

¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M Rodríguez-Hernández (Universidad de Castilla-La Mancha. España)
Olga Morote-Esquivel (Centro de Educación Infantil y Primaria Carlos Eraña. España)

Fecha de recepción: 28 de septiembre de 2015

Fecha de aceptación: 6 de junio de 2016

Resumen La aplicación metodológica lúdica empleada para la mejora en la resolución de problemas matemáticos, ayuda a mejorar: la motivación, la autoestima, autoconfianza y a generar habilidades metacognitivas que pueden generalizarse a otras asignaturas y más allá del ámbito escolar. Se ha desarrollado un programa basado en fases, donde se trabaja de forma lúdica con alumnos de 3º de Educación Primaria. El trabajo en grupo, propicia empatía entre los compañeros favoreciendo un ambiente adecuado para conseguir el aprendizaje deseado. Se comparan los resultados obtenidos antes de comenzar el programa de intervención y al finalizar éste. Los resultados indican la eficacia del programa de entrenamiento en la resolución de problemas.

Palabras clave Resolución de problemas, metodología lúdica, fases metodológicas, dificultades de aprendizaje en niños, análisis estadístico.

Title **We play detectives and pirates! Application of a learning programmer on how solve problems**

Abstract The application of learning-through-play methodologies for the improvement of mathematics problem solving helps to enhance the motivation, self-esteem and self-confidence, and to generate metacognitive abilities that may spread out to other subjects and beyond the school environment. A phase-based working program involving learning-through-play with students of third year of Primary Education has been developed. Working in groups promotes empathy among group members, favoring an adequate environment to achieve the desired learning. Results obtained before the interventional program was started and once it was completed are comparatively presented. The results demonstrate the efficacy of the training program in problem solving.

Keywords Problem solving, learning-through-play methodology, methodological phases, learning difficulties in children, statistic analysis.

1. Introducción

Los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática. Se requieren y se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer, reflexionar, planificar el proceso de resolución estableciendo estrategias y procedimientos. Se modificará el plan si es necesario, para posteriormente comprobar la solución hallada.



Según el Decreto 54/2014, de 10 de julio, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Castilla-La Mancha, la resolución de problemas se convierte en el eje del aprendizaje significativo de las matemáticas, considerándose como un medio para la adquisición y generación de conocimientos, habilidades, estrategias y procedimientos, por lo que debe estar articulada dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de todos los bloques de contenido del área. Además, la aplicación de los conocimientos matemáticos adquiridos en la resolución de problemas, desarrollará en los alumnos la capacidad de transferir los conocimientos del aula a la vida real, estableciendo las conexiones oportunas entre las matemáticas y la realidad, y no desvinculando el aprendizaje de la vida real.

Este trabajo surge ante la necesidad de abordar la problemática, que tenían los alumnos de tercero de Educación Primaria del colegio público CEIP Carlos Eraña de Ciudad Real, de 8 y 9 años de edad, sobre la resolución de problemas. Unos, cuando se enfrentaban a esta tarea se bloqueaban incluso antes de empezarla, no creían ser capaces de resolverla. Como escribe Font (1994, p. 14) “su nivel de ansiedad es tan grande que la única estrategia defensiva que pueden utilizar es no hacer nada”. Otros, hacían una lectura superficial sin llegar al fondo de la información que se proporciona en los enunciados y enseguida, pedían ayuda sin ni siquiera intentarlo. Cuando se les explica el proceso de resolución lo ven claro, pese a que siguen sin enfrentarse a la tarea de un modo positivo. Les supone un gran esfuerzo, sin conseguir los resultados que desean, provocando que su motivación disminuya. Un número importante de alumnos del aula, mostraban frustración cada vez que debían resolver problemas en la clase de matemáticas. Se plantea, por tanto, la necesidad de llevar a cabo un programa de intervención en nuestro aula, con dos objetivos: por una parte, proporcionar a los alumnos las herramientas que necesitan para aprender a resolver problemas a través de una metodología activa, de participación a través del juego, cuyo fin es el de motivar y captar la atención del alumnado para potenciar el aprendizaje; por otra, ver si la metodología implantada resultó significativamente efectiva en nuestro alumnado, para lo cual se lleva a cabo un análisis estadístico.

1.1. Antecedentes bibliográficos

La resolución de problemas matemáticos ha estado en boga en los últimos años y ha sido una actividad primordial en los matemáticos desde la más remota antigüedad. A continuación, describimos cómo diferentes autores señalan las diferentes partes o componentes que presentan los problemas.

El modelo para la resolución de problemas, más relevante entre los primeros propuestos se debe a Wallas (1926), consta de cuatro fases:

- Preparación: se recoge la información y los intentos preliminares de solución.
- Incubación: debe dejarse el problema de lado para realizar otras actividades o descansar.
- Iluminación: cuando aparece la idea clave para la solución.
- Verificación: se comprueba la solución.

El matemático húngaro Polya propuso una nueva doctrina, que hizo que tras la publicación de su libro “How to solve it”, traducido al español, “Cómo plantear y resolver problemas” (Polya, 1976), comenzará a asentarse lo que a partir de ese momento se entendía por heurística: el estudio de operaciones mentales útiles en el proceso de resolución de problemas. Se consideraban cuestiones como la emocional, cultural... que hasta entonces no se habían tenido en cuenta. Describe que el sujeto avanza linealmente desde el enunciado hasta la solución. Cualquier persona debe lograr asimilar las técnicas de resolución hasta saber resolver correctamente los problemas. Las cuatro fases que presenta son:

- Comprender el problema: implica entender el texto y la situación que se debe resolver. Se deben encontrar cuáles son los datos que conocemos y cuáles son las incógnitas que buscamos.
- Concebir un plan: en él se determina la relación entre los datos y la incógnita. De no encontrarse una relación inmediata se pueden considerar problemas auxiliares y obtener finalmente un plan de solución.
- Ejecución del plan: consiste en la puesta en práctica de cada uno de los pasos diseñados en la fase anterior.
- Examinar la solución obtenida: es preciso revisar el resultado para saber si efectivamente se da una respuesta válida a la situación planteada.

Schoenfeld (1985), expone que el proceso de resolución de problemas no es lineal, como lo planteaba Polya, se trata de un camino en zig-zag, que supone marchas hacia atrás y hacia adelante. Propone cuatro fases en el mismo:

- Análisis: debe trazarse un diagrama cuando esto sea posible, examinar los casos particulares y probar a simplificar el problema.
- Exploración: mediante el examen de problemas equivalentes, ligeramente modificados y ampliamente modificados.
- Ejecución: para resolver el problema se toma una estrategia y se usa para intentar solucionarlo.
- Comprobación de la solución obtenida: verificando si dicha solución utiliza todos los datos pertinentes, si está acorde con estimaciones razonables, si es posible obtener la misma solución por otro método, si puede quedar concretada en casos particulares, si es posible reducirla a resultados conocidos y utilizarla para generar algo ya conocido.

El método IDEAL para resolver problemas de Bransford y Stein (1987), considera la resolución de problemas como un proceso uniforme de cinco fases. Las siglas IDEAL significan:

- I: Identificación del problema.
- D: Definición y representación del problema con la mayor precisión, claridad y cuidado que sea posible (evitar errores en la manipulación de los datos).
- E: Exploración de análisis alternativos. Consiste en explorar distintas vías o métodos de resolución de problemas.
- A: Actuar conforme a un plan. Implica una toma de decisiones.
- L: Logros alcanzados. De no analizarse o saltarnos este último eslabón, no estaremos seguros de haber elegido correctamente la estrategia hasta no haber actuado basándonos en ellos y haber observado si se ha logrado hacerlos funcionar.

En el caso de Mason, Burton y Stacey (1988), presentan una propuesta que pretende acometer cualquier problema de manera eficaz. Entienden que analizar a posteriori el proceso permite retroalimentar la experiencia. Se basan en los trabajos de Polya y Schoenfeld. Un aspecto a destacar en su modelo es que tienen en cuenta los estados afectivos. Las fases que formulan son tres:

- Abordaje: partiendo de lo que el alumno sabe, lo que quiere saber y lo que puede usar.
- Ataque: mediante conjeturas y la justificación de las mismas.
- Revisión o reflexión: para lo que es necesario comprobar, reflexionar y extender.

Guzmán (1991) se basa en los modelos de Polya y Schoenfeld introduciendo refuerzos afectivos que ayuden a eliminar las dificultades que se van produciendo. Expone cuatro fases en la resolución de problemas: familiarizarse con el problema, búsqueda de estrategias, desarrollo de la estrategia y



¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

revisión del proceso. Guzmán (2001, pp. 12-13) considera que lo más importante en la resolución de problemas son los procesos de aprendizaje y añade que “se trata de considerar como lo más importante que:

- el alumno manipule los objetos matemáticos;
- active su propia capacidad mental;
- ejercite su creatividad;
- reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente;
- adquiera confianza en sí mismo;
- se divierta con su propia actividad mental;”

y plantea además cómo se debería proceder en la resolución de problemas:

- “propuesta de la situación problema de la que surge el tema (basada en la historia, aplicaciones, modelos, juegos...)
- manipulación autónoma por los estudiantes
- familiarización con la situación y sus dificultades
- elaboración de estrategias posibles
- ensayos diversos por los estudiantes
- herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados)
- elección de estrategias
- ataque y resolución de los problemas
- recorrido crítico (reflexión sobre el proceso)
- afianzamiento formalizado (si conviene)
- generalización
- nuevos problemas
- posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas”...

Para Fernández (2010, p. 12) “la primera fase para resolver problemas no es “comprender el problema”; la primera fase es QUERER resolverlo”. Añade que al principio lo importante es “producir estrategias, reforzar la seguridad personal y el interés por la variedad de actividades”, Fernández (2010, p. 18). Enfatiza, al igual que Guzmán, la necesidad de transmitir estrategias que ayuden a los alumnos en la resolución de problemas.

Sintetiza en seis las fases la resolución de problemas:

- Querer: si el alumno tiene voluntad de resolver un problema serán mayores las posibilidades de éxito.
- Comprender: plantear a los alumnos situaciones problemáticas provocan en ellos la necesidad de comprenderlas.
- Formular ideas: se infieren de los datos y las condiciones del problema, permitiendo la observación y la intuición del alumno.
- Investigar: potenciar que sea el alumno el que genera las ideas. “Se desarrolla así la creatividad, el razonamiento, la memoria, la flexibilidad y reversibilidad del pensamiento, su iniciativa y la aplicación de conocimientos”.
- Comunicar: el diálogo sirve para contrastar el proceso, ayudando al desarrollo de la autonomía cuando explican sus decisiones

- Concluir: se trata de comunicar lo acontecido durante el proceso de resolución del problema que ha utilizado el alumno, de manera que ayude en las sucesivas resoluciones de situaciones problemáticas.

Manifiesta que las estrategias de elaboración deben permitir crear reglas, no seguirlas. Apuesta más por el aprendizaje por descubrimiento, igual que Guzmán, investigando, con un papel activo, para poder encontrar las estrategias en función de la necesidad que las ha generado.

En definitiva, todos estos autores, aunque con distintas denominaciones, incluyen entre sus fases, una primera parte de identificación del problema, la fase de planificación, la de resolución y finalmente la revisión del plan ejecutado.

2. Programa de intervención para la resolución de problemas matemáticos

Los factores afectivos, cognitivos, la personalidad, la clase social y cultural caracterizan y definen la unicidad de cada alumno. Cada vez se toma más consciencia de que en las clases de matemáticas existe una diversidad de alumnos y por lo tanto no debe prevalecer un único método válido de enseñanza. Esto debe suscitar una búsqueda de modelos de enseñanza-aprendizaje con el objetivo de ofrecer formas alternativas que ayuden a los alumnos de nuestras aulas a conocer sus capacidades, potenciarlas y crecer de forma individualizada. Los sentimientos, las emociones, la reflexión, la visualización, la estética, el orden y el equilibrio son olvidados en la enseñanza. Debe tomarse conciencia de su gran importancia y de sus grandes beneficios, pero aún queda un largo camino hasta que se considere la dimensión afectiva como una parte integrante en el currículo de Educación Primaria.

Al abordar inicialmente la resolución de problemas, nos encontramos con alumnos con actitud negativa a la hora de afrontarlos, aspecto que también destacan otros autores. Según Gómez (2000, p. 154): “La ansiedad, el miedo, el temor, la desesperación [...] son estados afectivos esencialmente indeseables. Es necesario proporcionar y favorecer experiencias productivas y constructivas en los alumnos”. También dice: “El reto del educador o la educadora es irrumpir e interrumpir los sentimientos negativos, como paso previo a la necesaria reconstrucción afectiva/cognitiva que debe tener lugar para el avance del estudiante, encontrando caminos didácticos que favorezcan estos aspectos”.

Por otro lado Font (1994, pp. 13-14) cuando habla de la falta de motivación opina que no está relacionada sólo con cuestiones cognitivas, porque en muchos casos, la falta de motivación tiene relación directa con cuestiones afectivas e inconscientes y añade: “Si un alumno tiene un patrón motivacional positivo, frente a una dificultad reaccionará analizándola, buscará una nueva estrategia [...] vivirá la dificultad sin demasiada ansiedad ni angustia y se centrará en la manera de resolver la dificultad.

Guzmán (2001, p.10) argumenta:

“Cada vez va siendo más patente la enorme importancia que los elementos afectivos que involucran a toda la persona pueden tener incluso en la vida de la mente en su ocupación con la matemática. Es claro que una gran parte de los fracasos matemáticos de muchos de nuestros estudiantes tienen su origen en un posicionamiento inicial afectivo totalmente destructivo de sus propias potencialidades en este campo”.



¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

Por ello, la forma de llevar a cabo el método de aplicación, para la mejora de la resolución de problemas, debía:

- Poder llevarse a cabo con un trabajo en grupo, lo que permitiría establecer empatía entre los compañeros con el fin de que se produjera una libre comunicación en el aula.
- Crear un clima de aceptación que estimule la seguridad en sí mismos, les anime a experimentar, descubrir permitiéndoles correr riesgos sin sentirse menos valorados.
- Reforzar la autoconfianza en el alumno. La ansiedad debía ir disminuyendo progresivamente a medida que los alumnos fueran aplicando la técnica de resolución de problemas.
- Fortalecer la autoestima, el apego o consideración que tiene un alumno de sí. Se trata de un requisito fundamental para que la actividad cognitiva y afectiva tenga éxito. La base del concepto que se tiene de uno mismo se establece en la infancia por tanto debíamos incorporar creencias y actitudes positivas. Los alumnos debían tener un autoconcepto sano.
- Motivar al alumnado. Debía venir impulsado por tres factores: El deseo de aprender, la actitud positiva ante el aprendizaje y estar dispuesto a realizar un esfuerzo.

Para ello se crea un entorno propicio. Se cuentan historias que harán que los niños abran los ojos expectantes y un material que enmascarará un ambiente lúdico para hacer un disfrute continuo en el aula. Cuya consecuencia trae consigo el deseo de aprender más y más, sin darse cuenta. Según Rodríguez-Hernández, González y Rivilla (2015, p. 15):

“El juego es el recurso educativo por excelencia en la infancia. El niño se siente profundamente atraído y motivado con él. Debemos aprovechar estos deseos de jugar para plantear nuestra enseñanza en las aulas. Como consecuencia ayudaría a tener una predisposición de agrado por la asignatura de Matemáticas, contribuyendo positivamente a que la adquisición de nuevos conocimientos sea más sencilla.”

Se realiza una revisión exhaustiva de la literatura y aunque hay autores que dan unas pautas o fases con un orden establecido para llevar a cabo una mejora en la resolución de problemas, en general no proponen una metodología para llevarlas a cabo. Se decide trabajar con la propuesta de Fernández (2010), a través de las diferentes fases que expone en su libro. Se desea ver si se da un progreso en el aprendizaje y si éste es o no significativo, en el tiempo que se ha puesto en práctica. Consta de siete fases que van desde la fase 0 a la fase 6. Toma el juego como punto de partida. De la variedad de juegos que presenta en su libro, se trabaja con dos de ellos. Las fases y los juegos se explican en las subsecciones que vienen a continuación.

2.1. Metodología

En nuestra clase teníamos alumnos con diversos problemas personales y familiares. Así que para nosotros era importante, como acabamos de señalar, trabajar la dimensión afectiva y la cognitiva. Cuestiones que también pone de manifiesto el autor de la metodología con la que trabajamos. En el proceso de resolución de problemas intervienen factores como las relaciones en el grupo-aula, la claridad en el lenguaje, la memoria lógica y la creatividad. Según Fernández (2010, p. 20), la enseñanza de la Matemática debe, “basar la educación en estrategias de falsación o contraejemplos, evitando el “bien” o “mal” como autoridad que sustituye a la evidencia”.

En el primer juego que se utiliza en el aula, el profesor cuenta una historia breve sin números. Después formula una pregunta. Si se puede responder a partir de la historia, los alumnos sacan un papel de color verde, si no se puede responder a partir de la historia, sacan un papel de color rojo (véase la Figura 1). Sólo se saca el papel, no se responde la pregunta. Posteriormente el profesor saca el papel de color verde o rojo para que los niños formulen preguntas que se puedan resolver o no,

según corresponda. Durante el desarrollo del juego el profesor no hace correcciones, ni pide explicaciones. Sólo, si es necesario, repite la historia sin modificaciones. Este juego es el que empleamos para trabajar la fase 1 y la fase 2, en esta última fase se utiliza el cálculo para demostrar la validez del razonamiento.



Figura 1: Tarjeta verde y roja.

Una variante de este juego, es contar las historias con datos numéricos, operaciones aritméticas y relaciones matemáticas y después formular la pregunta, siguiendo la misma dinámica anterior. Se aplica para trabajar la fase 3.

Este juego propicia el desarrollo de la creatividad y la comunicación del proceso seguido por los alumnos, para resolver las situaciones problemáticas que se les plantean.

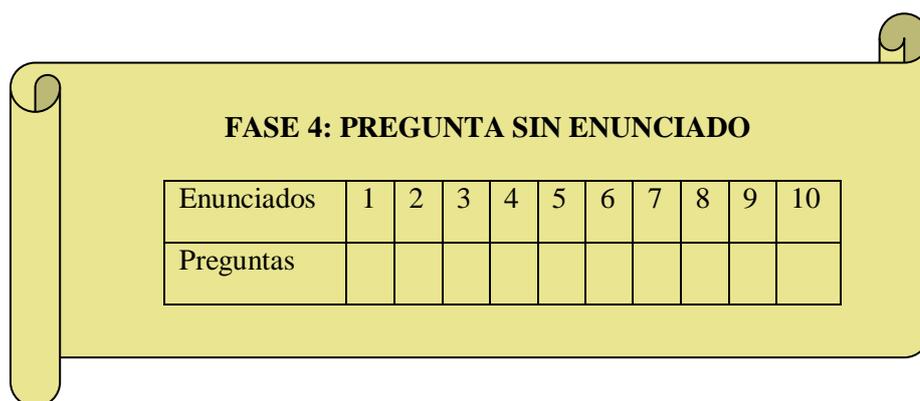


Figura 2: Pergamino para rellenar, con una tabla de dos filas. Se trata de escribir las claves.

El segundo juego se lleva a cabo en equipos. Para ello, se seleccionan 10 problemas de al menos dos cursos inferiores a la edad de los alumnos con los que se trabaja, tal como propone Fernández (2010, p. 259). Se separan los enunciados y las preguntas de los problemas, ambos se numeran del 1 al 10 al azar. Los enunciados se colocan en un lugar de la clase y las preguntas en otro, alejados entre sí. El juego consiste en unir los números que relacionan enunciado y pregunta. Se acaba cuando un equipo consigue escribir las diez parejas de números (véase la Figura 2). La regla del juego consiste en que cada vez se levantan dos niños de cada uno de los grupos, uno va hacia las preguntas y otro hacia los enunciados. Disponen de treinta segundos, siendo el profesor el que da la señal de inicio y finalización. No pueden llevar nada para escribir, sí pueden hacerlo en los grupos. No pueden salir los mismos niños hasta que hayan salido todos. El profesor dejará tiempo de reflexión entre una señal y otra. Se lleva a cabo para realizar la fase 4.

¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

Este juego presenta dos variantes: se seleccionan 8 problemas de al menos dos cursos inferiores a la edad de los alumnos con los que se trabaja, separando para la variante 1: los enunciados, las preguntas y el proceso de resolución; y para la variante 2: los enunciados, las preguntas y la solución.

Se numeran al azar del uno al ocho y se colocan en diferentes lugares de la clase. El juego consiste en escribir los números que relacionan los enunciados, las preguntas y el proceso de resolución (si se juega con la variante 1) o la solución (si se lleva a cabo el juego de la variante 2). La dinámica del juego y las reglas son las mismas que en el segundo juego. Ahora, cada vez, se levantan tres niños. La variante 1 se emplea para trabajar la fase 5 y la variante 2 para la fase 6. Véase la Figura 3.

FASE 5: PROCESO DE RESOLUCIÓN

Enunciado	1	2	3	4	5	6	7	8
Pregunta								
Resolución								

FASE 6: RESPUESTAS A LA PREGUNTA DE UN PROBLEMA

Enunciado	1	2	3	4	5	6	7	8
Pregunta								
Solución								

Figura 3: Pergaminos, con tablas para rellenar dos filas para trabajar las fases 5 y 6. Se trata de escribir las claves

La elección de este segundo juego viene motivada por la ayuda que proporciona a los alumnos: conocer los diferentes elementos que forman parte del problema, las relaciones que se establecen entre ellos y la posibilidad, de nuevo, de comunicar sus conclusiones al explicar cómo resuelven las claves de las distintas fases.

2.2. Fases

Las fases de Fernández (2010) son siete numeradas del cero al seis. Cada fase representa una parte fundamental del proceso de resolución de problemas.

Fase cero, a la que llama **lógica**; permite el desarrollo del pensamiento, al familiarizarse los alumnos con las reglas de la lógica, a través de cinco tipos de actividades: transformar en condicionales expresiones cotidianas y expresiones de cuentos, expresar posibles consecuencias de

acciones que sirvan como antecedentes, expresar enunciados falsos o verdaderos, afirmando o negando y, por último, a partir de una condición, completar la expresión de las cuatro formas de inferir. Esta fase es importante, ya que, según el autor “Un pensamiento que no ha pasado por la fase lógica, no puede llegar a la fase matemática”. Fernández (2010, p.47)

Fase uno: Problemas sin número. Plantea historias que los alumnos deben resolver sin datos numéricos, lo que posibilita a los alumnos centrarse en el proceso y desarrollar así la observación. El autor expone que ésta debe ser una de las primeras situaciones a las que tiene que enfrentarse el alumno.

Fase dos: Problemas incompletos. Ante un enunciado incompleto, se proponen preguntas que darán lugar a diferentes soluciones, que van a depender de los diferentes datos que han sido utilizados al completar el enunciado. El cálculo se utiliza para demostrar la validez del razonamiento. “Las ideas lógicas se considerarán lógico-matemáticas cuando su veracidad pueda ser demostrada mediante procedimientos operativos propios de la matemática.” (Fernández, 2010, p.47)

Fase tres: Enunciados sin pregunta. Conducir a los alumnos para que observen que no se puede decidir sobre qué hacer ante un enunciado si no se conoce la pregunta. Se trata de establecer una relación lógica entre la pregunta y el enunciado y entre demostrar, explicar o argumentar su verdad.

En cada una de estas fases Fernández, sugiere dejar que los niños hablen libremente, guiando su aprendizaje mediante ejemplos y contraejemplos, sin corregirles con bien o mal las ideas que expresan.

Fase cuatro: Pregunta sin enunciado. A partir de una pregunta sin enunciado, los alumnos serán conscientes de la necesidad de tener unos datos para poder responderla. Se orienta a los alumnos para que identifiquen los datos que son necesarios para responder la pregunta, estableciendo una relación lógica entre la pregunta y el enunciado. Por otra parte, se plantea romper estereotipos de asociación falsa entre determinadas preguntas y el enunciado. Por ejemplo, cuando los maestros enseñamos el algoritmo de la resta solemos decir que restar es quitar. Después nuestros alumnos se encuentran con enunciados del tipo: La mamá de Ana tiene un jarrón con flores. Ayer quitó dos flores del jarrón que se habían secado, hoy ha quitado tres flores que también se han secado. ¿Cuántas flores ha quitado la mamá de María? La mamá de María “quita” y para resolver sumamos.

Fase cinco: Proceso de resolución. Expresado un proceso de resolución, se observará la necesidad de contar con un enunciado y una pregunta que den sentido al mismo, estableciendo una relación lógica entre el proceso de resolución, el enunciado y la pregunta de un problema.

Fase seis: Respuesta a la pregunta de un problema. Se trata de establecer una relación lógica entre la solución y el proceso de resolución, el enunciado y la pregunta de un problema, entendiendo que resolver un problema es demostrar su solución o la ausencia de ésta.

A lo largo de todas las fases se ayuda al alumno a distinguir la información dada en los problemas que es necesaria para resolverlos, de la que no lo es. Son los alumnos los que van descubriendo en cada situación problemática, que puede haber información que no es necesaria para resolverla; expresando ellos mismos que esa información solo les puede conducir a error, por tanto, la desechan.



3. Puesta en práctica

Los juegos explicados en la Sección 2 son llevados a la práctica a través de unas historias que se preparan para ellos. Los vamos a convertir en ¡detectives! y ¡piratas! Ambas historias crean un ambiente propicio para jugar en el aula. Los juegos están basados en los que propone el autor, el juego de los detectives puede verse en Fernández (2010, p. 247) y el juego de los piratas, Fernández (2010, pp. 259-260).

Pequeña historia para grandes detectives

Los habitantes de un país, no muy lejano, más bien cercano, pero que muy cercano, vivían preocupados porque un malvado mago había raptado a su rey. Un hombre sabio y justo muy amado por todos sus súbditos. (Ahora les hablaremos en voz más bajita como cuando se cuenta un secreto) Para liberarlo debían resolver los enigmas que el mago les planteaba.

Los habitantes de aquel reino, no muy lejano, más bien cercano, pero que muy cercano, no podían resolver los enigmas. Uno de ellos propuso ir al país vecino: Detectivilandia, ¿sabéis dónde está? (dejamos que respondan, conseguimos que interactúen y captamos su atención), está por aquí cerca. Es famoso por sus intrépidos detectives, que son capaces de resolver los casos más complicados. ¿Sabéis quiénes son?, (dejamos que respondan, conseguimos que interactúen y captamos su atención), síiiiií sois vosotros. A continuación, os contaré los casos que tenéis que resolver, ¡intrépidos detectives!, buscaréis las pistas para dar con las soluciones a los enigmas del malvado mago, para así, ayudar a los habitantes de su país vecino a liberar a su sabio y justo rey. (Subimos el tono de voz), ¿Estáis preparados y listos y nerviosos y deseosos para empezar a resolver los enigmas?

Tras la lectura de la pequeña historia de los detectives, comenzamos a desarrollar la fase lógica. Se les plantea como un entrenamiento para ser detectives.

A cada alumno se le dan dos tarjetas como muestra la Figura 1. A continuación seguimos con la historia.

Cada uno de vosotros tiene dos tarjetas una de color verde y una de color rojo. Yo, os leeré los casos, debéis levantar la tarjeta verde, si se puede resolver con las pistas dadas o la tarjeta roja, en caso de que no se pueda resolver con esas pistas.

Posteriormente los detectives explican cómo han resuelto los casos, o piden más pistas, para poder resolver el caso. De esta forma se llevan a cabo las fases uno, dos y tres. Una variante, que realizaremos después de este juego, es que el maestro saca la tarjeta de color verde o rojo para que los niños formulen preguntas que se puedan resolver o no, según corresponda. Para trabajar la fase 3.

Pequeña historia para grandes piratas.

Hace muchos, pero que muchos años, los piratas navegaaaaban por todos los mares y océanos buscando preciados tesoros que los convertirían en hombres muy, pero que muy ricos. (Ahora les hablaremos en voz más bajita como cuando se cuenta un secreto) “Sabían de buena tinta” que algunos de esos tesoros se encontraban ocultos en oscuras y profundas cuevas en las islas desiertas repartidas por todos los mares y océanos. Estas islas estaban

marcadas con una enorme cruz en el mapa del tesoro. A veces había que cavar durante horas para dar con los tesoros, que estaban guardados en pesados y viejos baúles. (A continuación, hablamos en tono normal) En nuestro mapa del tesoro tenemos marcadas las islas del mar “Tercero”, sí, sí, habéis oído bien, “Tercero” es una de ellas, donde están las claves que nos ayudarán a encontrar el tesoro. ¿Queréis saber cómo se buscan las claves? (dejamos que respondan).



Figura 4: Pañuelo pirata.

Los alumnos son piratas buscadores de tesoros para lo que necesitan completar una clave. Podemos ambientar el juego poniéndoles a los niños pañuelos en la cabeza como el de la Figura 4. La dinámica y las reglas del juego son las expuestas en la Sección 2. Se juega en equipos. Cada equipo tiene un lápiz y una hoja parecida a un pergamino, véase la Figura 2, en la que se va escribiendo la clave.

Puesta en práctica de la fase cuatro: se formaron grupos cada uno de ellos con 4 o 5 niños. La experiencia que se llevó a cabo en nuestra aula estaba formada por 6 grupos. Se seleccionan 10 problemas del nivel de primero de Primaria. Siguiendo la propuesta que hace Fernández (2010, p. 259), “seleccionamos 10 problemas de dos cursos inferiores a la edad de los niños con los que estábamos trabajando”. Se separan los enunciados, y las preguntas. Ambos se numeran del 1 al 10 al azar. Los enunciados se colocan sobre una mesa, para nosotros “isla”, en un lugar de la clase, y las preguntas en otra “isla” alejada de la primera. Dos piratas de cada equipo, deben ir uno a la “isla” de los enunciados y otro a la “isla” de las preguntas. Buscan la información que les permita unir los números que relacionan el enunciado con su pregunta. Durante treinta segundos, que cronometra el maestro, los piratas observan la información que encuentran en cada “isla” y posteriormente, cuando vuelven a su equipo, la ponen en común con sus compañeros durante un tiempo aproximado de diez segundos. (No necesitan más, porque están deseando salir de nuevo). No pueden llevar nada para escribir, sí pueden hacerlo en los grupos. Cada vez salen dos piratas diferentes de cada equipo, para que participen todos. Se realizan tantas rondas y salidas como sean necesarias. Se acaba el juego cuando un equipo completa la clave en el pergamino, véase la Figura 2, escribiendo las diez parejas de números. Después comprobamos que la clave es correcta.

Para la fase cinco, se seleccionan 8 problemas de primero de Primaria, tal como indica Fernández (2010, p. 263), separando los enunciados, las preguntas y el proceso de resolución. Se colocarán en tres “islas”. Se numeran al azar del uno al ocho, cada uno de ellos y se colocan en diferentes “islas”, separadas unas de otras. Cada vez se levantan tres piratas de cada equipo, dirigiéndose uno a la “isla” de los enunciados, otro a la “isla” de las preguntas y un tercero a la de los procesos de resolución. Los piratas deben encontrar la clave, escribiendo los números que relacionan los enunciados, las preguntas y el proceso de resolución en un pergamino, que se le da al inicio de la

¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

actividad a cada uno de los grupos, como el que se muestra en la Figura 3. Después comprobamos que la clave es correcta. Las reglas del juego son las mismas que en la fase cuatro.

En la fase seis se seleccionan 8 problemas de primero de Primaria, como indica Fernández (2010, p. 266), separando el enunciado, la pregunta y la solución de cada uno de los problemas. Se numeran al azar del uno al ocho y se colocan en diferentes “islas”, separadas unas de otras. Cada vez se levantan tres piratas de cada equipo, dirigiéndose uno a la “isla” de los enunciados, otro a la “isla” de las preguntas y un tercero a la “isla” de las soluciones. Deben encontrar la clave escribiendo los números que relacionan los enunciados, las preguntas y la solución, en un pergamino como el que se muestra en la Figura 3. Después comprobamos que la clave es correcta. Las reglas del juego son las mismas que en la fase cuatro.

En nuestra aula, para aplicar las fases 5 y 6, se formaron 5 grupos de cinco o seis niños en cada uno de ellos.

3.1. Fases

A continuación, presentamos las actividades realizadas en el aula con un ejemplo de cada una.

Para Fernández (2006, p. 36) “La clasificación que se hace de los problemas que se define por problemas de Cambio, de Combinación, Comparación e Igualación, no tiene, a nuestro juicio, incidencia alguna como aportación didáctica, ni por su estructura, ni por su tipología. El alumno no debe distinguir un problema por su tipología porque estará memorizando una forma de análisis que cuando no recuerde le hará fallar; su aprendizaje se debe apoyar en la selección, distinción y discernimiento intelectual mediante una dinámica de relaciones lógicas”.

Basándonos en esto, nos planteamos proponer una variedad de situaciones problemáticas que permiten a nuestros alumnos enfrentarse a ellas. A continuación, se muestran algunos ejemplos.

Fase cero: Lógica. (3 sesiones de 40’)

Se han trabajado cinco tipos de actividades de forma oral.

1.1. Transformar en condicionales expresiones cotidianas:

Cuando termine la tarea jugaré al fútbol. ... acabo la tarea jugaré al fútbol.

1.2. Transformar en condicionales expresiones de cuentos:

Cuando mientas te crecerá la nariz... mientes te crecerá la nariz.

1.3. Expresar posibles consecuencias de distintas acciones que sirvan como antecedentes.

De una hucha sacamos 25 € entonces...

1.4. Expresar enunciados falsos (F) o verdaderos (V), afirmando o negando: Expresar una verdad a partir de un enunciado afirmativo (E+); expresar una verdad a partir de un enunciado con negación (E-); expresar una falsedad a partir de un enunciado afirmativo; expresar una falsedad a

partir de un enunciado con negación. Cada vez se presenta uno de los enunciados para que expresen los demás.

- *El gato es un animal mamífero (V con E+)*
- *El sol no es un planeta (V con E -)*
- *Una semana tiene ocho días (F con E +)*
- *Un cuadrado no es un cuadrilátero (F con E -)*

1.5. A partir de una condición necesaria y suficiente, completar la expresión con las cuatro formas de inferir.

- *Si un animal se alimenta sólo de carne, entonces y sólo entonces es carnívoro*
- *Sí se alimenta sólo de carne, luego...*
- *No se alimenta sólo de carne, luego...*
- *Sí es carnívoro, luego...*
- *No es carnívoro, luego...*

Fase 1: Problemas sin número (3 sesiones de 40')

Esta fase se ha trabajado, de forma oral, con casos como éste:

Un granjero tenía cerdos y gallinas en su granja. Fue al mercado y vendió algunas gallinas. ¿Cuántos cerdos le quedan?

Juegan a los detectives. En un primer paso los detectives descubren si se puede o no resolver con esas pistas. Después van completando las pistas que faltan para llegar a una solución. Descubren que no siempre son necesarios datos numéricos para resolver los casos.

Cuando intentaron resolver el caso arriba mencionado, todos los alumnos, a excepción de una niña, levantaron tarjeta roja porque consideraron que faltaban pistas para resolverlo. Al explicar cómo había resuelto el caso, dijo: “Tiene los mismos cerdos que tenía al principio porque ha vendido gallinas, no cerdos.”

Fase 2: Problemas incompletos (4 sesiones de 40')

Juegan a los detectives con casos de este tipo:

La abuela de Raúl le ha dado ____ ¿Puede comprar el libro que le gusta?

Después de contar cada caso ellos los repiten para comprobar que lo han comprendido.

Primero deciden con las tarjetas roja o verde si se puede resolver o no con las pistas que tienen. En un segundo paso completan con las “pistas” que faltan de manera que la respuesta sea: Sí puede comprar el libro; no puede comprar el libro.

Con el siguiente caso, llegaron a plantear hasta siete enunciados distintos.

Esta semana han puesto ofertas en el supermercado:

1 litro de leche.....__céntimos



¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

1 kg de naranjas..... € y ____ céntimos

1 bolsa de magdalenas..... € y ____ céntimos

a) Almudena se ha gastado ____ € y ____ céntimos. ¿Qué ha comprado?

b) ¿Cuánto dinero necesita Luis para comprar ____ litros de leche y una bolsa de magdalenas? ¿Cuánto le devuelven?

Propuesto el caso todos levantaron la tarjeta roja y fueron pidiendo los datos que faltaban, primero el precio de cada uno de los productos, pero esto no era suficiente, había que completar los datos relacionados con el dinero que gastaban.

En esta fase dieron un paso más, cuando los alumnos explican sus ideas para resolver los casos utilizan el cálculo para dar validez a sus razonamientos. Lo más destacado en esta fase es que el nivel de atención es elevado. Escuchan una vez los casos y sacan las tarjetas. Además, prestan gran atención al razonamiento de otros compañeros, cuando explican cómo han resuelto el caso. Incluso algún alumno, al exponer el suyo descubrió su error y cambió de tarjeta (autocorrección).

Fase 3: Enunciados sin pregunta (3 sesiones de 40')

Partimos de un enunciado sin pregunta:

Raúl fue a la panadería de su barrio y compró dos barras de pan que costaban 45 céntimos cada una y 3 chicles por 10 céntimos cada uno.

Después juegan a los detectives, inicialmente el docente comienza haciendo preguntas que sí tienen respuesta con las pistas recibidas y otras que no, para que saquen la tarjeta verde o roja según corresponda.

Preguntas con respuesta: ¿Qué es más caro? ¿Qué es más barato? ¿Cuánto cuestan más las barras de pan que los chicles? ¿Cuánto cuesta menos los chicles que las barras de pan? ¿Cuánto dinero gastó? ¿Cuántas barras compró? ¿Cuántos chicles compró? ¿Cuántos chicles puede comprar con el dinero que le cuestan las barras de pan?

Preguntas sin respuesta: ¿Cuánto dinero llevaba? ¿Cuánto dinero le devolvieron? ¿De qué sabores eran los chicles? ¿Cuánto pesan las barras? ¿Cuántas barras de pan quedaron en la tienda? ¿Cuántas barras vendió ese día el panadero?

Finalmente, ahora es el maestro el que saca: la tarjeta verde y los “detectives” hacen una pregunta que se pueda responder con las pistas dadas o la tarjeta roja, entonces hacen una pregunta que no se pueda resolver con las pistas dadas.

Fase 4: Pregunta sin enunciado (3 sesiones de 40')

Juegan a “los piratas”. En primer lugar, se les muestra un ejemplo para explicar en qué consiste el juego de esta sesión. Se plantea una pregunta del tipo:

¿Cuántos caramelos le quedan? que necesita un enunciado para poder resolverse. Empieza el juego haciendo los grupos que van a unir la clave.

Participan activamente, con un alto grado de implicación. Nadie puede quedarse atrás porque son necesarias las aportaciones de todos los componentes del equipo para encontrar la clave. En grupo planean cada actuación de los diferentes miembros del equipo, valorando aquellas que son más eficaces. Así, según avanzan las rondas en el juego, descubren que es mejor que cada componente del equipo vaya cada vez a una de las “islas” que no habían visitado anteriormente. Esto les permitirá tener más datos para buscar la relación entre enunciados y preguntas. Poco a poco todos los equipos aplican esta estrategia y la siguen aplicando en cada sesión.

Enunciados

1. Carlos tiene cinco caramelos. Si se come tres caramelos.
2. David y Fernando juntan los cromos que tienen, si David tiene 4 cromos y Fernando 5.
3. En el lado izquierdo del jardín de mi abuela hay 2 macetas y en el derecho 3 macetas.
4. Si estaban jugando a la comba Andrea, Laura y Carmen y han venido dos amigas más.
5. Paco tiene 7 cuentos y le da 2 cuentos a su hermana Carolina.
6. El padre de Antonio le compró un balón que le costó 3 € y pagó con un billete de cinco €.
7. Susana ha ido al zoológico con sus abuelos. Han visto 3 leones, 4 monos y 2 avestruces.
8. Cristina tiene 7 pinturas y su amiga tiene 2 pinturas.
9. En el frigorífico había 4 plátanos. Mi hermano mayor compra 5 plátanos más.
10. Paula se come 3 gominolas de las 9 gominolas que su madre le compró.

Preguntas

1. ¿Cuántas pinturas tienen entre las dos amigas?
2. ¿Cuántas gominolas le quedan ahora a Paula?
3. ¿Cuántas amigas estaban jugando a la comba?
4. ¿Cuántos animales suman entre los leones y los avestruces?
5. ¿Cuánto le devuelven al padre de Antonio?
6. ¿Cuántas macetas hay en total en el jardín?
7. ¿Cuántos libros le quedan a Paco?
8. ¿Cuántos cromos tienen entre los dos?
9. ¿Cuántos caramelos le quedan?
10. ¿Cuántos plátanos hay ahora?

Enunciado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pregunta	9	8	6	3	7	5	4	1	10	2

Tabla 1: Muestra las claves de la fase 4

Cuando uno de los equipos escribe los números que unen los 10 enunciados con sus preguntas, se revisa, comprobando que, de un total de seis equipos, cuatro han encontrado la misma clave. Las claves pueden verse en la Tabla 1.

Fase 5: Proceso de resolución (2 sesiones de 40´)

Se presenta, al comienzo de la clase, una operación como ésta, 8-3. Los alumnos sin explicación, expresaron la necesidad de un enunciado y una pregunta para poder hacer algo con esos datos. Como ya habían jugado a los detectives, lo primero que dijeron espontáneamente fue: “Éste es de tarjeta roja”. Después mediante el diálogo llegaron a la conclusión de que necesitaban un enunciado y una pregunta para que esa operación tenga algún significado para los niños. Juegan de nuevo a los piratas con los siguientes enunciados, preguntas y resoluciones para la primera sesión.



¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

Enunciados

1. *Ismael pierde 3 canicas y ahora le quedan 5 canicas.*
2. *Si Mónica tiene 8 naranjas y le regala 3 naranjas a su amiga Rocío,*
3. *Almudena tiene ahorrados 70 céntimos en la hucha. Para comprar unos caramelos ha sacado 20 céntimos,*
4. *Carmen viaja con su tía en el autobús. Si su tía ha pagado 50 céntimos por su billete y 25 céntimos por el billete de Carmen,*
5. *En un olivo quedan 43 aceitunas. Si se han caído 12 aceitunas,*
6. *Esther, Felipe y Lidia han jugado un partido de baloncesto. Si Esther ha conseguido 24 puntos, Felipe 20 y Lidia 32,*
7. *Hoy han ido a la piscina 12 hombres, 20 mujeres y 30 niños.*
8. *En el edificio donde viven mis primos, viven 15 personas en el primer piso, 12 en el segundo piso y 20 en el tercer piso.*

Preguntas

1. *¿Cuántas personas viven en el edificio?*
2. *¿cuánto le han costado los dos billetes de autobús?*
3. *¿cuántas aceitunas había en el olivo antes de que se cayeran?*
4. *¿cuánto dinero le queda en la hucha a Almudena?*
5. *¿Cuántas personas han ido en total a la piscina?*
6. *¿cuántas naranjas le quedan ahora a Mónica?*
7. *¿Cuántas canicas tenía al principio?*
8. *¿cuántos puntos han conseguido entre los tres en el partido de baloncesto?*

Proceso de resolución

1. $8 - 3$
2. $43 + 12$
3. $12 + 20 + 30$
4. $50 + 25$
5. $15 + 12 + 20$
6. $3 + 5$
7. $24 + 20 + 32$
8. $70 - 20$

La Tabla 2 muestra las claves correctas. Esta clave fue encontrada por tres de los grupos de piratas.

Enunciado	1	2	3	4	5	6	7	8
Pregunta	7	6	4	2	3	8	5	1
Resolución	6	1	8	4	2	7	3	5

Tabla 2: Muestra las claves de la fase 5

Fase 6: Respuesta a la pregunta de un problema (2 sesiones de 40')

El maestro presenta la respuesta de un problema, por ejemplo:

Hay 21 asientos vacíos en el autobús.

Comenta que resuelvan el problema. Los alumnos ponen de manifiesto que necesitan más datos para poder llegar a esa respuesta. Así empieza el juego de los piratas para encontrar la clave que une cada enunciado con la pregunta y la respuesta del problema. Estos son los enunciados, preguntas y soluciones de la primera sesión.

Enunciados

1. Un autobús tiene 54 asientos, si viajan 33 personas en el autobús.
2. Pepe tiene una pecera con 23 peces y hoy ha comprado 7 peces más.
3. En una panadería había 54 barras de pan, hoy al panadero le quedan por vender 32 barras de pan,
4. Eugenia tenía 14 cuentos. Después su tía Teresa le regaló algunos cuentos más. Ahora Eugenia tiene 20 cuentos.
5. En un autobús viajaban 28 personas. Si en la primera parada suben 7 personas y no baja ninguna,
6. El padre de Víctor compró una bufanda por 8 € y un gorro por 4 €.
7. Luisa ganó 7 canicas. Pedro ganó 4 canicas más que Luisa.
8. La madre de Raquel tenía 6 manzanas. Gastó 3 para hacer un pastel.

Preguntas

1. ¿Cuántos peces tiene ahora Pepe en la pecera?
2. ¿Cuánto pagó el padre de Víctor?
3. ¿cuántas personas viajan ahora en el autobús?
4. ¿Cuántas manzanas le sobran?
5. ¿Cuántas barras de pan ha vendido hoy el panadero?
6. ¿Cuántas canicas ganó Pedro?
7. ¿Cuántos cuentos le regaló su tía Teresa?
8. ¿Cuántos asientos vacíos hay en el autobús?

Soluciones

1. A la madre de Raquel le quedan 3 manzanas.
2. Hay 21 asientos vacíos en el autobús.
3. Su tía Teresa le regaló 6 cuentos.
4. El panadero ha vendido hoy 22 barras de pan.
5. Pedro ganó 11 canicas.
6. El padre de Víctor pagó 12 €.
7. Ahora viajan 35 personas en el autobús.
8. Pepe tiene 30 peces en la pecera.

En esta ocasión fue revisada la clave del grupo que acabó primero, los otros equipos fueron confirmando haber obtenido la misma clave que se muestra en la Tabla 3.

Enunciado	1	2	3	4	5	6	7	8
Pregunta	8	1	5	7	3	2	6	4
Solución	2	8	4	3	7	6	5	1

Tabla 3: Muestra las claves de la fase 6

3.2. Evaluación

Para evaluar la metodología descrita en las siete fases, el grupo de alumnos realizó una prueba inicial, antes de su aplicación y una final al acabar las sesiones con los juegos. Las pruebas se



¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

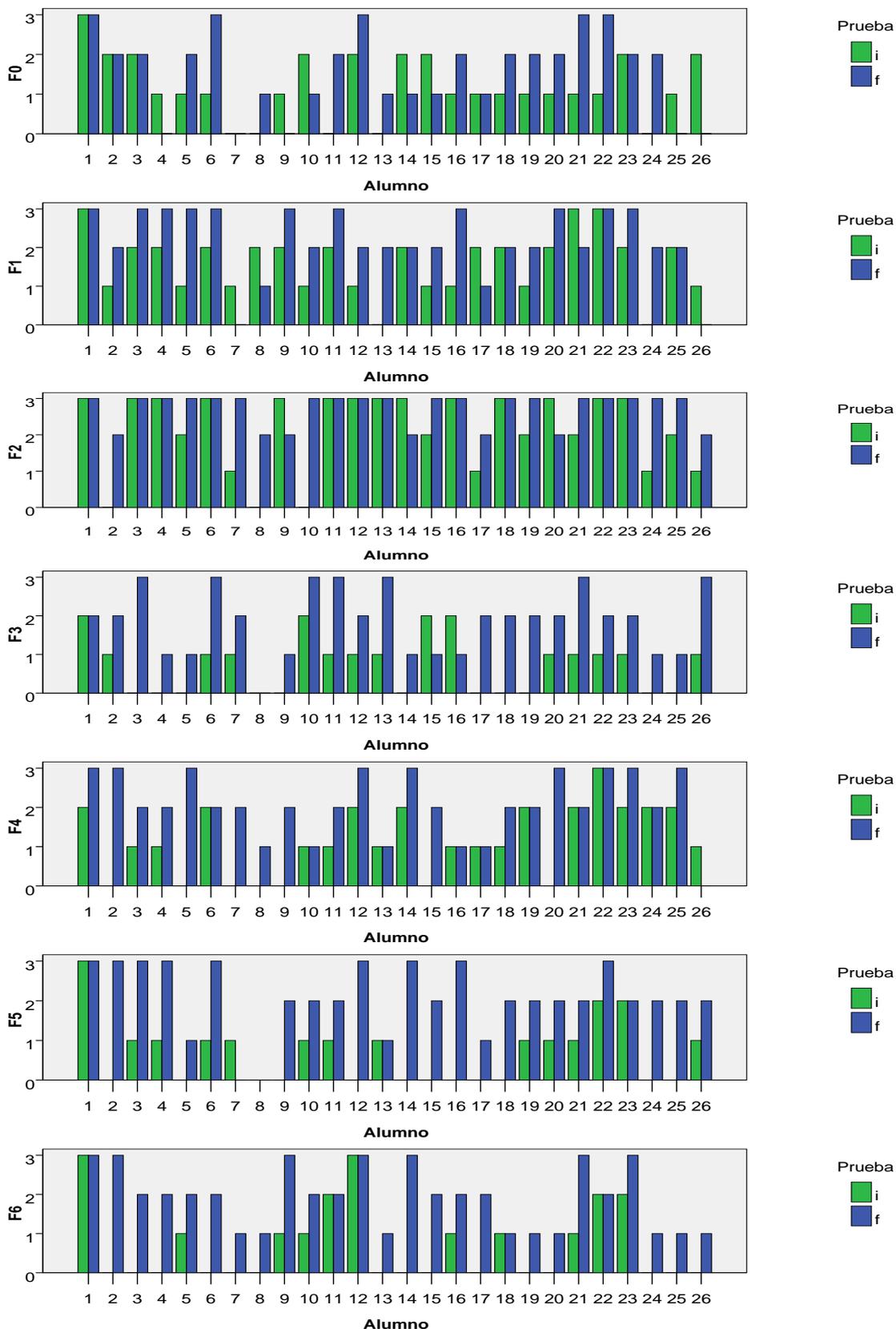
componen de tres preguntas en cada una de las fases, aunque los cuestionarios utilizados en ambas pruebas son de elaboración propia. Las preguntas están adaptadas al nivel de 3° y abarcan los diferentes tipos de actividades de evaluación propuestas por Fernández (2010) para cada una de las fases. Las preguntas de cada fase están mezcladas entre sí. Son las mismas en las dos pruebas, cambiando algún dato de los enunciados como las cantidades y los nombres. Estas dos pruebas de evaluación fueron realizadas a lo largo de dos sesiones de cuarenta minutos y se muestran en el Anexo I.

La Figura 5 muestra las notas que se han obtenido por cada uno de los 26 alumnos. Cada una de las fases se puntúa de 0 a 3 puntos. Hay un total de tres ejercicios por fase, cada ejercicio puntúa 1 punto si está correctamente realizado y 0 si está mal. La suma total de las puntuaciones de todas las fases se muestra en la Figura 6 donde la puntuación irá desde 0 puntos a 21. Por cada alumno se muestran dos barras correspondientes a la nota obtenida en la prueba inicial (i), cuya barra es de color verde y a la obtenida en la prueba final (f), cuya barra es de color azul. La ausencia de barra significa que el alumno obtuvo 0 puntos en esa fase de la prueba.

Una mejoría clara tras aplicar la técnica, se observa en el aumento de las puntuaciones obtenidas en la prueba final, como puede verse al comparar las barras verdes y azules. Nos preguntamos si, ¿se trata de una mejoría significativa? La Tabla 4, muestra la nota media de las puntuaciones obtenidas en las fases iniciales (F0i, F1i, F2i, F3i, F4i, F5i y F6i) y en las fases finales (F0f, F1f, F2f, F3f, F4f, F5f y F6f). También se ve un incremento en la media de la prueba global, suma de las notas de todas las fases, realizado antes de la aplicación de la técnica (Total i) obteniendo 8,23 puntos y después (Total f) obteniéndose 14,46 puntos de un total de 21 puntos.

A continuación, se comentan los alumnos cuyo número es el correspondiente al de los gráficos de barras, de las Figuras 5 y 6. Son los que nos han parecido más significativos, por sus condiciones personales, en cuanto a su evolución entre las puntuaciones que consiguieron en la prueba inicial y la final:

- El número 2 es una alumna que antes de la aplicación de esta metodología se mostraba con mucha inseguridad para enfrentarse a la resolución de problemas. Intentaba acertar con la solución, pero sin aplicar relaciones lógicas. Después de trabajar con el programa, ha aumentado su seguridad y es capaz de resolver con eficacia los problemas que se la plantean.
- Los números 7 y 8 son alumnos que presentan un bajo rendimiento en general, en parte influido por la problemática familiar.
- El número 17 es el caso de una niña que mostraba mucha ansiedad ante la resolución de problemas y no era capaz de resolver ninguno de forma positiva cuando se enfrentaba sola a la tarea. Aunque no ha superado la prueba final, ha doblado su puntuación y ha mejorado su actitud cuando tiene que resolver problemas.
- Los números 24, 25 y 26 son alumnos que fracasaban en casi todas las asignaturas, pero la aplicación de esta metodología ha hecho que aumente su motivación y que mejore mucho su rendimiento no solo en matemáticas sino también en el resto de áreas.



¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

Figura 5: Puntuaciones obtenidas desde la fase 0 a la fase 6 (de 0 a 3 puntos) por cada uno de los 26 alumnos de la clase en la prueba inicial (i) y en la final (f).

En general todos los alumnos han mejorado sus resultados en el trimestre del curso.

	F0i	F1i	F2i	F3i	F4i	F5i	F6i	Total i	F0f	F1f	F2f	F3f	F4f	F5f	F6f	Total f
Media	1,19	1,62	2,15	0,73	1,15	0,69	0,69	8,23	1,58	2,19	2,73	1,88	2,08	2,08	1,92	14,46
Desc. Típ.	0,801	0,804	1,084	0,724	0,881	0,788	0,97	3,798	1,027	0,895	0,452	0,864	0,845	0,891	0,796	3,679

Tabla 4: Media y desviación típica de las fases 0 a la 6 y del total de las puntuaciones. La i indica puntuación obtenida en la prueba inicial y la f en la prueba final.

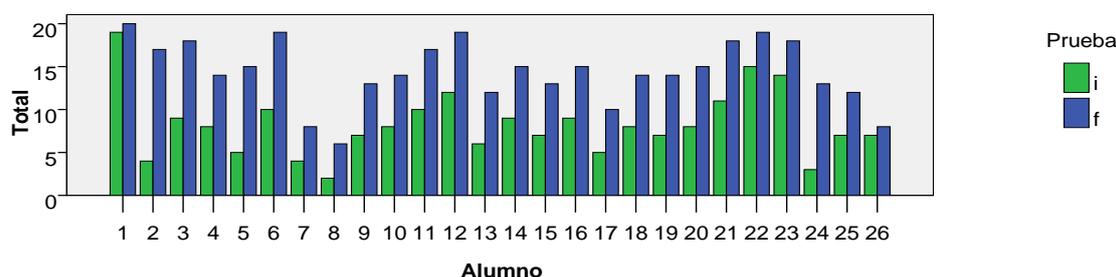


Figura 6: Notas obtenidas (de 0 a 21 puntos) por cada uno de los 26 alumnos de la clase en la prueba inicial (i) y en la final (f).

Se tienen dos muestras relacionadas, en la que realizamos una prueba no paramétrica, la prueba de los rangos de Wilcoxon, es una prueba potente, no sólo considera el sentido de las diferencias de las puntuaciones, sino que también toma en cuenta la magnitud de las mismas. Deseamos saber si es diferente la puntuación obtenida por los alumnos en la prueba inicial y final. Se trata de averiguar si la aplicación de la metodología propicia una mejoría significativa.

Esta prueba se ha realizado para cada una de las fases (véase la Tabla 5), desde la fase 0 a la fase 6 y también para la suma de las puntuaciones totales de la prueba. Las hipótesis que se llevan a cabo son,

- H_0 : La puntuación obtenida es igual antes que después.
- H_1 : La puntuación obtenida no es igual antes que después.

El contraste, $z=1,659$, cuyo p-valor o significación es de 0,097 indica que no existe diferencia significativa en las puntuaciones obtenidas en los niños tras aplicar la técnica en la fase 0. Para el resto de fases al realizar se obtiene significaciones menores al 0,05, por tanto se acepta la hipótesis alternativa, H_1 , de que sí hay diferencias al aplicar la técnica tanto de forma global, Totalf - Totali, como para la diferencia entre las fase 1 hasta la 6, F1f - F1i, F2f - F2i, F3f - F3i, F4f - F4i, F5f - F5i y F6f - F6i.

	F0f - F0i	F1f - F1i	F2f - F2i	F3f - F3i	F4f - F4i	F5f - F5i	F6f - F6i	Total f - Total i
Z	1,659 ^a	2,619 ^a	2,563 ^a	3,961 ^a	-3,449 ^a	-3,997 ^a	4,123 ^a	-4,479 ^a
Sig. (bilateral)	0,097	0,009	0,010	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000

a. Basado en los rangos negativos

b. Prueba de los rangos con signo Wilcoxon

Tabla 5: Estadístico de contraste, z , y significación para la diferencia entre las fases y entre la prueba total (suma de las notas de las fases).

4. Conclusiones

La aplicación de la metodología lúdica planteada en este documento ha supuesto un aumento considerable de la motivación y la participación activa de los alumnos, incluso de los que anteriormente no participaban espontáneamente en la resolución de problemas.

Los conocimientos adquiridos fueron instalados en la memoria del alumnado que repercute en un dominio de los conceptos que aplican a largo plazo y en el resto de asignaturas.

El trabajo en equipo, en el que se analiza y se valoran por parte del docente las distintas estrategias reflexivas del alumnado para la resolución de problemas, permitió aproximarse a los conocimientos con otros alumnos y enriquecer el conocimiento en el aula.

El juego propició entre los alumnos que se dirigieran mensajes positivos, ayudándoles a sustituir los sentimientos de limitación por los de capacidad. Se aprovechó el gusto natural de los alumnos por el juego y la diversión, estimulando su capacidad creativa en las fases empleadas para la resolución de problemas:

- El juego de los detectives en el que se han planteado historias abiertas que podían dar lugar a diferentes soluciones razonadas, guiando sus aportaciones con ejemplos, sin corregir con bien o mal, ha contribuido: a mejorar la confianza en sí mismos; a aumentar su autoestima, con lo que han superado sus miedos al error; a desarrollar la creatividad, estableciendo relaciones para generar ideas y desarrollar el pensamiento matemático en la resolución de problemas. Con la dinámica de este juego se deja pensar a los alumnos y explicar sus conclusiones. Esto ha posibilitado la autocorrección y convertir el error en elemento de aprendizaje.
- El juego de los piratas les ha ayudado a planificar y desarrollar estrategias para resolver las claves que relacionaban enunciados, preguntas, procesos de resolución y respuestas. Este juego potencia el aprendizaje colaborativo. Todos aportan algo, porque las ideas y el trabajo de todos los miembros del grupo son necesarios para lograr un objetivo común.

En este trabajo se le ha dado importancia a la conducta afectiva en el proceso de aprendizaje de la resolución de problemas y se indica cómo incluirla en el aula a lo largo del documento. Nos encontramos que:

- Se generaron emociones positivas en el aula de matemáticas. El prestar atención a lo que sucede no sólo en la mente sino en el corazón de los alumnos hizo que tuviéramos más éxito en nuestra enseñanza e impulsáramos el aprendizaje de la resolución de problemas de una manera más efectiva y con mayor rapidez.
- No deben aislarse los aspectos físicos, emocionales y cognitivos del alumno. Con demasiada frecuencia los maestros trabajan las asignaturas teniendo en cuenta sólo el aspecto cognitivo de los alumnos. Considerando los tres aspectos, el intelecto, el cuerpo y el corazón se fomenta un aprendizaje en matemáticas más eficiente.
- El entorno físico influye positiva o negativamente en el rendimiento del alumnado. Se le dio importancia a crear un aula agradable y un ambiente propicio para el estudio, donde fue posible canalizar las emociones negativas que habían surgido en la clase de matemáticas.

Al crearse un entorno propicio en el alumnado, utilizando las actividades expuestas en este trabajo, los procedimientos y trabajando la afectividad en el aula, se obtienen buenos resultados. La



¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

prueba de evaluación final con respecto a los de la evaluación inicial, demuestran que existen diferencias significativas en la mejora de resolución de problemas tras aplicar el programa de intervención planteado.

Bibliografía

- Bansford J.D. y Stein, B. (1987) *Solución ideal de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear*. Barcelona. Labor.
- Decreto 54/2014, de 10 de julio, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Castilla-La Mancha. *Diario Oficial de Castilla-La Mancha*, 11 de julio de 2014, 132, 18498 – 18909.
- Fernández, J.A. (2006) Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria. *Sigma* 29, 29-42.
- Fernández, J.A. (2010). *La resolución de problemas matemáticos. Creatividad y razonamiento en la mente de los niños*. Madrid. Grupo Mayéutica-Educación.
- Font, V. (1994) Motivación y dificultades de aprendizaje en matemáticas. *Suma* 17, 10-16.
- Gómez, I. M^a (2000) *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid. Narcea, S.A. Ediciones.
- Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor*, Barcelona. Labor
- Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la educación matemática. *Sigma* 19, 131-156.
- Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1988). *Pensar matemáticamente*. Barcelona. MEC-Labor.
- Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*, Trillas, México.
- Rodríguez- Hernández, M.M, González Fernández, J.L. y Rivilla Bastante, R. (2015). Las tablas de multiplicar con sabor a juego. Recursos didácticos. *Números*, 90, 7-19.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*, New York. Academic Press.
- Wallas, G. (1926). *The art of thought*. New York. Harcourt, Bruce and Company.

M^a de las Mercedes Rodríguez Hernández. Universidad de Castilla-La Mancha, Facultad de Educación, Ronda de Calatrava, 3. 13071 Ciudad Real. Nació el 17 de octubre de 1972 en Gerona. Diplomada en Profesorado de Educación General Básica, Licenciada en Matemáticas y Diplomada en Estadística, todos ellos por la Universidad de Salamanca. Trabajó en enseñanza privada de Educación General Básica y de Universidad. En la actualidad trabaja como Profesora en el Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Castilla-La Mancha. Sus investigaciones van enfocadas; a la estadística destacando el artículo, *Experimental designs for the Adair model* (Chemometr. Intell. Lab. Syst., 2014) y a la Didáctica de las Matemáticas destacando el artículo, *Las tablas de multiplicar con sabor a juego. Recursos didácticos* (Números, 2015). También posee varios artículos de libros sobre Didáctica.

Email: mmercedes.rodriguez@uclm.es

Olga Morote Esquivel. Maestra de Primaria. Nació el 19 de julio de 1964 en Barcelona. Diplomada en Profesorado de Educación General Básica por la Universidad Complutense de Madrid, Licenciada en Psicopedagogía por la UNED. En la actualidad trabaja como tutora de Primaria en el colegio público, CEIP Carlos Eraña de Ciudad Real.

Email: olga.esquivel6@gmail.com

Anexo I

Las preguntas para cada fase en la prueba de evaluación inicial y final fueron las siguientes:

Prueba de evaluación inicial

Fase cero: Lógica

1. A partir de la siguiente condición, deduce y completa las expresiones.

Si un polígono tiene 4 lados, entonces y sólo entonces es un cuadrilátero

Sí es un polígono de 4 lados, luego...

No es un polígono de 4 lados luego...

Sí es un cuadrilátero, luego...

No es un cuadrilátero, luego...

2. Escribe enunciados falsos o verdaderos, afirmando o negando

a) A partir del siguiente enunciado verdadero: Una semana tiene 7 días.

Escribe un enunciado verdadero con una oración negativa

Escribe un enunciado falso con una oración afirmativa

Escribe un enunciado falso con una oración negativa

b) A partir del siguiente enunciado falso: El sol es un planeta.

Escribe un enunciado verdadero con una oración afirmativa

Escribe un enunciado verdadero con una oración negativa

Escribe un enunciado falso con una oración negativa

3. Transforma en condicionales estas expresiones

Cuando encestes en la canasta conseguirás 2 puntos...

Cuando bebas no conduzcas...

Cuando estudies aprobarás...

Fase 1: Problemas sin número

1. Completa el siguiente enunciado con números y resuelve el problema.



¡Jugamos a detectives y piratas! Aplicación de un programa de aprendizaje sobre resolución de problemas

M. M. Rodríguez-Hernández, O. Morote-Esquivel

Julia ha comprado ____ cajas de botellas de agua con ____ botellas de un litro cada una. ¿Cuántos litros de agua ha comprado?

2. Completa el siguiente enunciado con números y resuelve el problema.

Estrella corre cada día ____ Km. Esta semana ha salido a correr ____ días. ¿Cuántos Km ha corrido esta semana?

3. Completa el siguiente enunciado con números y resuelve el problema.

Carmen ha visto unos patines que cuestan ____ €. En su hucha tiene ____ €, ¿cuánto dinero le falta para poder comprar los patines?

Fase 2: Problemas incompletos

1. a) Completa el problema correctamente para que la respuesta sea: *Sí tiene bastante dinero.*

Blanca tiene 10 € y quiere comprar 1kg de manzanas por ____, y dos botellas de leche por ____ €. ¿Tiene bastante dinero para comprarlo todo?

b) Completa el problema correctamente para que la respuesta sea: *No tiene bastante dinero.*

Blanca tiene 10 € y quiere comprar 1kg de manzanas por ____, y dos botellas de leche por ____ €. ¿Tiene bastante dinero para comprarlo todo?

2. a) Completa el problema correctamente para que la respuesta sea: *Fueron más adultos.*

Ayer fueron a la biblioteca ____ personas. ____ eran adultos y el resto niños. ¿Fueron más adultos o niños?

b) Completa el problema correctamente para que la respuesta sea: *Fueron más niños.*

Ayer fueron a la biblioteca ____ personas. ____ eran adultos y el resto niños. ¿Fueron más adultos o niños?

3. a) Completa el problema para que la respuesta sea: *Sí tiene suficientes manzanas.*

La madre de Raquel necesita ____ manzanas para hacer una tarta. Al abrir el frigorífico se da cuenta de que hay ____ manzanas. ¿Tiene suficientes manzanas para hacer la tarta?

b) Completa el problema para que la respuesta sea: *No tiene suficientes manzanas.*

La madre de Raquel necesita ____ manzanas para hacer una tarta. Al abrir el frigorífico se da cuenta de que hay ____ manzanas. ¿Tiene suficientes manzanas para hacer la tarta?

Fase 3: Enunciados sin pregunta

1. La madre de Pablo tiene 9 rosales en su jardín, cada uno tiene 5 rosas rojas y 6 rosas blancas.

Escribe la pregunta a este enunciado para que al resolver el problema se utilicen todos los datos que aparecen en el enunciado

2. Un aparcamiento para coches tiene 4 pisos. En cada piso hay 42 plazas. Hoy se han ocupado un tercio de las plazas

Escribe la pregunta a este enunciado para que al resolver el problema no se utilicen todos los datos

3. Adrián tiene una bolsa con 56 canicas. Se queda con 20 y el resto las reparte entre sus 3 amigos.

Escribe la pregunta a este enunciado para que al resolver el problema no pueda responderse.

Fase 4: Pregunta sin enunciado

1. ¿Cuánto dinero me falta para comprar los tres juguetes?

Escribe un enunciado para esta pregunta de manera que al resolver el problema se responda sin operación alguna

2. ¿Cuántos cromos tienen entre los tres?

Escribe un enunciado para esta pregunta de manera que al resolver el problema no se utilicen todos los datos.

3. ¿Cuántas amigas estaban jugando a la comba?

Escribe un enunciado para esta pregunta de manera que al resolver el problema se utilicen todos los datos que aparecen en el enunciado.

Fase 5: Proceso de resolución

1. Escribe el enunciado de un problema para que pueda resolverse siguiendo este proceso:

Primero sumo para saber lo que gasto y después resto para saber lo que me queda.

2. Escribe el enunciado de un problema para que pueda resolverse siguiendo este proceso:

$4 \times 9 - 10$

3. Escribe el enunciado de un problema para que pueda resolverse siguiendo este proceso: Reparto para saber las que necesito y las que sobran.

Fase 6: Respuesta a la pregunta de un problema

1. Marta ha leído 35 páginas menos que Elvira



Partiendo de esta solución, escribe el enunciado de un problema de modo que se resuelva mediante una operación

2. Las cuatro cajas tienen en total 48 huevos.

Partiendo de esta solución, escribe el enunciado de un problema de modo que no se pueda resolver.

3. Se han formado 5 grupos de ocho niños

Partiendo de esta solución, escribe el enunciado de un problema de modo que se resuelva sin operación alguna.

Prueba de evaluación final

Fase cero: Lógica

1. A partir de la siguiente condición, deduce y completa las expresiones.

Si un polígono tiene 3 lados, entonces y sólo entonces es un triángulo

Si es un polígono de 3 lados, luego...

No es un polígono de 3 lados luego...

Si es un triángulo, luego...

No es un triángulo, luego...

2. Escribe enunciados falsos o verdaderos, afirmando o negando

a) A partir del siguiente enunciado verdadero: *Los animales vertebrados tienen esqueleto.*

Escribe un enunciado verdadero con una oración negativa

Escribe un enunciado falso con una oración afirmativa

Escribe un enunciado falso con una oración negativa

b) A partir del siguiente enunciado falso: *Una semana tiene 8 días.*

Escribe un enunciado verdadero con una oración afirmativa

Escribe un enunciado verdadero con una oración negativa

Escribe un enunciado falso con una oración negativa

3. Transforma en condicionales estas expresiones

Cuando acabes la tarea jugarás...

Cuando encuentre la llave abriré la puerta...

Cuando estudies aprobarás...

Fase 1: Problemas sin número

1. Completa el siguiente enunciado con números y resuelve el problema.

Javier ha comprado ____ bolsas de caramelos con ____ caramelos cada una. ¿Cuántos caramelos ha comprado?

2. Completa el siguiente enunciado con números y resuelve el problema.

David come cada día ____ piezas de fruta. ¿Cuántas piezas de fruta come en una semana?

3. Completa el siguiente enunciado con números y resuelve el problema.

Elvira ha visto un cuento que cuesta ____ €. En su hucha tiene ____ €, ¿cuánto dinero le falta para poder comprar el libro?

Fase 2: Problemas incompletos

1. a) Completa el problema para que la respuesta sea: Sí tiene bastante dinero.

Blanca tiene 5 € y quiere comprar medio kg de manzanas por _____, y una botella de leche por ____ € ¿Tiene bastante dinero para comprarlo todo?

- b) Completa el problema para que la respuesta sea: No tiene bastante dinero.

Blanca tiene 5 € y quiere comprar medio kg de manzanas por _____, y una botella de leche por ____ € ¿Tiene bastante dinero para comprarlo todo?

2. a) Completa el problema para que la respuesta sea: Fueron más adultos

Ayer fueron al zoo ____ personas. ____ eran adultos y el resto niños. ¿Fueron más adultos o niños?

- b) Completa el problema para que la respuesta sea: Fueron más niños

Ayer fueron a la biblioteca ____ personas. ____ eran adultos y el resto niños. ¿Fueron más adultos o niños?

3. a) Completa el problema para que la respuesta sea: Sí tiene suficientes fresas.



La madre de Raquel necesita ____ g. de fresas para hacer una tarta. Al abrir el frigorífico se da cuenta de que hay ____ g. de fresas. ¿Tiene suficientes fresas para hacer la tarta?

b) Completa el problema para que la respuesta sea: No tiene suficientes fresas.

La madre de Raquel necesita ____ g. de fresas para hacer una tarta. Al abrir el frigorífico se da cuenta de que hay ____ g de fresas. ¿Tiene suficientes fresas para hacer la tarta?

Fase 3: Enunciados sin pregunta

1. Escribe la pregunta a este enunciado para que al resolver el problema se utilicen todos los datos que aparecen en el enunciado

La madre de Tania tiene 5 macetas en su jardín, cada una tiene 5 geranios.

2. Escribe la pregunta a este enunciado para que al resolver el problema no se utilicen todos los datos que aparecen en el enunciado.

Un aparcamiento para coches tiene 3 pisos. En cada piso hay 10 plazas. Hoy se han ocupado un 15 de las plazas.

3. Escribe la pregunta a este enunciado para que al resolver el problema no pueda responderse.

Raúl tiene una bolsa con 20 canicas. Se queda con 5 y el resto las reparte entre sus 3 amigos.

Fase 4: Pregunta sin enunciado

1. ¿Quién tiene más juguetes?

Escribe un enunciado para esta pregunta de manera que al resolver el problema se responda sin operación alguna.

2. ¿Cuántas canicas tienen entre los tres?

Escribe un enunciado para la pregunta de manera que al resolver el problema no se utilicen todos los datos.

3. ¿Cuántas amigas estaban jugando al balonmano?

Escribe un enunciado para la pregunta de manera que al resolver el problema se utilicen todos los datos que aparecen en el enunciado.

Fase 5: Proceso de resolución

1. Escribe el enunciado de un problema para que pueda resolverse siguiendo este proceso:

15 10

2. Escribe el enunciado de un problema para que pueda resolverse siguiendo este proceso:

$$6 + 5 - 3$$

3. Escribe el enunciado de un problema para que pueda resolverse siguiendo este proceso:

$$30 + 15$$

Fase 6: Respuesta a la pregunta de un problema

1. Partiendo de la solución, escribe el enunciado de un problema de modo que se resuelva mediante una operación.

Solución: Marta tiene 5 años menos que Raquel

2. Partiendo de la solución, escribe el enunciado de un problema de modo que no se pueda resolver.

Solución: En la biblioteca hay 6 libros de aventuras.

3. Partiendo de la solución, escribe el enunciado de un problema de modo que se resuelva mediante una operación

Solución: Isabel tiene 5 cromos más.

