



**La modelización matemática y las aplicaciones**

**Problemas aplicados y de modelización**

La modelización matemática: aplicaciones en la Educación Secundaria

## Problema 1: "Recogida de firmas"

El 25 de abril de 2006, el partido en la oposición presentó ante el Congreso de los diputados 4.000.000 de firmas en contra de una nueva ley.



Todos los medios de comunicación publicaron la noticia incluyendo fotografías de las grandes cajas y de las 10 furgonetas necesarias para transportar las hojas de firmas hasta Congreso. ¿Son necesarias todas esas furgonetas para transportar 4.000.000 de firmas?

## Problema 2: "Copa de cerveza"

¿Hasta qué altura se debería llenar una copa de cerveza para que ésta estuviese medio llena?

¿Cuántas copas se pueden obtener de una botella tipo "mágnun" (1.5 litros) si las copas las llenamos al 90% de su capacidad?



Altura	Circunferencia
cm	cm
0,0	0,0
0,3	8,7
1,0	16,6
2,0	22,6
3,0	26,4
4,0	29,8
5,0	32,0
6,0	33,3
7,0	32,0
8,0	30,0
8,7	27,3

### Problema 3: "Atasco en la autovía"

El 26 de diciembre de 2004 una gran nevada obligó a cortar el tráfico en la autovía A1. La siguiente noticia se podía consultar en la edición digital del periódico ABC: *"En Burgos, la A-1 se encuentra completamente cerrada a todo tipo de tráfico, y unos 3.000 vehículos están atrapados entre Lerma y Burgos, lo que ha obligado a la intervención de la Guardia Civil. La Dirección General de Tráfico dice que la situación es "gravísima" y recomienda no circular hasta mañana"*.



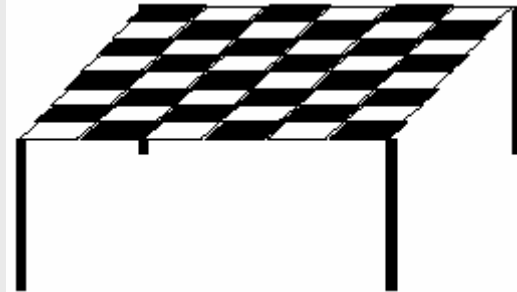
- ¿Cuál fue la longitud del tramo de carretera en el que los coches estaban atascados?
- Para atender a las personas atrapadas, ¿cuántas botellas de agua y bocadillos fue necesario preparar?

#### Problema 4: "La farola" (PISA)

El ayuntamiento ha decidido colocar una farola en un pequeño jardín triangular para que alumbre este jardín en su totalidad. ¿Dónde debería colocarse?

### Problema 5: "Tablero de feria" (PISA)

En una feria, los jugadores lanzan monedas sobre un tablero a cuadros. Si la moneda cae tocando una línea divisoria, el jugador pierde. Si rueda y cae fuera del tablero, la recupera. Pero si la moneda queda totalmente dentro de un cuadrado, el jugador recupera la moneda y se lleva un premio.



¿Cuál es la probabilidad de ganar este juego?

### Problema 6: "Parque de atracciones"

Estás de visita a un parque de atracciones y deseas subirte a la montaña rusa, pero hay una cola de aproximadamente 70 metros. ¿Cuánto tiempo tendrás que esperar hasta que puedas montarte?

### Problema 7: "Actividad extraescolar"

En el patio del instituto hay dos árboles, uno pequeño y otro grande, y una pared. Un día de actividades extraescolares se ha organizado una carrera: cada participante sale desde el árbol pequeño, tiene que tocar el árbol grande, luego la pared y, por último, volver al árbol pequeño. ¿Dónde deberíamos tocar la pared si queremos tener más posibilidades de ganar la carrera?

## Problema 8: "Pie gigante"

En la foto podemos ver el pie de una figura gigante que hay en un parque de atracciones de Inglaterra. ¿Cuál es la altura de toda la figura?





## Problema 9: "Coche usado"

Es difícil de creer pero es cierto, este anuncio, incluyendo la imagen, se publicó en un periódico de Irlanda en 2003: "VW Golf, azul, fabricado en 1985 y con sólo 65 km. Sólo se ha conducido en primera y en marcha atrás. Piezas originales, primer tanque de combustible lleno, buen estado, ¡se vende por desempleo!"

- ¿cuántas veces habrá ido el coche desde el faro hasta el bote?
- ¿se habrá usado el coche todos los días?
- en general, ¿para qué se necesita un coche en una isla como esa?



## Problema 10: "Ticket de transporte en Budapest"



Hasta hace poco<sup>1</sup> los tickets de autobús y metro de Budapest eran validados por una máquina taladradora (ticket de la izquierda). La máquina hacía 2, 3 o 4 agujeros en el ticket. Cada día se programaban con una nueva combinación de agujeros, que era usada por todas las máquinas validadoras durante ese día.

El matemático húngaro Ödön Vancso señaló que uno podía simplemente coleccionar los tickets viejos. Entonces, cuando entrase al autobús, bastaría con insertar una tira de papel en la máquina para conocer el código válido y buscar el ticket apropiado entre la colección de tickets antiguos. Inmediatamente, la compañía de transporte cambió el método de validación: ahora se imprime un código de 11 dígitos cuando accedes al autobús (ticket de la derecha).

- ¿Cuántas combinaciones diferentes de agujeros son posible con el método antiguo?
- ¿Podría una persona llevar consigo todos estos tickets en su cartera o en un sobre? (la imagen muestra el tamaño real de los tickets).

Fuente: Jan Hendrik Müller, Dortmund

<sup>1</sup> Aún en la actualidad en autobuses antiguos.

**Problema 11: "Alquiler de oficinas"** (PISA. © IEA/TIMSS)

Los dos anuncios siguientes aparecieron en un diario de un país cuya unidad monetaria es el zed.

**EDIFICIO A**

Se alquilan oficinas

58-95 metros cuadrados  
475 zeds al mes

100-120 metros cuadrados  
800 zeds al mes

**EDIFICIO B**

Se alquilan oficinas

35-260 metros cuadrados  
90 zeds por metro cuadrado  
al año.

Si una empresa está interesada en alquilar una oficina de 110 metros cuadrados en ese país durante un año, ¿en qué edificio de oficinas, A o B, deberá alquilar la oficina para conseguir el precio más bajo? Escribe tus cálculos.

**Problema 12: "La pizza"** (PISA. © PRIM, Stockholm Institute of Education)

Una pizzería ofrece dos pizzas redondas del mismo grosor pero de diferentes tamaños. La pequeña tiene un diámetro de 30 cm y cuesta 30 zeds. La grande tiene un diámetro de 40 cm y cuesta 40 zeds.

¿Qué pizza es la mejor opción en relación a lo que cuesta? Escribe tu razonamiento.

### Problema 13: "Presupuesto" (PISA, fuente De Lange and Verhage, 1992 )

En un determinado país, el presupuesto nacional de defensa fue de 30 millones (en la moneda del país) en 1980. El presupuesto total de ese año fue de 500 millones. Al año siguiente, el presupuesto de defensa pasó a 35 millones, mientras que el presupuesto total fue de 605 millones. La inflación del período comprendido entre los dos presupuestos alcanzó el 10 por ciento.

- Te invitan a dar una conferencia en una asociación pacifista. Intentas explicar que el presupuesto de defensa ha disminuido en este período. Explica cómo lo harías.
- Te invitan a dar una conferencia en una academia militar. Intentas explicar que el presupuesto de defensa ha aumentado en este período. Explica cómo lo harías.

## Problema 14: "Latidos del corazón" (PISA)

Por razones de salud la gente debería limitar sus esfuerzos, al hacer deporte, por ejemplo, para no superar una determinada frecuencia cardíaca.

Durante años, la relación entre la máxima frecuencia cardíaca recomendada para una persona y su edad se describía mediante la fórmula siguiente:

$$\text{Máxima frecuencia cardíaca recomendada} = 220 - \text{edad}$$

Investigaciones recientes han demostrado que esta fórmula debería modificarse ligeramente. La nueva fórmula es la siguiente:

$$\text{Máxima frecuencia cardíaca recomendada} = 208 - (0,7 \times \text{edad})$$

- Un artículo de periódico afirma: "El resultado de usar la nueva fórmula en vez de la antigua es que el máximo número recomendado de latidos cardíacos por minuto disminuye ligeramente para los jóvenes y aumenta ligeramente para los mayores". ¿A partir de qué edad aumenta la máxima frecuencia cardíaca recomendada como resultado de introducir la nueva fórmula? Escribe tus cálculos.
- La fórmula para la *máxima frecuencia cardíaca recomendada*  $= 208 - (0,7 \times \text{edad})$  se usa también para determinar cuándo es más eficaz el ejercicio físico. Las investigaciones han demostrado que el ejercicio físico es más eficaz cuando los latidos cardíacos alcanzan el 80% de la máxima frecuencia cardíaca recomendada. Escribe una fórmula que calcule la frecuencia cardíaca recomendada para que el ejercicio físico sea más efectivo, expresada en términos de edad.

### Problema 15: "El concierto de rock" (PISA)

En un concierto de rock se reservó para el público un terreno rectangular con unas dimensiones de 100 m por 50 m. Se vendieron todas las entradas y el terreno se llenó de fans, todos de pie.

¿Cuál de las siguientes cifras constituye la mejor estimación del número total de asistentes al concierto? (justifica tu respuesta)

- A 2.000
- B 5.000
- C 20.000
- D 50.000
- E 100.000

## Problema 16: "La manifestación"

Como suele ser habitual, toda manifestación provoca una guerra de cifras entre partidarios y detractores de la misma, respaldados o no por los medios de comunicación. Por ejemplo, en la manifestación celebrada en Madrid el día 12 de noviembre de 2005, los datos de manifestantes dados por diferentes asociaciones, administraciones y medios de comunicación fueron los siguientes (extraído de <http://www.20minutos.es/noticia/64802/>):

- Comunidad de Madrid: 1,5 millones
- Organizaciones convocantes: 2 millones
- Libertad Digital y COPE: cerca de 2 millones
- Delegación del gobierno: 407.000
- El País: 375.000
- *El Manifestómetro*: 198.800 – 248.500

**Pregunta 1:** ¿Cómo crees que las administraciones y los medios de comunicación proceden para realizar sus estimaciones?

**Pregunta 2:** Diferentes medidas realizadas por satélite estiman que la superficie ocupada por la manifestación podría ser, como mucho, de 13,55 ha, aunque otras mediciones rebajan este dato a 4.97 ha. Considerando que estas estimaciones sean fiables, ¿qué cantidad de participantes consideras que está más ajustada a la realidad?





## Problema 17: "Llenar el depósito de gasolina" (Leiß, 2006. DISUM Project)



Mister Stone vive en Trier (Alemania), ciudad que está junto a la frontera con Luxemburgo. Para llenar el depósito de su VW Golf, conduce hasta una estación de servicio que está en Luxemburgo, junto a la frontera, a unos 20 km de Trier. Allí, el litro de gasolina cuesta 0.85€ mientras que en Alemania tendría que pagar 1.1€. ¿Le merece la pena a Mr. Stone viajar hasta Luxemburgo para echar gasolina?

### Problema 18: "Hotel rural" (adaptado de Lingefjård, 2006)

Pedro tiene un pequeño hotel rural en la sierra. En este momento hay tres huéspedes y la nueva cocinera, que no los conoce aún, quiere saber cuál es su edad. Pedro sabe que a la cocinera le encanta la resolución de problemas y formula su respuesta de la siguiente forma: "El producto de sus edades es 2450 y la suma de sus edades es igual al doble de tu edad".

La cocinera coge lápiz y papel y empieza a resolver el problema. Después de un rato, vuelve y le dice a Pedro: "con la información que me has dado no puedo calcular las edades de los invitados".

"Bien", contesta Pedro, "añadiré que yo soy el más viejo de esta casa rural. ¿Lo puedes resolver ahora?". La cocinera contesta que sí.

Explica por qué ella pudo resolver el problema después de la última información y pon de manifiesto el conocimiento matemático involucrado en el problema. ¿Qué edad tiene Pedro?

**Problema 19: "Cilindros de paja"** (adaptado de Borromeo Ferri, 2007)



Al finalizar el verano puedes ver en algunos campos enormes cilindros de paja que producen las cosechadoras. Los cilindros de la imagen están apilados de manera que en la línea inferior hay cinco, en la siguiente cuatro, luego tres, dos y uno en la parte superior. ¿Cuál es la altura de esta montaña de cilindros de paja?

## Problema 20: "Cambiar de ciudad" (tomado de Mousolidis et al., 2007)

Usa los datos de la tabla para encontrar la mejor ciudad para Ana. Cuando tengas una respuesta, escribe una carta a Ana explicando y documentado tus resultados.

	Parques	Guarderías	Escuelas	Cines	Restaurantes	Tiendas	Calidad de las calles (%)	Presupuesto para el próximo año*
Lakecity	2	2	7	1	3	23	45.5	Mismo
Relaxcity	3	1	4	3	12	16	36.8	Más
Safecity	2	4	5	4	4	26	57.2	Menos
Dreamcity	0	5	10	0	6	12	19.7	Menos
Nicecity	3	2	8	2	5	20	25.8	Menos
Livacity	4	3	7	3	8	15	76.2	Más

\* Presupuesto para el próximo año comparado con el de este año.