

# TALLER DE PROBLEMAS

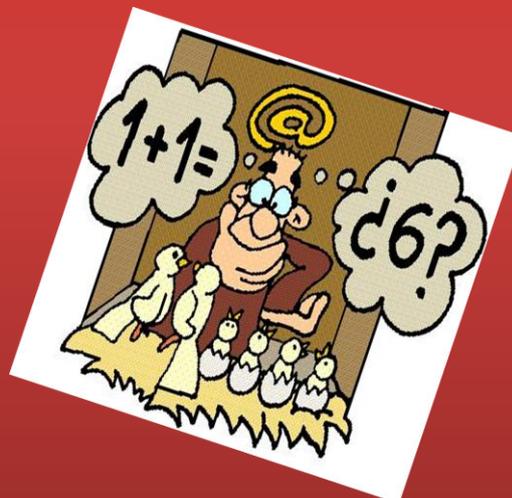
Resumen del libro

"Didáctica para la resolución de problemas"

(José de la Rosa)

Francisco Barragán

2012/13



## **A. EL LENGUAJE EN LOS PROBLEMAS.**

## **B. TIPOS DE PROBLEMAS**

- De CAMBIO.
- De COMBINACIÓN.
- De COMPARACIÓN.
- De IGUALACIÓN.
- De MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN RAZÓN.
- De MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN ESCALARES.
  - COMPARACIÓN.
  - FÓRMULA
- De MULTIPLICACIÓN-DIVISIÓN COMBINACIÓN O PRODUCTO CARTESIANO.

## **C. REALIZACIÓN DE VARIEDAD DE PROBLEMAS.**

## **D. LA CREACIÓN DE PROBLEMAS PROPIOS.**

## A. EL LENGUAJE EN LOS PROBLEMAS.

- A continuación se presenta una relación de palabras/conceptos relacionados con cada una de las cuatro operaciones matemáticas básicas. Estas palabras pueden aparecer o no en el enunciado.
- Es conveniente comenzar por aquí a trabajar. Elegir las palabras a presentar al alumnado en función del curso y/o nivel del grupo.
- Inventar actividades para trabajar esta relación entre conceptos y tipo de operación: relacionar con flechas, asociar, ...

SUMAR (+)	RESTAR (-)	MULTIPLICAR (X)	DIVIDIR (÷)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• más</li> <li>• juntar</li> <li>• unir</li> <li>• añadir</li> <li>• dar</li> <li>• ganar</li> <li>• ...</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• menos</li> <li>• quitar</li> <li>• perder</li> <li>• eliminar</li> <li>• gastar</li> <li>• diferencia</li> <li>• falta para</li> <li>• ...</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• doble</li> <li>• triple</li> <li>• veces más</li> <li>• veces menos</li> <li>• ...</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• distribuir</li> <li>• repartir</li> <li>• mitad</li> <li>• a cuanto toca</li> <li>• ...</li> </ul>

## B. TIPOS DE PROBLEMAS

### LA CATEGORÍA DE CAMBIO (CA):

- Se trata de problemas en los que se parte de una cantidad, a la que se añade o se le quita otra de la misma naturaleza.
- En los problemas de CAMBIO se puede preguntar por la cantidad final, por la cantidad resultante de la transformación, y por último la cantidad inicial.
- Cada una de estas tres posibilidades se puede enfocar desde dos puntos de vista: la cantidad crece o decrece.
- De aquí surgen los 6 tipos de problemas de CAMBIO:

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<b>CAMBIO 1 (CA1)</b> Problema de sumar. Se conoce la cantidad inicial. Se le hace crecer. Se pregunta por la cantidad final.	1er Ciclo I 1º E. Primaria 6 años.	"Antonio tenía en su hucha ocho euros. Después de su comunión, metió otros doce euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?"
<b>CAMBIO 2 (CA2)</b> Problema de restar: se parte de una cantidad inicial a la que se le hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final.	1er Ciclo I 1º E. Primaria 6 años.	"Antonio tenía en su hucha ocho euros. En su cumpleaños se ha gastado cinco euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?"
<b>CAMBIO 3 (CA3)</b> Problema de restar: se conoce la cantidad inicial y se llega, mediante una transformación, a una cantidad final conocida mayor. Se pregunta por el aumento (transformación)	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 7 - 8 años	"Andrés tenía catorce tazos. Después de jugar ha reunido dieciocho. ¿Cuántos ha ganado?"
<b>CAMBIO 4 (CA4)</b> Problema de restar: Se parte de una cantidad inicial y, por una transformación, se llega a una cantidad final conocida y menor que la inicial. Se pregunta por la transformación.	Ciclo Iº-IIº 2º E. Primaria 7 - 8 años	"Andrés tenía catorce tazos. Después de jugar le quedan sólo ocho tazos. ¿Cuántos ha perdido?"
<b>CAMBIO 5 (CA5)</b> Problema de restar: se tiene que averiguar la cantidad inicial conociendo la cantidad final y lo que ha aumentado. Se pregunta cantidad inicial.	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 8 - 9 años	"Jugando he ganado 7 canicas, y ahora tengo 11. ¿Cuántas canicas tenía antes de empezar a jugar?"
<b>CAMBIO 6 (CA6)</b> Problema de sumar: se tiene que averiguar la cantidad inicial y se conoce la cantidad final y su disminución. Se pregunta cantidad inicial.	Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 8 años	Jugando he perdido 7 canicas, y ahora me quedan 4. ¿Cuántas canicas tenía antes de empezar a jugar?"

## LA CATEGORÍA DE COMBINACIÓN (CO):

- Se trata de problemas en los que se tienen dos cantidades, las cuales se diferencian en alguna característica.
- En los problemas de COMBINACIÓN se puede preguntar por la cantidad total que se obtiene cuando se reúnen las anteriores, o cuando conociendo la total y una de aquellas, se quiere saber cuál es la otra.
- De aquí surgen los 2 tipos de problemas de COMBINACIÓN.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>COMBINACIÓN 1 (CO1)</b> Problema de sumar: se conocen las dos partes y se pregunta por el todo.</p>	<p>1er Ciclo I 1º E. Primaria 6 años.</p>	<p>"Luisa tiene doce bombones rellenos y cinco normales. ¿Cuántos bombones tiene Luisa en total?"</p>
<p><b>COMBINACIÓN 2 (CO2)</b> Problema conmutativo y de restar: es el problema inverso al anterior, puesto que se conoce el todo y una de las partes, y se pregunta por la otra.</p>	<p>Ciclo IºIIº 2º-3º E.Primaria 8 años</p>	<p>"Luisa tiene doce bombones contando los rellenos y los normales. Si tiene diez rellenos, ¿cuántos bombones normales tiene Luisa?"</p>

## LA CATEGORÍA DE COMPARACIÓN (CM):

- Problemas en los que se comparan dos cantidades. Los datos del problema son precisamente esas cantidades y la diferencia que existe entre ellas. De estas dos cantidades, una es la comparada y otra la que sirve de referente. La diferencia es la distancia que se establece entre ambas.
- En los problemas de COMPARACIÓN se puede preguntar por la diferencia si se conocen las dos cantidades, por la cantidad comparada cuando se conocen el referente y la diferencia, o por la cantidad referente, si se conocen la comparada y la diferencia.
- Cada una de estas tres posibilidades se puede enfocar desde dos puntos de vista: si preguntamos por cuántos más o por cuántos menos.
- De aquí surgen los 6 tipos de problemas de COMPARACIÓN

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>COMPARACIÓN 1 (CM1)</b>            Problema de restar: Conocemos las dos cantidades y se pregunta por la diferencia en el sentido del que tiene más. Problema de INCONSISTENTE. Es difícil porque la formulación del problema induce al error, ya que el alumno/a asocia "añadir" a "sumar"</p>	<p>Ciclo Iº-IIº            3º E. Primaria            8 años</p>	<p>"Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros más que Raquel tiene Marcos?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 2 (CM2)</b>            Problema de restar: conocemos las dos cantidades y se pregunta por la diferencia en el sentido del que tiene menos.</p>	<p>Ciclo Iº-IIº            1º-3º E. Primaria            6 - 8 años</p>	<p>"Marcos tiene treinta y siete euros. Raquel tiene doce euros. ¿Cuántos euros tiene Raquel menos que Marcos?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 3 (CM3)</b>            Problema de sumar: se conoce la cantidad del 1º y la diferencia "en más" del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p>	<p>Ciclo Iº-IIº            2º-3º E. Primaria            8-9 años</p>	<p>"Esther tiene ocho euros. Irene tiene cinco euros más que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 4 (CM4)</b>            Problema de restar: se conoce la cantidad del 1º y la diferencia "en menos" del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.            Problema para el 1º Ciclo de EP aunque algunos alumnos/as no lo dominan hasta el 2º Ciclo.</p>	<p>Ciclo Iº            2º E. Primaria            7-8 años</p>	<p>"Esther tiene ocho euros. Irene tiene cinco euros menos que ella. ¿Cuánto dinero tiene Irene?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 5 (CM5)</b>            Problema de restar: se conoce la cantidad del 1º y su diferencia "en más" con la del 2º. Se pregunta por cantidad del 2º.            Problemas para el 2 - 3º Ciclo de E P, y requiere mucho entrenamiento.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº            3º-6º E. Primaria            8-11 años</p>	<p>"Rosa tiene diecisiete euros, y tiene cinco euros más que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?"</p>
<p><b>COMPARACIÓN 6 (CM6)</b>            Problema de sumar: se conoce la cantidad del 1º y su diferencia "en menos" con la del 2º. Se pregunta por cantidad del 2º.            Problemas para el 2º - 3º Ciclo de E P. y requiere mucho entrenamiento.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº            3º-6º E. Primaria            8-11 años</p>	<p>"Rosa tiene diecisiete euros, y tiene cinco euros menos que Carlos. ¿Cuántos euros tiene Carlos?"</p>

## LA CATEGORÍA DE IGUALACIÓN (IG):

- Problemas que contienen dos cantidades diferentes, sobre una de las cuales se actúa aumentándola o disminuyéndola hasta hacerla igual a la otra, de estas dos cantidades, una es la cantidad a igualar y la otra es la cantidad referente. La transformación que se produce en una de dichas cantidades es la igualación.
- La diferenciación con la categoría de comparación está en que cuando se compara no se añade ni se quita nada, cuando se iguala necesariamente se añade o quita algo.
- En los problemas de IGUALACIÓN se puede preguntar por la cantidad a igualar, por la referente o por la igualación.
- Cada una de estas tres posibilidades se puede enfocar desde dos puntos de vista: según que la igualación sea de añadir o de quitar.
- De aquí surgen los 6 tipos de problemas de IGUALACIÓN.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>IGUALACIÓN 1 (IG1)</b></p> <p>Problema de restar: conocemos cantidades del 1º y del 2º. Se pregunta por el aumento de la cantidad menor para igualarla a la mayor.</p> <p>Problema INCONSISTENTE. Es difícil porque la formulación del problema induce al error, ya que el alumno/a asocia "añadir" a "sumar".</p>	<p>Ciclo IIº 3º- 4º E. Primaria 9 - 10 años</p>	<p>"Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros le tienen que dar a Raquel para que tenga los mismos que Marcos?"</p>
<p><b>IGUALACIÓN 2 (IG2)</b></p> <p>Problema de restar: conocemos cantidades del 1º y del 2º y se pregunta por la disminución de la cantidad mayor para igualarla a la menor</p>	<p>Ciclo IIº 3º- 4º E. Primaria 9 - 10 años</p>	<p>"Marcos tiene ocho euros. Raquel tiene cinco euros. ¿Cuántos euros tiene que perder Marcos, para tener los mismos que Raquel?"</p>
<p><b>IGUALACIÓN 3 (IG3)</b></p> <p>Problema de restar muy difícil: conocemos la cantidad del 1º y lo que hay que añadir a la 2º para igualarla con la 1ª. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p> <p>Problema INCONSISTENTE. La dificultad principal radica en que refleja una situación de igualación en que, para alcanzar la solución, se debe realizar lo contrario de lo que señala el enunciado.</p>	<p>Ciclo IIº 3º- 4º E. Primaria 9 - 10 años</p>	<p>"Juan tiene diecisiete euros. Si Rebeca ganara seis euros, tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos euros tiene Rebeca?"</p>

<p><b>IGUALACIÓN 4 (IG4)</b></p> <p>Problema de sumar muy difícil: conocemos cantidades del 1º y lo que hay que quitar a la 2º para igualarla con la 1ª. Se pregunta por la cantidad del 2º. Problema INCONSISTENTE. La dificultad principal radica en que refleja una situación de igualación en que, para alcanzar la solución, se debe realizar lo contrario de lo que señala el enunciado.</p>	<p>Ciclo IIº 3º- 4º E. Primaria 9 - 10 años</p>	<p>“Juan tiene diecisiete euros. Si Rebeca perdiera seis euros, tendría los mismos que Juan. ¿Cuántos euros tiene Rebeca?”.</p>
<p><b>IGUALACIÓN 5 (IG5)</b></p> <p>Problema de sumar: conocemos cantidades del 1º y lo que hay que añadirle para igualarla con la del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº 3º 4º-5º E.Pri. 9 - 11 años</p>	<p>“Marcos tiene ocho euros. Si le dieran cinco euros más, tendría los mismos que tiene Rafael. ¿Cuántos euros tiene Rafael?”.</p>
<p><b>IGUALACIÓN 6 (IG6)</b></p> <p>Problema de restar: conocemos cantidades del 1º y lo que hay que quitarle para igualarla con la del 2º. Se pregunta por la cantidad del 2º.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº 3º 4º-5º E.Pri. 9 - 11 años</p>	<p>“Marcos tiene ocho euros. Si perdiera cinco euros más, tendría los mismos que tiene Rafael. ¿Cuántos euros tiene Rafael?”</p>

## LA CATEGORÍA DE MULTIPLICACIÓN – DIVISIÓN RAZÓN:

- Problemas en los que se establecen entre los datos y la solución una función de proporcionalidad directa. Se trata de problemas que utilizan cantidades extensivas discontinuas (naranjas, dinero, caramelos...).
- Es la categoría más sencilla al no plantear contradicciones entre su sentido y las operaciones con las que se resuelven. Dichas operaciones guardan un estrecho parentesco con las de sumar y restar, por lo que a veces los alumnos los resuelvan con estas últimas.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>MULTIPLICACIÓN RAZÓN 1</b></p> <p>Dada una cantidad de determinada naturaleza (multiplicando) y el “número de veces” que se repite (multiplicador- Razón 1), se pregunta por la cantidad resultante (producto), que es de la misma naturaleza que el multiplicando.</p>	<p>Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 7 - 8 años</p>	<p>“Agustín lleva al contenedor ocho envases vacíos de vidrio, va cuatro veces en el día, y siempre que va lleva el mismo nº de envases. ¿Cuántos envases ha llevado en total durante el día?”</p>

<p><b>MULTIPLICACIÓN RAZÓN 2</b></p> <p>Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (multiplicando y multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) que es de la misma naturaleza.</p>	<p>Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 7 - 8 años</p>	<p>"Hay cuatro montones de manzanas, cada montón tiene treinta y dos manzanas. ¿Cuántas manzanas hay en total en los cuatro montones?".</p>
<p><b>MULTIPLICACIÓN RAZÓN 3</b></p> <p>Dada una cantidad de naturaleza "A" (multiplicando) y otra de naturaleza "B" (multiplicador-Razón 3), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicador. Es un problema donde se establece una relación o proporción fija que se cumple en todos los casos comprendidos en el multiplicador.</p>	<p>Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 7 - 8 años</p>	<p>"Jaime compra cinco cuentos. Cada cuento cuesta tres euros. ¿Cuántos euros pagó?".</p>
<p><b>DIVISIÓN PARTICIÓN / RAZÓN</b></p> <p>Dada una cantidad de naturaleza "A" (dividendo) y otra de naturaleza "B" (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.</p>	<p>Ciclo Iº-IIº 2º-3º E. Primaria 7 - 8 años</p>	<p>"Una colección consta de noventa y seis cromos. Su álbum tiene doce páginas. En todas ellas se pega el mismo nº de cromos. ¿Cuántos cromos se pegan en cada página?".</p>
<p><b>DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO RAZÓN</b></p> <p>Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de distinta naturaleza que las anteriores.</p>	<p>Ciclo IIº 3º E. Primaria 8 años.</p>	<p>"Una colección consta de 96 cromos. Si en cada página del álbum pegamos 8 cromos. ¿Cuántas páginas tendrá el álbum?".</p>

## LA CATEGORÍA DE MULTIPLICACIÓN – DIVISIÓN ESCALARES:

### 1. COMPARACIÓN:

- Utilizan los términos "veces más", "veces menos", "doble", "triple", etc.
- El lenguaje en que se expresa el problema, al igual que ocurre en los problemas de estructura aditiva, puede dar lugar a interpretaciones erróneas por los niños, al tener un sentido distinto con el que se presentan las operaciones que lo resuelven. En estos casos hablaremos nuevamente de problemas inconsistentes. Ejemplo:
- "Cuando en el enunciado de un problemas se expresa "3 veces más" puede ser interpretada como adición y en el caso de "3 veces menos" como resta."
- En los problemas de comparación, el carácter del texto que envuelve al problema es de tipo estático, que implica la ausencia de acciones. Ello hace que sólo intervengan verbos de estado, y no aparezcan por ningún lado verbos de acción.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>MULTIPLICACIÓN COMPARACIÓN "EN MÁS"</b></p> <p>Problema de multiplicar que expresa la regla de proporción entre ambas cantidades. Dada la cantidad de uno (multiplicando) y las veces que otro la tiene de más (multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº 4º-5º E. Pri. 9-11 años</p>	<p>"Juan tiene ocho euros. Luisa tiene cuatro veces más dinero que él. ¿Cuánto dinero tiene Luisa?"</p>
<p><b>DIVISIÓN PARTITIVA COMPARACIÓN "EN MÁS"</b></p> <p>Dada la cantidad de uno (dividendo) y las veces que otro la tiene de más (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.</p>	<p>Ciclo IIº-IIIº 4º-5º E. Pri. 9-11 años</p>	<p>"Luisa tiene treinta y dos euros, que es cuatro veces más que el dinero que tiene Juan. ¿Cuántos euros tiene Juan?"</p>
<p><b>DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO COMPARACIÓN "EN MÁS".</b></p> <p>Problema que se resuelve con una división por agrupación, porque el dividendo y el divisor son de la misma naturaleza. Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor), se pregunta por el número de veces (cociente) que una es mayor que otra. Es un problema de pura comparación, puesto que no hay nada que se parezca a un reparto.</p>	<p>Ciclo II-III 4º-5º E.P. 9-11 años</p>	<p>"Antonio recibe cada fin de semana 25 euros. Su primo Daniel 100 euros. ¿Cuántas veces más recibe Daniel que Antonio?"</p>
<p><b>MULTIPLICACIÓN COMPARACIÓN "EN MENOS"</b></p> <p>Es un problema inconsistente que se resuelve con una multiplicación. Dada la cantidad de uno (multiplicando) y las veces que otro la tiene de menos (multiplicador), se pregunta por la cantidad resultante (producto) de la misma naturaleza que el multiplicando.</p> <p>Es complicado porque su sentido y vocabulario induce a otras operaciones (resta o división).</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>"Aurelio tiene 8 euros. Tiene tres veces menos dinero que Ana. ¿Cuánto dinero tiene Ana?"</p>
<p><b>DIVISIÓN PARTITIVA COMPARACIÓN "EN MENOS"</b></p> <p>Problema que se resuelve con una división Partitiva. Dada la cantidad de uno (dividendo) y las veces que otro la tiene de menos (divisor), se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>"Ángel tiene treinta y seis euros. Marta tiene cuatro veces menos dinero que Ángel. ¿Cuántos euros tiene Marta?"</p>

<p><b>DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO COMPARACIÓN "EN MENOS"</b></p> <p>Problema que se resuelve con una división por agrupación, porque el dividendo y el divisor son de la misma naturaleza. Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor), se pregunta por el número de veces (cociente) que una es menor que otra.</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>"Mª Carmen tiene cuarenta y cinco euros. Félix tiene nueve euros ¿Cuántas veces menos dinero tiene Félix que Mª Carmen?"</p>
--	---	---

## 2. FÓRMULA:

- Son los que dependen de una fórmula. Por ejemplo los que ligan velocidad, tiempo y espacio recorrido.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>MULTIPLICACIÓN FÓRMULA</b></p> <p>Equivale a un problema de Multiplicación Razón 3, aunque utiliza conceptos de espacio y tiempo que implican una mayor dificultad.</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>"Un señor recorre cuarenta y cinco Km. en una hora. ¿Cuántos Km. recorrerá en tres horas?"</p>
<p><b>DIVISIÓN POR AGRUPAMIENTO FÓRMULA</b></p> <p>Equivale a un problema de División Razón por agrupamiento, aunque utiliza conceptos de espacio y tiempo que implican una mayor dificultad.</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>"Si caminas a una velocidad de cinco Km. por hora. ¿Cuántas horas tardarás en recorrer veinticinco Km.?"</p>
<p><b>DIVISIÓN PARTITIVA FÓRMULA</b></p> <p>Equivale a un problema de División Razón Partición, aunque utiliza conceptos de espacio y tiempo que implican una mayor dificultad.</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>"¿A qué velocidad irá un coche, si en 5 horas recorre 650 Km.?"</p>

## LA CATEGORÍA DE MULTIPLICACIÓN – DIVISIÓN COMBINACIÓN O PRODUCTO CARTESIANO:

- Esta categoría implica la combinación de dos cantidades determinadas, para formar una tercera que no es igual ni al multiplicando ni al multiplicador. Es el caso del producto cartesiano, donde se establece la combinación uno a uno de los elementos de los dos factores, con independencia del orden de colocación de los mismos.
- Son problemas muy difíciles para los niños. Emplean cantidades simétricas, puesto que ambas juegan el mismo papel. Por ello la multiplicación es conmutativa y tan sólo se presenta un tipo de problemas de dividir.

TIPO DE PROBLEMAS	NIVEL ACADÉMICO	EJEMPLOS
<p><b>MULTIPLICACIÓN COMBINACIÓN PRODUCTO CARTESIANO 1 (PC 1)</b> Dadas dos cantidades de distinta naturaleza (multiplicando y multiplicador), se pregunta por el número de combinaciones posibles (producto).</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>“En un baile hay tres chicos y dos chicas. ¿Cuántas parejas distintas se pueden formar?”.</p>
<p><b>DIVISIÓN COMBINACIÓN O PRODUCTO CARTESIANO 2 (PC 2)</b> Dada una cantidad (dividendo) y el número de combinaciones (divisor), se pregunta por la otra cantidad que se combina (cociente).</p>	<p>Ciclo IIIº 5º-6º E. Pri. 10 -11 años</p>	<p>“En un baile hay tres chicos y algunas chicas. Se pueden formar seis parejas distintas entre ellos. ¿Cuántas chicas hay en el baile?”.</p>

### C. REALIZACIÓN DE VARIEDAD DE PROBLEMAS.

- La heurística en sí no garantizan que los alumnos aprendan a resolver problemas, pero su ejercitación en la mayor variedad posible, sí aumenta sus probabilidades de éxito ante nuevos problemas, así que además de los tradicionales problemas también pueden realizar ejercicios del tipo:

PROPUESTAS	EJEMPLOS
Descubrir el dato que falta en un problema.	"Si diez pájaros están en un árbol. ¿Cuántos quedarán?"
Reconocer datos superfluos o innecesarios en la redacción del problema.	"Antonio tiene setenta y cinco céntimos, su madre le da tres caramelos. Si gasta cincuenta céntimos en una libreta. ¿Cuántos céntimos le quedan?"
Enunciados de problemas, donde falten datos o estén mal formulados, a fin de que los alumnos se descubran el error.	"Rocío tiene tres manzanas en la mano derechas y otras pocas en la izquierda. ¿Cuántas manzanas tiene en total?"
Enunciar problemas, donde se planteen situaciones imposibles.	"Si tengo veinticinco kilos de patatas, y gasto veinticuatro euros. ¿Cuántos kilos de patatas me quedan?"
Buscar los datos necesarios en una lista o gráfico.	
Proponer problemas divergentes que cultiven la creatividad.	"Si tienes X euros. ¿Qué podrías hacer con ellos?"
Problemas que permitan combinar distintos datos.	"Si tenemos varios objetos cada uno con su precio y tienes treinta y seis euros. ¿Qué puede comprar, para que no te sobre ni te falte dinero?"
Plantear falsas relaciones.	"Si un niño tarda veinte minutos en llegar a la escuela. ¿Cuánto tardarán cuatro niños?"
Problemas sin números para que el niño explique cómo lo resolvería.	"Si tú supieras lo que vale un lápiz. ¿Cómo harías para saber lo que valen varios?"
Resolver problemas por estimación.	"¿Cuántas canicas tendremos entre Luís, Manolo y Pedro si cada uno tiene 9, 11 y 5?"
Plantear situaciones problemáticas de las que sean posibles formular varias preguntas.	"El equipo de X ganó doce partidos de los treinta jugados y el equipo Y ganó solo ocho" ¿?, ¿?, ¿?,...
Resolver problemas que admitan más de una solución.	
Problema de conflicto, donde aparentemente se dice una cosa, pero realmente es la contraria.	"Si un pastor que tiene quince ovejas, se le mueren todas menos nueve. ¿Cuántas ovejas le quedan?"
Problemas de lógica	"Sabiedo que todos los animales que tengo encasa son perros menos dos, todos son gatos menos dos y que todos son loros menos dos. ¿Cuántos animales tengo en casa?"
Problemas de pensamiento lateral. En este tipo de problemas se trata de encontrar soluciones imaginativas, distintas, que se apartan del clásico enfoque de cualquier problema cotidiano.	"Una persona que dispone de una barca para atravesar un río desde una orilla a la otra, tiene que pasar un lobo, una cabra y un arbusto. El problema es que en cada viaje solo puede pasar a uno de los tres y no puede dejar solos, en ninguna de las dos orillas, al lobo y a la cabra porque el lobo la mataría, y tampoco puede dejar solos a la cabra y al arbusto porque la cabra se lo comería. ¿Cómo pasará a los tres a la otra orilla?"

## D. LA CREACIÓN DE PROBLEMAS PROPIOS.

Una vez que los alumnos/as vaya alcanzando destrezas en la técnica de resolución de problemas, se les debe pedir que creen, redacten y realicen una variedad más amplia de, con lo cual mejoramos la experiencia y las posibilidades de éxito cuando se enfrente a nuevos retos problemáticos.

Para iniciar en la redacción de nuevos problemas matemáticos debemos tener en cuenta las siguientes acciones básicas:

- El tema: elegir el asunto del problema.
- La estructura: decidir si los problemas llevarán los datos directos, inversos o superfluos, de una o varias operaciones y si tendrá información gráfica o no.
- La situación inicial: decidir cómo se presentarán los datos conocidos.
- La pregunta: expresar, partiendo de los datos, qué quiero saber, y en función de la estructura, las preguntas que realizaremos.
- La resolución del problema: cómo llevo de lo conocido a lo desconocido.

Para Polya, la forma más fácil de crear nuevos problemas es mediante analogías, partiendo de problemas conocidos. Debemos tener en cuenta que la analogía, para crear nuevos problemas, deberá hacer referencia a la similitud en el planteamiento, no a la solución. Entre estos recursos podemos usar, principalmente:

- Cambiar los papeles que juegan los datos y la incógnita.
- Generalizar, particularizar, y emplear analogías.

**También podremos generar nuevo problemas a partir de:**

<b>PROPUESTA</b>	<b>EJEMPLO</b>
Dadas preguntas redactar los enunciados de las mismas.	<i>"¿Cuántos lápices compré?"</i>
Dada una o varias operaciones, inventar el problema.	<i>"Inventa un problema en que el resultado sea una suma de resultado 8"</i>
A partir de datos lógicos, plantear la pregunta y resolver el problema	<i>"Juan tiene cuatro peces y compra dos más. ¿?"</i>
Dadas unas preguntas buscar los datos que nos hagan falta para resolver un problema.	<i>"¿Cuántos magdalenas nos habremos comido si quedan cinco?"</i>
Proponer problemas donde, una vez resuelto, puedan obtenerse nuevos problemas aplicando operaciones aritméticas inversas.	<i>"Juan tiene cinco cromos y le dan siete más. ¿Cuántos tiene ahora". Inversa "Si Juan tiene doce cromos y regala cinco. ¿Cuántos tiene ahora".</i>
A partir de un enunciado simple, aumentar el enunciado con más datos relacionados.	<i>"Juan tiene una colección de catorce cromos y su abuelo le compra seis más. ¿Cuántos tendrá ahora?". Añadiríamos: "su hermano le da los doce suyos", "les gana a sus amigos nueve",...</i>

De un enunciado con una sola pregunta, pero con datos suficientes, aumentar en el número de preguntas.	"En un partido de baloncesto Juan ha encestado ocho veces, Luis doce veces y Manuel quince veces. ¿Cuántas canastas hicieron?". Añadiríamos: "¿Cuántos puntos lograron?, ¿Cuántas canastas más encestó Manuel que Juan?"
A partir de un problema resuelto, realizar otro igual con más datos.	
Inventar problemas similares a los dados.	
Inventar problemas sacando datos de un texto, gráfico o situación.	