un problema, que les invite a razonar, a crear, descubrir para poder llegar a su solución.

Considerando la importancia de esta temática dentro del currículo escolar, el presente trabajo se centro en analizar los fundamentos teóricos y metodológicos tanto, de la resolución de problemas matemáticos como de las estrategias para su enseñanza. El mismo formó parte de un trabajo previo sobre Desarrollo Instruccional, donde se realizó un estudio de necesidades sobre la metodología que utilizan los docentes de primer grado de educación primaria para la enseñanza de esta área (Pérez y Ramírez, 2008).

MÉTODO

El estudio se circunscribe en una investigación documental, apoyada en la revisión de fuentes bibliográficas y hemerográficas (desde la década de los ochenta) relacionadas con el tema en referencia, a partir de las cuales se realizó un análisis cualitativo de la información con la finalidad de identificar los aportes que diferentes autores han realizado como producto de sus investigaciones en el área. El mismo se centró, en identificar las estrategias de enseñanza propuestas por diversos autores para la resolución de problemas matemáticos, sus fundamentos teóricos y metodológicos (conceptualización del término problema, características, etapas de resolución, taxonomías, estrategias de resolución y aspectos a tomar en cuenta en la enseñanza de dichas estrategias). La investigación ofrece un aporte para la formación y actualización de los docentes de la educación primaria en el área de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.

RESULTADOS

A continuación, se presentan los aspectos seleccionados del análisis de los documentos seleccionados, como producto según se indica:

Los problemas matemáticos en la Educación Básica

La resolución de problemas matemáticos ha estado en boga en los últimos años, sin embargo, el mismo es utilizado con diferentes acepciones. En el ámbito de la didáctica, Beyer (2000) señala varias definiciones del término "problema", presentadas por diversos autores, entre ellos:

Nieto (citado por Beyer, 2000) "problema" como una dificultad que exige ser resuelta, una cuestión que requiere ser aclarada".

Para Kilpatrick (citado por Beyer, 2000) "problema" es una definición en la que se debe alcanzar una meta, pero en la cual está bloqueada la ruta directa (op cit).

Por su parte, Rohn (op. at, p. 24) concibe un problema como un sistema de proposiciones y preguntas que reflejen la situación objetiva existente; las proposiciones representan los elementos y relaciones dados (qué se conoce) mientras que las preguntas indican los elementos y las relaciones desconocidas (qué se busca).

Según Mayer (citado por Poggioli, 1999) problemas tienen los siguientes componentes: a) las metas, b) los datos, c) las restricciones y

d) los métodos". (p. 15).

De acuerdo con este autor, las metas son los objetivos que se pretenden alcanzar en una situación determinada. Los datos son los elementos numéricos o la información verbal que necesita el estudiante para analizar y resolver la situación problema; los datos pueden estar explícitos o implícitos en el enunciado de un problema. Las restricciones son los factores que limitan el camino para lograr solucionar la situación planteada y los métodos se refieren a las operaciones o procedimientos que deben aplicarse para alcanzar la solución.

En este mismo orden de ideas, Vega Méndez (1992) define una situación – problema como "aquella que exige que el que la resuelva comprometa en una forma intensa su actividad cognoscitiva. Es decir, que se emplee a fondo, desde el punto de vista de la búsqueda activa, el razonamiento y elaboración de hipótesis, entre otras" (p. 15).

De igual forma, el autor (ob. cit.), sostiene que una misma situación puede representar o no un problema para diversos estudiantes. Por tanto, el docente debe procurar plantear situaciones que sean capaces de provocar y activar el trabajo mental del alumno, y no limitarse a usar enunciados de problemas rutinarios que los alumnos resuelven en forma mecánica, sin ningún esfuerzo cognoscitivo, pues estas situaciones en realidad no constituyen verdaderos problemas.

Ahora bien, teniendo presente las acepciones de los diversos autores acerca de lo que constituye realmente un problema matemático y su importancia para el desarrollo de habilidades cognoscitivas en los estudiantes, se entiende que el mismo tome parte del Currículo Básico Nacional como una estrategia fundamental para el aprendizaje de la Matemática. En tal sentido, el Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC, 1998) plantea que, un buen problema matemático debe poseer, entre otras las siguientes características:

(a) Plantea cuestiones que permiten desarrollar el

> razonamiento matemático en situaciones funcionales y no las que sólo ejercitan al escolar en cálculos complicados; (b) permite al que lo resuelve descubrir, recolectar, organizar y estructurar hechos y no solo memorizar; c) tiene un lenguaje claro (sin ambigüedades), expresado en vocabulario corriente y preciso; (d) es original e interesante; (e) el grado de dificultad debe corresponder al desarrollo del educando; (f) propone datos de situaciones reales; (g) no se reduce a soluciones que lleven sólo a la aplicación de operaciones numéricas. Puede ofrecer la oportunidad de localizar datos en tablas, gráficos, dibujos, etc, que el problema no da, pero son necesarios para su solución; (h) esta expresado de manera que despierte en el alumno el interés por hallar varias alternativas de solución, cuando estas existan; (i) responde a los objetivos específicos del Programa de Matemática. (op cit, p. 27).

No obstante, a pesar de lo señalado por los autores antes citado, en la realidad educativa venezolana no se hace uso de la estrategia de resolución de problemas como tal, por cuanto se tiende a confundir los problemas con los ejercicios, tal como lo señala Beyer (2000):

> Esencialmente, la actividad alrededor de los objetivos del currículum de la primera etapa de la Escuela Básica gira en torno a *ejercicios de rutina*, los cuales no tienen las verdaderas características de problemas; y, en el mejor de los casos, cuando un docente considera “un verdadero problema”, el trabajo que él realiza, las más de las veces sigue mediatizado por el estilo expositivo tradicional y como consecuencia de ello, la actividad pierde su esencia (op. cit, p. 27).

De esta forma, la enseñanza de la resolución de problemas en la educación primaria es rutinaria ya que se asignan ejercicios, más que problemas donde el estudiante los resuelve en forma mecánica. En otros casos, cuando realmente se trabajan situaciones problemáticas, como señala Baroody (1994), las mismas son extraídas de los libros en forma descontextualizada y por tanto, alejadas de cualquier significado para los alumnos, debido a que los mismos en nada se asemejan con la realidad en la que están inmersos.

Por tal razón, sostiene el autor (ob. cit), que el fin de los mal llamados “problemas” es practicar en forma rutinaria los temas dados, pero en realidad, no estimulan el desarrollo de las habilidades de pensamiento en los estudiantes.

En consecuencia, Baroody (1994) señala que es más productivo trabajar en clase con “problemas genuinos”, los cuales exigen un análisis detallado para definir la incógnita, identificar los datos necesarios y decidir la estrategia a seguir para llegar a su resolución. Según el mismo autor, en este tipo de problema, la incógnita puede no estar especificada con claridad, lo que exige hacer un análisis para captar con exactitud el objetivo del mismo, de manera que el estudiante examine cuidadosamente la información que debe desechar, los datos innecesarios e identificar lo realmente necesario. Además, en problemas como éstos, los estudiantes requieren pensar para elegir la estrategia de solución más eficaz, pues, por sus características son factibles de aceptar diferentes vías de solución.

Por tal motivo, es importante que los docentes asuman una enseñanza de la Matemática orientada hacia la resolución de problemas, en donde el alumno pueda realizar suposiciones e inferencias, se le permite discutir sus conjeturas, argumentar, y por supuesto, equivocarse. De manera tal que los problemas no sean un aditamento sino el núcleo de la actividad de clase (Beyer, 2000).

Clasificación de los problemas de naturaleza verbal relacionados con adición y sustracción

El enunciado de un problema matemático puede o no representar un verdadero problema para los estudiantes, por ello, es conveniente que los docentes decidan previamente, cuales problemas trabajarán en sus clases a fin de cuidar la redacción y los términos usados en los mismos, además de crear enunciados creativos, interesantes, relacionados con aspectos de la vida real, que le permitan al estudiante reflexionar, razonar y analizar sus elementos para proponer soluciones adecuadas.

De acuerdo con Nesher (1999), investigadores como Carpenter, Moser, Romberg, Riley, De Corte, Verschaffel, entre otros, han estudiado los enunciados de los problemas aritméticos verbales agrupándolos en categorías, de acuerdo a su estructura semántica.

Al respecto Poggioli (1999), cita el estudio desarrollado por Carpenter y Moser donde se clasifican estos problemas en términos de las siguientes operaciones básicas: cambiar, combinar, comparar e igualar.

Esta taxonomía de problemas verbales de adición y sustracción es compartida por los diversos investigadores, que ha llevado ha producir una clasificación dentro de cada categoría, en función del nivel de dificultad de los problemas agrupados en cada una de ellas. En el cuadro Nº 1, se describen las cuatro categorías de problemas de tipo verbal señalados anteriormente.

Cuadro 1. Clasificación de problemas de tipo verbal, según Carpenter y Moser (1984)

CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	SUBCATEGORÍA	EJEMPLO
Cambio	Los problemas de cambio se caracterizan por la presencia de una acción de transformación aplicada sobre una cantidad inicial, la cual experimenta un cambio (aumento o disminución) y resulta una cantidad final.	Cambio 1 (Aumento.Se pregunta por conjunto final).	Connie tenía 5 metras. Jim le dio 8 más. ¿Cuántas metras tiene Connie en total?.
		Cambio 2 (Disminución. Se pregunta por conj. final).	Connie tenía 13 metras. Le dio 5 a Jim. ¿Cuántas metras le quedan?.
		Cambio 3. (Aumento. Pregunta acerca del cambio).	Connie tiene 5 metras. ¿Cuántas metras más necesita para tener 13?.
		Cambio 4. (Disminución Pregunta acerca del cambio).	Connie tenía 13 metras. Le dio algunas a Jim y ahora le quedan 8. ¿Cuántas metras le dio Connie a Jim?
		Cambio5. (Aumento. Pregunta acerca del conjunto inicial).	Connie tenía algunas metras. Jim le dio 5 más y ahora tiene 13 metras. ¿Cuántas metras tenía Connie al principio?
		Cambio 6. (Disminución Pregunta acerca del conjunto inicial).	Connie tenía algunas metras. Le dio 5 a Jim. Ahora le quedan 8. ¿Cuántas metras tenía Connie°° al principio?.

CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	SUBCATEGORÍA	EJEMPLO
Combinación	Se caracterizan por la presencia de dos cantidades que pueden considerarse aisladamente o como partes del todo, sin que exista ningún tipo de acción.	Combinación 1. (Pregunta sobre el conjunto unión o total).	Connie tiene 5 metras rojas y 3 azules. ¿Cuántas metras tiene en total?.
		Combinación 2. (Pregunta sobre un subconjunto o parte).	Connie tiene 13 metras. Cinco son rojas y el resto es azul. ¿Cuántas metras azules tiene Connie?
Comparación	En este tipo de problemas se establece una relación comparativa entre dos cantidades distintas, bien para determinar la diferencia existente entre ellas o bien para hallar una cantidad desconocida a partir de una conocida y la relación entre ellas.	Comparación 1 (usando "más" Pregunta sobre conjunto diferencia).	Connie tiene 13 metras y Jim tiene 5. ¿Cuántas metras más tiene Connie que Jim?
		Comparación 2 (usando "menos" Pregunta sobre conjunto diferencia).	Connie tiene 13 metras y Jim tiene 5. ¿Cuántas metras menos tiene Jim que Connie?.
		Comparación 3 (usando "más" Pregunta sobre lo "comparado").	Jim tiene 5 metras. Connie tiene 8 más que Jim. ¿Cuántas metras tiene Connie?.
		Comparación 4 usando "menos" Pregunta sobre lo "comparado").	Jim tiene 5 metras. Él tiene 8 metras menos que Connie. ¿Cuántas metras tiene Connie?
		Comparación 5 (usando "más" Pregunta sobre el referente).	Connie tiene 13 metras. Ella tiene 5 metras más que Jim. ¿Cuántas metras tiene Jim?.
		Comparación 6 (usando "menos" Pregunta sobre el referente).	Connie tiene 13 metras. Jim tiene 5 metras menos que Connie. ¿Cuántas metras tiene Jim?.
Igualación	Contienen elementos de los problemas de cambio y comparación. En ellos se presenta una acción implícita basada en la comparación de dos cantidades distintas.	Igualación 1	Connie tiene 13 metras. Jim tiene 5. ¿Cuántas metras tiene que ganar Jim para tener tantas metras como Connie?.
		Igualación 2	Connie tiene 13 metras. Jim tiene 5. ¿Cuántas metras tiene que perder Connie para tener tantas como Jim?.
		Igualación 3	Jim tiene 5 metras. Si él gana 8, tendrá el mismo número de metras que tiene Connie. ¿Cuántas metras tiene Connie?.
		Igualación 4	Jim tiene 5 metras. Si Connie pierde 8 metras, tendrá tantas metras como Jim. ¿Cuántas metras tiene Connie?.
		Igualación 5	Connie tiene 13 metras. Si Jim gana 5 metras, tendrá tantas metras como Connie. ¿Cuántas metras tiene Jim?.
		Igualación 6	Connie tiene 13 metras. Si ella pierde 5, tendrá tantas metras como Jim. ¿Cuántas metras tiene Jim?

Elabora y adaptado de Poggioli (1999); Bethencourt (1994); y Nesher (1999)

Existen otras clasificaciones de los problemas de adición y sustracción, pero todas comparten en esencia las mismas características estructurales.

Según De Corte y Veschaffel, (citado por Bethencourt, 1994), la introducción de esta variedad de problemas en el trabajo escolar es conveniente, ya que facilita entre los estudiantes la construcción de nociones y conceptos amplios con relación a las operaciones básicas de adición y sustracción, además, de permitir que el estudiante se enfrente a situaciones variadas con distintos niveles de complejidad.

En este sentido, en el cuadro 1, se evidencia a través de los enunciados problemáticos, que el grado de dificultad de cada categoría y subcategoría es distinto. Es así como en un estudio llevado a cabo por Riley (citado por Bethencourt, 1994), con estudiantes de educación inicial, y de los primeros grados de educación primaria a los cuales se les aplicó individualmente los problemas con cantidades inferiores a la decena, permitió al citado autor concluir, en función de los resultados obtenidos, que los problemas de cambio 1, cambio 2 y combinación 1 constituyen el nivel básico por el cual se habría de iniciar el aprendizaje de la Matemática. De igual manera, le permite afirma que los problemas de cambio 5 y 6 son los más difíciles, y los que poseen un nivel de complejidad más alto de todas las categorías son los de comparación, especialmente los números 5 y 6. Destacando que los más fáciles pertenecen a la categoría de igualación 1 y 2.

Estos estudios, deben ser conocidos por los docentes de los primeros grados debido a la importancia que tiene el que conozca los tipos de problemas de adición y sustracción de naturaleza verbal y el grado de dificultad de cada uno, para que pueda animarse e incorporarlos en su trabajo escolar. Sin embargo, es conveniente que previamente realice una programación secuenciada de trabajo en la escuela con tales problemas, que sea a su vez respetuosa con los índices de dificultad que se presentan para el alumnado (ob. cit., p. 6).

Etapas de la resolución de problemas matemáticos

Diversos investigadores han afirmado que la resolución de problemas, en si misma se refiere a un proceso que se desarrolla en varias etapas, en este sentido, se identifican varias propuestas de los autores con relación a ellas.

Wallas (citado por Poggioli, 1999) sostiene que para resolver un problema se debe pasar por las siguientes fases:

- La preparación, que permite al solucionador analizar el problema y buscar información al respecto para tratar de definirlo
- La incubación, donde el solucionador analiza el problema de manera inconsciente
- La inspiración, que permite al solucionador vislumbrar la solución de manera inesperada
- La verificación, donde el solucionador revisa la solución encontrada

En este mismo orden de ideas, los trabajos desarrollados por Andre y Hayes (citado por Poggioli, 1999), permiten plantear las siguientes etapas en la resolución de un problema y que ayudan al solucionador a acercarse a la solución:

- Identificación de los datos y la meta del problema
- Especificación del problema donde se describe de forma más precisa el problema
- Análisis del problema para identificar la información relevante
- Generación de la solución, considerando diferentes alternativas
- Revisión de la solución, para evaluar su factibilidad
- Selección de la solución factible
- Ejecución de la solución seleccionada
- Nueva revisión de la solución, en caso de ser necesario

Por su parte, Polya (1984) establece que un problema puede resolverse si se siguen los siguientes pasos:

- Comprender el problema. Se refiere al momento donde lo primero que el estudiante debe hacer es comprender el problema, es decir, entender lo que se pide, por cuanto que no se puede contestar una pregunta que no se comprende, ni es posible trabajar para un fin que no se conoce. En este sentido, el docente debe cerciorarse si el estudiante comprende el enunciado verbal del problema, para ello, es conveniente formúlale preguntas acerca del problema. De esta manera, el estudiante podrá diferenciar cuál es la incógnita que debe resolver, cuáles son los datos y cuál es la condición. Asimismo, si en el problema se suministran datos sobre figuras, se recomienda que el alumno dibuje o represente y destaque en ella la incógnita y los datos.
- Concepción de un plan. Según Polya "Tenemos un plan cuando sabemos, al menos a *`grosso modo`,* qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita". (op. cit., p. 30). De acuerdo con este autor, una vez que el estudiante ha comprendido el problema debe pasar a la segunda fase, es decir, debe concebir un plan de resolución, sin embargo entre estas dos fases el camino puede ser largo y difícil, pues ello depende de los conocimientos previos y de la experiencia que posea el individuo. Por ello, cuando el docente trabaja esta estrategia con sus estudiantes debe ayudarlos a concebir un plan a través de preguntas y sugerencias para que el alumno se vaya formando alguna idea que poco a poco puede ir tomando forma hasta lograr completar el plan que le llevará a la solución del mismo. Asimismo, se sugiere que el individuo puede ayudarse recordando algún problema que le sea familiar y que tenga una incógnita similar.
- Ejecución del plan. Se refiere al proceso donde el estudiante deberá aplicar el plan que ha concebido, para ello hace falta que emplee los conocimientos ya adquiridos, haga uso de habilidades del pensamiento y de la concentración sobre el problema a resolver (Polya, 1984, p. 33). El estudiante debe tener claridad en cuanto a que el plan constituye un lineamiento general, por tanto al llevarlo a cabo debe ser muy cuidadoso y revisar cada detalle. En este sentido, el maestro debe insistir para que

el alumno verifique cada paso que realice, se cerciore de la exactitud de cada uno e inclusive, demuestre que llevó a cabo cada detalle con tal precisión.

- Examinar la solución obtenida (visión retrospectiva). Se refiere al momento donde el estudiante reexamina el plan que concibió, así como la solución y su resultado. Esta práctica retrospectiva le permitirá consolidar sus conocimientos e inclusive mejorar su comprensión de la solución a la cual llegó. El docente debe aprovechar este paso para que el estudiante constate la relación de la situación resuelta con otras que pudieran requerir un razonamiento más o menos similar, con el fin de facilitarle la transferencia a otras situaciones que se le presenten e inclusive en la solución de problemas de la vida misma.

En síntesis, puede decirse que los pasos antes señalados para la resolución de un problema han sido estudiados por diversos autores, ya forman parte del proceso que se requiere llevar acabo en esta área. Cuando se resuelve un problema es necesario concebir un plan a seguir, ya que constituye un camino para llegar a la solución del mismo.

Estrategias de Resolución de Problemas

> Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un gran descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. (Polya, 1984, p. 7).

Partiendo de esta idea, es posible decir que el docente tiene en sus manos la maravillosa tarea de despertar la curiosidad de sus estudiantes a través del planteamiento de problemas matemáticos. Para ello, es importante que le presente a sus estudiantes situaciones variadas y que estimulen la reflexión, pero también es necesario que les proporcione las herramientas y recursos que les anime a descubrir por sí mismos las soluciones a los problemas presentados. En este sentido, se hace imprescindible que el maestro conozca, las diversas estrategias de resolución de problemas que han propuesto investigadores y expertos en el área.

De tal manera, en este aparte se hará referencia a algunas de estas estrategias de resolución de problemas matemáticos, no sin antes definir este término:

De acuerdo con Poggioli (1999), las estrategias para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos y obtener una solución (p. 26). En este sentido, señala que estas estrategias comprenden los métodos heurísticos, los algoritmos y los procesos de pensamiento divergente. Los métodos heurísticos son "estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizados por los solucionadores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución" (ob. cit., p. 27). Cabe señalar que este método no constituye en sí mismo una estrategia sino un conjunto de procedimientos generales que permiten seleccionar las estrategias más adecuadas que acerquen a la solución. Los métodos heurísticos pueden ser: a) generales, como los planteados por Polya, Hayes, entre otros, (citado por Poggioli, 1999) y que se pueden aplicar a una gran área de dominio; b) específicos, que se refieren a un área de conocimiento en particular.

Los métodos heurísticos específicos sostienen que la eficiencia de un individuo para resolver un problema esta relacionada con el conocimiento sobre el área en cuestión que posea el mismo. En tal sentido, autores como Mayer y Stenberg (citados por Poggioli, 1999) han señalado que los tipos de conocimientos necesarios para resolver un problema incluyen: el conocimiento declarativo (conceptual), conocimiento lingüístico, referido al lenguaje como palabras, frases, oraciones, entre otros; conocimiento semántico, es decir significado de las palabras o términos; conocimiento esquemático, que se refiere a los diferentes tipos de problemas;

conocimiento procedimental, es decir, de los algoritmos u operaciones necesarias para resolver el problema; conocimiento estratégico que se refiere a los tipos de conocimientos y de los métodos heurísticos.

Los métodos heurísticos generales. Comprenden diversos procedimientos, en este sentido Poggioli (1999), refiere los siguientes:

a).Trabajar en sentido inverso. Este procedimiento de trabajar de atrás hacia delante es usado en Geometría y consiste en convertir las metas en datos y partir de allí resolver el problema.
De acuerdo con Salazar (2000), esta estrategia es parecida a la que se utiliza en la vida diaria, cuando por ejemplo, se pierde un objeto y se trata de visualizar o desandar los pasos realizados con el fin de determinar donde se pudo haber perdido el objeto.

b). Subir la cuesta. Según Poggioli (1999) consiste en avanzar desde la situación actual a otra que esté más próxima a la meta, de manera que el solucionador, al encontrarse en ese estado más cercano, evalúe el nuevo estado en el que esté después de cada posible movimiento, pudiendo seleccionar siempre el que éste más próximo de la meta.

c). Análisis medios-fin. *S*e basa en la descomposición de la meta en submetas para luego ir solucionándolas en forma individual, una a una, hasta completar la solución final.
Otras estrategias heurísticas que según Salazar (2000), permiten la resolución de problemas se refieren a:

- <u>Ensayo y error:</u> Es una estrategia útil para resolver cierto tipo de problemas como por ejemplo los de selección, en donde se proporcionan varias alternativas de posibles soluciones y el individuo debe probar cada una, hasta llegar a la respuesta correcta.
- <u>Hacer un dibujo:</u> permite representar los datos o información que suministra el problema, esta estrategia es de gran utilidad ya que permite visualizar mejor la situación planteada y por ende contribuye a que el estudiante comprenda mejor y genere nuevas ideas de resolución.
  De acuerdo con Salazar (2000) la representación visual, permite comprender los conceptos y condiciones mucho mejor que las frases

verbales, dicha estrategia se fundamenta en el principio: de que una imagen vale más que mil palabras.

- <u>Resolver un problema más simple:</u> Consiste en simplificar el problema, resolverlo con cantidades pequeñas o tratar de plantearse uno relacionado pero más sencillo. Ello puede ayudar a entender el problema, por lo que se puede enseñar a los alumnos para que utilicen esta estrategia cuando les cueste comprender una situación dada.

d). El uso de algoritmos. De acuerdo a Poggioli (1999), se refiere a procedimientos más específicos que indican paso a paso la solución de un problema (p. 30). Los algoritmos, al contrario de los métodos heurísticos, constituyen estrategias específicas que garantizan el alcance de los objetivos o solución del problema. Sin embargo, cabe destacar que los procedimientos heurísticos son más útiles que los algoritmos cuando no se conoce la solución del problema.

f). Procesos de pensamiento divergente. Como su nombre lo indica, se refiere a una estrategia relacionada con la creatividad, originalidad e inspiración, implica la generación de perspectivas o enfoques alternativos de solución.

Finalmente, es importante señalar que existen otras estrategias y técnicas para resolver problemas que han sido desarrolladas por diferentes autores, sin embargo, las presentadas en este trabajo son a juicio de las autoras, de gran utilidad para ser comprendidas y aplicadas por los docentes, tanto en el ámbito personal como en el pedagógico. Al tener esta información sobre las mismas, podrá adquirir otras que le permitan ayudar a sus alumnos en la adquisición de conocimiento para resolver problemas matemáticos.

De allí la importancia que tiene para el docente, conocer y manejar diversas estrategias en el área de la resolución de problemas, con el fin de poder ofrecer a sus estudiantes elementos que permitan adquirir y consolidar esta destreza. Es cierto que muchos docentes afirman que lo más conveniente es dejar a los estudiantes utilizar estrategias propias para resolver las situaciones problemáticas, sin embargo también es conveniente mostrarles que existen otras estrategias y técnicas que les permitan simplificar y facilitar el trabajo. Sin embargo, estas ayudas no deben ser enseñadas como las únicas, sino por el contrario deben permitir al alumno reflexionar sobre ellas para que pueda ir adquiriendo de manera paulatina las destrezas y habilidades que le faciliten resolver cualquier problema que se le presente. De esta manera, podrá ir adquiriendo autonomía e independencia en el proceso, a tal punto de llegar a sentir el encanto del descubrimiento del que habla Polya. (1984).

Otros autores, han realizado diferentes aportes la enseñanza de la resolución de problemas, entre ellos se destacan los siguientes:

García (2002) quien reafirmó la importancia del uso de estrategias para la enseñanza de la resolución de problemas por parte del docente. Este señala algunas recomendaciones:

- Proponer a los alumnos problemas con diferentes tipos de contextos, es decir, plantear al estudiante situaciones distintas y variadas relacionadas tanto con experiencias de la vida real, tales como ideas ficticias, con el fin de despertar la curiosidad e interés de los estudiantes a través de la creatividad de las situaciones planteadas.
- Proponer problemas variados, en cuanto al número de soluciones, es decir, una solución, varias soluciones; sin solución. Es importante plantear diferentes tipos de problemas, con enunciados diversos en donde los estudiantes requieran utilizar procesos cognoscitivos para resolver cada situación y no caer en la rutina de presentar los mismos tipos de problemas que conllevan a un proceso de resolución mecánico y memorístico.
- Presentar problemas variados desde el punto de vista de la adecuación de los datos, es decir, usar datos completos, incompletos, superfluos, o presentar datos que sobran. Esta recomendación, obliga al estudiante a leer y entender el problema antes de comenzar a concebir el plan de resolución, pues debe saber primero cual de la información suministrada es realmente un insumo para alcanzar la solución.
- Poner el acento sobre los procesos de resolución y no solamente sobre los cálculos y las soluciones, en este sentido García (2002), recomienda al docente al trabajar haciendo énfasis en los procesos

desarrollados por los estudiantes más que en los resultados, pues al fin y al cabo es el proceso lo que va a transferir el estudiante cuando requiera enfrentarse a otra situación similar en el futuro.

- Animar a los estudiantes a comunicar oralmente o por escrito lo esencial del proceso de resolución de problemas. Para ello se recomienda pedir al estudiante que verbalice o escriba el proceso que siguió para resolver el problema, de esta manera el docente puede conocer (con las propias palabras de los alumnos) los procesos mentales y procedimientos que utilizaron para llegar a la solución, y al mismo tiempo se estaría valorando las propias estrategias de los estudiantes y ayudar a otros alumnos que tienen mayores dificultades en esta área.
- Diversificar las actividades de resolución de problemas, lo que requiere un enunciado y pedir cuál podría ser la pregunta del problema ante un conjunto de datos. En ella se pide elegir aquellos que encajan en la pregunta del problema. Dada la incógnita, se pregunta por los datos. Esto le permite al docente salir de la rutina y planificar con anticipación los enunciados de los problemas a trabajar en sus clases plantear situaciones diversas y variadas que permitan al estudiante a reflexionar, analizar y razonar, para concebir un plan que le permita obtener la solución de los problemas dados.

En resumen, García (2002), parte de los procedimientos heurísticos propuestos por Polya (1984) para realizar esta serie de recomendaciones a los docentes con el objetivo de ayudarlos a mejorar sus estrategias de enseñanza en la resolución de problemas.

En el mismo orden de ideas, cabe hacer referencia a los trabajos de Schoenfeld sobre resolución de problemas (citada por Santos, 1992). Donde plantea la importancia de entrenar a los estudiantes en la selección adecuada y uso de estrategias para resolver con eficacia los problemas planteados. Entre los aportes del citado autor se pueden mencionar las actividades de aprendizaje que utilizó y que pueden ser útiles para el trabajo de los docentes en el aula, de manera de ayudar a sus estudiantes en cuanto a:

> (a) Resolver problemas nuevos... en la clase con la finalidad de mostrar a los estudiantes las decisiones tomadas durante el proceso de resolver problemas; (b) mostrar vídeos de otros estudiantes resolviendo problemas a las clases. Esto con la finalidad de discutir las destrezas y debilidades mostradas por los estudiantes en el proceso de resolver problemas; (c) actuar como moderador mientras los estudiantes discuten problemas en la clase...; (d) dividir la clase en pequeños grupos los cuales discuten problemas matemáticos. El papel del coordinador es elaborar preguntas que ayuden a los estudiantes a reflexionar en lo que están haciendo... (ob. cit., p. 22).

En última instancia, Schoenfeld (citado por Santos, 1992) propone la importancia de relacionar las actividades de aprendizaje que se llevan a cabo en el aula con las actividades que desarrollan los matemáticos, pues esta es la única manera que los estudiantes le encuentren razón de ser a la Matemáticas.

Del mismo modo, cabe señalar los trabajos realizados por Baroody (1994), quien sostiene que generalmente los niños suelen tener éxito en los problemas rutinarios, porque son problemas mecánicos, repetitivos y de formato sencillo, que no requieren ningún tipo de análisis de su parte. Estos problemas pueden asimilarse con rapidez y para su comprensión sólo basta una lectura superficial del enunciado. Por el contrario, los problemas genuinos requieren de un análisis cuidadoso que implica definir el problema, planificar la posible estrategia para la solución, poner en práctica la estrategia planificada y comprobar los resultados (Polya, citado por Baroody 1994, p. 237).

Para Baroody (ob.cit.), un análisis cuidadoso del problema requiere de los siguientes aspectos:

- *La Comprensión*: que consiste en definir claramente la incógnita o meta del problema, y que ayuda a seleccionar la información que se necesita para resolver el problema así como los métodos más adecuados para ello.

- *Uso de técnicas para la resolución de problemas*: cuando un alumno se enfrenta con un problema genuino, es decir, no rutinario puede emplear las técnicas o estrategias que contribuyan al análisis del mismo, las cuales se denominan "heurísticas", según Polya. (citado por Baroody, 1994). Por ejemplo, una técnica heurística para entender mejor un problema, puede ser la representación del problema a través de un dibujo. Es importante que los niños usen técnicas para analizar el problema, pues de lo contrario se les tornará muy difícil resolver un problema no rutinario.
- *Motivación*: los estudiantes deben estar motivados para realizar el esfuerzo que exige un análisis detallado que le llevará a la solución del mismo.
- *Flexibilidad*: consiste en la adaptación rápida de los recursos existentes para satisfacer las demandas de una tarea nueva" (ob.cit.). El estudiante debe sentirse con plena libertad para ensayar respuestas, equivocarse, probar una y otra vez hasta descubrir por sí mismo la solución de las situaciones planteadas.

Por otra parte, el CENAMEC (citado por Cañas y Herrera, 1996), recomienda a los docentes que en la enseñanza de resolución de problemas, se consideren los eventos propuestos por Gagné y Brunner, en cuanto a la motivación; la activación de los conceptos previos que le facilite el análisis de los elementos nuevos; la representación gráfica como apoyo para luego pasar a la representación simbólica; la ejercitación de problemas tantos parecidos como novedosos para que se lleve a cabo la transferencia a nuevas situaciones.

Finalmente, a continuación se presenta una síntesis de las propuestas anteriores con algunas consideraciones que el maestro puede asumir en el desarrollo de estrategias de enseñanza de resolución de problemas de adición y sustracción:

- Los problemas que se plantean en la escuela deben estar relacionados con el contexto de los estudiantes, es decir, con la situación real en la cual se desenvuelven, pues esto despertará la curiosidad e interés en los escolares.

- El docente debe diseñar previamente un programa secuenciado de resolución de problemas, a través del cual establezca los tipos de problemas que trabajará y el grado de dificultad de los mismos de acuerdo al nivel de los escolares. Es necesario que el docente sea cuidadoso para tratar de plantear problemas adecuados al nivel del estudiante, no tan fácil como para que no reflexione, ni tan difícil como para que el estudiante se frustre y se sienta incapaz de afrontar la solución del problema.
- Los enunciados de los problemas se deben redactar con un lenguaje claro, preciso, utilizando palabras relacionadas con la realidad de los estudiantes, además deben ser creativos, originales y novedosos. Es importante evitar la práctica de caer en el planteamiento de problemas y ejercicios rutinarios, siempre iguales en el estilo, pues esto conlleva a que los alumnos los resuelvan en forma mecánica y memorística, sin algún esfuerzo cognitivo por parte de los estudiantes. En este punto, se sugiere que los docentes revisen la clasificación o taxonomía de los problemas verbales planteados por Carpenter y Moser, (citado por Poggioli, 1999) quienes proponen diferentes categorías de problemas de adición y sustracción, variados en su estructura semántica y con distintos niveles de complejidad, los cuales pueden presentarse a los estudiantes desde los primeros grados en forma secuenciada para estimular en ellos los procesos de reflexión, análisis y razonamiento.
- Se recomienda a los docentes orientar a sus estudiantes para utilizar estrategias o técnicas para resolver los problemas matemáticos. Pueden tomarse ideas de los métodos heurísticos o presentarles adaptaciones de ellos. entre ello permitirán que tracen algún lineamiento que le facilite la resolución de los problemas. Asimismo, es recomendable explicar a los estudiantes que, inicialmente deben leer el problema con atención y tratar de comprenderlo, antes de ponerse en marcha hacia la búsqueda de la solución. Se puede sugerir técnicas que los ayude a comprender mejor el problema, tales como usar dibujos, representar gráficamente los datos, hacerse preguntas relacionadas con el problema, entre otros. La idea es entrenar al estudiante en la adquisición de estrategias y habilidades para alcanzar las soluciones a los problemas planteados. También es conveniente que el docente

valore las estrategias propias que desarrollan los propios estudiantes, y pedirles que las verbalicen de manera oral y escrita, con el fin de orientarlos y explicarles las bondades o limitaciones que pudieran tener.

Para ilustrar mejor este aspecto, Polva (1984) señala lo siguiente:

> "El estudiante debe adquirir en su trabajo personal la más amplia experiencia posible. Pero si se le deja solo frente a su problema, sin ayuda alguna o casi ninguna, puede que no progrese. Por otra parte, si el maestro le ayuda demasiado, nada se le deja al alumno. El maestro debe ayudarle, pero no mucho ni demasiado poco, de suerte que le deje asumir *una parte razonable del trabajo"* (op. cit., p. 23).

- Es necesario que el docente considere y así lo haga ver a sus estudiantes, que no existe una manera única de resolver problemas. Puede ocurrir que éstos descubran estrategias o técnicas distintas de resolver una situación a las que conozca y maneje el maestro, así como también puede suceder que un mismo problema sea resuelto de manera diferente por los alumnos. Por ello, resulta esencial, de acuerdo a lo planteado por Lerner, (citado por Cañas y Herrera, 1996), que los escolares comparen las estrategias que han utilizado y descubran cuales son equivalentes, porque aunque no sean idénticas, conducen al mismo resultado (p. 89).
- Los docentes deben animar a los estudiantes a anticipar resultados, lo que de acuerdo a Lerner (citado por Cañas y Herrera, 1996) les permites evaluar la corrección o no de las operaciones realizadas. Según este autor, cuando no se trabaja de este modo, es fácil que los estudiantes acepten como correctos los resultados que son ilógicos, puesto que confían más en los procedimientos adquiridos mecánicamente que en su propio razonamiento.
- Es frecuente encontrar entre los estudiantes la búsqueda de palabras claves como una técnica para descubrir la(s) operación(es) que deberá efectuar para resolver correctamente el problema. En este sentido, se hace referencia al trabajo llevado a cabo por Rizo y Campistrous

(1999), en el cual se expresa que el uso de la estrategia de palabras claves está diseminado entre los alumnos de primaria, además señalan que lamentablemente esta estrategia es enseñada por maestros bien intencionados que no tienen un sentido de sus límites. Si bien es cierto que esta estrategia puede resultar exitosa muchas veces entre los estudiantes, quienes se confían en que, por ejemplo, si en el problema aparecen términos como *todos juntos*, *más que*, etc. significa que se debe aplicar la operación de la suma, sin embargo, en muchas situaciones esta técnica no es aplicable y por el contrario puede conllevar a una interpretación inadecuada del problema y lleve a resolverlo de manera incorrecta.

Finalmente, puede señalarse que las ideas propuestas anteriormente para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos son importantes, por cuanto que todas ellas han sido planteada como producto de investigación y estudios de diferentes autores y expertos en el área, lo que ha llevado a plantear métodos posibles de resolución de problemas, con el uso de estrategias y técnicas, algunas más generales y otras más específicas, pero que al fin y al cabo proporcionan aportes interesantes que pueden ser adoptadas y adaptados para ser usadas en la práctica docente de cada día.

CONCLUSIONES

La resolución de problemas constituye el centro de la Matemática, el docente puede valerse de ella para enseñar esta disciplina, sin embargo, es bien sabido que con frecuencia los docentes trabajan con sus estudiantes ejercicios rutinarios, mecánicos que distan mucho de estimular lo procesos cognoscitivo necesarios entre los estudiantes.

Para ello, es importante que los docentes conozcan lo que representa realmente un problema, las taxonomías que existen al respecto, sus características, etapas de resolución, así como también sobre las estrategias para su enseñanza, de manera que puedan crear enunciados creativos, originales y variados que constituyan un reto para los estudiantes e impliquen un esfuerzo cognoscitivo al resolverlos, en este sentido, se espera que el presente marco conceptual contribuya con la formación y actualización del docente en el área y que le permita introducir mejoras de las estrategias de enseñanza que utiliza para la resolución de problemas matemáticos.

REFERENCIAS

Baroody, A (1994). *El Pensamiento Matemático de los Niños*. Madrid: Aprendizaje Visor

Bethencourt, J. (1994). La importancia del lenguaje en la resolución de problemas aritméticos de adición y sustracción. Suma. Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, 16, 4-7

Beyer, W. (2000). La resolución de problemas en la Primera Etapa de la Educación Básica y su implementación en el aula. *Enseñanza de la Matemática*, *9*(1), 22-30

Cañas, F. Y Herrera, C. (1996). *Estudio descriptivo sobre las estrategias de enseñanza utilizadas por los docentes de quinto grado de educación básica en la resolución de problemas de adición, sustracción, multiplicación y división.* Tesis de pre-grado no publicada, Universidad Central de Venezuela, Caracas

Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia. (1998)¿Qué es un problema? Carpeta de Matemática para Docentes de Educación Básica*. (1), 22-28*

Cuicas, M. (1999). Procesos Metacognitivos desarrollados por los alumnos cuando resuelven problemas matemáticos. *Enseñanza de la Matemática*, *8*(2), 21-29

García, J. (2002). Resolución de problemas y desarrollo de capacidades. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 29, 20-38

Ministerio de Educación. (1997). *Currículo Básico Nacional. Programa de estudio de Educación Básica 1ra Etapa.* Caracas: Autor

Nesher, P. (1999, Junio). El papel de los esquemas en la resolución de problemas de enunciado verbal. *Suma. Revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 31, 19-26

Pérez, Y. y Ramírez, R. (2008). *Desarrollo instruccional sobre estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos dirigido a docentes de primer grado de Educación Básica. Caso Colegio San Ignacio.* Tesis de post-grado no publicada, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas, Caracas

Poggioli, L. (1999). *Estrategias de resolución de problemas. Serie enseñando a aprender*. Caracas: Fundación Polar

Polya, G. (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas

Rizo, C. y Campistrous, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(2), 31-45

Salazar, J. (2000). Material Educativo para Docentes. Resolución de Problemas de Matemática y Prácticas de Laboratorio. *Caracas: Litobrit*

Santos, L. (1992). Resolución de Problemas; El Trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Educación Matemática*, 4(2), 16-23

Vega Méndez, C. (1992, Diciembre). La Enseñanza de la Matemática en la Escuela *Básica a través de la Resolución de Problemas*. *Enseñanza de la Matemática*, 3(1), 15-21