

JESÚS CÁMARA OLALLA

SIMETRÍA

PARA EL CICLO 3º DE PRIMARIA

COLEGIO RURAL AGRUPADO "SIERRA DE PINARES"

VILVIESTRE DEL PINAR (BURGOS)

SUMARIO

1. Introducción . Fundamentos didácticos
2. Contenidos
3. Mapa conceptual
4. Objetivos didácticos
5. Materiales necesarios
6. Actividades de los alumnos
6. Actividades de los alumnos comentadas
7. Documento
8. Materiales de trabajo
9. Actividades de evaluación
10. Referencias bibliográficas

Los contenidos de la **UNIDAD DIDÁCTICA “SIMETRÍA”** se insertan en el bloque de FORMAS GEOMÉTRICAS Y SITUACIÓN DEL ESPACIO del currículum del área de matemáticas de **Enseñanza Primaria**. La secuenciación de contenidos fija para el TERCER CICLO DE PRIMARIA el estudio de la **simetría**.

Los **principios didácticos y metodológicos** en los que se basa la UNIDAD DIDÁCTICA son:

1. El aprendizaje es significativo. Los conocimientos deben ser entendidos o comprendidos por los alumnos. **“Los conocimientos adquiridos de memoria pronto se pierden, pronto se olvidan y no pueden ser utilizados de manera efectiva para resolver problemas”** (Novak, 1985).

2. Partir de los conocimientos previos de los alumnos. Cuando éstos llegan a las aulas poseen ya un bagaje de experiencias matemáticas. Siempre que sea posible hay que asegurar la relación de los aprendizajes con la vida real de los alumnos partiendo de las experiencias que posee. A partir de estos conocimientos se estructuran los demás (**escuela constructivista**).

3. Aprendizaje por descubrimiento dirigido. La U. Didáctica es un *guión de actividades* en el que el alumno parte de situaciones concretas. A partir de ellas llegará a la formalización del conocimiento matemático. Tal procedimiento genera errores. Para evitarlos están las *puestas en común* en el tramo final de la clase con el Profesor de moderador. La discusión en grupo creará un conflicto en el alumno que le obligue a revisar sus ideas y a formular las nuevas en sus propios términos. (Ver pág. 6, 7 y 10 de la revista nº 18 de SIGMA).

4. El papel del Profesor es el de mediador entre los conocimientos del niño y los que se pretende que adquiera. Él guía la construcción del conocimiento matemático del propio alumno. Esta función consiste en ayudar al niño que establezca relaciones entre lo que ya conoce y lo que aprende y a que reflexione sobre el contenido matemático investigando, discutiendo sus ideas y escribiendo lo que ha descubierto.

5. Motivación. Las actividades van encaminadas a posibilitar que el alumno construya conceptos matemáticos y adquiera las destrezas necesarias. La propuesta de trabajo se hace en torno a cuestiones y con problemas referidos a la experiencia del alumno.

Son actividades que requieren el empleo de diverso material, primordialmente espejos, el cual hará, en parte, de motivador del aprendizaje.

5. Conexión de conceptos. Los conceptos e ideas matemáticas que se desarrollan en la Unidad Didáctica se interconexionan unos con otros como eslabones de una cadena para que el alumno los fije más tenazmente. Se ha tenido especial meticulosidad en la **secuenciación** de contenidos, estructuración y conexión con otros conceptos ya conocidos.

6. Materiales. A veces sucede que se manipulan los materiales en la introducción de conceptos nuevos y en parte sólo por el Profesor. Es como si la situación que

ha servido para la introducción hubiera sido un andamio que se quita apenas iniciada la construcción del edificio.

Los **espejos** son unos instrumentos básicos en este estudio de la simetría axial en el plano que deben estar en las manos de los alumnos durante el desarrollo de toda la Unidad Didáctica haciendo que ellos interpreten las consignas que se les dan.

Estamos acostumbrados a verlos fijos en la pared para *mirarnos* en ellos. Los convertiremos en dinámicos, creativos... En las primeras actividades, el **espejo** se propone como comprobador de formas simétricas. Como tal se sitúa perpendicularmente al folio en el eje de simetría. El carácter dinámico lo tiene en los ejercicios finales con el “**libro de espejos**” (dos espejos que se unen con cinta adhesiva por uno de sus costados con lo que se convierten en dos *hojas* que pueden girar con la cinta adhesiva como gozne). En tal situación es un multiplicador de imágenes.

7. Organización de la clase. Los alumnos trabajan individualmente o en grupo a partir del guión de actividades propuestas. Realizadas cierto número de ellas se hace una **puesta en común** con el Profesor de moderador para concretizar y sistematizar los conceptos matemáticos descubiertos y eliminar los errores que se hayan podido producir.

El Profesor se mantiene expectante ante el trabajo individual o en grupo. Animará a unos, reconducirá a otros... pero nunca adelantará las soluciones pues les privaría del disfrute inherente al propio descubrimiento.

Contenidos

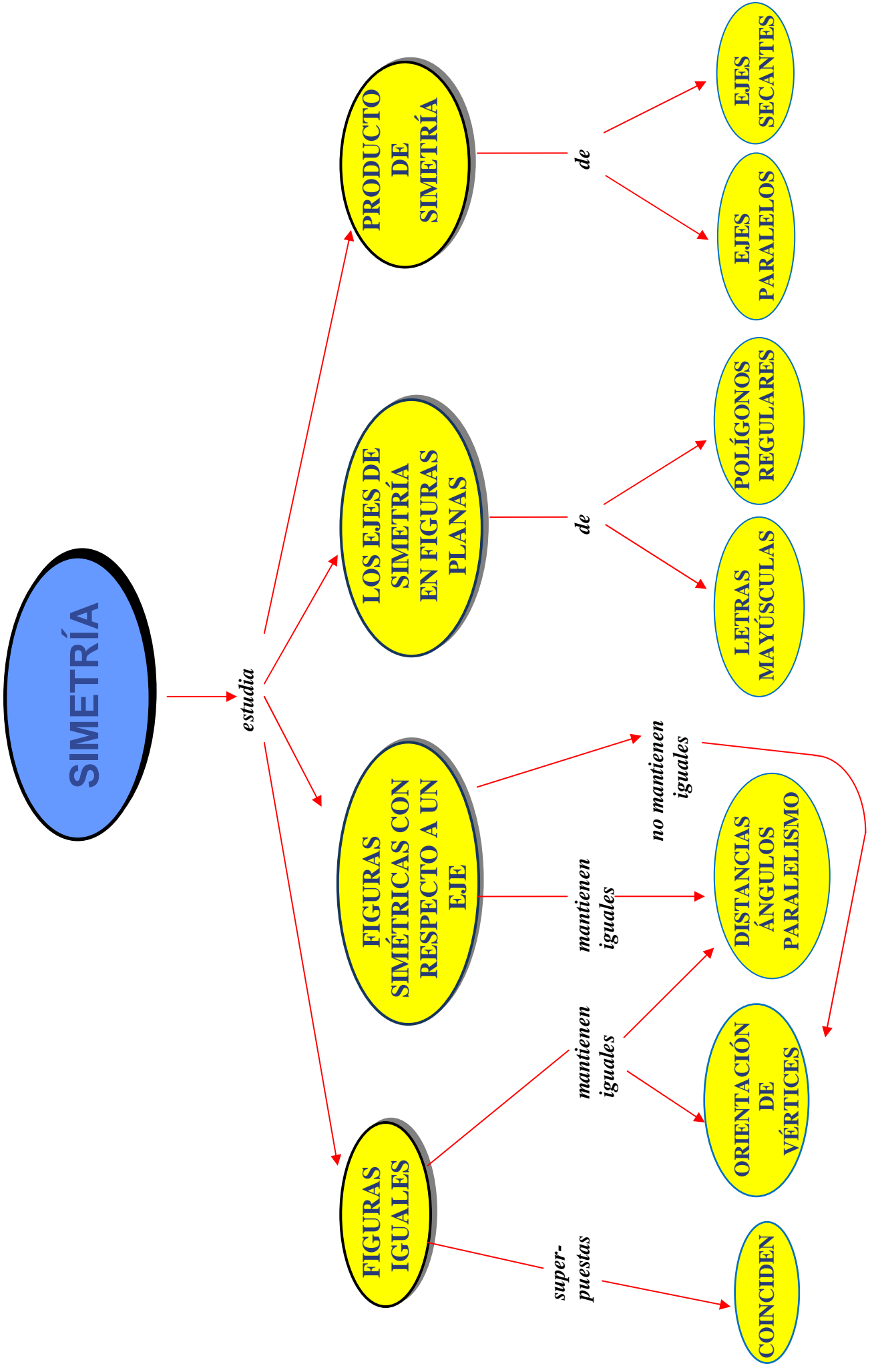
Bloque 3. Geometría

Regularidades y simetrías

- La simetría.
- El eje de simetría.
- Elementos simétricos (puntos, rectas, etcétera).
- Simetría axial y simetría especular.

Criterios de evaluación

1. Dibujar figuras simétricas a otras dadas.
2. Identificar en el entorno escolar, doméstico, natural, arquitectónico y cultural, simetrías
3. Incorporar al vocabulario términos propios de las matemáticas como elementos básicos del desarrollo cultural para describir relaciones geométricas.
4. Cuidado y precisión en el uso de diferentes instrumentos de medida y herramientas de dibujo. 4)
5. Reconocimiento de la funcionalidad de materiales impresos, audiovisuales e informáticos en la aplicación práctica de contenidos matemáticos.



OBJETIVOS DIDÁCTICOS

–

ACTIVIDADES

1. Recortar figuras iguales.	1
2. Determinar las propiedades de las figuras iguales.	1
3. Recortar figuras inversamente iguales	2
4. Determinar las propiedades de las figuras inversamente iguales	2
5. Conocer que las manos de una personas son inversamente iguales.	3
6. Dibujar, plegando y taladrando papel con alfileres, dos triángulos simétricos con respecto a un eje.	4
7. Dibujar figuras simétricas a otras dadas con respecto a un eje.	5-6-7
8 Reflexionar sobre las propiedades que tienen las figuras simétricas.	7
9. Reconocer la simetría en el espacio mediante espejos.	8-9
10. Dibujar, mediante plegado de papel, el eje de simetría de dos figuras dadas.	10
11. Dibujar el eje desconocido de dos figuras simétricas en el plano con regla y compás.	11
12. Reconstruir un figura plana con un eje de simetría, conocida su mitad, mediante plegado y técnicas de dibujo.	12
13. Reconocer los ejes de simetría figuras planas.	13
14. Crear figuras con un eje de simetría plegando papel y recortando con tijeras.	14
15. Reconocer a la mediatriz y a la bisectriz como ejes de simetría de un segmento y un ángulo, respectivamente.	15
16. Utilizar los espejos para reconocer los ejes de simetría.	12-13-14-15-18-19
17. Leer un texto que se ve reflejado en un espejo.	16
18. Rotular palabras reflejadas en espejos.	17
19. Dibujar los ejes de simetría de un rectángulo y de los polígonos regulares.	18-19
20. Reconocer las simetría en obras de arte	20-29

21.	Dibujar en la trama cuadrada figuras simétricas con respecto a dos ejes paralelos.	21
22.	Dibujar figuras simétricas a otras dadas con respecto a dos ejes secantes en las tramas cuadrangulares y triangulares.	21
23.	Dibujar con técnicas de dibujo lineal las figuras simétricas de una dada con respecto a dos ejes perpendiculares.	22
24.	Reconocer algunas de las propiedades del producto de simetrías.	22
25.	Reconstruir figuras planas con dos ejes de simetría perpendiculares y de las que se conoce un cuarto de ellas.	23
26.	Crear, doblando papel y recortando con tijeras, figuras que tengan dos o cuatro ejes de simetría perpendiculares.	24
27.	Dividir el plano en regiones angulares iguales con el libro de los espejos.	25
28.	Estudiar los ángulos centrales en los polígonos regulares y su descomposición en triángulos isósceles iguales.	26
29.	Crear polígonos regulares y estrellados con el libro de los espejos.	27
30.	Estudiar la creación de imágenes en el caleidoscopio .	28
31.	Investigar cómo crear un “friso” en el que se enlazan figuras simétricas	30

Se consideran como aprendizajes básicos la consecución de los objetivos didácticos: 2, 4, 7, 11, 12, 13, 16, 21 y 2

ACTIVIDADES DE LOS ALUMNOS

1. Recorta con tijeras figuras “poligonales” en papel “charol” superponiendo dos cuartillas de papel de tal forma que cortes dos papeles a la vez.

¿Cómo son las dos figuras recortadas? ¿Por qué?

2. Dobra una cuartilla de papel “charol” y recorta dos figuras poligonales a la vez, como en el ejercicio anterior.

¿Cómo son las figuras recortadas?

3. Pon las manos sobre la mesa con las palmas hacia abajo. Dibuja en un folio el contorno de tus dos manos abiertas.

¿Tienen la misma longitud y anchura?

¿Superpuestas coinciden?

¿Qué hay que hacer para que coincidan?

¿Son idénticamente iguales?

¿Cómo son los pies?

¿Vale el guante de la mano derecha para la mano izquierda?

4. Dobra un folio y colorea con rotulador el doblez haciendo uso de la regla. Escribe la palabra EJE junto al mismo. Desdóblalo ahora. En uno de los semiplanos dibuja un triángulo escaleno con los vértices A, B y C. Colorea su interior. Dobra de nuevo el papel por el eje y con una alfiler taladra los vértices de tal forma que también perfores el otro semiplano. Desdóblalo y une los tres puntos originados en el segundo semiplano. Colorea el interior del triángulo resultante y pon nombre a sus vértices: A', B' y C'.

¿Cómo son los triángulos ABC y A'B'C'?

5. Une con lápiz y regla los vértices de los triángulos respectivos del ejercicio anterior: A con A', B con B' y C con C'.

¿Qué ángulos forman las todas rectas dibujadas al cortar el eje?

Mide la distancia entre A y el eje; entre A' y el eje. ¿Qué sucede?

¿Sucede lo mismo entre B y el eje ;B' y el eje? ¿Y con C y C'?

¿Cómo son las imágenes situadas ante un espejo y las reflejadas por éstos?

6. Dibuja las figuras simétricas de las hojas nº 1 y 2. Si te resulta difícil o quieres comprobar tu solución, ayúdate del espejo.
7. Realiza las simetrías de las dos figuras de la hoja nº 3. Necesariamente tendrás que hacer uso de regla, escuadra y compás ya que no están cuadrículadas.

Contesta después a las preguntas:

En la figura ABCDEF, ¿cuál es el punto más lejano al eje de simetría?

En la figura A'B'C'D'E'F', ¿cuál es el punto más lejano al eje?

¿Cuál es el punto de la figura ABCDEF más cercano al eje de simetría?

¿Y en la figura simétrica?

¿La línea CB es paralela al eje de simetría?

¿La línea C'B' es paralela también al eje?

¿Cuál es el segmento de la figura ABCDEF con dirección perpendicular al eje?

¿El segmento simétrico al anterior también tiene dirección perpendicular al eje?

¿Cuáles son los dos segmentos paralelos de la figura ABCDEF?

¿Se mantienen paralelos también en la figura simétrica?

8. Con un compañero juega a reflejar lo que hace el espejo. En el suelo traza una línea que hará de espejo. Uno se pone delante de la línea y otro detrás. El primero hace un gesto y el segundo lo “refleja”: levanta la mano derecha, acerca el pie izquierdo, inclina la cabeza hacia un lado, guiña un ojo...
9. Construye con “policubos” tres o cuatro figuras muy irregulares de menos de 8 policubos. Construye ahora otras simétricas de las hechas previamente.
10. Recorta por la línea de puntos la hoja nº 4. Los gallos y los segmentos son simétricos. Se han borrado los ejes de simetría. Dibújalos. Te vale cualquier procedimiento.
11. Los “loros” de la hoja nº 5 son simétricos. Dibuja el eje de simetría. Se te exige que lo hagas con las técnicas del dibujo lineal: regla, escuadra, compás... No vale el poco más o menos. Las matemáticas tienden a la exactitud.
12. Algunas figuras planas tienen sus dos mitades simétricas. Si se conoce una mitad puede dibujarse completa. Reconstruye enteras las figuras de la hoja nº 6 después de cortar la misma por la línea de puntos. En la mariposa se puede utilizar cualquier procedimiento; en el jarrón, sólo las técnicas de dibujo lineal.
13. Dibuja los ejes de simetría de las letras mayúsculas que aparecen en el ejercicio de la hoja nº 7.
14. Crea en un folio una figura simétrica bella con un eje de simetría. Ayuda: dobla el folio y recorta con tijeras.

15. Dibuja un segmento en la mitad superior de un folio en blanco y en la inferior un ángulo. Dibuja los ejes de simetría de ambos por el procedimiento que creas conveniente.

¿Sabes cómo se llaman estos ejes?

16. En la segunda mitad de la hoja nº 7 aparece un texto que aparentemente parece ilegible por un error de imprenta. Pertenece al cuento “Los Magos regalaron una niña a una muñeca” de Antoniorrobes. Descífralo.

¿Dónde has visto algo parecido escrito así intencionadamente?

17. Rotula ahora cómo verías a través de un espejo las palabras AMBULANCIA y SIMETRÍA. No podrás utilizar el espejo; sólo en la comprobación.
18. Investiga y dibuja los ejes de simetría de los polígonos regulares de la hoja nº 8. Puedes aprovecharte del espejo. Completa la tabla inferior.
19. En un folio blanco dibuja un rectángulo y sus ejes de simetría..
20. Reconoce la simetría, si la hubiere, en las tres obras artísticas de la hoja número 9.
21. Dibuja consecutivamente las dos simetrías de los ejercicios de la hoja nº 10. Primero haces la simetría con respecto a un eje y después realizas la simetría con respecto al otro eje. Puedes ayudarte del libro de los espejos.
22. Con técnica de dibujo lineal realiza la simetría de las dos figuras de la hoja nº 11.

Contesta después a las preguntas:

¿Cómo son los polígonos $ABCDEF$ y $A'B'C'D'E'F'$?

¿Cómo son entre sí los polígonos $A'B'C'D'E'F'$ y $A''B''C''D''E''F''$?

¿Cómo son entre sí $ABCDEF$ y $A''B''C''D''E''F''$?

Mide la distancia entre los ejes m y n

¿Cuál es la distancia entre los puntos A y A'' ?

¿Entre B y B'' ? ¿Y entre C y C'' ?

¿Cómo son los triángulos OPQ y $O'P'Q'$?

¿Cómo son los triángulos OPQ y $O''P''Q''$?

¿Cómo son los triángulos OPQ y $O'''P'''Q'''$?

¿Y $O'P'Q'$ y $O'''P'''Q'''$? ...

23. Corta la hoja nº 12 por la línea de puntos. Tienes dibujada en cada una de ella un cuarto figura. Se sabe de ellas que son simétricas con respecto a los dos ejes dibujados. Reprodúcelas.

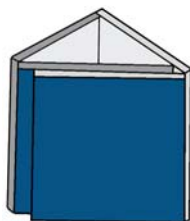
La primera la puedes realizar con cualquier procedimiento; la segunda, sólo con técnicas de dibujo lineal.

24. Crea figuras planas con dos ejes de simetría perpendiculares con un folio y tijeras. Después, con 4 ejes..
25. Coloca el libro de los espejos abierto sobre un folio de tal forma que la intersección de los dos espejos sea perpendicular al folio. Con diversas aberturas contabiliza los ángulos iguales que aparecen reflejados).

Completa la tabla:

Nº de ángulos iguales									
Medida de cada ángulo									

26. Dibuja los ángulos centrales en el octógono regular de la hoja nº 13. Completa los datos de la tabla inferior de la misma con todos los polígonos de menos de 11 lados.
27. Dibuja un segmento en un folio y con el libro de los espejos reproduce polígonos regulares: triángulo, cuadrado, pentágono... e incluso el círculo. También puedes conseguir polígonos estrellados y ... otras exquisiteces.
28. Construye un “caleidoscopio” acoplando dos libros de espejos en forma de prisma triangular. En la parte inferior pon un folio e introduce en el interior algunos cuerpos pequeños como fichas, “centicubos”, chinchetas... Estudia el funcionamiento del mismo.



29. La simetría ha ido siempre de la mano de las artes decorativas. Busca los elementos simétricos en las ilustraciones de las hojas nº 15 y 16, todas ellas, menos una, pertenecientes al arte árabe.
30. Desarrolla un procedimiento para reproducir y recortar en papel la silueta de la hoja nº 17 con el menor uso posible de las tijeras y consiguiendo que todas las figuras sean iguales.

COMENTARIO DE LAS ACTIVIDADES

1. **Recorta con tijeras figuras “poligonales” en papel “charol” superponiendo dos cuartillas de papel de tal forma que cortes dos papeles a la vez.**

¿Cómo son las dos figuras recortadas? ¿Por qué?

En la puesta en común se comprueba que tienen **iguales los lados, los ángulos y su superficie**. Se comprueba así mismo que mantienen la orientación de sus vértices. Será importante reflexionar que las figuras superpuestas coinciden y que en esta situación el color de ambas está hacia “arriba”.

Estos descubrimientos los alumnos los pueden “explicitar” en su cuaderno, después de pegarlas escribiendo debajo de las figuras recortadas: *“Las figuras iguales tienen sus lados, sus ángulos.... iguales. Los vértices mantienen la orientación. Las figuras iguales superpuestas coinciden”*.

2. **Dobla una cuartilla de papel “charol” y recorta dos figuras poligonales a la vez, como en el ejercicio anterior.**

¿Cómo son las figuras recortadas?

Aquí les llevará a pensar que son iguales. Se les hace ver que superpuestas coinciden pero en este caso el color de ambas uno está hacia “arriba” y otro hacia “abajo”. Llamaremos a éstas **polígonos inversamente iguales**.

Después de pegarlas en el cuaderno escribirán debajo: *“Los polígonos inversamente iguales tienen iguales sus lados, ángulos, superficie... pero sus vértices están orientados de forma inversa”*.

3. **Pon las manos sobre la mesa con las palmas hacia abajo. Dibuja en un folio el contorno de tus dos manos abiertas.**

¿Tienen la misma longitud y anchura?

¿Superpuestas coinciden?

¿Qué hay que hacer para que coincidan?

¿Son idénticamente iguales?

¿Cómo son los pies?

¿Vale el guante de la mano derecha para la mano izquierda?

Para que coincidan las manos, una sobre otra, habrá que girar una de ellas.

4. **Dobla un folio y colorea con rotulador el dobléz haciendo uso de la regla. Escribe la palabra EJE junto al mismo. Desdóblalo ahora. En uno de los semiplanos dibuja un triángulo escaleno con los vértices A, B y C. Colorea su interior. Dobla de nuevo el papel por el eje y con una alfiler taladra los vértices de tal forma que también perfores el otro semiplano. Desdóblalo y une los tres puntos originados en el segundo semiplano. Colorea el interior del triángulo resultante y pon nombre a sus vértices: A', B' y C'.**

¿Cómo son los triángulos ABC y A'B'C'?

Habrán percibido que los triángulos ABC y A'B'C' son inversamente iguales.

5. **Une con lápiz y regla los vértices de los triángulos respectivos del ejercicio anterior: A con A', B con B' y C con C'.**

**¿Qué ángulos forman las todas rectas dibujadas al cortar el eje?
Mide la distancia entre A y el eje; entre A' y el eje. ¿Qué sucede?
¿Sucede lo mismo entre B y el eje ;B' y el eje? ¿Y con C y C'?
¿Cómo son las imágenes situadas ante un espejo y las reflejadas por éstos?**



En la puesta en común se comentará que a los puntos A, A', B, B', C y C' se les llama *puntos simétricos*. Las figuras ABC y A'B'C' son *simétricas*. La *simetría* es un movimiento en el plano que hace corresponder a cada punto otro:

- en distinto semiplano
- en la misma perpendicular al eje que el otro punto y a la misma distancia del eje

Las imágenes reflejadas por los espejos son simétricas.

Será obligado explicar cómo se nombran los puntos homólogos de las simetrías.

6. **Dibuja las figuras simétricas de las hojas nº 1 y 2. Si te resulta difícil o quieres comprobar tu solución, ayúdate del espejo.**

En estos ejercicios y en los siguientes se tiene el apoyo de la cuadrícula y el espejo para facilitar los primeros pasos. La experiencia enseña que los alumnos no maduros tienden a dibujar imágenes iguales y no simétricas.

7. **Realiza las simetrías de las dos figuras de la hoja nº 3. Necesariamente tendrás que hacer uso de regla, escuadra y compás ya que no están cuadrículadas.**

Contesta después a las preguntas:

En la figura ABCDEF, ¿cuál es el punto más lejano al eje de simetría?

En la figura A'B'C'D'E'F', ¿cuál es el punto más lejano al eje?

¿Cuál es el punto de la figura ABCDEF más cercano al eje de simetría?

¿Y en la figura simétrica?

¿La línea CB es paralela al eje de simetría?

¿La línea C'B' es paralela también al eje?

¿Cuál es el segmento de la figura ABCDEF con dirección perpendicular al eje?

¿El segmento simétrico al anterior también tiene dirección perpendicular al eje?

¿Cuáles son los dos segmentos paralelos de la figura ABCDEF? ¿Se mantienen paralelos también en la figura simétrica?

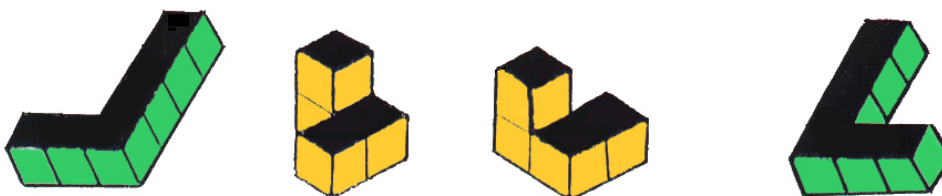
En el cuaderno se pueden escribir las propiedades de las figuras simétricas.

- 8. Con un compañero juega a reflejar lo que hace el espejo. En el suelo traza una línea que hará de espejo. Uno se pone delante de la línea y otro detrás. El primero hace un gesto y el segundo lo “refleja”: levanta la mano derecha, acerca el pie izquierdo, inclina la cabeza hacia un lado, guiña un ojo...**

Se estudia “de pasada” la simetría en el espacio y se refuerza la formación de imágenes simétricas.

- 9. Construye con “policubos” tres o cuatro figuras muy irregulares de menos de 8 policubos. Construye ahora otras simétricas de las hechas previamente.**

El problema que puede plantearse en su realización es que los alumnos construyan las figuras originales con un plano de simetría y, que por consiguiente, al hacer las simétricas, éstas resulten iguales a las primeras. En tal caso se pediría que las pusieran en posición de simetría.



Como orientativo se han dibujado dos cuerpos simétricos no iguales y cuerpos iguales y en posición de simetría.

10. **Recorta por la línea de puntos la hoja nº 4. Los gallos y los segmentos son simétricos. Se han borrado los ejes de simetría. Dibújalos. Vale cualquier procedimiento.**

Se espera que el eje de simetría lo encuentren doblando el papel y haciendo coincidir ambas figuras simétricas a través de la transparencia del papel. Otros habrán avanzado más...

11. **Los “loros” de la hoja nº 5 son simétricos. Dibuja el eje de simetría. Se te exige que lo hagas con las técnicas del dibujo lineal: regla, escuadra, compás... No vale el poco más o menos. Las matemáticas tienden a la exactitud.**



Si no encuentran el camino, después de un tiempo de reflexión y reconsideración del ejercicio 5, puede darse alguna pauta si la piden:

1ª Unir dos puntos simétricos con un segmento.

2ª Situar el punto de corte del eje de simetría en el segmen-

to.

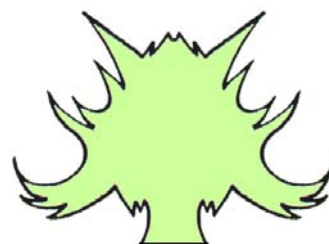
12. **Algunas figuras planas tienen sus dos mitades simétricas. Si se conoce una mitad puede dibujarse completa. Reconstruye enteras las figuras de la hoja nº 6 después de cortar la misma por la línea de puntos. En la mariposa se puede utilizar cualquier procedimiento; en el jarrón, sólo las técnicas de dibujo lineal.**

A la mariposa completa algunos llegarán doblando el papel por el eje, calcando el dibujo por transparencia y recortando con tijera.

13. **Dibuja los ejes de simetría de las letras mayúsculas que aparecen en el ejercicio de la hoja nº 7.**

14. **Crea en un folio una figura simétrica bella con un eje de simetría. Ayuda: dobla el folio y recorta con tijeras.**

No se les da modelo. Un prototipo se haría así:



15. **Dibuja un segmento en la mitad superior de un folio en blanco y en la inferior un ángulo. Dibuja los ejes de simetría de ambos por el procedimiento que creas conveniente.**

¿Sabes cómo se llaman estos ejes?



Deben comprobarse en la puesta en común algunas de las propiedades del eje de simetría del segmento (**mediatriz**): todo punto de la mediatriz equidista de los extremos del segmento. Debe enseñarse, si lo desconocen, a dibujar la mediatriz de un segmento con compás y el porqué se hace así.

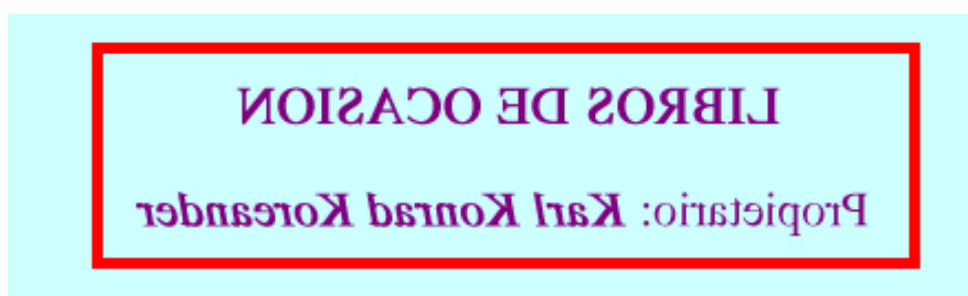
Así mismo deben comprobarse las propiedades del eje de simetría de un ángulo (**bisectriz**): todo punto de la bisectriz de un ángulo equidista de sus lados. Deberá enseñarse a trazar con compás la bisectriz de un ángulo y el porqué se hace de tal forma.

16. **En la segunda mitad de la hoja nº 7 aparece un texto que aparentemente parece ilegible por un error de imprenta. Pertenece al cuento “Los Magos regalaron una niña a una muñeca” de Antoniorrobes. Descífralo.**

¿Dónde has visto algo parecido escrito así intencionadamente?

Algunos lo descifrarán sin ayuda del espejo. Poniendo éste a uno de los cuatro costados del “texto” se podrá leer.

Como orientación a la pregunta que se formula diremos, si no responden, que han podido ver rotulada la palabra “AMBULANCIA” de una forma especial en la parte delantera de ciertas ambulancias para que el conductor del vehículo que la precede en la carretera pueda leerlo correctamente a través del espejo retrovisor. También aparece un texto con estas características en los libros “**Datrebil, 7 cuentos y un espejo**” de **Miquel Obiols** de la editorial Espasa-Calpe y “**La historia interminable**” de **Michel Ende** editado por Alfaguara.



17. **Rotula ahora cómo verías a través de un espejo las palabras AMBULANCIA y SIMETRÍA. No podrás utilizar el espejo; sólo en la comprobación.**
18. **Investiga y dibuja los ejes de simetría de los polígonos regulares de la hoja nº 8. Puedes aprovecharte del espejo. Completa la tabla inferior.**

La investigación llevará a una **generalización**: “*Todo polígono regular tiene tantos ejes de simetría como vértices. Si el número de vértices es impar, todos los ejes de simetría pasan por un vértice y por la mitad del lado opuesto; si es par, la mitad de los ejes van de vértice a vértice y la otra mitad, de mitad de lado a mitad de lado opuesto.*”

En el círculo tendrán que argumentar que tiene infinitos ejes de simetría.

19. En un folio blanco dibuja un rectángulo y sus ejes de simetría..

Habrá alguno que dibujará también las diagonales como ejes, error muy común. La utilización del espejo o doblando el rectángulo por la diagonal eliminarán el error.

20. Reconoce la simetría, si la hubiere, en las tres obras artísticas de la hoja número 9.



Con esta actividad se trata de comprobar que el alumno ha sido capaz de interiorizar los conceptos geométricos de simetría y los reconoce en tres obras artísticas.

En la pintura de Frank P. Stella existen elementos que son simétricos y otros que no lo cual exigirá un análisis pormenorizado.

21. Dibuja consecutivamente las dos simetrías de los ejercicios de la hoja nº 10. Primero haces la simetría con respecto a un eje y después realizas la simetría con respecto al otro eje. Puedes ayudarte del libro de los espejos.

Muy interesante es su comprobación con el “libro de los espejos”. En todos los casos los espejos se sitúan perpendicularmente al papel.

El tercer ejercicio resulta a primera vista una complicación. El uso de los espejos debe llevar a su realización y una posterior reflexión del resultado.

En este momento nuestros alumnos deben experimentar por sí el producto de simetrías de ejes secantes con dibujos, objetos... por medio del libro de los espejos lo que quizás lleve a alguno a intuir resultados finales.

22. Con técnica de dibujo lineal realiza la simetría de las dos figuras de la hoja nº 11.

Contesta después a las preguntas:

¿Cómo son los polígonos ABCDEF y A'B'C'D'E'F'?

¿Cómo son entre sí los polígonos A'B'C'D'E'F' y A''B''C''D''E''F''?

¿Cómo son entre sí ABCDEF y A''B''C''D''E''F''?

Mide la distancia entre los ejes m y n ¿Cuál es la distancia entre los puntos A y A''. ¿Entre B y B''? ¿Y entre C y C''?

¿Cómo son los triángulos OPQ y O'P'Q'?

¿Cómo son los triángulos OPQ y O''P''Q''?

¿Cómo son los triángulos OPQ y O'''P'''Q'''?

¿Y O'P'Q' y O''P''Q''? ...

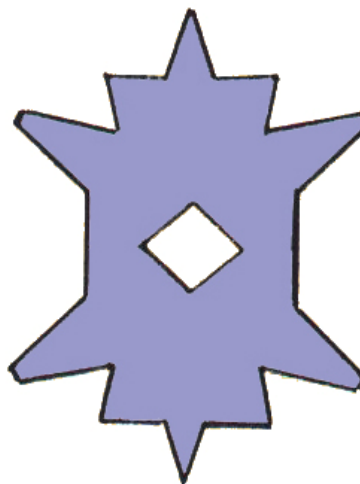
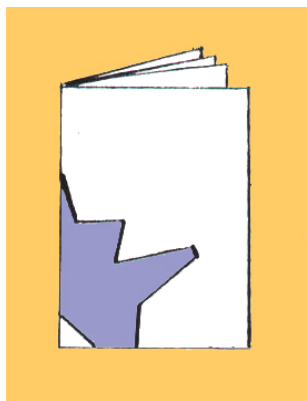
La contestación a las preguntas les llevar a reflexionar sobre las propiedades del producto de simetrías de ejes paralelos y de ejes perpendiculares.

- 23. Corta la hoja nº 12 por la línea de puntos. Tienes dibujada en cada una de ella un cuarto figura. Se sabe de ellas que son simétricas con respecto a los dos ejes dibujados. Reprodúcelas.**

La primera la puedes realizar con cualquier procedimiento; la segunda, sólo con técnicas de dibujo lineal.

- 24. Crea figuras planas con dos ejes de simetría perpendiculares con un folio y tijeras. Después, con 4 ejes..**

Muy socorridas, en estos casos, son las figuras del tipo “mantel”. Algunos tienen alguna dificultad al principio pues tras el recorte les salen cuatro figuras cuando lo pedido es una. Deben tener la precaución de dejar sin cortar algo de cada parte de los dobleces.



Para la creación de figuras con **cuatro ejes de simetría** se realizan tres dobleces.

- 25. Coloca el libro de los espejos abierto sobre un folio de tal forma que la intersección de los dos espejos sea perpendicular al folio. Con diversas aberturas contabiliza los ángulos iguales que aparecen reflejados).**

Completa la tabla:

Nº de ángulos iguales									
Medida de cada ángulo									

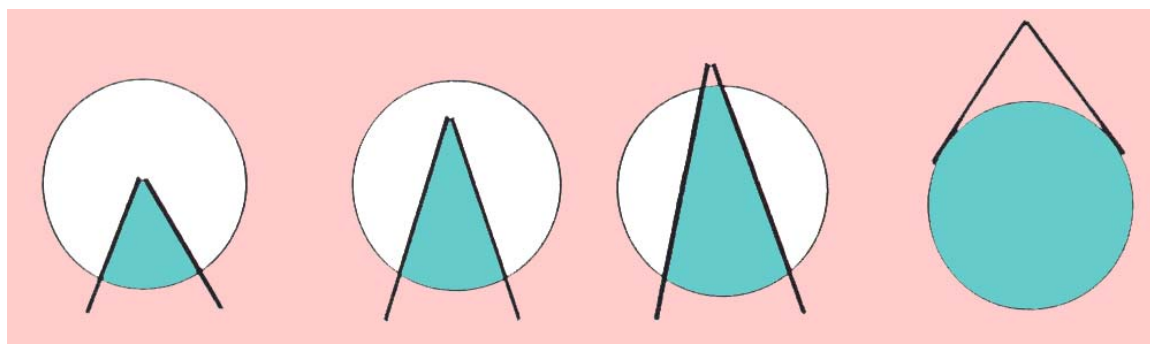
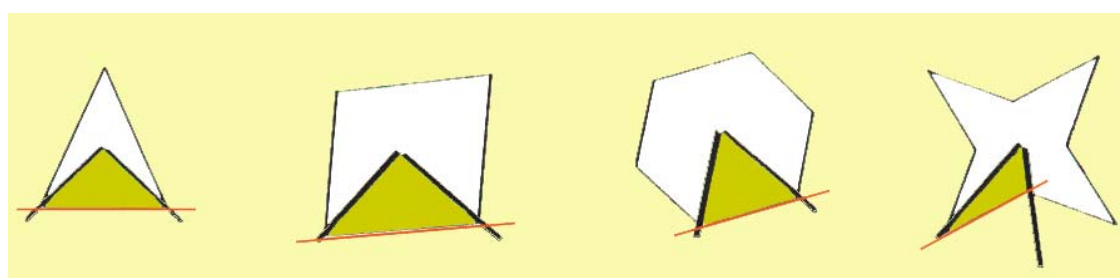


La amplitud de los ángulos será la misma que forman los espejos la cual se podrá medir con el transportador.

26. **Dibuja los ángulos centrales en el octógono regular de la hoja nº 13. Completa los datos de la tabla inferior de la misma con todos los polígonos de menos de 11 lados.**

Se reflexiona sobre la amplitud de los ángulos centrales en los polígonos regulares. Los descubrimientos podrán capacitar al alumno para la creación de polígonos regulares y estrellados (ejercicio siguientes) o para dibujar cualquier polígono regular conocido su radio.

27. **Dibuja un segmento en un folio y con el libro de los espejos reproduce polígonos regulares: triángulo, cuadrado, pentágono... e incluso el círculo. También puedes conseguir polígonos estrellados y ... otras exquisiteces.**



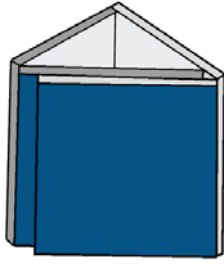
En las figuras se muestran algunos ejemplos de las posiciones del libro de espejos y el segmento para la construcción de polígonos y polígonos estrellados.¹

¿Qué se puede hacer con una circunferencia y el libro de espejos?

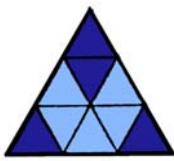
28. **Construye un “caleidoscopio” acoplado dos libros de espejos en forma de prisma triangular. En la parte inferior pon un folio e introduce en el interior algunos cuerpos pequeños como fichas, “centicubos”, chinchetas... Estudia el funcionamiento del mismo.**

Los espejos se colocan para hacer el caleidoscopio como muestra el dibujo.

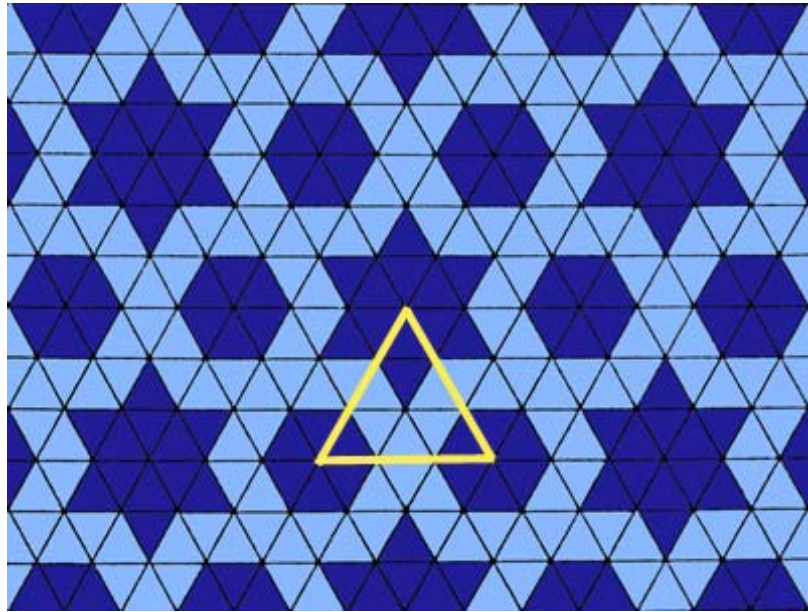
¹ Págs. 95-101 de **Recursos en el aula de Matemáticas** de Herrán, F. y Carrillo, E.. Madrid: Síntesis.



caleidoscopio formado por dos libros de espejos



forma puesta en el fondo del caleidoscopio



visión caleidoscópica

Después de haber jugado y ver los efectos del caleidoscopio como multiplicador de imágenes se puede poner en la base del mismo una plantilla de triángulos en la que se dibujan alguna imagen poligonal sencilla de color. En la red triangular (**hoja nº 16**) dibujan el mosaico obtenido.

29. La simetría ha ido siempre de la mano de las artes decorativas. Busca los elementos simétricos en las ilustraciones de las hojas nº 14 y 15, todas ellas, menos una, pertenecientes al arte árabe.

30. Desarrolla un procedimiento para reproducir y recortar en papel la silueta de la hoja nº 17 con el menor uso posible de las tijeras y consiguiendo que todas las figuras sean iguales.

La silueta es una composición de figuras simétricas con ejes paralelos.

DOCUMENTO

Concluido el tema, se entrega a los alumnos el **documento “SIMETRÍA”** con la finalidad de que tengan resumidos todos los contenidos del tema y poder recurrir a ellos para su estudio, repaso o refuerzo. Se evita así que tengan la sensación de que todo ha sido pura actividad y sin contenido matemático; al mismo tiempo les servirá para reconsiderar sus propios conceptos.

SIMETRÍA

Dos figuras son **iguales** si superpuestas coinciden.

Las **figuras iguales** tienen sus lados, ángulos y superficies iguales. Los vértices, si los tienen, poseen la misma orientación.

Doblando papel y calando una imagen al trasluz se consiguen **figuras simétricas**. Éstas tienen sus lados, ángulos y superficies iguales, pero la orientación de sus vértices es inversa.

Para hallar el punto simétrico de otro con respecto a un **eje de simetría** se procede de la siguiente forma:

- 1º Se traza una perpendicular desde el punto al eje de simetría.
- 2º Se mide la distancia desde el punto al eje.
- 3º Esta distancia se traslada a la perpendicular a partir del eje de simetría pero en el otro semiplano.

En la simetría permanecen iguales las distancias, los ángulos y las superficies pero **no la orientación de los vértices**.

Si dos figuras son simétricas con respecto un eje y se desconoce éste, se puede encontrar doblando el papel y superponiendo las figuras, lo que se comprueba por transparencia del papel. El doblez es el eje de simetría.

Otro procedimiento para encontrar el eje de simetría de dos figuras, que lo son con respecto a un eje, es unir dos puntos simétricos de las mismas con un segmento. La mediatriz de este segmento es el eje de simetría.

El eje de simetría de un segmento se llama **mediatriz** y el de un ángulo, **bisectriz**.

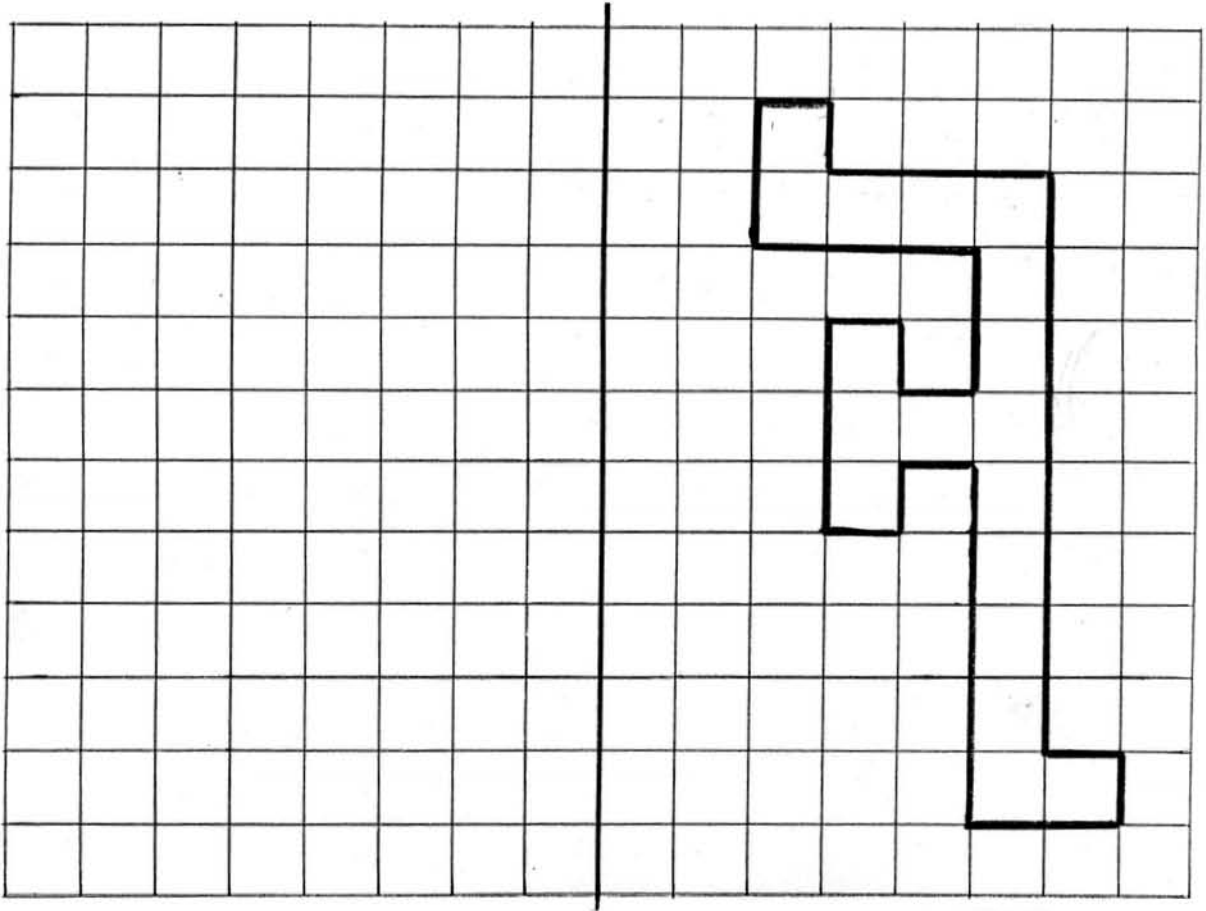
El rectángulo tiene dos ejes de simetría y el polígono regular, tantos como vértices.

Si se realiza consecutivamente la simetría de una figura con respecto a **dos ejes paralelos**, resulta que la primera figura y la simétrica resultante son iguales y que la primera se ha desplazado perpendicularmente al eje dos veces la distancia existente entre los ejes.

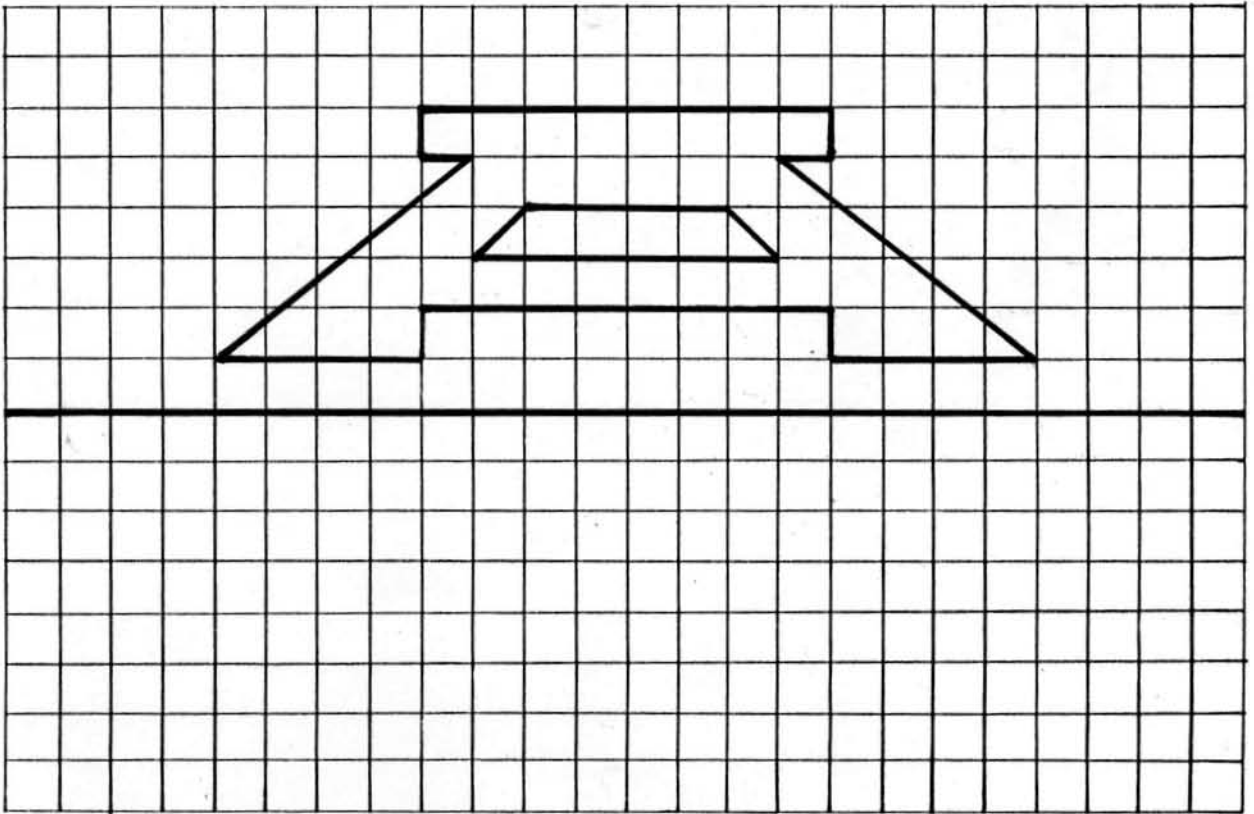
Mediante el doblado y el recorte de papel podemos conseguir figuras con dos, cuatro, ocho... ejes de simetría.

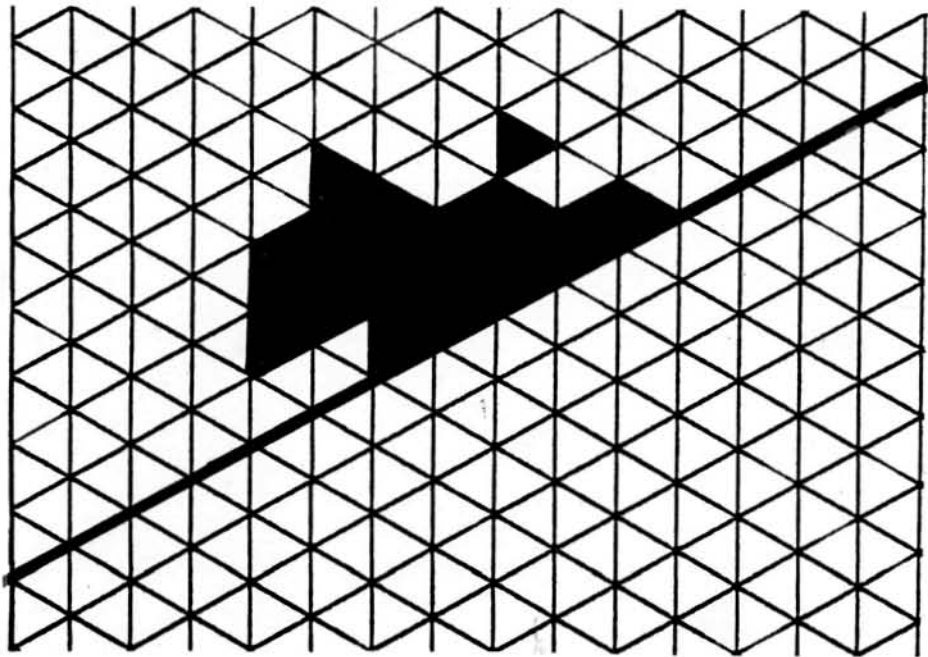
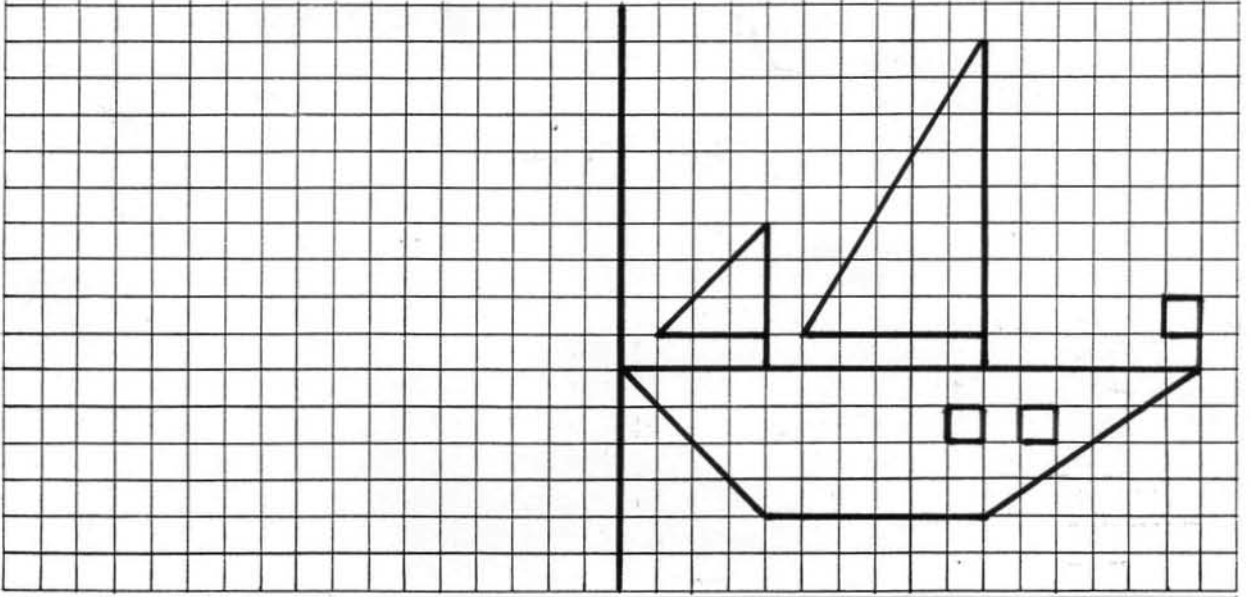
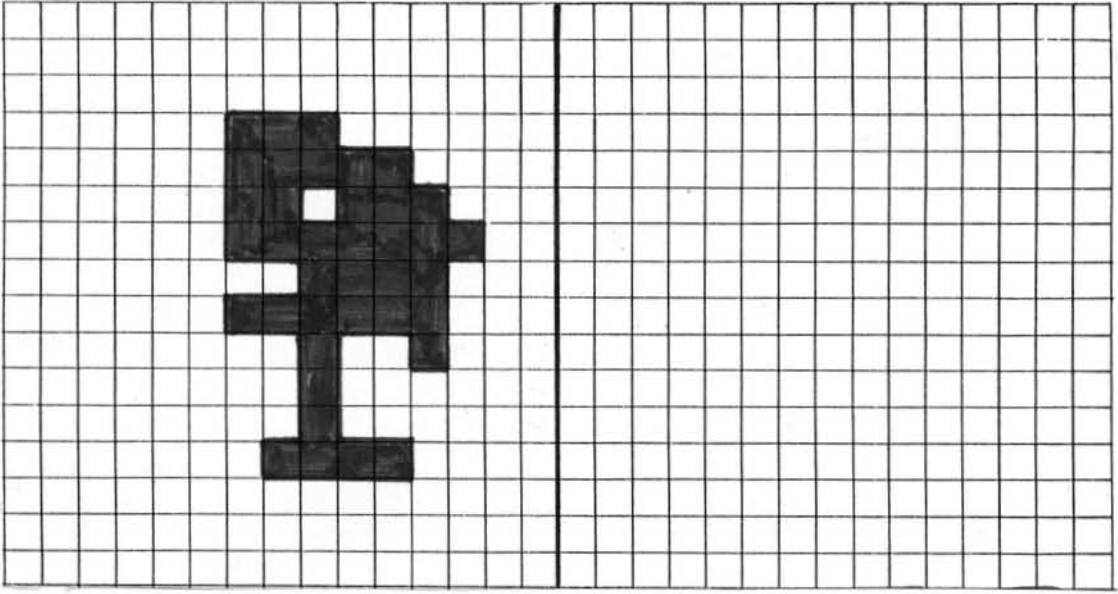
Dada una figura, si se halla consecutivamente su simetría con respecto a dos ejes perpendiculares, las cuatro figuras resultante son iguales dos a dos.

MATERIALES DE TRABAJO



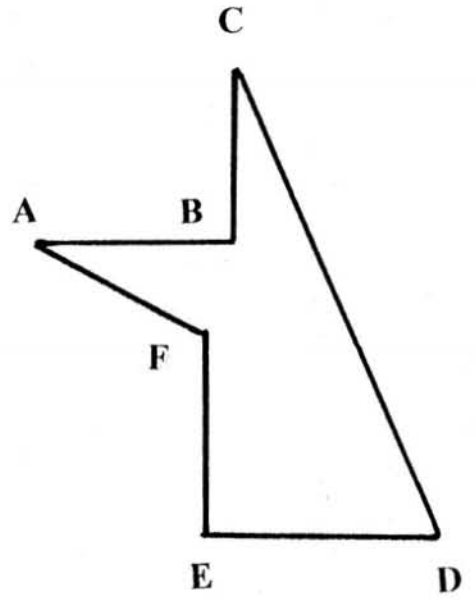
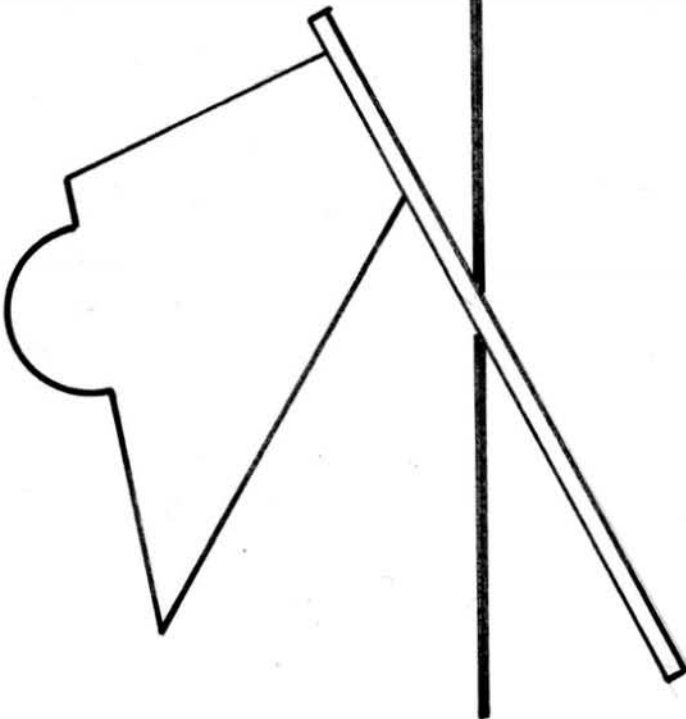
Hoja n° 1





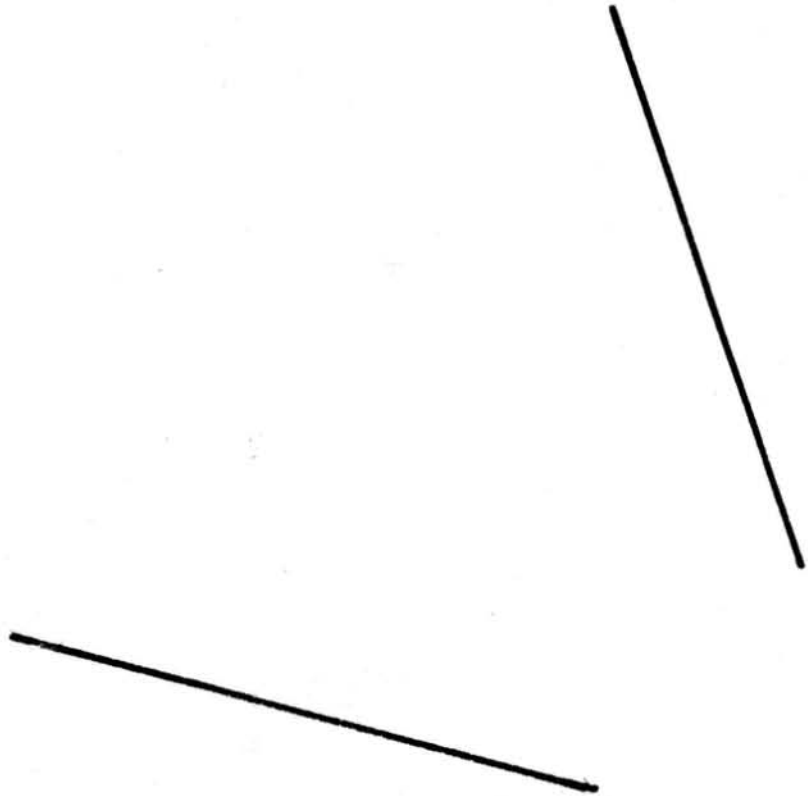
Hoja n° 2

Hoja n° 3

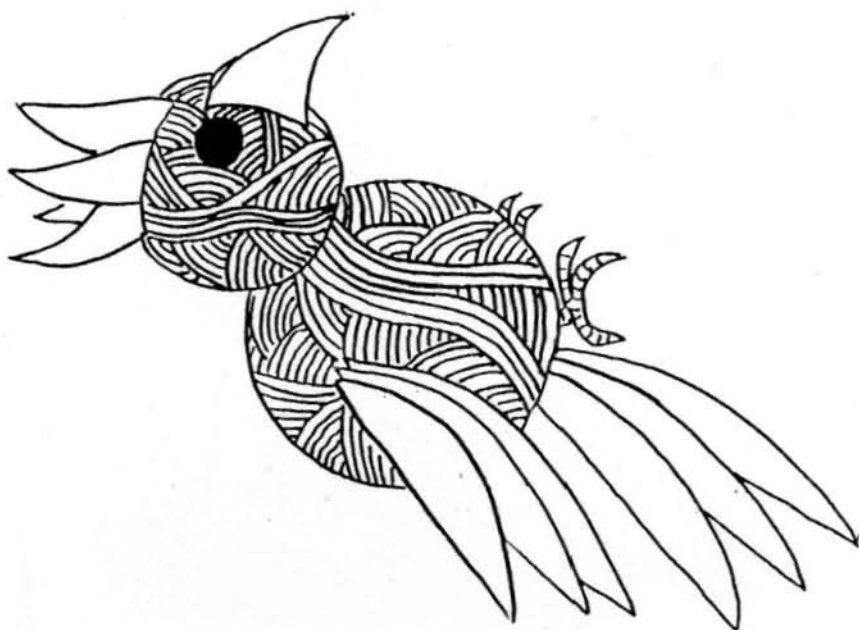
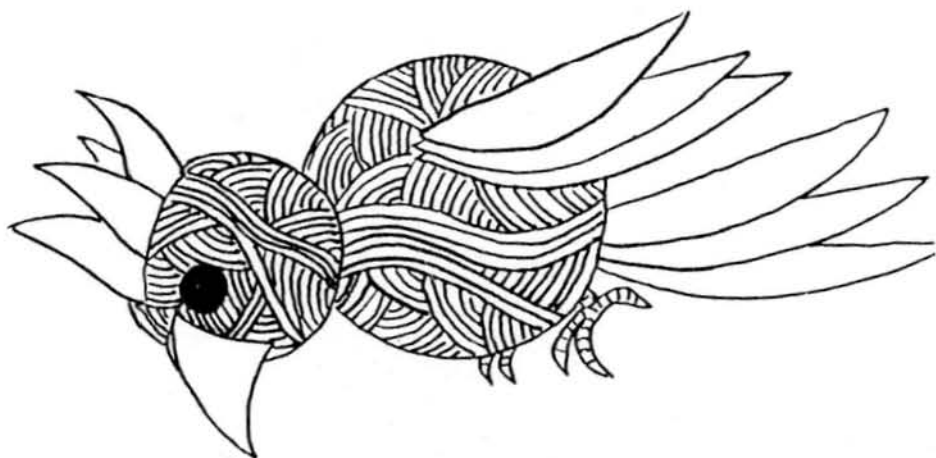




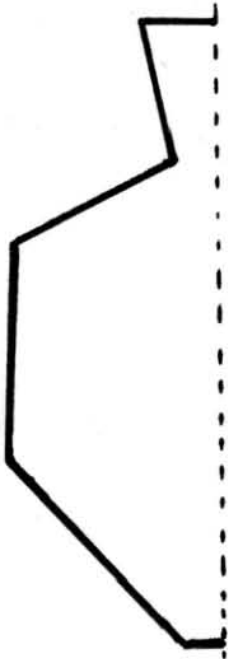
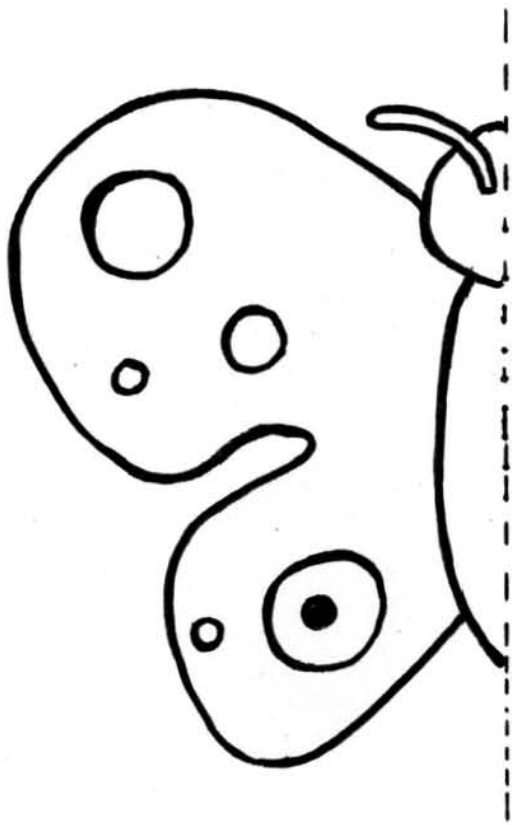
Hoja n° 4



Hoja n° 5

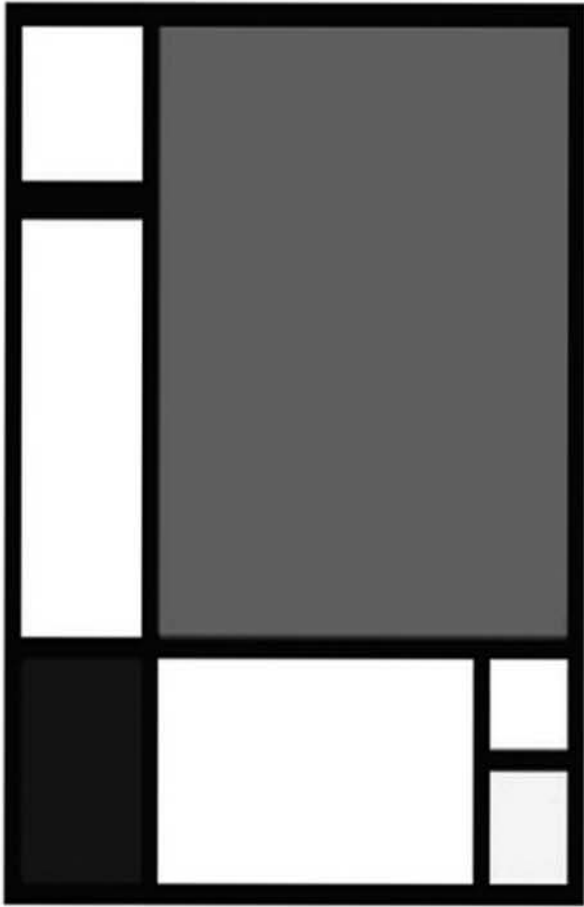


Hoja n° 6



A B C D
E F G H
I J K L

Música.
música estaba la penúltima y la última en
el estudio de los animales, cuando en Gra-
la primera de la clase de Zoología, o sea,
cien conejos, vivía la niña Lita, que estaba
cien patos, cien ardillas, cien faisanes y
y unos estornudos, donde vivían sin dueño
mundo, y al pie de la iglesia unos jardines
que por cierto tenía la iglesia más alta del
En un pueblo llamado Villapatas del Pato.

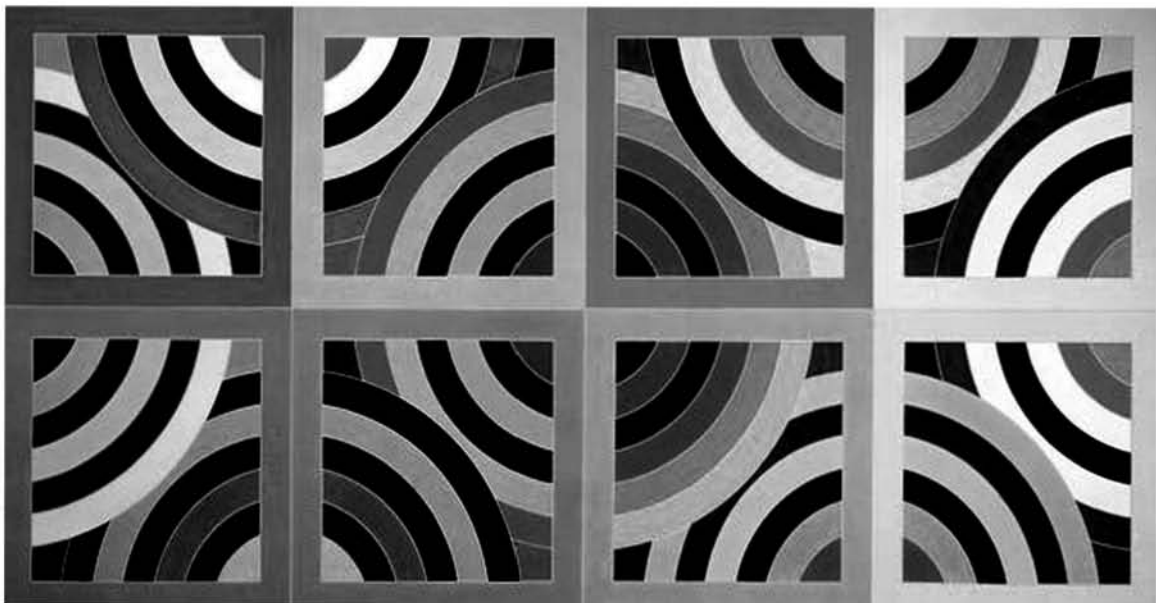


Cuadro de Mondrian

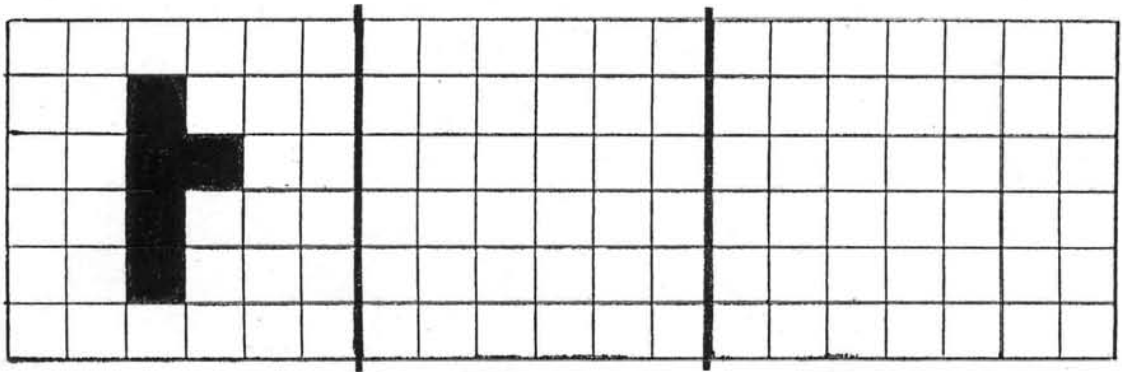


Catedral gótica de Notre Dame de París

Hoja n° 9

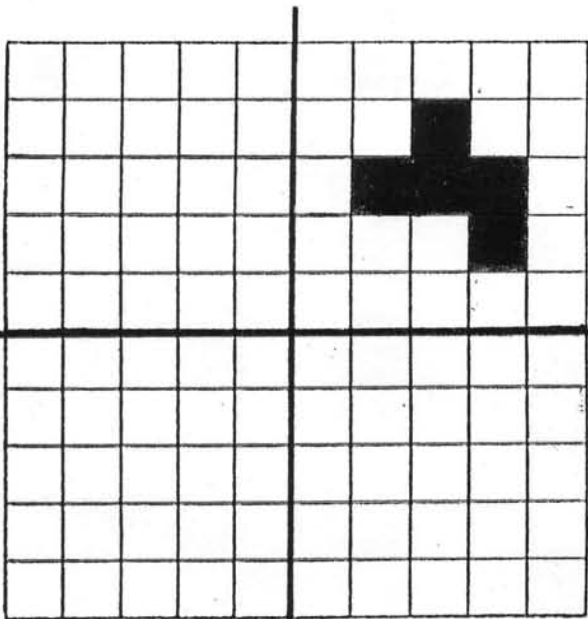


Cuadro de Frank P. Stella



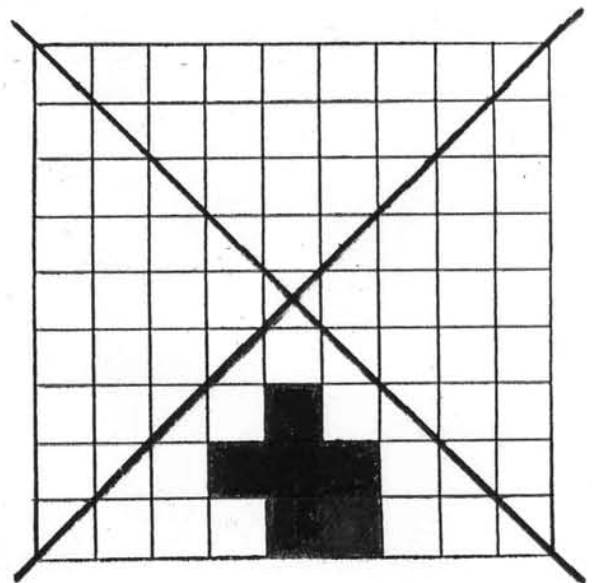
eje e

eje f



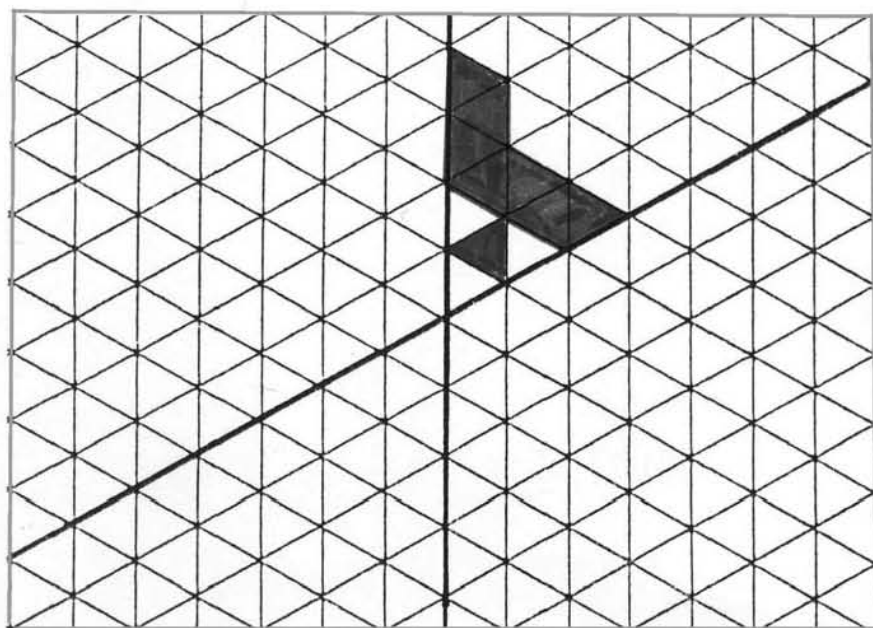
eje a

eje b



eje c

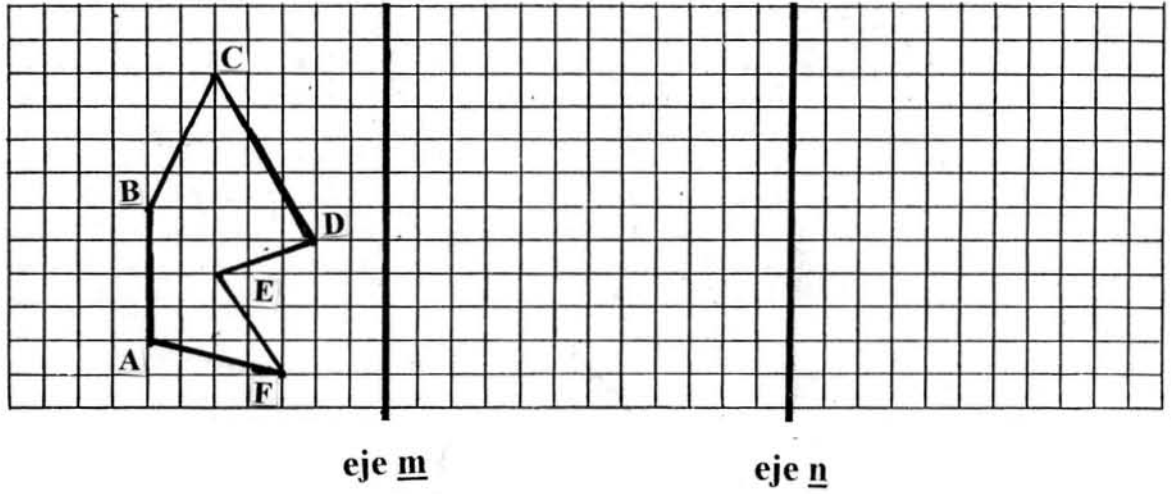
eje d



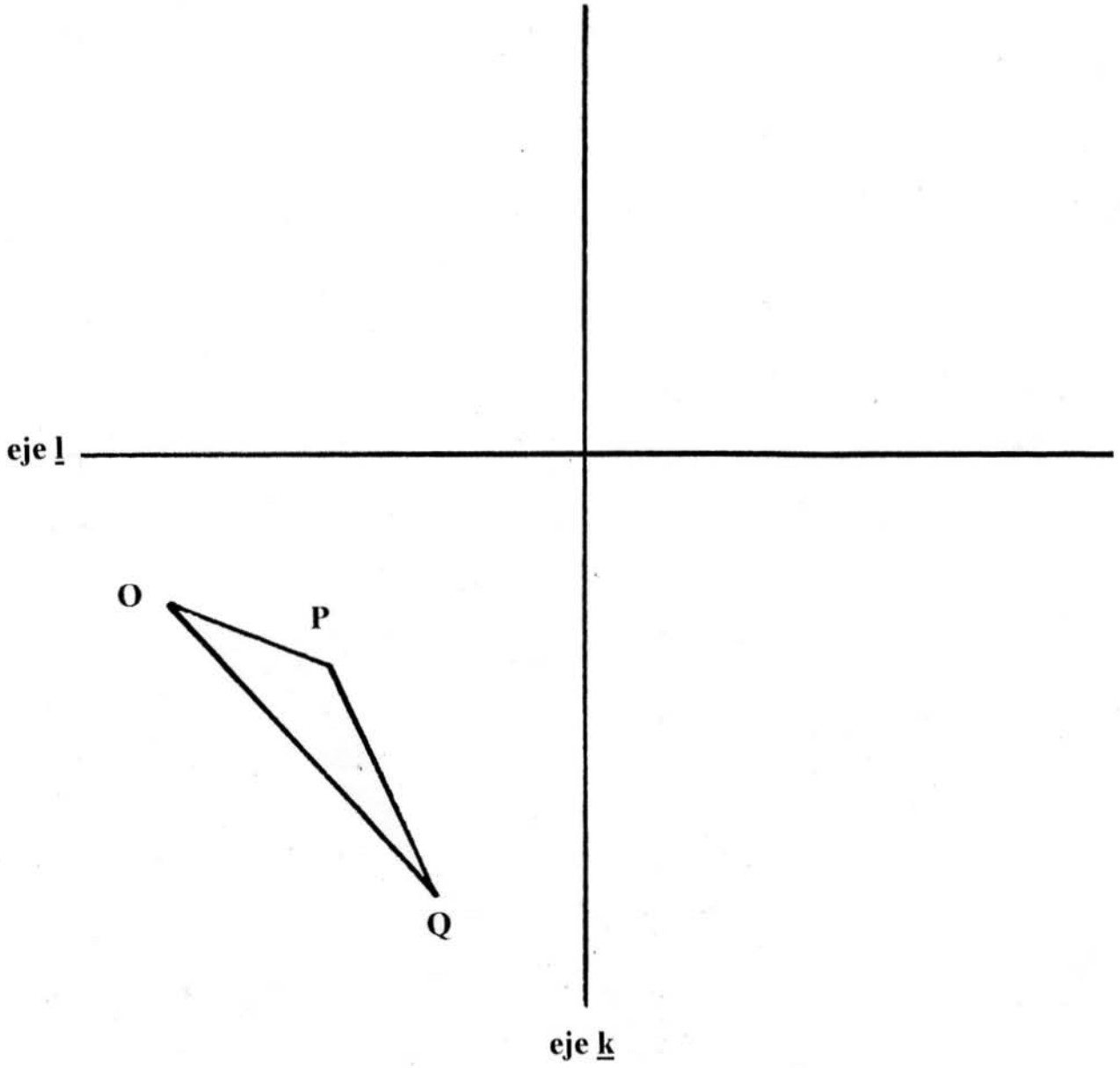
eje h

eje g

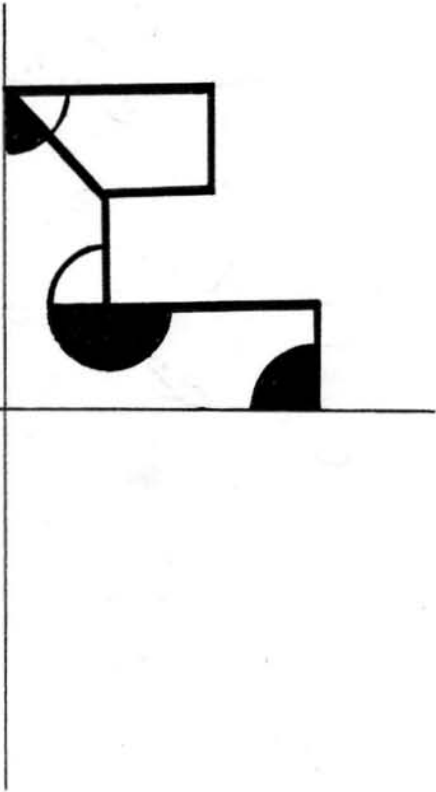
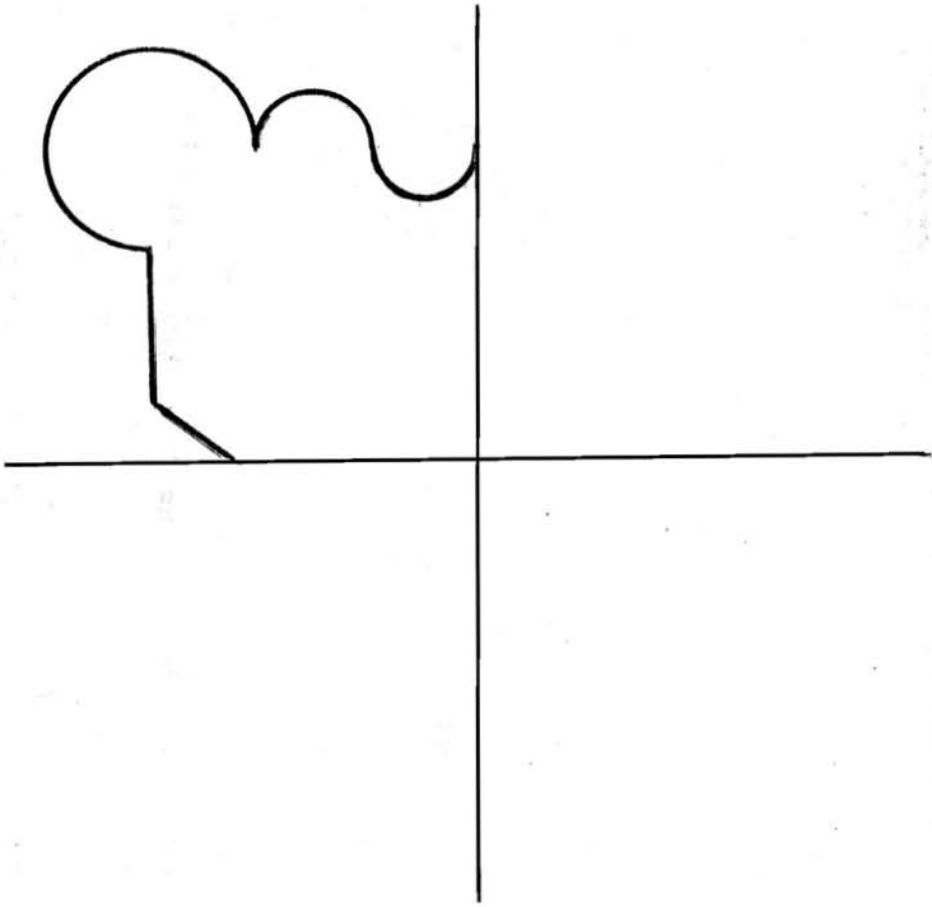
Hoja n° 10



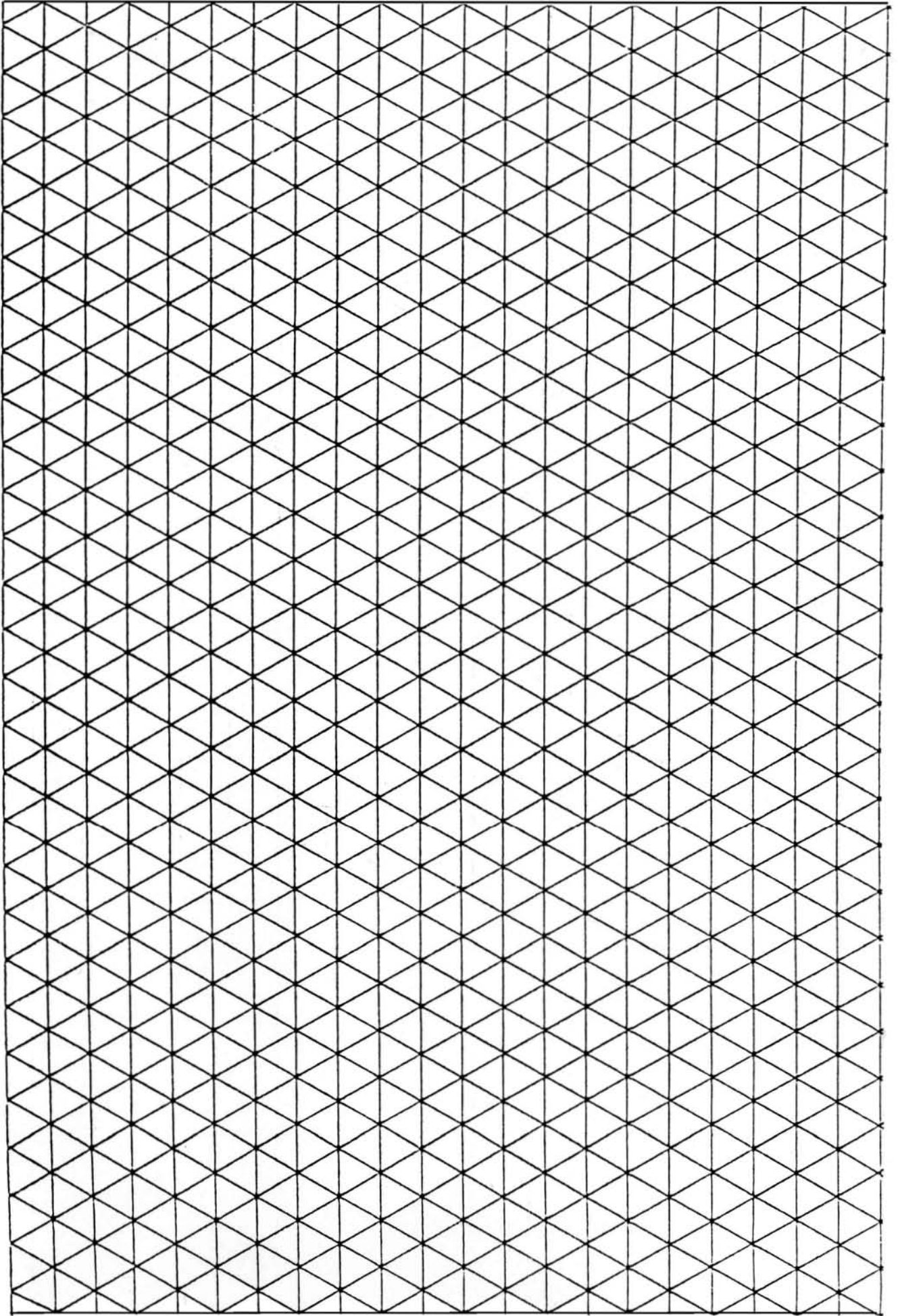
Hoja n° 11



Hoja n° 12

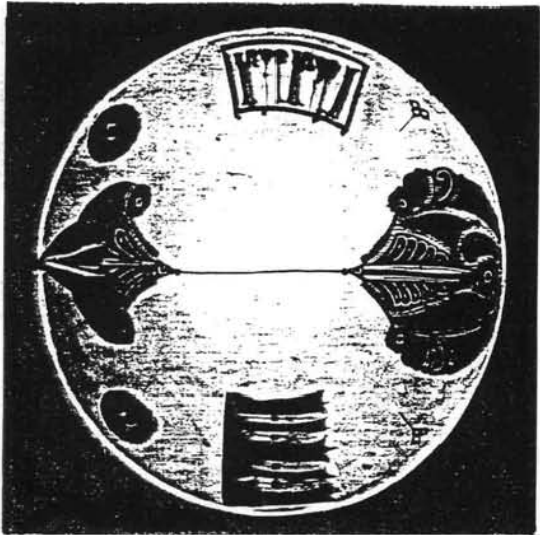


Hoja n° 14

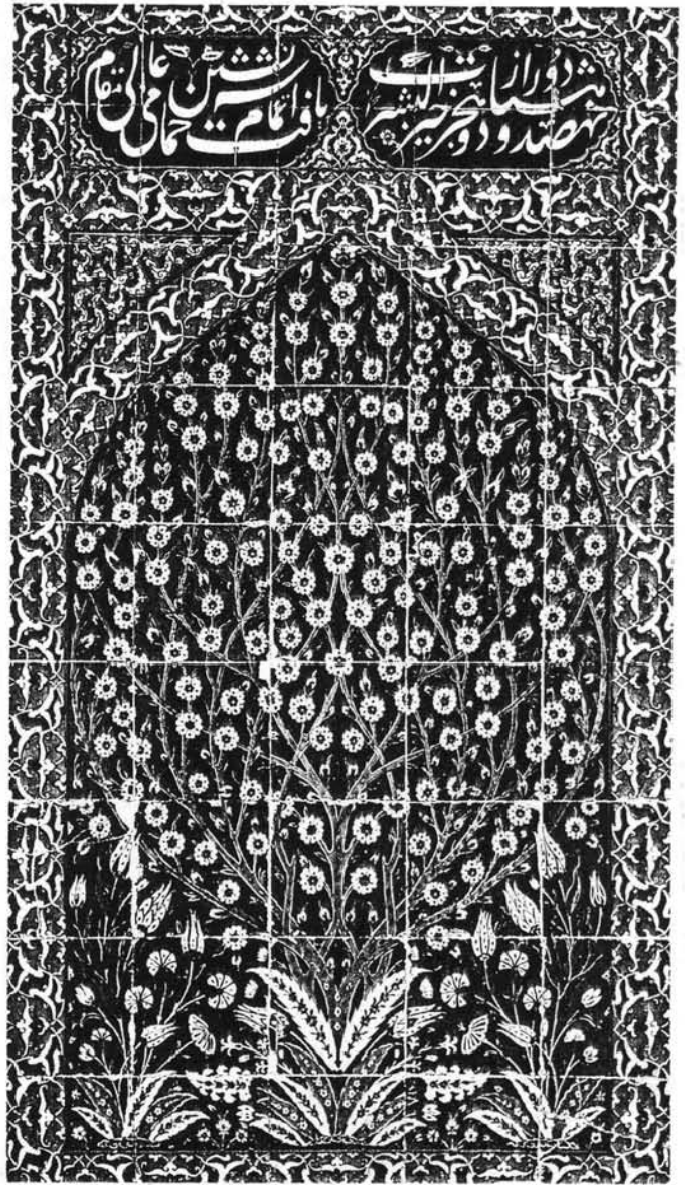




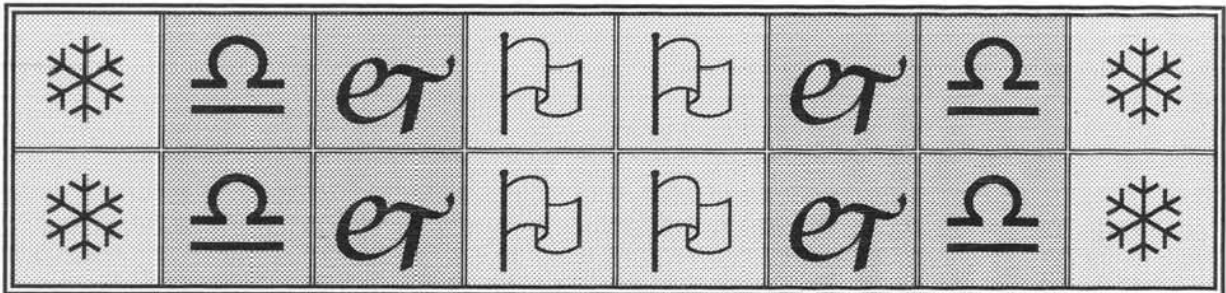
Cerámica de Irán. S. IX



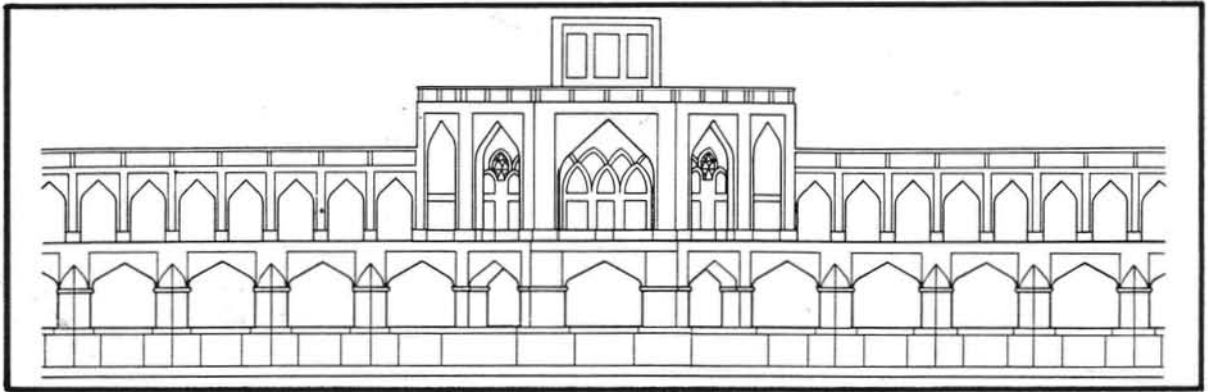
Loza de Nisapur. S. XI. Irán



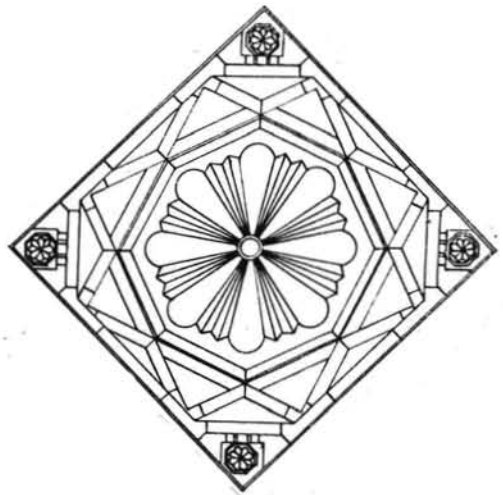
Panel decorativo. s. XV. Istanbul



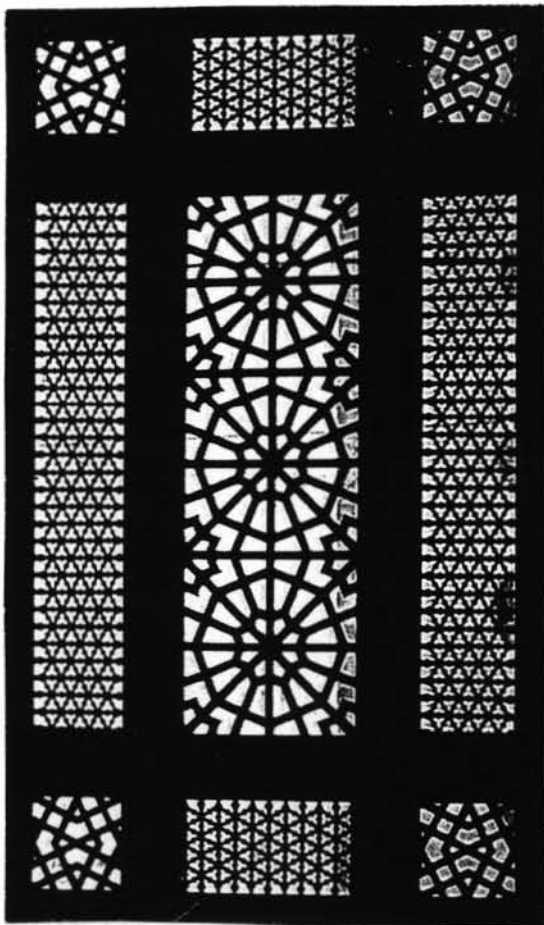
Composición con ordenador. S. XX



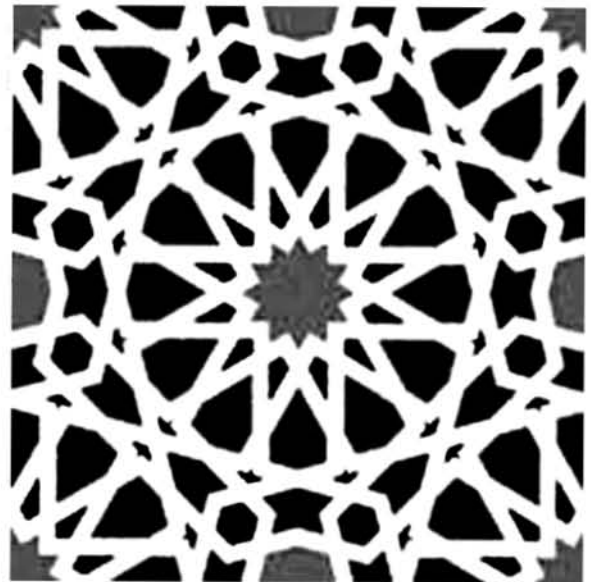
Dibujo del dique de Jwayu. Irán.



Dibujo de una cúpula de la mezquita de Córdoba



Celosía de la mezquita de los Omeyas. Siria

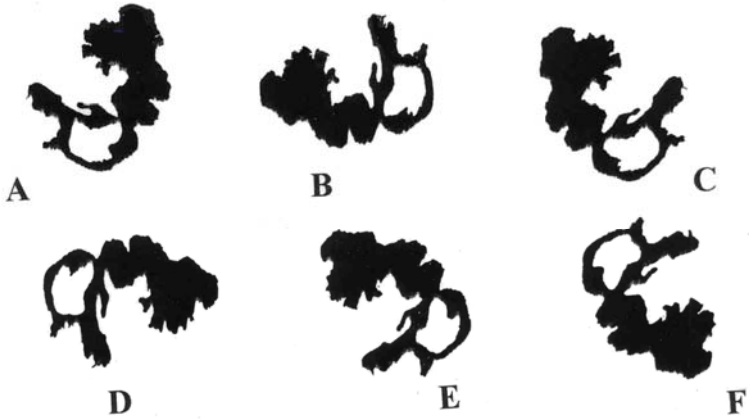


Azulejos de la época nazari. Granada

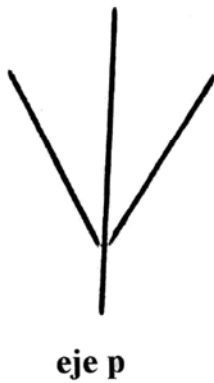
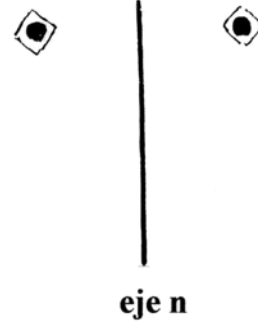
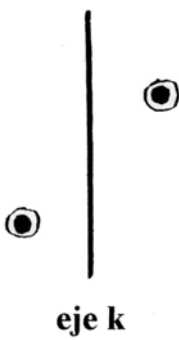
ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN

Prueba de evaluación de simetrías

1. Escribe qué figuras son **iguales** a la que aparece recuadrada y qué figuras son **inversamente iguales**.

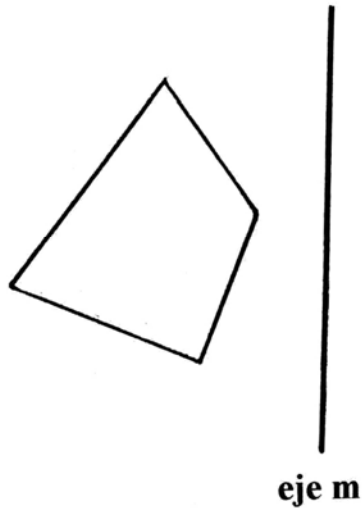


2. Pon debajo de cada **eje se simetría** las palabras **SI** o **NO** según que las imágenes que aparecen a lado de los respectivos ejes sean **simétricas** o no.



Nombre y apellidos:

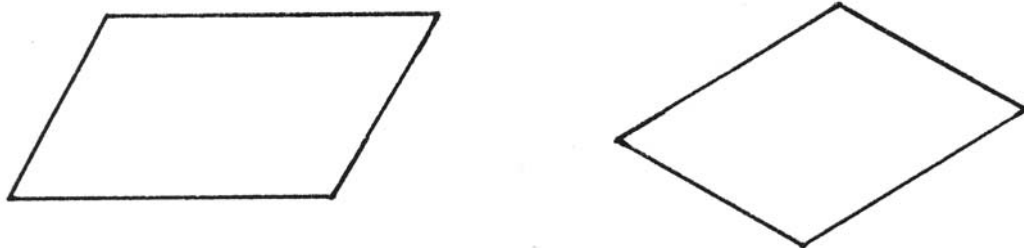
3. Dibuja la figura **simétrica** a la dada con respecto al **eje m**. Deberás utilizar la regla, escuadras y compás.



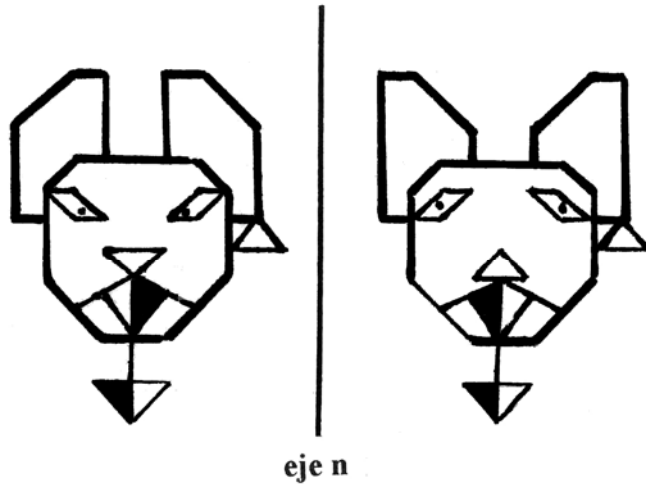
4. Las dos figuras son **simétricas** con respecto a un eje que no se ha dibujado. Lo tendrás que dibujar con las técnicas de dibujo. No podrás doblar la hoja.



5. Da tu opinión sobre si estos dos polígonos pueden tener ejes de simetría. Si los tienen, dibújalos.



6. Indica todos los errores existentes en la simetría de los dos animales con respecto al eje n.



7. Dibuja con regla y con color rojo todos los ejes de simetría de las siguientes letras mayúsculas.

M N O P
R S T U

8. Pon **SI**, **NO** o **NO SÉ** al lado de cada frase según tengan eje de simetría lo que se cita.

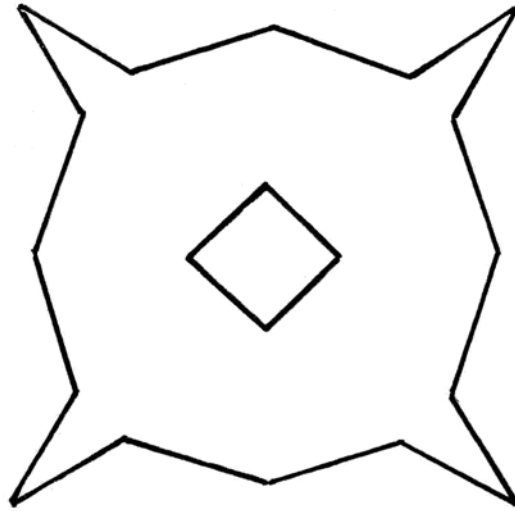
UN HOMBRE MANCO _____

UN HOMBRE SIN NINGÚN DEFECTO _____

UNA MUJER CON GRIPE _____

UN HOMBRE SIN UNA OREJA _____

9. Recorta en un folio una figura parecida a la del dibujo. No importa el tamaño. Lo importante es que sea totalmente simétrica con respecto a dos ejes perpendiculares, como la del dibujo.



10. Un polígono regular de 50 lados tiene:

_____ ejes de simetría que van de vértice a vértice

_____ ejes de simetría que van de vértice a mitad del lado opuesto

_____ ejes de simetría que van de mitad de lado a mitad del lado opuesto

Un polígono de 51 lados tiene:

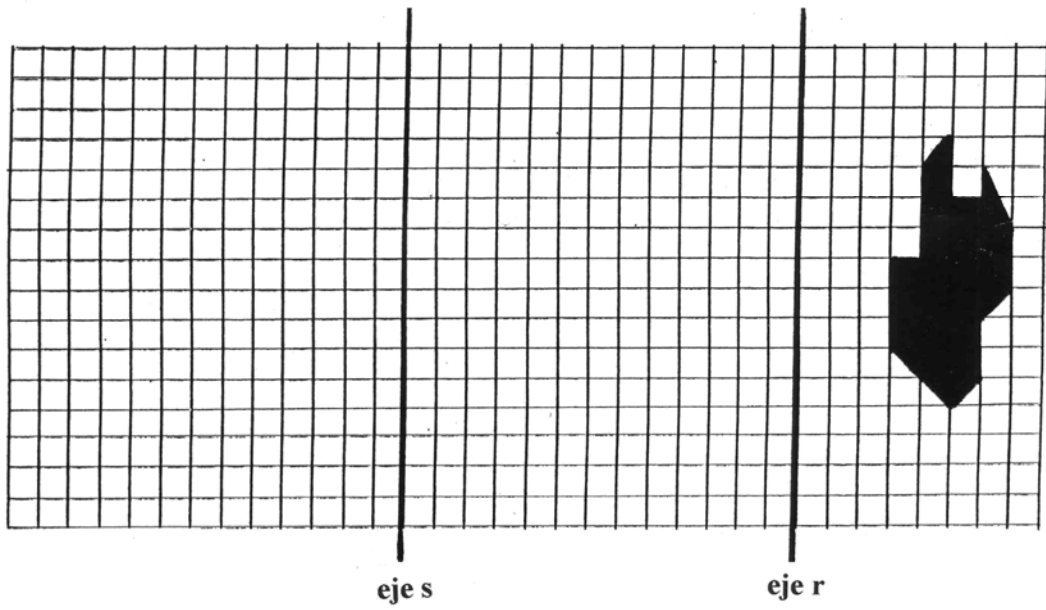
_____ ejes de simetría que van de vértice a vértice

_____ ejes de simetría que van de vértice a mitad del lado opuesto

_____ ejes de simetría que van de mitad de lado a mitad del lado opuesto

11. Dibuja cómo se vería la palabra **LÁPICES** reflejada en un espejo.

12. Dibuja las figuras simétricas a la dada con respecto a los dos ejes r y s.



Referencias bibliográficas

Área de Matemáticas. PRIMARIA. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid, 1992.

Simetría dinámica. Claudi Alsina, Rafael Pérez y Ceferino Ruiz. Editorial . Síntesis. Madrid, 1989.

Recursos en el aula de Matemáticas. Francisco Hernán y Elisa Carrillo. Editorial Síntesis. Madrid, 1988.