



# UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

## TRABAJO FIN DE GRADO

Título
<b>El número en Educación Infantil: el método ABN</b>
Autor/es
<b>Lucía Oyaga Martínez</b>
Director/es
Clara Jiménez Gestal
Facultad
Facultad de Letras y de la Educación
Titulación
Grado en Educación Infantil
Departamento
Curso Académico
2013-2014



**El número en Educación Infantil: el método ABN**, trabajo fin de grado de Lucía Oyaga Martínez, dirigido por Clara Jiménez Gestal (publicado por la Universidad de La Rioja), se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

© El autor  
© Universidad de La Rioja, Servicio de Publicaciones, 2014  
publicaciones.unirioja.es  
E-mail: publicaciones@unirioja.es

Trabajo de Fin de Grado

# EL NÚMERO EN EDUCACIÓN INFANTIL: EL MÉTODO ABN.

*Autor:*

*Lucía Oyaga Martínez*

*Tutor/es:*

*Fdo. Clara Jiménez Gestal*

**Titulación:**

**Grado en Educación Infantil [205G]**

**Facultad de Letras y de la Educación**



**AÑO ACADÉMICO: 2013/2014**

## **Resumen**

El objetivo principal de este trabajo es plantear una propuesta educativa para el desarrollo del número en el segundo ciclo de Educación Infantil basada en el método ABN. Para conseguir dicho objetivo se ha realizado una revisión bibliográfica sobre las teorías del aprendizaje del número, fundamentando así la solidez de la base teórica de la metodología de trabajo elegida. El método ABN es una forma de trabajar innovadora. Un método natural, que tiene en cuenta la forma espontánea e intuitiva de procesamiento cerebral de las matemáticas, a la vez que trata el número como una naturaleza abierta y flexible. Este método quiere dejar atrás la metodología tradicional, basada en la memorización sin comprensión de las matemáticas, y así intentar solventar algunos de los problemas que pueden presentarse en esta materia. Las actividades propuestas, se basan en un aprendizaje basado en las experiencias del alumno en la escuela, que tratan de crear un ambiente que despierte su curiosidad y le motive a resolver las actividades.

**Palabras clave:** matemáticas, adquisición del número, método ABN, Educación Infantil.

## **Abstract**

The main purpose of this paper is to propose an educational alternative to the topic "The number Development" focalised for the "Segundo Ciclo de Educacion Infantil" and based on the "ABN method". For reaching this previously mentioned purpose, the following steps have been developed: First, a bibliographical revision about the "theories of the number learning" was made to, therefore, fix the theoretical basis of the chosen methodology. The ABN method proposes an innnovative approach. It is a natural method which mainly takes into consideration spontaneity and intuition as the two main factors in the mathematical brain process. The same way it considers the number as an open and flexible entity. This method pretends to leave behind the traditional methodology, based on the "memorising without understanding" in the mathematical field, and so, solve some of the problems that may arise while working in this scientific subject.

The following proposed activities are based in a direct observation of the student at school, with the main objective of creating an environment which awakens the curiosity of the student as well as motivates him to solve the possible activities proposed

Keywords: mathematics, the number development, ABN method, elementary school.

## INDICE:

	Página
1. Introducción	5
2. Objetivos	6
3. Marco teórico	7
3.1. Las matemáticas	7
3.2. Aprendizaje de las matemáticas	8
3.3. El número, concepto y aprendizaje	9
3.3.1. Concepto del número de Piaget	10
3.3.2. Sentido numérico de Baroody	12
3.3.3. El conteo de Gelman y Gallistel	14
3.3.4. Adquisición de la cantinela de Fuson	14
3.3.5. La subitización de los modelos canónicos	16
3.3.6. La numeración	17
3.3.7. Aritmética y cálculo	17
3.4. Las matemáticas en Educación Infantil	18
3.4.1. El enfoque tradicional y sus efectos no deseados	18
3.4.2. Cambio de enfoque para cambiar los resultados	19
4. Desarrollo	20
4.1. Método de cálculo abierto basado en números (ABN)	20
4.1.1. Enfoque intuicionista	22
4.1.2. Trabajo didáctico en Educación Infantil	23
4.1.2.1. Establecimiento numerosidad y cardinalidad	23
4.1.2.2. Estructura de los números y comparaciones	27
4.1.2.3. Transformaciones en conjuntos	30
4.2. Propuesta educativa	39
4.2.1. Justificación	39
4.2.2. Objetivos	40
4.2.3. Contenidos	40
4.2.4. Recursos	43
4.2.5. Actividades	43
4.2.6. Evaluación	57
5. Conclusiones	58
Bibliografía	60
Anexos	63

## 1. INTRODUCCIÓN:

Sabemos que estamos rodeados de matemáticas en nuestro día a día, y por este motivo, los niños tienen relación con esta materia desde bien pequeños. Incluso sin salir de casa, sabemos que las ventanas son cuadradas, las cantidades en una receta, las porciones en las que cortar una pizza, poner un plato para cada uno, etc. Y si salimos a la calle, pensamos si vamos a un parque que está cerca o lejos, las señales de tráfico tienen formas, la pelota es una esfera y es diferente a un dado, que es un cubo. También los niños exploran su cuerpo y su entorno, porque cuentan sus dedos, sus pasos, las escaleras que suben o bajan, descubren qué número hay en su portal y a qué número le dan en el ascensor.

Si las matemáticas están tan presentes y son tan útiles en nuestra vida diaria, resulta extraño que sea una de las materias en la escuela que más suspensos tiene y que menos gusta a los alumnos. Sin embargo, tanto profesores, como padres, como alumnos, tienden a no buscar una solución, a pensar que si se suspende simplemente es porque a ese niño no se le dan bien las matemáticas.

Se conocen una serie de razones por las que las matemáticas resultan difíciles (Servais, 1980), como su nivel de abstracción, su gran nivel de concreción, su carácter acumulativo y la necesidad de aprenderse bajo la guía de un maestro. Pero no se puede atribuir toda la culpa a la naturaleza de las matemáticas, también hay que analizar las prácticas escolares que se realizan, el modelo de aprendizaje en el que se basa el maestro y la metodología que se utiliza porque puede que no sean las adecuadas. Por este motivo, en la **primera parte del marco teórico** realizo una revisión bibliográfica de diferentes modelos de aprendizaje basándome en el aprendizaje de las matemáticas.

Además, el trabajo está centrado en el número. Un bloque de gran importancia dentro del aprendizaje de las matemáticas por las múltiples situaciones en las que se utilizan en la vida cotidiana. En las últimas décadas ha evolucionado la forma en la que se ha enseñado el número. Antes de los 70, se basaba en el cálculo, en la década de los 70 y 80, se comenzó a dar importancia a los conocimientos prenuméricos, y en la actualidad se basa en la actividad de contar (Chamorro, 2005). En la **segunda parte del marco teórico** realizo una revisión bibliográfica centrada en las teorías de aprendizaje del número.

Investigando sobre las diferentes formas de enseñar los conceptos numéricos, centro mi interés en una metodología innovadora para el aprendizaje de las matemáticas de una forma abierta y flexible. Se trata del método de cálculo abierto basado en números (ABN). Este método es natural, tiene en cuenta la forma espontánea e intuitiva que tiene el cerebro de procesar los cálculos y tratar las realidades numéricas (Martínez & Sánchez, 2011).

Así que en el **desarrollo del trabajo**, va a estar centrado en la metodología ABN. Primero realizo una revisión de la fundamentación teórica en la que se basa, así como una comparación con las teorías de aprendizaje anteriormente expuestas.

Y la segunda parte del desarrollo se trata de una **propuesta de intervención**. Desarrollo una secuencia de contenidos que se propone trabajar en cada uno de los tres cursos del segundo ciclo de Educación Infantil, así como una secuencia de actividades a realizar siguiendo esta metodología.

## **2. OBJETIVOS:**

El objetivo general de este trabajo es realizar una propuesta de actuación para el desarrollo del número en Educación Infantil.

Para lograrlo, se han ido estableciendo los siguientes objetivos específicos:

- Estudiar las diferentes teorías de aprendizaje de las matemáticas.
- Especificar el proceso de adquisición del número en Educación Infantil.
- Estudiar el método de cálculo abierto basado en números (ABN), comparando las bases teóricas de la metodología con las teorías de aprendizaje del número estudiadas anteriormente.
- Realizar una secuencia de contenidos en el proceso de adquisición del número en Educación Infantil.
- Proponer actividades que realizar en el aula en base a la secuencia de contenidos realizada anteriormente.

### 3. MARCO TEÓRICO:

#### 3.1. LAS MATEMÁTICAS:

Los psicólogos del desarrollo suelen coincidir en las palancas fundamentales que ponen en marcha la evolución y el progreso del niño: **la curiosidad y la imitación**. Éstas van a llevar al niño a interesarse por todo lo que tiene a su alrededor y a explorarlo. También sabemos que todo lo que ocurre alrededor del niño está lleno de **matemáticas**. Y van a ser todas las vivencias que tenga el niño, la base para las matemáticas de la escuela. La base experiencial que de sentido a los aprendizajes abstractos a los que se enfrente.

Durante mucho tiempo, se creyó que los niños pequeños carecían esencialmente de **pensamiento matemático** (Baroody, 1988). Sin embargo, investigaciones posteriores han comprobado que los bebés pueden distinguir entre conjuntos de uno, dos y tres elementos, mediante una metodología basada en la deshabitación. De este modo, si se le muestran tarjetas con conjuntos de, por ejemplo, 3 elementos, al principio, el bebé presta atención por la novedad, pero se va aburriendo paulatinamente hasta que el investigador muestra una tarjeta con 4 o 2 elementos, momento en que el bebé vuelve a prestar atención, indicando así que se percata de la diferencia. De hecho, Rick Caulfield (2000), en su artículo “Number matters: Born to count”, describe cómo incluso recién nacidos muestran un incipiente pensamiento matemático, al distinguir grupos de dos o de tres objetos, ante la muestra de cartas con 2 o 3 osos dibujados en ellas.

Según Hughes (1987) la mayoría de los niños poseen muchas **capacidades matemáticas** cuando comienzan su escolaridad. Sin embargo, para muchos de ellos las matemáticas escolares, y en particular la noción de número, son difíciles y confusas. Por ello es importante reflexionar en la necesidad de un nuevo modo de aprender, en el que no se limiten a aprender nociones matemáticas básicas, sino que también sepan aplicarlas.

Las **matemáticas** nunca se deben considerar memorización de hechos y ejercitación de destrezas, sino que se deben incluir en el medio cultural, en los intereses y la afectividad del niño, integrando las estructuras conceptuales, con procedimientos y estrategias que favorezcan la creatividad, intuición y pensamiento divergente de los alumnos (Kilpatrick, Rico, & Sierra, 1994). Por eso, se deben presentar a los niños en el aula “como una asignatura de la que se disfruta al mismo tiempo que se hace uso de ella” (Cockcroft, 1985).

“Saber matemáticas” no es solamente saber definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y de aplicarlos, es “ocuparse de problemas” en un sentido amplio que incluye encontrar buenas preguntas tanto como encontrar soluciones. Una buena reproducción, por parte del alumno, de la actividad matemática exige que éste intervenga en la actividad matemática, lo cual significa que formule enunciados y pruebe proposiciones, que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías, que los ponga a prueba e intercambie con otros, que reconozca los que están conformes con la cultura matemática y que tome los que le son útiles para continuar su actividad (Brousseau, 1998).

### **3.2. EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS:**

Los educadores deben tomar decisiones sobre aspectos generales y específicos de las etapas de la enseñanza de las matemáticas. Para tomar decisiones eficaces deben comprender cómo aprenden matemáticas los niños. Para ello, es realmente imprescindible que la planificación educativa tenga en cuenta la **psicología del niño**. Si no prestamos atención a la forma de pensar y aprender de los niños, corremos el riesgo de hacer que la enseñanza inicial de las matemáticas sea excesivamente difícil y desalentadora para ellos (Brainerd, 1973).

Para estudiar el **aprendizaje de las matemáticas**, nos centramos en **los dos modelos teóricos de aprendizaje más relevantes**. Éstos nos sirven como un conjunto de principios, un marco de referencia para interpretar el comportamiento de los alumnos, sus intervenciones y las decisiones del profesor. Son el empirismo y el constructivismo.

El **empirismo** es una concepción espontánea presente en muchos profesores: “el alumno aprende lo que el profesor explica en clase y no aprende nada de aquello que no explica” (Chamorro, 2005).

Piaget la denominó “empirismo epistemológico”. Es una doctrina según la cual todo conocimiento proviene de la experiencia externa o interna. Experiencias totalmente organizadas, sean en los objetos o sean en el sujetos (Piaget, 1973). Las teorías conductuales suelen ser en general empiristas, mientras que las teorías cognoscitivas incorporan posturas más racionalistas.

Por el contrario, considerar que el aprendizaje de ciertos conocimientos supone una actividad propia del sujeto, es aproximarse a la corriente **constructivista**. La idea principal de esta concepción es que “aprender matemáticas significa construir matemáticas” (Chamorro, 2005). Las hipótesis fundamentales de esta teoría, se resumen en:

1. *El aprendizaje se apoya en la acción.*
2. *La adquisición, organización e integración de los conocimientos del alumno pasa por estados transitorios de equilibrio y desequilibrio, en el curso de los cuales los conocimientos anteriores se ponen en duda.*
3. *Se conoce en contra de los conocimientos anteriores.*
4. *Los conflictos cognitivos entre miembros de un mismo grupo social pueden facilitar la adquisición de conocimientos.*

La **construcción de un pensamiento lógico- matemático** por parte del niño, exige un desarrollo de los elementos de carácter simbólico y lógico que requiere la iniciación a la reconstrucción de los conceptos matemáticos más elementales (Vecino, 2005):

- El número.
- El espacio y la geometría.
- Las magnitudes y su medida.

En el presente trabajo, nos centramos en el número y así lo desarrollamos a continuación.

### **3.3. EL NÚMERO, SU CONCEPTO Y APRENDIZAJE:**

Al realizar búsquedas de información sobre la teoría del número, queda claro desde un primer momento la importancia que tiene la teoría de Piaget. Existen otras teorías, pero todas ellas parten de las ideas de dicho autor.

### 3.3.1. CONCEPTO DEL NÚMERO DE PIAGET:

Piaget estableció una distinción fundamental entre **tres tipos de conocimiento** según sus fuentes de origen y su forma de estructuración:

- El *conocimiento físico* es el conocimiento de los objetos, de la realidad externa, por ejemplo el color o el peso de un objeto.
- El *conocimiento lógico- matemático* es la coordinación de las relaciones simples que crea entre los objetos. Esa relación no depende del objeto, depende del sujeto.
- El *conocimiento social* tiene origen en las convenciones elaboradas por la gente. Por este motivo, su principal característica es que es enormemente arbitrario por naturaleza. Necesita de los demás para recoger información.

Piaget reconoce por tanto **fuentes de conocimiento internas y externas**. La fuente del conocimiento físico, así como la del conocimiento social, es en parte externa al sujeto. Y por el contrario, la fuente del conocimiento lógico-matemático es interna, ya que corresponde a las relaciones que cada persona realiza entre los objetos.

El **número** es un ejemplo de conocimiento lógico- matemático. El conocimiento físico y el conocimiento social exigen un marco lógico- matemático para su **asimilación y organización**. Por ejemplo, las palabras “uno, dos, tres y cuatro” son ejemplos de conocimiento social. Cada lengua tiene un conjunto de palabras para contar. Pero la idea subyacente del número pertenece al conocimiento lógico- matemático, que es universal.

#### **Construcción del conocimiento físico y lógico- matemático:**

La construcción del conocimiento tiene la base en la **abstracción**. Piaget considera muy distinta en naturaleza la abstracción del color de los objetos de la abstracción del número. Son tan diferentes, que las designa con términos diferentes. Para la abstracción de propiedades a partir de los objetos, Piaget utiliza el término de **abstracción empírica** (o simple). Para la abstracción del número utiliza el término de **abstracción reflexiva**.

Piaget dice que en la realidad psicológica de un niño, una no puede darse sin la otra. Por ejemplo, un niño no es capaz de construir una relación de diferente si no puede observar las distintas propiedades de los objetos, y a su vez, un niño no puede construir el conocimiento físico si no posee el lógico- matemático.

### **La construcción del número:**

Según Piaget, el número es una síntesis de dos tipos de relaciones que el niño establece entre los objetos (por abstracción reflexiva). Una es el orden y la otra es la inclusión jerárquica.

Respecto al **orden**, el niño no siente la necesidad lógica de colocar los objetos en un orden para asegurarse de que no se salta ninguno o de que no cuenta más de uno a la vez. Lo importante es que los ordene mentalmente.

Y la **inclusión jerárquica** es necesaria para cuantificar los objetos como un grupo, estableciendo entre ellos una relación.

### **Etapas de la concepción del número:**

Según Piaget, existen cuatro etapas en la concepción del número:

1. La primera etapa corresponde a los *conocimientos lógicos prenuméricos*, ya que los niños aprenden el concepto de número como una síntesis de dos operaciones lógicas: la inclusión de clases (**clasificaciones**) y las relaciones aritméticas (**seriaciones**), las cuales deben ser desarrolladas antes de cualquier planteamiento sobre el número.

Piaget opina que por medio de las seriaciones se consigue enseñar el aspecto ordinal del número, mientras que las clasificaciones darán lugar al aspecto cardinal.

2. La segunda etapa se refiere a la *conservación de la cantidad*. Es la etapa central en la construcción del número, y está basada en la percepción de las diversas disposiciones de un conjunto.

En esta etapa, se realizan actividades que analizan la conservación de la cantidad respecto de la percepción y la relación que existe entre la conservación y la correspondencia uno-a-uno, con las que son posibles establecer el valor cardinal de un conjunto.

3. La tercera etapa en la adquisición del concepto de número para Piaget es la *coordinación de aspecto cardinal con el aspecto ordinal*.
4. Y la cuarta etapa consiste en tratar diversas aplicaciones del número, fundamentalmente en torno a la *composición y descomposición de números*, por tanto, de casos sencillos de suma y resta.

### 3.3.2. *SENTIDO NUMÉRICO DE BAROODY:*

Se afirma que los niños poseen algún sentido del número, que antes de comenzar la etapa escolar elaboran una amplia gama de técnicas a partir de su matemática intuitiva. A partir de ésta y de sus necesidades prácticas y experiencias, recapitula la matemática informal, que preparará el terreno para la matemática formal, que es la que se aprende en la escuela.

#### **Conocimiento intuitivo:**

Durante mucho tiempo se creyó que los niños pequeños carecían de pensamiento matemático. Sin embargo, como ya se ha comentado anteriormente, existen investigaciones recientes (por ejemplo, Starkey & Cooper (1980) y Starkey, Spelke & Gelman (1990)), indican que incluso los niños de seis meses de edad pueden distinguir entre conjuntos de uno, dos y tres elementos, y entre conjuntos de tres y cuatro elementos. Al parecer, poseen un proceso de enumeración o correspondencia que les permite distinguir entre pequeños conjuntos de objetos. Es el sentido numérico la base del desarrollo matemático.

El alcance y la precisión del sentido numérico de un niño pequeño son limitados. No pueden distinguir entre conjuntos mayores, como cuatro y cinco. Y aunque distinguen entre números pequeños, quizás no puedan ordenarlos por orden de magnitud. Por ejemplo, aunque sean capaces de tratar los conjuntos de tres y cuatro elementos de una manera distinta, no significa necesariamente que sepan que 4 es más que 3.

Es a partir de la experiencia concreta de la percepción directa que los niños empiezan a comprender nociones como la magnitud relativa. Concretamente, se da una diferencia evidente entre el uno y colecciones mayores (Von Glasersfeld, 1982). Aunque es evidente que la comprensión intuitiva que tienen los niños de la magnitud y de la equivalencia es imprecisa.

Cuando empiezan a andar, los niños no sólo distinguen entre conjuntos de tamaño diferente sino que pueden hacer comparaciones gruesas entre magnitudes. A los dos años de edad aproximadamente, los niños aprenden palabras para expresar relaciones matemáticas (Wagner & Walters, 1982) que pueden asociarse a sus experiencias concretas. Pueden comprender “igual”, “diferente” y “más”. Casi todos los niños que se incorporan a la escuela deberían ser capaces de distinguir y nombre como “más” el mayor de dos conjuntos manifiestamente distintos (Baroody & Ginsburg, 1982).

El sentido del número también permite a los niños reconocer si una colección ha sido alterada. Los niños reconocen muy pronto que añadir un objeto a una colección hace que sea “más” y que quitar un objeto hace que sea “menos” (Brush, 1978). Sin embargo, la aritmética intuitiva se limita a modificaciones evidentes, es imprecisa.

### **Conocimiento informal:**

Los niños encuentran el conocimiento intuitivo, simple y que no es suficiente para abordar tareas cuantitativas. Por tanto, se apoyan cada vez más en instrumentos más precisos y fiables: numerar y contar.

Poco después de comenzar a hablar, los niños empiezan a aprender los nombres de los números. Hacia los dos años, emplean la palabra “dos” para designar todas las pluralidades (Wagner & Walters, 1982). Hacia los dos años y medio, los niños empiezan a utilizar la palabra “tres” correctamente y emplean un término mayor que tres para indicar “muchos”.

Al etiquetar colecciones con números, los niños poseen un medio preciso para determinar “igual”, “diferente” o “más”. Incluso llegan a descubrir que contar puede servir para determinar exactamente los efectos de añadir o sustraer cantidades, al menos si son pequeñas, de una colección.

Vemos que la matemática informal representa una elaboración fundamentalmente importante de la matemática intuitiva. Pero también presenta limitaciones prácticas. Y es que, a medida que los números aumentan, los métodos informales se van haciendo cada vez más propensos al error.

### **Conocimiento formal:**

La matemática escrita y simbólica que se imparte en las escuelas supera las limitaciones de la matemática informal. Los símbolos escritos ofrecen un medio para anotar números grandes y trabajar con ellos.

Es esencial que los niños aprendan los conceptos de los órdenes de unidades de base diez. Para tratar con cantidades mayores es imprescindible pensar en términos de unidades, decenas, centenas, etc. (Payne & Rathmell, 1975). La matemática formal permite a los niños pensar de una manera más abstracta y poderosa, y abordar con eficacia los problemas en los que intervienen números grandes.

### **3.3.3. EL CONTEO DE GELMAN Y GALLISTEL:**

Según Gelman, el conteo es el medio por el cual el niño representa el número de elementos de un conjunto dado y razona sobre las cantidades y las transformaciones aditivas y sustractivas.

Los llamados **principios de Gelman y Gallistel** expresan las competencias que posee un individuo cuando tiene que hacer frente a la tarea de contar, y son cinco:

1. *Principio de correspondencia término a término*: cada elemento de la colección que se va a contar debe corresponderse, de manera unívoca, con una palabra- número de la cantinela.
2. *Principio de orden estable*: adjudicar la misma palabra- número a los elementos que corresponda. No es posible alterar el orden ni introducir variantes para las etiquetas.
3. *Principio de abstracción*: interesarse solo por el aspecto cuantitativo de la colección, dejando de lado las características físicas de los objetos contados.
4. *Principio de no pertinencia del orden*: los elementos de una colección pueden ser contados en el orden en que se desee porque siempre se obtendrá el mismo resultado.
5. *Principio de cardinalidad o cardinalización*: el número enunciado en último lugar no representa únicamente al elemento correspondiente, sino también al total de la colección.

### **3.3.4. ADQUISICIÓN DE LA CANTINELA O CADENA NUMÉRICA DE FUSON:**

La construcción de la serie numérica se basa en diferentes principios lógicos hasta constituir lo que Fuson caracteriza como serie numérica encajada, seriada, cardinalizada y unitizada. Karen Fuson (1988) presenta una secuencia de desarrollo que considera tres aspectos: el nombre de los números, su estructuración y las prácticas de conteo asociadas. Distinguiendo cinco niveles:

1. *Nivel repetitivo*: los números carecen de individualidad. La serie puede ser recitada aunque no haya contexto numérico.

2. *Nivel incortable*: la cantinela se compone de palabras individualizadas pero solo pueden ser recitadas en escrupuloso orden, no puede empezar en cualquier número.
3. *Nivel cortable*: puede comenzar a contar empezando por cualquier número y puede pararse donde desee. Hay una clara relación ordinal entre los elementos de la cantinela.
4. *Nivel numerable*: cada elemento de la serie tiene entidad propia. Hay significado ordinal y cardinal. Se puede contar en ausencia de los objetos a contar. También se da el conteo hacia atrás aunque con más errores.
5. *Nivel terminal*: la cadena se convierte en bidireccional. Hay posibilidades de obtener combinaciones aditivas, a través de composiciones, descomposiciones y reagrupamientos de términos, lo que facilita encontrar el resultado de adiciones y sustracciones y el desarrollo del cálculo pensado.

La **evolución de los aprendizajes** se explica en los siguientes cinco niveles (Gauderat-Bagault & Lehalle, 2002):

1. *Adquisición término a término*: los nombres se adquieren uno a uno, siguiendo la serie, hasta aproximadamente el 20.
2. *Control a través de la serie elemental*: los errores cometidos, más allá del 20, son detectados gracias al conocimiento de la serie elemental.
3. *Conocimiento de un esquema con dos posiciones "x-números"*: los números posteriores a 20 deben ir precedidos de 2 y seguir después la serie numérica elemental. Sin embargo, desconoce el léxico correspondiente, y a veces se producen errores provocados por una generalización de la regularidad (veintinueve, veintidiez, veintionce...).
4. *Adquisición de la sucesión de las decenas*: la adquisición del léxico correspondiente a las decenas viene guiado por el conocimiento del esquema con dos posiciones. La generalidad abusiva de esta regla produce después errores al considerar la centena como una nueva decena (108, 109, 200, 201...).
5. *Sistematización de la sucesión de las decenas*: conocimiento exacto del léxico y control efectivo de la secuencia comprendida entre 1 y 100.

### 1.3.5. LA SUBITIZACIÓN DE LOS MODELOS CANÓNICOS:

En el estudio de Woodworth y Schlosberg (1954) (citado por Chamorro, 2005) se defiende la importancia de los modelos canónicos para la adquisición del número. De esta manera, el número sería aprehendido en un momento determinado como pareja, tripleta, cuaterna, etc. para  $n$  igual a 2, 3 o 4, respectivamente.

La **subitización** es la operación que realizamos cuando en un golpe de vista, sin necesidad de realizar un conteo, al menos de forma consciente, podemos decir con exactitud la cantidad de objetos de una colección, y todo ello en un tiempo muy corto, casi de manera instantánea.

Entendiendo la subitización como el proceso de adquisición de los modelos canónicos, es posible defender la existencia de las siguientes **etapas en dicha adquisición** (Maza, 1989):

1. La entrada estaría constituida por un *estímulo visual* de carácter aleatorio, en cualquier posición posible.
2. Al hacer su entrada en la Memoria a Corto Plazo este estímulo visual *se codifica* según los atributos visuales que presente: relaciones espaciales y características visuales.
3. En la Memoria a Largo Plazo se encontrarían almacenadas dos *representaciones del número*. Una de ellas constituida por la recta numérica mental y otra secundaria de los modelos canónicos del número que pudiera haberse formado a partir de anteriores procesos de subitización.
4. El estímulo visual de entrada se codifica por sus *características semánticas*, es decir, por sus atributos de significado, de nuevo en la Memoria a Corto Plazo. Transforma dicho estímulo de carácter aleatorio de manera que se establezca correspondencia con cualquiera de las representaciones numéricas en la Memoria a Largo Plazo.
5. Una vez el estímulo ha sido transformado, el resultado de esa transformación se codificaría de nuevo tanto visual como semánticamente para dar la *salida numérica* oportuna.

### **1.3.6. LA NUMERACIÓN:**

El aprendizaje de la **serie escrita** se produce con posterioridad a la serie oral y la distancia en el tiempo entre estos dos aprendizajes es tanto mayor cuando menores son los números (Chamorro, 2005). De manera que para los números grandes hay un aprendizaje prácticamente simultáneo de numeración oral y escrita.

Kamii pone de manifiesto que escribir o leer un número no es lo mismo que comprender el significado preciso de cada cifra. Esto sigue siendo problemático incluso a los 9 años. Puede afirmarse que la lógica subyacente que emplean los alumnos para interpretar la escritura de posición es la misma que la utilizada para las nueve primeras cifras. Kamii (1985) encuentra cinco **niveles en el aprendizaje de la numeración**:

- *Nivel 1.* Las cifras árabes representan objetos de la vida real. Estarían en un contexto no numérico.
- *Nivel 2.* Buscan alguna correspondencia entre las cifras y alguna propiedad de tipo cualitativo de las cosas que están escritas en el mismo papel.
- *Nivel 3.* Si el número representa una cantidad de objetos, los números de dos cifras son un todo que no puede ser separado en cifras.
- *Nivel 4.* El número de dos cifras representa la totalidad de los objetos, y cada una de las cifras tiene entidad propia que representa la cantidad correspondiente, sin establecer relación entre el valor de cada una de las cifras.
- *Nivel 5.* El valor de cada una de las cifras depende de su posición.

No es conveniente una enseñanza precoz de la numeración porque no permite una construcción lógica y progresiva de la numeración decimal. Es más deseable retrasar su aprendizaje, para que el alumno pueda comprender el sistema de reglas y cambios que implica la numeración decimal. Son enseñanzas que no se realizan durante Educación Infantil (Chamorro, 2005).

### **1.3.7. ARITMÉTICA O CÁLCULO:**

En Educación Infantil se habla de **aritmética informal**, ya que los niños se sirven de sus competencias en conteo para resolver situaciones aritméticas.

Gelman, fue una de las primeras autoras en poner de manifiesto las capacidades precoces de razonamiento que tienen los niños sobre transformaciones numéricas. Mostró que los niños de 2 años son capaces de discriminar, tanto cantidades pequeñas (números perceptivos) como las transformaciones que afectan a la cantidad de las que solo afectan la apariencia perceptiva. Podríamos estar ante cálculo basado en la utilización de la correspondencia término a término.

La correspondencia término a término podría ser el proceso a partir del cual se estructuran aritméticamente la significación cardinal de los números y la comprensión exacta de la adición y la sustracción (Villete, 2002).

Según Fuson, existe relación entre el dominio de la cantinela y la posibilidad de resolver situaciones de adición y sustracción. Será sólo a partir del nivel cortable, cuando los niños pueden contar desde cualquier número, cuando aparezca el sobreconteo. Y será en su variante más elemental de doble conteo. Esto lo realiza llevando la doble cuenta, de lo que debe contar y por dónde va pasando. Por ejemplo  $3 + 3$ , 4 (1), 5 (2), 6 (3).

Y será en el último nivel de Fuson, cuando los niños construyan relaciones entre dos situaciones diferentes y comiencen las estrategias de cálculo, así serán más sencillas las adiciones y sustracciones.

Hemos llegado a la idea de que los niños son muy sensibles a las transformaciones, pero que su dificultad está en **memorizar los hechos numéricos**. Los tres métodos que utilizará un niño de Educación Infantil para resolver adiciones son: el *recuento*, el *sobreconteo rápido o no* y la *descomposición*. El uso del sobreconteo constituye un elemento previo y necesario para el desarrollo del cálculo (Chamorro, 2005).

## **1.4. MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL:**

### ***1.4.1. EL ENFOQUE TRADICIONAL Y SUS EFECTOS NO DESEADOS.***

El **enfoque tradicional** se caracteriza por la visión estática que tienen los profesores de esta materia. La idea de que en las matemáticas ya no hay nada que inventar ni experimentar. El niño sólo tiene que aprender números, las reglas de escritura y las normas de funcionamiento de los algoritmos. Todo esto a través de la memorización, para a continuación aplicarlo. Los números se trabajan a través de su grafía. Si no se les

da a los niños una referencia, no le dan sentido a esos signos, no saben lo que significan. Esto puede tener repercusiones negativas a la hora de contar y calcular, sobre todo cuando se empieza a trabajar con números cada vez más grandes.

Una vez localizado un posible foco del origen de los problemas en la materia de matemáticas, que se trata de la metodología con la que esta materia es tratada, creo necesario buscar un enfoque, una metodología, que trabaje para evitar esos posteriores problemas que se generan cuando los alumnos van subiendo de curso y nivel. Y el enfoque que me ha convencido por su manera de trabajar es el Algoritmo Abierto Basado en Números (ABN).

Este **nuevo enfoque** propuesto, trabaja con cantidades tangibles. Se realizarán con palillos, pajitas, canicas, o cualquier material que pueda ser manipulado. Así, aprenden a separar, juntar, contar y calcular de diferentes maneras. De esta manera no aprenden a aplicar reglas, sino a construir y descubrir relaciones entre cantidades y números, a buscar alternativas y a aplicar sus propias estrategias para descubrir y recordar las relaciones.

#### ***1.4.2. CAMBIO DE ENFOQUE PARA CAMBIAR LOS RESULTADOS.***

Este cambio de enfoque va a estar determinado por cambiar la idea del número, y sustituirla por la de **sentido numérico**. El número es algo estático, determinado y cerrado, mientras que el sentido numérico es algo abierto, dinámico y vivo (Martínez & Sánchez, 2011). Se trata de ofrecerle al niño cantidades que poder manipular (juntar, separar, agrupar) y posteriormente utilizar los símbolos numéricos para aportarle precisión.

De acuerdo con lo dicho, Griffin (2004) señala los tres grandes mundos de las matemáticas:

1. Cantidades en el espacio y en el tiempo.
2. La acción de contar.
3. Los símbolos numéricos.

Y señala que, **educar en el sentido del número** es ayudar al niño a que construya un conjunto de relaciones entre los tres mundos, y que cada vez sea un conjunto más rico y complejo.

#### **4. DESARROLLO:**

Lo primero que se va hacer, es demostrar la solidez de la base teórica de esta innovadora metodología para la adquisición del número. Para ello, se detallará su base teórica, a medida que se relaciona con las teorías del aprendizaje del número estudiadas anteriormente. Y en segundo lugar, se desarrolla una propuesta educativa para su puesta en práctica en el segundo ciclo de Educación Infantil.

##### **4.1. MÉTODO DE CÁLCULO ABIERTO BASADO EN NÚMEROS (ABN):**

La clave del éxito de este novedoso método de trabajo es el mayor rendimiento que obtienen los alumnos: aprenden antes, aprenden mejor, llegan más lejos y entienden de forma más comprensiva las tareas aritméticas (Martínez & Sánchez, 2011).

Se trata de un **método natural** que entronca directamente con la forma espontánea e intuitiva que tiene el cerebro de procesar los cálculos y tratar las realidades numéricas. Como hemos dicho anteriormente, la metodología en la escuela no tiene que empezar de cero, hay que *aprovechar las experiencias informales* que tienen los niños, y este método lo hace. Trabaja con *cantidades concretas*, las manipula, descubre las reglas, construye los números y las relaciones que se dan entre ellos, permitiendo a los niños aplicar sus propias estrategias, al contrario que método tradicional que trata al número como algo estático, determinado y cerrado (Martínez & Sánchez, 2011).

Las siglas ABN significan: método de cálculo Abierto Basado en Números. Su autor Jaime Martínez Montero (Martínez, 2010), denomina este método como abierto. Hace hincapié en que el alumno no aprenda los contenidos de forma mecánica, memorizando las reglas y trabajándolas de un solo modo, sino que otorga libertad al alumno para experimentar por él mismo, hasta solucionar los problemas o realizar las operaciones. De esta forma se elimina la forma estática que tienen los algoritmos en el método tradicional. Y también lo denomina basado en números, porque no concibe los números como una cifra única y rígida, pretende desarrollar el sentido numérico desde los primeros momentos de la educación formal.

Martínez (2010) advertía de la necesidad de crear un método que rompiera con las consecuencias negativas y problemas que conlleva enseñar y aprender matemáticas desde un método tradicional. Por ello, creyó conveniente crear un método que parta del desarrollo óptimo del sentido numérico, haciendo al niño aprender desde sus propias experiencias, fomentando poner en práctica sus conocimientos en la vida diaria fuera de la escuela. También es un método que desarrolla el cálculo mental.

Este método trabaja a través de materiales manipulativos y motivadores para el niño. Este aspecto rompe con la idea del método tradicional basado en lápiz y papel. Trabajar con material manipulativo, favorece que el alumno esté motivado y mantenga la atención en la tarea (Martínez, 2012). Estos materiales van a ser creados por el profesor, pudiendo el alumno participar activamente en el proceso, e incluso involucrar a las familias.

Para resumir las ideas de este método, se desarrollan a continuación sus principios (Martínez, 2011):

- *Principio de igualdad*: como en todos los demás campos, hay sujetos que aprenden con más facilidad que otros, pero con las ayudas necesarias todos los alumnos pueden alcanzar una competencia matemática aceptable.
- *Principio de la experiencia*: el niño debe ser constructor activo de su propio aprendizaje.
- *Principio del empleo de números completos*: marca el punto de ruptura con la metodología tradicional. Cuando el tamaño o estructura del número hagan que sea muy compleja su utilización, el sujeto lo divide en números completos más pequeños, pero nunca en unidades sin sentido.
- *Principio de la transparencia*: en el aprendizaje de los contenidos matemáticos no se han de ocultar los pasos y procesos con que se construyen los mismos, y además los materiales y recursos simbólicos que se empleen deben reflejar la realidad que toman como referencia.
- *Principio de la adaptación al ritmo individual de cada sujeto*: La estructura de los algoritmos ABN es muy flexible, permitiendo los desdobles y facilitaciones de cálculos que en los formatos tradicionales son, sencillamente, imposibles.
- *Principio de autoaprendizaje y del autocontrol*: El poder desdoblar o agrupar los diversos cálculos, abre las posibilidades de integrar y acortar los procesos intermedios, así como el que sea el propio sujeto el que verifique la exactitud de lo que hace.

#### **4.1.1. ENFOQUE INTUICIONISTA:**

Partiendo de las ideas de dos autores como Spelke y Dehaene (Martínez & Sánchez, 2011) sabemos, que la **aritmética elemental** es parte del núcleo de conocimiento de la especie humana, que desde edad temprana intuimos e interpretamos las realidades numéricas, y que nacemos con las intuiciones fundamentales del **espacio**, del **tiempo** y de los **números**.

La **intuición aritmética humana** (Dehaene) se trata de una red compleja de conocimientos que capacita al ser humano para:

- Estimar con aproximación y de manera rápida el cardinal de un conjunto. Si es un conjunto de pocos elementos, la estimación puede ser inmediata y exacta.
- Anticipar el resultado de adición y sustracción, de manera exacta en conjuntos pequeños y de manera aproximada cuando no lo son (sabe si un conjunto crece o decrece).
- Juzgar y diferenciar los conjuntos por su numerosidad o tamaño.
- Situar los números en el espacio, de manera que los pueda ordenar.

Este núcleo de conocimientos está presente en los niños desde muy temprana edad y también lo está en numerosas especies de animales. Se ha demostrado que está asociado a un circuito cerebral situado en la región intraparietal bilateral del cerebral.

*Este enfoque coincide con la idea del conocimiento intuitivo de Baroody, que es el primer bloque de conocimientos que forma el niño.*

El **número** en esta metodología, según Jaime Martínez, es tratado como una capacidad intuitiva numérica que se desarrolla a medida que nosotros nos desarrollamos, permitiéndonos:

- Una evaluación rápida de la numerosidad de un conjunto.
- Una comparación de las numerosidades de dos colecciones.
- Una anticipación de la transformación de la numerosidad del conjunto a través de operaciones de adición y sustracción.

Una adecuada **conceptualización del número** implica que el sujeto sea capaz de integrar dentro de los símbolos la numerosidad que representa el conjunto y cualquiera que sea la disposición que adopte su presentación. Conceptualizar el número (Dehaene) es integrar adecuadamente la cardinalidad, la ordinalidad y los símbolos numéricos.

La **aprehensión de la numerosidad**, a través de tres procesos cognitivos claramente diferenciados: la **subitización** o capacidad de aprehender de golpe el cardinal de un conjunto, la **estimación** o aproximación y el **conteo**.

*La subitización tiene su relación con los modelos canónicos anteriormente comentados en el marco teórico, así como la relación que guarda la adquisición del conteo con los principios del conteo de Gelman y Gallistel.*

Es importante **trabajar con cantidades** porque los alumnos no solo aprenden las reglas, sino a construir y descubrir relaciones entre cantidades y números, y buscan vías alternativas y aplican sus propias estrategias para describir y recordar esas relaciones.

*Desde sus inicios, Piaget también propuso la idea de trabajar con cantidades. Esta es otra de las coincidencias que se pueden observar con las teorías del aprendizaje del número.*

#### **4.1.2. TRABAJO DIDÁCTICO EN EDUCACIÓN INFANTIL:**

Para desarrollar el sentido numérico en los alumnos, el trabajo se debe estructurar en tres grandes ejes (Martínez & Sánchez, 2011):

- *El establecimiento de la numerosidad y cardinalidad de los conjuntos o colecciones de objetos.*
- *La estructura de los números y las comparaciones entre conjuntos y colecciones.*
- *Las transformaciones en conjuntos y colecciones. Iniciación a las operaciones básicas.*

A continuación se detalla cada uno de ellos:

##### **4.1.2.1. EL ESTABLECIMIENTO DE LA NUMEROSIDAD Y CARDINALIDAD DE LOS CONJUNTOS Y COLECCIONES DE OBJETOS:**

La **numerosidad** hace referencia a lo que abulta un conjunto y la **cardinalidad** es la medida exacta de esa numerosidad. En este eje se trabajarán el conteo, la estimación y la subitización.

*En este eje de trabajo, además de la relación con los modelos canónicos y los principios del conteo, también se encuentra otra relación más, y será en las fases de progresión de la cadena numérica de Fuson.*

a. **Secuencia de aprendizaje de los primeros números** (Martínez, 2010):

1. *Búsqueda de conjuntos equivalentes*. Es la tarea de buscar conjuntos que tengan el mismo número de elementos y así descubrir su componente numérico. Hay tres tipos de ejercicio para su desarrollo:
  - a. Emparejamiento de conjuntos equivalentes.
  - b. Búsqueda de conjuntos equivalentes a uno dado.
  - c. Creación de un conjunto y búsqueda de su equivalente.
2. *Establecimiento de un patrón físico*. Se sigue una secuencia de abstracción que termine en la forma abstracta de servir para cualquier conjunto.
  - a. Establecimiento de referentes físicos comunes con significado.
  - b. Establecimiento de referentes físicos comunes sin significado (abstractos).
3. *Ordenamiento de patrones*. Se empieza a establecer equivalencias entre conjuntos-patrones, “vecinos” y “vecinos de vecinos”. Y se acaba construyendo las primeras sucesiones numéricas.
  - a. Equivalencias entre conjuntos-patrones.
  - b. Búsqueda de conjuntos-patrones vecinos.
  - c. Encadenamiento de patrones vecinos.
4. *Diversidad de apariencias en patrones*. Se debe procurar que no haya un único patrón para los números, sino que sean múltiples. Así ayudamos a que se cumpla el principio de abstracción y también ayudamos a iniciar el conteo rápido o subitización.
5. *Aplicación de la cadena numérica*. A cada elemento del conjunto se le hace corresponder el nombre de un número. El último nombre indica el total de elementos que se han contado.

- b. **El conteo**: Contar es el proceso por el que el niño desarrolla su capacidad numérica y llega a aprehender su concepto. El deseo de contar es la manifestación de su capacidad intuitiva, lista para desarrollarse.

Una de las tareas a las que se enfrenta el niño al llegar a la escuela es aprender los nombres de los números, su sucesión y sus normas de construcción. Este aprendizaje sigue las fases de progreso que estableció Fuson para el dominio de la cadena numérica (Fuson & Richards, 1982): nivel cuerda, nivel cadena irrompible, nivel cadena rompible, nivel cadena numerable y nivel cadena bidireccional.

Además, para establecer el número de elementos de un conjunto hay que contarlos. El conteo es una actividad fundamental para la construcción del concepto de número. Gelman y Gallistel (1978) señalan los principios básicos del conteo: principio de correspondencia uno a uno, principio de orden estable, principio de cardinalidad, principio de abstracción y principio de irrelevancia del orden.

Las propuestas de trabajo, se van a mover en los siguientes números (Martínez & Sánchez, 2011):

- *Primer curso*: el universo numérico de referencia son los dedos de sus manos, diez.
- *Segundo curso*: el universo numérico de referencia es el número de alumnos del aula e incluso los días del mes, hasta 31.
- *Tercer curso*: el universo numérico de referencia es la primera centena, cien.

- c. **La subitización**: cuando establecer el cardinal de un conjunto, no requiere de conteo porque, tal cardinal aparece de súbito en la mente del niño, sin aprenderlo previamente. Los niños son capaces de ejercitar esta destreza en colecciones de hasta tres elementos, pero con una buena enseñanza podemos extenderla hasta la primera docena. Es el paso previo para la estimación.

La *secuencia didáctica* de enseñanza-aprendizaje de la subitización tiene las siguientes fases:

1. Presentación de configuraciones fijas por cada número, con sus variantes.
2. Presentación combinada de configuraciones fijas, pertenecientes a los números que se hayan estudiado.
3. Presentación de configuraciones difusas.
4. Presentación combinada de configuraciones difusas pertenecientes a números distintos.

- d. **La estimación:** los niños de Educación Infantil tienen un don natural, la capacidad de estimar. La estimación es una de las herramientas con las que se enfrenta a las dificultades matemáticas. Tiene especial relación con la subitización, ya que solo podrá estimar sobre aquellos cardinales que haya trabajado en la subitización, y su proceso de enseñanza-aprendizaje comienza donde termina el de la subitización.

Así continúan las *fases del proceso*:

5. Identificación de configuraciones entre conjuntos con elementos desordenados, del que se corresponde con el cardinal de una configuración básica.
6. Presentación combinada de colecciones con elementos diferenciados, dentro de las cuales se pueden establecer diferentes partes en función de rasgos externos de los elementos, y así reducir el conjunto a otros más pequeños y fáciles de identificar.
7. Presentación combinada de colecciones con elementos indiferenciados.

Las fases 6 y 7 se trabajarán posteriormente en Educación Primaria.

En Educación Infantil se puede trabajar también la estimación de la representación de un número **sobre la recta numérica**. Para ello se seguirán el siguiente progreso:

- *Primer curso:* se trabaja con la recta del 5. Primero con las marcas y rótulos, después con marcas pero sin rótulos, y por último la recta no tendrá ni marcas ni rótulos. Posteriormente se repite la misma secuencia pero con la recta de 10.
- *Segundo curso:* se recuerda la recta del 10 y posteriormente se trabaja con la línea de 20. Habrá dos pasos, el primero con las marcas de 0, 5, 10, 15 y 20, y posteriormente con las marcas de 0, 10 y 20.
- *Tercer curso:* se generaliza la destreza a las decenas superiores. Primero estarán las marcas de las decenas y las semidecenas, y posteriormente sólo estarán las marcas de las decenas completas.

4.1.2.2. *LA ESTRUCTURA DE LOS NÚMEROS Y LAS COMPARACIONES ENTRE CONJUNTOS Y COLECCIONES:*

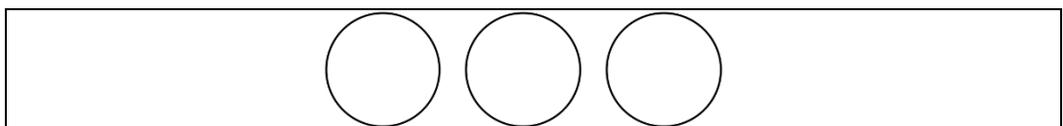
En este segundo eje, una vez que ya conoce el niño cuántos elementos tiene un conjunto, es momento de estudiar esos cardinales. Para ello hay que descomponer, ver las relaciones que se dan entre sus partes y las relaciones que se dan entre cardinales, para posteriormente poder ordenar y compararlos.

a. **De los objetos a los signos**: se trata de detallar el camino que recorre el niño desde la identificación del cardinal de un conjunto hasta su representación gráfica. Este camino de simbolización de los cardinales hasta su expresión en una grafía se desarrolla en cuatro etapas (Martínez & Sánchez, 2011):

1. *La representación figurativa*: el alumno reconoce conjuntos representados con una clara referencia a su naturaleza. Por ejemplo en una lámina que hay tres muñecas, es capaz de contarlas al igual que lo haría si contase tres muñecas reales.



2. *La representación simbólica*: símbolo es una representación que guarda una clara relación de significado con lo representado. Cambia la representación, pero mantiene su relación de coordinabilidad. Es un paso más en el proceso de abstracción.



3. La *representación símbolo- signo*: aparecen los grafos, pero con un recordatorio simbólico.



4. La *representación por signos*: es la representación gráfica de los números a través de sus signos, sin referencia a la numerosidad o cardinalidad.



- b. **Introducción a la decena**: en los métodos tradicionales, en la etapa de Educación Infantil sólo se llega a trabajar hasta el 9, pero el método de cálculo ABN adelanta muchos tramos. Y lo realizan con la certeza de que la experiencia lleva a concluir que alumnos del 2º curso (4 años) adquieren el concepto de la decena, con un claro predominio manipulativo, y en el 3º curso (5 años) lo tienen adquirido plenamente (Martínez & Sánchez, 2011).

La **introducción a la decena** se realiza como una necesidad de simplificar una tarea complicada. Al contar conjuntos muy grandes, se descubre la agrupación en decenas para simplificarlo. De este modo se cuenta hasta 10, se agrupan los objetos contados, y se empieza a contar desde 1 otra vez.

Existen cuatro **modelos que sirven de transición a la representación de la decena** (Martínez & Sánchez, 2011), se trata de situar la cifra concreta que representa a los dieces a la izquierda de la cifra de las unidades, y se enumeran a continuación:

1. *Modelos de sustitución y reversibilidad*: la decena se constituye subsumiendo los elementos sueltos. Se cuentan 10 palitos y se sujetan con una goma. Se trata de la introducción a la decena anteriormente comentada.
  2. *Modelos de equivalencia o conservación de la cantidad*: la decena no es el agregado de 10 unidades, sino una representación equivalente de los mismos. La regleta del 10 es equivalente a diez regletas juntas del 1, pero no se puede partir en 10 unidades.
  3. *Modelos con contenido figurativo distinto*: son modelos de asignación de valor, representado por el dinero. Un billete de 10 euros no tiene ninguna relación con diez monedas de 1 euro, es un significado que le damos.
  4. *Modelos de asignación de posición*: las unidades y las decenas se representan por el mismo signo, a diferencia de la posición que ocupan. Es el modelo de nuestro sistema de numeración.
- c. **Ordenar**: para ordenar, se parte de la necesidad de distinguir entre contar y ordenar, entre asignar un número a cada elemento de un conjunto y clasificar serialmente por su cardinal un número determinado de conjuntos.

Una vez comprendida esa diferencia, se pasa a otro tipo de actividades (Martínez & Sánchez, 2011):

1. *Ordenación de conjuntos desordenados*: se realizan ejercicios siguiendo tres etapas:
  - *Con diferencias perceptibles*: se trata de ordenar conjuntos siguiendo el orden de mayor a menos, en un conjunto en los que las numerosidades tienen diferencias perceptivas.
  - *Sin apenas diferencias perceptibles, pero con ayuda de la recta numérica*: supone ordenar conjuntos cuyos cardinales coinciden con los 10 primeros números. La recta numérica sirve de referencia a la hora de ordenar, establece el orden.
  - *Con escasas diferencias entre los cardinales, y sin ayuda de la recta numérica*: se han de ordenar los conjuntos sin ayuda de la recta numérica y sin referentes externos. Solo se tendrá a la vista los cardinales.

2. *Intercalación de elementos perdidos*: de una serie ordenada de conjuntos cuyos cardinales van desde el 1 hasta el 10, se hacen desaparecer algunos de los intermedios. El niño tiene que poner en ese hueco el conjunto que falta. Supone un progreso elevado, porque ha de reconstruir mentalmente la serie.
  3. *Ordenación con material no manipulable*: con cartas, fotos o material preparado. Se mostrarán conjuntos de elementos pero no aparecerán los números.
- d. **Comparar**: comparar dos colecciones de objetos no es difícil, se trata de saber si una colección es más grande o más pequeña que otra. Pero saber cuántos elementos más o menos tiene respecto a la otra, si es más complicado, pero un niño de Infantil sabrá resolverlo si se le ayuda en la tarea con un material preparado.

En las actividades de comparación, Martínez y Snchez (2011) distinguen cuatro niveles distintos:

- *La comparación de objetos reales.*
- *La exploración de todos los términos del lenguaje relacionados con la comparación, y que por razones de maduración plantea muchas dificultades.*
- *Las comparaciones con elementos figurativos, que no se pueden manipular.*
- *Las comparaciones con símbolos numéricos, que tendrán que limitarse a conjuntos pequeños para poder ser recreados mentalmente por los niños.*

#### 4.1.2.3. *LAS TRANSFORMACIONES EN CONJUNTOS Y COLECCIONES. INICIACIÓN A LAS OPERACIONES BÁSICAS:*

Al hablar de operaciones nos referimos al inicio de la sistematización de las transformaciones que ya saben hacer los niños con conjuntos de objetos.

Las operaciones elementales tienen diversas fuentes (Martínez & Sánchez, 2011): la numeración, las experiencias que tiene el niño y las actividades escolares específicas que permiten a los niños que investiguen las posibles transformaciones.

- **Suma:** es una operación sencilla que se resuelve avanzando en la recta numérica, aunque en ocasiones no sea consciente de que se está sumando.

Lo que se busca en todo momento, es que sea un aprendizaje espontáneo, que no se aprenda como un proceso mecánico, ni de la suma ni de ningún otro tipo de operaciones posteriores.

**Los procesos mentales del alumno en la suma:** corresponde a la evolución que siguen los niños, a lo largo de seis etapas diferentes e inclusivas (una etapa posterior comprende todas las anteriores) (Martínez & Sánchez, 2011):

1. *Contar todo:* pone en correspondencia los objetos del primer montón con la cadena numérica. Cuenta todos los objetos del primer montón y cuando se terminan sigue la correspondencia con el segundo montón. Corresponde al segundo nivel de dominio de la recta numérica.

$$4+3= 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

2. *Contar a partir de un sumando:* es un salto cualitativo importante, ya no cuenta todo, sino que lo hace a partir del primer sumando. Corresponde al nivel cuatro de la cadena numérica.

$$4+3= 5, 6, 7$$

3. *Contar a partir del sumando mayor:* al automatizar la estrategia anterior, se da cuenta de la economía que supone colocar siempre el sumando mayor en primer lugar y contar a partir del otro sumando.

$$3+4= 4+3= 5, 6, 7$$

4. *Recuperar hechos básicos:* equivale al aprendizaje de la tabla. El niño fija en la memoria a largo plazo los cálculos resueltos de un determinado número de combinaciones numéricas.

5. *Descomponer:* es una de las maneras fundamentales que se emplean en el método ABN. Las posibilidades son inmensas, aunque la más habitual es buscar el complementario hasta 10 y añadir lo que queda.

$$7 + 5= 7+ 3+ 2= 12$$

El dominio en la descomposición comienza en desdoblar hasta completar la primera decena, después con cualquier decena y por último integra varias decenas.

6. *Utilizar estrategias de abreviación:* sobre todo al niño se le enseñan dos:
- *Redondeo:* consiste en manipular los sumandos para transformarlos en otros que faciliten un cálculo más sencillo y rápido, de manera que en uno de los sumandos solo queden decenas completas.  
 $29 + 15 = 30 + 14 = 44$
  - *Compensación:* es una variante del redondeo. Será en 1º y 2º de Primaria cuando comiencen a usar esta estrategia. Consiste en sumar o restar para redondear los sumandos, y posteriormente al resultado añadirle o quitarle tantas unidades como hemos modificado.  
 $29 + 15 = 30 + 15 = 45, 45 - 1 = 44$

**La tabla de sumar:** cada niño debe de tener una tabla de doble entrada vacía, habrá otra igual pero de gran tamaño en la clase. Se aconseja la siguiente secuencia de aprendizaje (Martínez J. , 1990):

1. La primera familia que se aprende en la del *ceros*. Cuando se añade 0 a lo que se tiene, sigues teniendo lo mismo.
2. La siguiente familia es la del *unos*. Es muy fácil porque se identifica con la progresión numérica. Sumar 1 a cualquier número es decir el que le sigue.
3. Se continúa con la familia del *dieces*. La progresión será: 6, 7, 8, 9, y a continuación 1, 2, 3, 4 y 5.
4. Después se inicia la familia del *nueve*. Sumar 9 es como sumar 10, pero quitando 1.
5. Se sigue con la familia del *dos*. También es fácil porque recuerda a la progresión numérica y el contar salteado.
6. A continuación se comienzan la familia de los *dobles*. Solo faltan de aprender los dobles de 3, 4, 5, 6, 7 y 8.
7. Conocida la anterior, se sigue con los *vecinos de los dobles*, que son las parejas cuya diferencia es uno. El resultado es el doble del número mayor menos uno, o el doble del número menor más uno.
8. Luego se aprende la familia del *número misterioso*. Se trata de combinaciones de números compuestas por dos valores cuya diferencia es de dos (por ejemplo, 6 y 4). La solución es el doble del número que no aparece y que está en medio.
9. La última familia es la de los *complementarios a 10*. Teniendo en cuenta todos los anteriores estudiados, solo quedan el  $7 + 3$  y el  $3 + 7$ .

10. Sin clasificar en *ninguna familia* quedan cinco:  $8+3$ ,  $8+4$ ,  $8+5$ ,  $7+4$ ,  $6+3$ . Se pueden aprender memorizándolas o aplicando una estrategia que sea útil.

Después de haber aprendido esa **secuencia completa**, se puede continuar durante otros seis pasos más:

1. *Sumas de tres dígitos*: primero habrá que comenzar con sumas sin rebasar la decena, posteriormente realizar sumas rebasando la decena en la última combinación, a continuación sumas rebasando la decena en la primera combinación pero no en la última, y por último, realizando sumas rebasando la decena en las dos combinaciones.

$$4+2+1; 4+5+6; 6+7+5; 9+7+7$$

2. *Decenas completas más dígitos*: se trata de sumas de una decena con un dígito.

$$20+4$$

3. *Decenas completas*: es fácil porque es el resultado del mismo proceso que con las unidades. Se puede realizar con palillos, para que noten la diferencia de sumar decenas a sumar unidades.

$$20+40$$

4. *Decenas completas más decenas incompletas*: este paso resulta un salto de dificultad, por lo que es conveniente realizarlo tanto de manera escrita como mentalmente.

$$40+25$$

5. *Decenas incompletas más dígitos*: este paso es muy importante y hay que generalizarlo a todas las decenas. Se comenzará sumando el mismo dígito en diferentes decenas, posteriormente se suman distintos dígitos en diferentes decenas, y por último se mezclan ambos criterios, generalizando los dos casos anteriores.

6. *Decenas incompletas más decenas incompletas*: también se irá complicando. En un principio, ambos sumandos no suponen rebasamiento de decena, y a continuación sí.

En Educación Infantil nos movemos en los terrenos del cálculo informal, no se harán cuentas, sino que se busca el cálculo espontáneo, en **situaciones planificadas**, situaciones en las que el sujeto tiene la oportunidad de practicar las destrezas y habilidades que están comprendidas dentro de la palabra “suma”, y son las siguientes (Martínez & Sánchez, 2011):

1. *Averiguar cuánto se transforma una cantidad cuando se le añade otra. Perspectiva de presente o de futuro.*

Se parte de una cantidad determinada, conocida, y se le añade otra cantidad, y se pregunta por el cardinal de la cantidad resultante.

*“Tengo ocho y me dan cuatro, ¿cuántos tengo ahora?”.*

2. *Averiguar cuánto se transforma una cantidad cuando se le añade otra. Perspectiva de pasado.*

La parte que se añade puede estar en el presente, pero la parte inicial corresponde al pasado. Hay que reconstruir una cantidad inicial que ha sufrido una merma o detracción.

*“Me regalaron ayer un ramo de flores. Se han secado tres flores y las he tirado. Ahora me quedan cinco flores ¿Cuántas flores tenía el ramo?”.*

3. *Averiguar el todo cuando se conocen las partes.*

Se trata de identificar dos o más partes que pertenecen a un mismo conjunto, y averiguar el total de los elementos que conforman ese conjunto. El conjunto final va a ser una categoría superior que englobe a las dos iniciales.

*“En el frutero hay tres manzanas y cinco peras, ¿cuántas frutas hay?”.*

4. *Transformaciones en mi cantidad para hallar cantidades ajenas.*

En estos problemas el alumno tiene adquirido el sentido de igualdad. Necesitamos asimilar lo que hacemos con una cantidad para averiguar otra distinta y que no está comprendida en la primera.

*“Tengo cuatro canicas y me regalan tres más, ahora tengo las mismas que Irene. ¿Cuántas canicas tiene Irene?”.*

5. *Transformaciones de cantidad ajena asumiéndola en mi propia cantidad.*

En estos últimos la igualación se hace al principio y se simula una transformación que nunca se produce, que es la que conduce el resultado.

*“Tengo tres cuadernos. Alba tiene dos más que yo. ¿Cuántos cuadernos tiene Alba?”.*

Los **materiales** que se pueden emplear para la realización de sumas son (Martínez J. , 1990):

- *Empleo de dedos*: es el método más tradicional. Se emplea para contar y calcular al estilo clásico.
  - *Recta numérica*: favorece la transición entre la numeración y la suma. El niño identifica en la recta numérica el número correspondiente al sumando mayor, y a partir de él cuenta tantos números como indica el sumando menor.
  - *Regla de cálculo elemental*: se trata de dos rectas numéricas, se identifica en una regla el primer sumando, sobre él se hace coincidir el cero de la segunda regla y se busca el número correspondiente al segundo sumando. El resultado lo marca la primera regla, donde está el número correspondiente al segundo sumando.
  - *Dominós*: en un lado de la ficha tiene una combinación básica y en el otro lado un resultado.
- 
- **Resta**: la resta es a la suma lo que contar hacia atrás es a contar hacia adelante (Martínez & Sánchez, 2011). Las actividades que se ocupan de transformar números que supongan sustracciones se deben desarrollar un paso por detrás de las dedicadas a la suma.

Las **estrategias** que el niño va a utilizar se dividen en dos:

- *Estrategias que requieren manipulación directa de material*: se ponen en marcha cuando el niño tiene a su alcance los objetos que se trabajan en el problema. Se puede retirar directamente el sustraendo o retirar elementos hasta que quede sólo el sustraendo.  
Cuando el niño ya responde rápidamente, sin necesidad de retirar los objetos, se puede comenzar a servir del apoyo de la recta numérica. Y cuando ya sea capaz de contestar sin necesidad de la recta numérica, se le presentarán los problemas con imágenes de la colección de objetos que se determine.
- *Estrategias que no requieren manipulación directa*: en este momento, el niño ya ha adquirido experiencia suficiente como para sustituir los objetos por sus símbolos numéricos. Se pondrán en marcha tres estrategias, en orden creciente de dificultad:

- *Contar hacia atrás, desde el minuendo, tantas como indica el sustraendo:* corresponde con el nivel cinco de dominio de la cadena numérica. Empiezo en un número, y cuento hacia atrás otro determinado.
- *Contar hasta llegar al sustraendo:* también corresponde al nivel cinco de la cadena numérica. Se trata de preguntarse por los números que hay que contar hacia atrás, partiendo de uno dado, para llegar a otro que conocemos.
- *Contar desde el sustraendo hasta el minuendo:* esta estrategia implica ejercitar el nivel cuatro de dominio de la recta numérica. Se marca un punto de inicio y otro de llegada, y se cuenta por el camino recorrido.

La **tabla de restar** es la misma que la tabla de sumar. Si el alumno domina los hechos numéricos correspondientes a la suma y a la tabla de sumar, no ha de tener dificultades para operar con la resta (Martínez J. , 2000).

Las **situaciones** más esenciales que pueden ser resueltas por sustracción centrándonos en esta edad son (Martínez & Sánchez, 2011):

1. *Detraer:* la detracción implica una sola cantidad, de la que se quita una que se nos dice. Las dos cantidades son de lo mismo, no son distintas.  
*“Tengo diez bombones y me como cuatro, ¿cuántos me quedan?”.*
2. *Añadir hasta un tope:* un niño sabe añadir elementos a una colección hasta que se alcanza el cardinal determinado.  
*“Ayer me compré diez caramelos, pero hoy solo me quedan cuatro, ¿cuántos caramelos me he comido?”.*
3. *Quitar hasta un tope:* es el caso contrario al anterior. Tiene que ir quitando objetos hasta alcanzar el número determinado.  
*“Tengo doce canicas y mi hermano tiene siete. ¿Cuántas tengo que perder para tener las mismas que él?”.*
4. *Compensar o redistribuir:* estos problemas se pueden resolver por ensayo y error, pero la sistematización del mismo pasa por establecer la diferencia entre una cantidad y otra para partir esa diferencia.  
*“Sara tiene ocho caramelos y Nerea tiene dos. ¿Cuántos le tiene que dar Sara a Nerea para que ambas tengan el mismo número de caramelos?”.*

- **Multiplicación y división**: puede resultar raro hablar de multiplicaciones y divisiones en Educación Infantil. Pero al igual que en las dos operaciones anteriores, no se trata de hacer cuentas, sino de exponer al niño a situaciones en las que están anidados modelos de productos y divisiones (Martínez & Sánchez, 2011). La **secuencia de aprendizaje** que se propone llevar a cabo, es (Martínez & Sánchez, 2011): hallar los dobles y mitades, multiplicar por dos cualquier número, multiplicar y dividir por diez, multiplicar y dividir por cinco y multiplicar y dividir por tres.

Teniendo en cuenta la edad de los alumnos y su nivel de desarrollo, se trabajarán las siguientes **situaciones**:

1. *El producto como suma de sumandos iguales*: es el caso más sencillo de multiplicación.  
“Si a un niño le dan siete caramelos cada día, ¿cuántos caramelos le dan en tres días?”  $7+ 7+ 7$
2. *El producto comparativo*: en estas situaciones no hay un factor que se repite, hay un factor que se toma de referencia. Podemos realizarlo en Educación Infantil, si no nos salimos de dobles y triples.  
“Lidia tiene dos euros, y Sara tiene tres veces más, ¿cuántos euros tiene Sara?”. Los euros de Lidia no están dentro de los euros de Sara, son dos cantidades diferentes.
3. *El producto como enrejado*: son situaciones en las que la resolución del producto adopta modelos de enrejado, de cuadrícula. También se trabajará con la recta numérica del 100. Estas situaciones sólo van a ser una introducción a la forma de trabajar las multiplicaciones en Educación Primaria.
4. *La división como partición y como cuotición*: las situaciones de división se suelen clasificar como las de reparto o partición, o las de agrupamiento o cuotición. Para los niños resulta más sencillo repartir que agrupar.
  - Las de reparto son la forma más común de iniciar a los niños en esta operación. Se distribuyen objetos que se deben repartir, entre el número que indique el divisor.
  - Las de agrupación son un modelo que requiere más elaboración. Se agrupa el total en conjuntos de la cantidad que determine la situación, el resultado será tantos conjuntos como se puedan realizar.

A continuación se presenta una **tabla resumen** con la relación entre las teorías del aprendizaje del número tratadas en el marco teórico y la base teórica del método propuesto ABN:

Teorías del aprendizaje del número		ABN
Piaget	Número → conocimiento lógico-matemático.	En la progresión de adquisición del número en el método ABN se puede encontrar relación con las etapas de adquisición del número de Piaget.
	Número → abstracción reflexiva: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Orden</li> <li>- Inclusión jerárquica.</li> </ul>	
	Número → etapas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Conoc. lógicos prematuros. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasificación</li> <li>• Seriación</li> </ul> </li> <li>- Conservación cantidad.</li> <li>- Coordinación aspecto cardinal con el aspecto ordinal.</li> <li>- Composición y descomposición.</li> </ul>	
Baroody	Sentido del número → matemática intuitiva.	El método ABN está basado en la capacidad intuitiva.
	3 tipos de conocimiento: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Conoc. intuitivo</li> <li>- Conoc. informal</li> <li>- Conoc. formal</li> </ul>	
Principios del conteo de Gelman y Gallistel	Principios del conteo: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Correspondencia término a término.</li> <li>- Orden estable.</li> <li>- Abstracción.</li> <li>- No pertenencia del orden.</li> <li>- Cardinalidad.</li> </ul>	Una de las actividades de mayor importancia en la adquisición del número en el método ABN es el conteo. Tarea que se realiza teniendo en cuenta los principios de Gelman y Gallistel.
Fuson	Adquisición de la cantinela: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nivel repetitivo.</li> <li>- Nivel incortable.</li> <li>- Nivel cortable.</li> <li>- Nivel numerable.</li> <li>- Nivel terminal.</li> </ul>	El método ABN sigue los mismos niveles en las fases de progresión de la cadena numérica.
	3 partes en la adquisición: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estable y convencional</li> <li>- Estable y no convencional</li> <li>- No estable y no convencional</li> </ul>	
Modelos canónicos	Subitización → adquisición: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estímulo visual.</li> <li>- MCP: codifica.</li> <li>- MLP: representación número.</li> <li>- Características semánticas.</li> <li>- Salida numérica.</li> </ul>	Una de las tareas para la adquisición de la numerosidad en el método ABN es la subitización.

Tabla 1. Resumen de la relación de la base teórica de la metodología ABN con las teorías del aprendizaje del número estudiadas.

## **4.2. PROPUESTA EDUCATIVA.**

### **4.2.1. JUSTIFICACIÓN:**

La siguiente propuesta educativa tiene como objetivo trabajar el concepto del número en el segundo ciclo de Educación Infantil a través del método de cálculo abierto basado en números (ABN). Para ello, se parte de la idea de que los niños no van a comenzar de cero a construir sus conocimientos, sino que ya llevan tres años de su vida en contacto con las matemáticas. Pero también se tiene en cuenta que no todos los niños van a tener los mismos conocimientos adquiridos, cada uno se encontrará en un nivel diferente de desarrollo. Esta metodología de trabajo que se plantea, favorece la individualización en el proceso de enseñanza- aprendizaje, ya que permite a través de la adaptación de las actividades acercarse a cada niño desde el nivel en el que se encuentra.

Desde el Decreto 25/2007, de 4 de mayo, por el que se establece el Currículo del segundo ciclo de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de La Rioja, podemos encontrar en relación a las matemáticas, y en concreto al número, lo siguiente:

- Objetivo: Iniciarse en las habilidades lógico- matemáticas, en la lectoescritura y en el movimiento, el gesto y el ritmo.
- Área del conocimiento del entorno:
  - o Objetivo: Iniciarse en las habilidades matemáticas, manipulando funcionalmente elementos y colecciones, identificando atributos y cualidades, y estableciendo relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación.
  - o Contenidos del bloque 1: Medio físico: elementos, relaciones y medida.
    - Percepción de atributos y cualidades de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos y por explorar sus cualidades y grados. Uso contextualizado de los primeros números ordinales.
    - Aproximación a la cuantificación de colecciones. Utilización del conteo como estrategia de estimación y uso de los números cardinales referidos a cantidades manejables.

- Aproximación a la serie numérica y a su utilización oral para contar. Observación y toma de conciencia de la funcionalidad de los números en la vida cotidiana.

Por todo lo comentado anteriormente, esta propuesta va a ser continua para los tres cursos del segundo ciclo de Educación Infantil. Se marcarán unos objetivos mínimos a conseguir para cada uno de los tres cursos, pero se tendrá en cuenta que cada niño llevará su proceso, permitiéndose que cada niño avance según su evolución de desarrollo. El modo de hacerlo será trabajando por bloques de contenidos. Dentro de cada bloque, puede haber niños que necesiten más ayuda para realizar una tarea y puede haber niños que trabajen con un mayor nivel. Para ello es necesario conocer el proceso de evolución de cada bloque, estudiado anteriormente en este trabajo.

#### **4.2.2. OBJETIVOS:**

El objetivo general de la propuesta educativa que se presenta es: adquirir el concepto del número, así como sus usos y aplicaciones.

Se concretará a través de los siguientes **objetivos específicos**:

- Establecer la numerosidad y cardinalidad de un conjunto.
- Descubrir la estructura de los números.
- Comparar conjuntos y colecciones.
- Iniciarse en las transformaciones de conjuntos (operaciones básicas).

#### **4.2.3. CONTENIDOS:**

Los contenidos, se presentan en la siguiente tabla, repartidos a lo largo de los tres cursos del ciclo. Se parte de la idea de que el algoritmo ABN no limita hasta donde llegará el alumno, respetando su evolución, pero también hay que tener en cuenta que la normativa establece unos contenidos mínimos a impartir, por lo que los contenidos que se trabajen los determinará la evolución de cada alumno y del grupo clase en el que se encuentre. Por este motivo, no se establece una secuenciación fija y estable, sino que se trata de una secuencia meramente orientativa.

	<b>1º Educación Infantil</b>	<b>2º Educación Infantil</b>	<b>3º Educación Infantil</b>
<b>1. Numerosidad y cardinalidad</b>			
- Primeros números:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Búsqueda de conjuntos equivalentes.</li> <li>- Establecimiento de un patrón físico.</li> <li>- Ordenamiento de patrones.</li> <li>- Diversidad de apariencias en patrones.</li> <li>- Aplicación de la cadena numérica.</li> </ul>		
- Conteo:	Universo numérico de referencia: hasta diez.	Universo numérico de referencia: hasta treinta.	Universo numérico de referencia: hasta cien.
- Subitización:	Hasta el número 5.	Números 6, 7 y 8.	Números 9, 10 y 12.
- Estimación:	Con tres elementos de diferencia entre ellos (1-4, 2-5).	Con dos elementos de diferencia entre ellos (1-3, 2-4, 3-5, 4-6, 5-7, 6-8).	Tan sólo un elemento de diferencia entre ellos.
- Estimación sobre recta numérica:	Recta de 5: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Con marcas y rótulos.</li> <li>- Con marcas sin rótulos.</li> <li>- Sin marcas ni rótulos.</li> </ul> Recta de 10: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Con marcas y rótulos.</li> <li>- Con marcas y rótulos 0, 5 y 10.</li> <li>- Con marcas y rótulos 0 y 10.</li> </ul>	Recta de 20: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Con marcas y rótulos 0, 5, 10, 15 y 20.</li> <li>- Con marcas y rótulos 0, 10 y 20.</li> </ul> Recta de 30: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Con marcas y rótulos de las decenas y semidecenas.</li> <li>- Con marcas y rótulos de las</li> </ul>	Recta de las decenas superiores (40-100): <ul style="list-style-type: none"> <li>- Con marcas y rótulos de las decenas y semidecenas.</li> <li>- Con marcas y rótulos de las decenas.</li> </ul>
<b>2. Estructura de los números y comparación</b>			
- Estudiar los cardinales:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La representación figurativa.</li> <li>- La representación simbólica.</li> <li>- La representación símbolo- signo.</li> <li>- La representación por signos.</li> </ul>		
- Introducción a la decena:		Introducción a la decena.  Modelos: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modelos de sustitución y reversibilidad.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Modelos de equivalencia o conservación de la cantidad.</li> <li>3. Modelos con contenido figurativo distinto.</li> <li>4. Modelos de asignación de posición.</li> </ol>
- Ordenar:	1. Ordenación de conjuntos desordenados.	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Intercalación de elementos perdidos.</li> <li>3. Ordenación con material no manipulable.</li> </ol>	

- Comparar:		- Comparar conjuntos con material manipulable. - Lenguaje: más que, menos que, igual.	- Comparar elementos figurativos.
<b>3. Transformación de los números</b>			
- Suma:	+1: actividad de ordenar (vecino de arriba).	- Tabla de sumar. - Situaciones de sumar.	
- Resta:	-1: actividad de ordenar (vecino de abajo).	Situaciones 1, 2 y 3.	Situación 4.
- Multiplicación:			- Dobles y mitadas.
- División:			- Multiplicar x2 - Multiplicar y dividir x10 - Multiplicar y dividir x5 - Multiplicar y dividir x3 - Situaciones.

Tabla 2. Relación de los contenidos a trabajar en el segundo ciclo de Educación Infantil en cada uno de sus tres cursos.

Puede parecer, una relación de contenidos aparentemente corta para desarrollar a lo largo de todo el curso escolar. Pero hay que tener en cuenta que el número es sólo uno de los tres bloques a trabajar de las matemáticas, junto con el espacio y la geometría, y las magnitudes y su medida.

Aunque en la tabla se presenten los contenidos divididos por bloques, no quiere decir que se trabajen en ese orden que marca la columna.

#### **4.2.4. RECURSOS:**

Los materiales que se emplean en este método, son todo materiales fáciles de conseguir, incluso de preparar. No supondrán un gran coste económico y además ofrece la posibilidad de preparar material para todos los alumnos, y así todos poder trabajar a la vez.

La relación básica de materiales necesarios son:

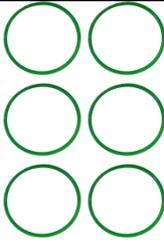
- Tarjetas con los números.
- Recta numérica o cuadrícula, según el curso en el que nos encontremos.
- Láminas con imágenes de subitización, que se utilizarán para más actividades.
- Pinzas.
- Palillos.
- Gomas elásticas, para agrupar las decenas.
- Tapones de botellas.
- Y todo el material más que nuestra imaginación necesite para estas actividades.

#### **4.2.5. ACTIVIDADES:**

Aquí se detalla un ejemplo de actividades que se pueden llevar a cabo para trabajar esta propuesta didáctica. Como ya se ha comentado, son actividades fáciles de adaptar al nivel de cada alumno.

## **BLOQUE 1: NUMEROSIDAD Y CARDINALIDAD.**

En este primer bloque, se tendrá en cuenta el universo numérico de referencia para cada uno de los tres cursos: en el primer curso será hasta 10, en el segundo curso hasta 30 y en el tercer curso será hasta 100.

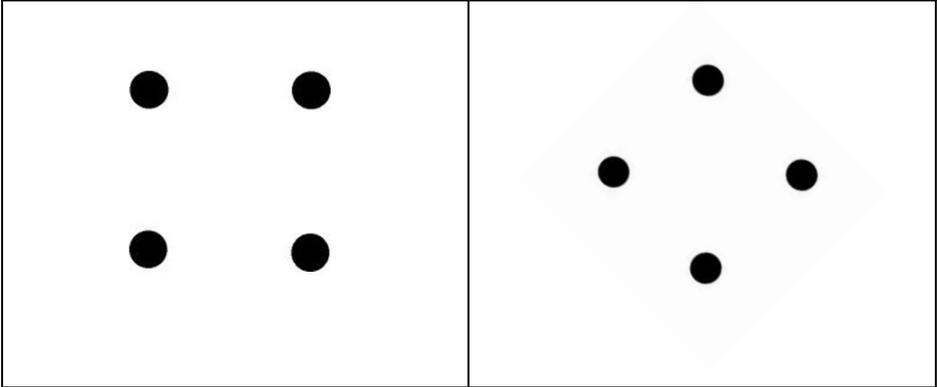
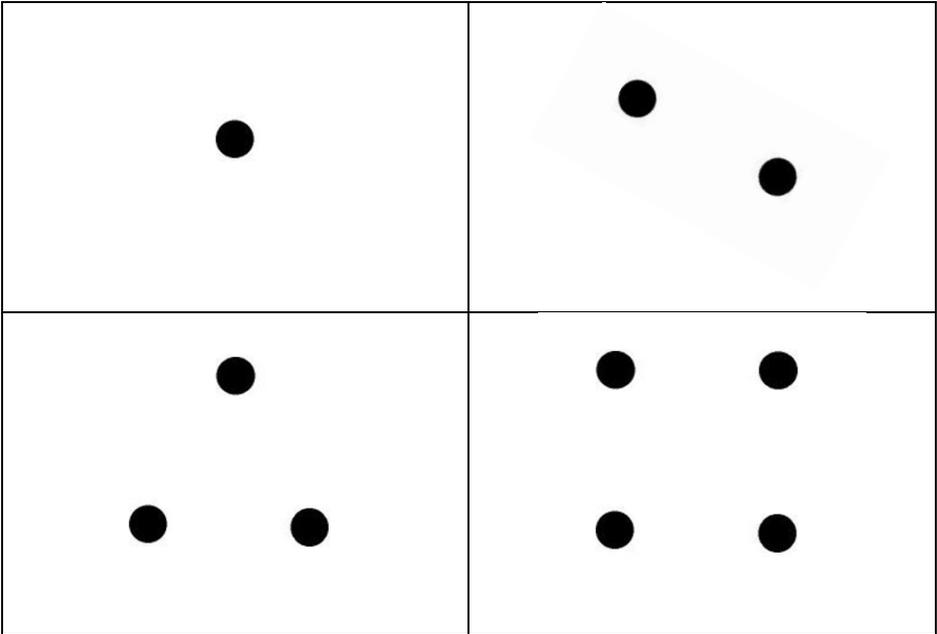
<b>Actividad 1: Búsqueda de conjuntos equivalentes.</b>	
Objetivo	Establecer equivalencia entre conjuntos formados por elementos de la misma naturaleza.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"><li>- Aros</li><li>- Objetos manipulables (construcciones, cubiletes, pelotas...).</li></ul>
Desarrollo	<p>Para esta actividad se tendrán tres variaciones, sucesivas en dificultad: En la primera se colocan seis aros, dispuestos en dos columnas de tres aros cada una. En cada aro se coloca un número determinado de objetos, con la única condición de que cada aro tenga en la columna contraria otro con la misma cantidad de objetos, su homólogo. El alumno tendrá que “hermanar” los conjuntos que sean equivalentes.</p> <div style="text-align: center;"></div> <p>En la segunda solo se rellenan con una cantidad de objetos determinados los aros de una columna, y se pondrá a disposición del alumno una gran cantidad de objetos para su utilización. La tarea consiste en que el alumno tenga que formar conjuntos equivalentes a los dados con el material que se le ofrece.</p> <p>Y en la tercera variación, el alumno tendrá que formar un conjunto de objetos, para a continuación crear el equivalente.</p>
Adaptaciones	Esta actividad se comenzará a realizar con conjuntos de dos, tres y cuatro elementos, y posteriormente se puede ampliar a cualquier cantidad.
Evaluación	¿Es capaz de relacionar los conjuntos equivalentes?

<b>Actividad 2:</b> Establecimiento de un patrón físico.	
Objetivo	Buscar un patrón físico que represente cualquier conjunto de un número determinado.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Carteles de los números con cuerda.</li> <li>- Pinzas de tender.</li> </ul>
Desarrollo	<p>En esta actividad hay dos variantes, que son:</p> <p>En la primera, el alumno crea un conjunto y debe de tratar de sustituirlo por cualquier conjunto externo con significado, por ejemplo: “3 ventanas tiene la clase”, “4 lámparas hay en el techo”, etc. Si no se tiene un modelo claro, se utilizan el número de dedos.</p> <p>Este ejercicio se habrá asimilado, cuando el alumno no necesite el referente físico para hacer la equivalencia.</p> <p>En la segunda variación, se trata de crear un patrón físico de referencia a cualquier conjunto, sin estar sujeto a una realidad concreta. De esta manera, se colocará en la clase los carteles con los números agarrados de una cuerda. En esa cuerda el alumno tendrá que colocar tantas pinzas como indique el número del cartel.</p> <div style="text-align: center;">  </div>
Adaptaciones	Este tipo de actividades se pueden utilizar para cualquier cantidad, pero normalmente serán solo con la primera decena, porque para decenas mayores habrá otro tipo de actividades con palillos.
Evaluación	<p>¿Es capaz de relacionar un número con un patrón físico presente?</p> <p>¿Es capaz de relacionar un conjunto con su patrón físico de referencia?</p> <p>¿Identifica cada número con su cantidad?</p> <p>¿Tiene dificultad con algún número en concreto?</p>

<b>Actividad 3: Ordenamiento de patrones.</b>	
Objetivo	Iniciarse en la realización de sucesiones numéricas.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Platos de plástico o de papel.</li> <li>- Tapones de botellas.</li> </ul>
Desarrollo	<p>Para esta actividad, se estableces tres variaciones, que habrá que ir trabajando en orden hasta llegar al objetivo final:</p> <p>La primera parte consiste en establecer equivalencias entre conjuntos- patrones. Se colocarán los niños sentados en el suelo en un círculo, y en el medio se dejarán diferentes conjuntos- patrones, los platos con tantos tapones como se quiera, para que haya conjuntos iguales y desiguales. El alumno tendrá que establecer los que son iguales y los que no lo son. E incluso se le hará ver, que los conjuntos que son diferentes, pueden serlo por pocos tapones o por mucho de diferencia, preparándosele al niño para la siguiente actividad.</p> <p>La segunda variación se trata de que el alumno busque conjuntos- patrones vecinos. Para esta actividad, se dispone en el suelo la recta numérica, en el centro del círculo de niños. Al alumno que le toque salir al centro se le pide que se coloque en un número concreto (por ejemplo el 3), una vez q el niño se ha colocado en ese número, se le pide que busque cuál es el vecino de arriba y posteriormente el de abajo.</p>
Adaptaciones	<p>Esta vez los conjuntos- patrones en vez de tratarse de las cuerdas con pinzas, para que no se acostumbren a tener siempre la misma referencia, pondremos platitos por el suelo con tapones de botellas. Puede realizarse con el material que se quiera, con tal de establecer los conjuntos- patrones de los números que el niño conoce.</p> <p>La recta numérica grande del suelo, se les puede presentar como si fuese un edificio, con su tejado encima del 10 y el suelo de la calle debajo del 1, para que asimilen cuando se va para arriba y cuando para abajo.</p>
Evaluación	<p>¿Establece equivalencias entre conjuntos?</p> <p>¿Es capaz de nombrar correctamente la sucesión numérica?</p> <p>¿Tiene problema con algún número en concreto?</p>

<b>Actividad 4:</b> Cadena numérica, inicio al conteo.	
Objetivo	Iniciarse en el conteo, haciendo corresponder a cada elemento un número.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recta numérica grande en el suelo.</li> <li>- Objetos para contar, a libre elección.</li> <li>- Carteles con los números.</li> </ul>
Desarrollo	<p>Para el inicio en el conteo, se proponen dos tipos de actividades:</p> <p>Para comenzar, en la recta numérica grande colocada en el suelo de la clase, el alumno tendrá que contar desde el 1 hasta el 10, al mismo tiempo que va pasando de un número a otro con un salto.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Posteriormente comenzará a contar objetos. En un principio tendrá que colocarle la etiqueta con el número que hace corresponder a cada objeto que cuenta, y aprenderá que el último número que coloca es el que indica cuántos objetos hay en ese conjunto.</p> <p>Y después ya podrá contar sin necesidad del apoyo de las etiquetas con los números.</p>
Adaptaciones	El apoyo de las etiquetas de los números al inicio del conteo de objetos, solo se utilizará si es necesario, para que aprendan a contar cada objeto una sola vez y que todos los objetos queden contados.
Evaluación	¿Realiza actividades de conteo, respetando todos los principios de esta tarea?

### Actividad 5: Subitización.

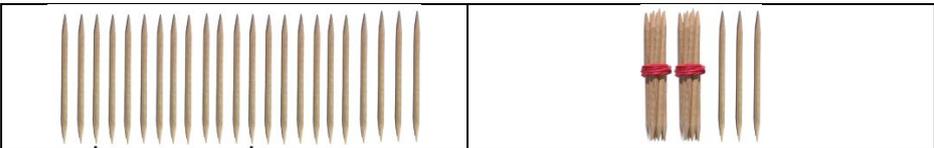
Objetivo	Subitizar el número 4.
Materiales	- Láminas de subitizar.
Desarrollo	<p>Se llevará a cabo la secuencia de enseñanza- aprendizaje con sus cuatro fases:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Presentación de configuraciones fijas: </li><li>- Presentación combinada de configuraciones fijas: </li><li>- Presentación de configuraciones difusas, como por ejemplo:</li></ul>

	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Presentación combinada de configuraciones difusas: se presentarán configuraciones difusas de los números 1, 2, 3 y 4 mezclados.</li> </ul>
Adaptaciones	El mismo proceso se llevará a cabo con el resto de números que vayamos trabajando.
Evaluación	<p>¿Es capaz de subitizar?</p> <p>¿Tiene dificultad con alguna imagen en concreto?</p>

<b>Actividad 6: Estimación.</b>	
Objetivo	Identificar configuraciones entre conjuntos de elementos desordenados.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Láminas de subitizar.</li> </ul>
Desarrollo	<p>Se repartirán por el suelo de la clase, diferentes láminas de las utilizadas en la subitización. A cada alumno se le dará una lámina cuando llegue su turno.</p> <p>La tarea consistirá, en que el niño, mientras va andando alrededor de las láminas del suelo, sea capaz de seleccionar cuáles representan al mismo número que la que se le ha asignado.</p>
Adaptaciones	Se puede trabajar con los números que se quiera, eligiendo las láminas oportunas para ello.
Evaluación	<p>¿Es capaz de identificar conjuntos semejantes a uno dado?</p> <p>¿Tiene dificultad con algún número en concreto?</p>

## **BLOQUE 2: ESTRUCTURA DE LOS NÚMEROS Y COMPARACIÓN.**

En este bloque se estudiarán los números cardinales, y como bien se ha especificado a lo largo de todo el trabajo, no como una realidad rígida y estática, sino desde su sentido numérico, para poder establecer comparaciones entre varios números y posteriormente, en el próximo bloque de actividades, transformarlos.

<b>Actividad 7: Introducción a la decena.</b>	
Objetivo	Contar conjuntos grandes, que sobrepasen la decena.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"><li>- Palillos.</li><li>- Gomas elásticas.</li></ul>
Desarrollo	<p>Se le dará a cada alumno una gran cantidad de palillos para que los cuente. Le resultará una tarea costosa y le molestará si le volvemos a pedir que los cuente de nuevo, o se pierde y tiene que comenzar.</p> <p>Es el momento de enseñarles una forma de simplificar el proceso, agruparlos cada vez que contamos diez. Así podrá contar el conjunto de una forma mucho más rápida.</p>  <p>Cuando han adquirido la destreza de agrupar por decenas con material manipulativo, se les presentarán a los alumnos fichas con objetos que agrupar en decenas y contar.</p>
Adaptaciones	Habrán que hacer muchas veces este tipo de actividades para que se acostumbren a manejar las decenas, y diferenciar claramente los paquetitos de las decenas con los palitos sueltos de las unidades a la hora de contarlos.
Evaluación	<p>¿Comprende el sentido que tiene la decena?</p> <p>¿Realiza correctamente la agrupación por decenas?</p>

<b>Actividad 8: Ordenar pero no contar.</b>	
Objetivo	Diferenciar entre contar un conjunto y ordenar un conjunto.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tarjetas con números.</li> <li>- Piezas de construcción.</li> </ul>
Desarrollo	<p>Se dispone una fila de 10 piezas de construcciones frente a los niños, y le pedimos a un alumno que las cuente.</p> <p>A continuación, pondremos una fila de 10 conjuntos de piezas de construcciones. Cada conjunto será diferente, el primer de 1 pieza, el segundo de 2 piezas encajadas, el tercero de 3 piezas, y así sucesivamente hasta 10. Le pediremos a un alumno que cuente la fila, que también será 10, al igual que la fila de piezas.</p> <p>Les haremos ver la diferencia que hay entre la fila de piezas y la fila de conjuntos de piezas, para que reflexionen. Y por último introduciremos la actividad de ordenar, que para ellos es una novedad.</p> <p>Tendrán que contar las piezas que tiene cada conjunto y colocar a su lado la tarjeta con el número que le corresponde.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;">  </div>
Adaptaciones	<p>Al repetir esta actividad, una vez que ya han entendido la diferencia entre las dos filas presentadas, sólo presentaremos la fila de conjuntos. Las primeras veces la presentaremos ordenada de menor a mayor, pero una vez que lo han entendido y que descubren que sigue el orden de la cantinela de los números, se les presentará la fila de los conjuntos de manera desordenada. De esta forma, el alumno tendrá que atribuir a cada conjunto su cardinal y a continuación ordenarlo.</p>
Evaluación	¿Comprende la diferencia entre contar y ordenar?

<b>Actividad 9: Ordenación de conjuntos desordenados.</b>	
Objetivo	Ordenar conjuntos desordenados.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cubitos encajables.</li> <li>- Tarjetas de los números.</li> </ul>
Desarrollo	<p>En esta actividad iremos complicando la tarea que tiene que realizar el alumno:</p> <p>Al principio le daremos al alumno diferentes conjuntos de cubitos encajables, con diferencias perceptibles a simple vista. Por ejemplo entre ellos habrá dos o tres cubitos de diferencia. El alumno tendrá que ordenarlo.</p> <p>Posteriormente se irá disminuyendo la diferencia que haya entre los conjuntos que se le ofrecen al niño. Pero se le ofrecerá como ayuda la recta numérica como base a la ordenación que tiene que realizar.</p> <p>Y por último, se retirará la ayuda de la recta numérica, porque ya ha ido adquiriendo cómo es el orden.</p>
Adaptaciones	Esta actividad está preparada para hacerse con la primera decena, pero podría realizarse también al principio de trabajar la ordenación en el segundo curso, con las dos decenas siguientes, a modo recordatorio y a continuación realizar la actividad siguiente que requiere un mayor nivel.
Evaluación	<p>¿Ordena conjuntos con diferencias perceptibles?</p> <p>¿Ordena conjuntos sin diferencias perceptibles pero con ayuda de la recta numérica?</p> <p>¿Es capaz de ordenar conjuntos sin diferencias perceptibles y sin ayuda de la recta numérica?</p>

<b>Actividad 10:</b> Intercalación de elementos perdidos.	
Objetivo	Ser capaz de descubrir el conjunto que falta entre dos conjuntos dados.
Materiales	- Cubos encajables.
Desarrollo	<p>En la sucesión de conjuntos que van desde 1 cubo hasta 10 cubos encajados, se eliminan algunos. El alumno tendrá que descubrir qué conjunto es el que falta.</p> <p>En esta actividad no se utiliza el apoyo de las tarjetas de números, por lo que tendrá que reconstruir la recta numérica mentalmente.</p>
Adaptaciones	Al principio se quitará sólo un conjunto, pero se puede ir complicando la tarea, quitando cada vez más.
Evaluación	¿Es capaz de completar la recta numérica, colocando los conjuntos que faltan, sin el apoyo de la recta numérica?

<b>Actividad 11:</b> Ordenación con material no manipulable.	
Objetivo	Ordenar conjuntos desordenados, pero de elementos no manipulables.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Láminas con conjuntos de imágenes (pueden ser las mismas que las de la subitización).</li> <li>- Tarjetas de los números.</li> </ul>
Desarrollo	<p>En esta actividad hay diferentes variantes:</p> <p>Una de ellas es presentar los conjuntos a través de imágenes de los objetos, sustituyendo los objetos reales manipulables que se utilizaban anteriormente. El alumno tendrá que ordenar de menor a mayor según el número de elementos que aparezcan en la imagen. También podría realizarse con una bajara de cartas.</p> <p>Y la última es, ordenar directamente las tarjetas con los números escritos. Se les presentan a los niños las tarjetas vueltas del revés, el alumno tendrá que levantar una tarjeta y colocarla en su lugar, hasta tener todas, siguiendo la sucesión numérica.</p>
Adaptaciones	Si se realiza con números que superan las dos primeras decenas, a partir de 20 o 30, se dispondrán por filas que completen las decenas (del 1 al 10, del 11 al 20, del 21 al 30, y así sucesivamente).
Evaluación	¿Ordena un conjunto de elementos no manipulables?

<b>Actividad 12:</b> Comparación de objetos reales.	
Objetivo	Comparar conjuntos con material manipulable.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Etiquetas de los números con cuerda.</li> <li>- Pinzas.</li> </ul>
Desarrollo	<p>En el suelo de la clase se dispondrán diferentes cuerdas con etiqueta de número que tienen pinzas. Habrá alguna de ellas en la que el número de la etiqueta corresponda con el número de pinzas que tiene colocadas, otras tendrán más pinzas que el número que indica la etiqueta y otras tendrán menos pinzas.</p> <p>El alumno tendrá que elegir una cuerda y observar el número que indica y las pinzas que hay. Tendrá que decir a sus compañeros si tiene las pinzas que indica el número, cuántas le faltan o cuántas le sobran.</p>
Adaptaciones	<p>Se puede realizar esta actividad con los números que nos interese trabajar.</p> <p>Además, puede modificarse la actividad, se podría presentar dos cuerdas con pinzas, y que el alumno tenga que comparar entre esas dos cuerdas.</p>
Evaluación	<p>¿Es capaz de comparar entre dos cantidades reales?</p> <p>¿Es capaz de relacionar el número con los objetos reales en la comparación?</p>

<b>Actividad 13:</b> Comparación de elementos figurativos.	
Objetivo	Comparar conjuntos con material no manipulable.
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Láminas con imágenes.</li> </ul>
Desarrollo	<p>Se presentará al alumno dos láminas con imágenes, los dos conjuntos tendrán las mismas imágenes, pero diferente cantidad y disposición. Tendrá que comparar los dos conjuntos, descubriendo las diferencias que tienen.</p>
Adaptaciones	<p>Se le pueden presentar muchos conjuntos diferentes al alumno. Consistiendo la actividad en que el profesor va dando pistas que comparan los conjuntos, hasta que adivino de qué conjunto se trata.</p>
Evaluación	¿Compara entre dos conjuntos de elementos figurativos?

### **BLOQUE 3: TRANSFORMACIÓN DE LOS NÚMEROS.**

Las siguientes actividades son un ejemplo de cómo realizar las operaciones básicas con los niños de la clase:

<b>Actividad 14:</b> Suma con la recta numérica.	
Objetivo	Realizar sumas con ayuda de la recta numérica.
Materiales	- Recta numérica.
Desarrollo	Se les propone una suma a los alumnos. Cada niño identifica en su recta numérica el número correspondiente al sumando mayor. A partir de él, se cuentan tantos números como indica el sumando menor. El número en el que se detiene es el resultado de la suma
Adaptaciones	Con ayuda de la recta numérica también podremos realizar restas, pero en vez de contar hacia adelante los números de segundo sumando, habrá que contar hacia atrás los del sumando menor.
Evaluación	¿Realiza correctamente las operaciones con ayuda de la recta numérica?

<b>Actividad 15:</b> Resta con palillos.	
Objetivo	Realizar restas con ayuda de palillos.
Materiales	- Palillos.
Desarrollo	Cada niño tendrá su caja de palillos. Se les propondrá a los alumnos una resta. Cada niño cogerá tantos palillos como indica el número mayor. A continuación, separará y volverá a echar en la caja, los palillos que indique el número menor. El número de palillos que le quedan en la mesa, es el resultado de la resta realizada.
Adaptaciones	Las sumas también se pueden realizar con palillos. De forma que cogerá tantos palillos como indique cada uno de los sumandos, la suma de todos esos palillos será el resultado de la operación realizada.
Evaluación	¿Realiza correctamente las operaciones con ayuda de palillos?

<b>Actividad 16:</b> Hallar el doble con cuadrícula.					
Objetivo	Realizar multiplicaciones por dos con ayuda de una cuadrícula.				
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuadrícula.</li> <li>- Tapones de botella.</li> </ul>				
Desarrollo	<p>Para hallar el doble de un número, utilizaremos la siguiente cuadrícula:</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 400px; height: 60px; margin: 10px auto;"> <table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="2" style="height: 30px;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; height: 30px;"></td> <td style="width: 50%; height: 30px;"></td> </tr> </table> </div> <p>En el cuadrado de abajo a la izquierda se colocan tantos tapones como indique el número del que queremos hallar su doble. A continuación, en el cuadrado de abajo a la derecha se ponen tantos tapones como en el anterior. Se trasladan todos los tapones al rectángulo superior y se cuentan. El total que resulte de la suma, será el doble del número que buscábamos.</p>				
Adaptaciones	Para hallar la mitad de un número, se puede realizar el proceso en el sentido contrario. Colocamos en el rectángulo superior todos los tapones, e iremos repartiéndolos en los dos cuadrados inferiores.				
Evaluación	¿Es capaz de realizar operaciones de doble y mitad con ayuda de la cuadrícula?				

<b>Actividad 17:</b> Hallar la mitad con la recta numérica.																					
Objetivo	Realizar divisiones entre dos con ayuda de la recta numérica.																				
Materiales	- Recta numérica.																				
Desarrollo	<p>El alumno se sitúa en la recta numérica en el número del que queremos hallar su mitad. Tendrá que empezar a contar, mientras retrocede en la recta numérica. Cuando llegue a un número, que coincide los que él va contando con el número de la recta numérica, ese es la mitad.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 10%;">1</td> <td style="width: 10%;">2</td> <td style="width: 10%;">3</td> <td style="width: 10%;">4</td> <td style="width: 10%;">5</td> <td style="width: 10%;">6</td> <td style="width: 10%;">7</td> <td style="width: 10%;">8</td> <td style="width: 10%;">9</td> <td style="width: 10%;">10</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="border: 2px solid black;">3</td> <td style="border: 2px solid black;">2</td> <td style="border: 2px solid black;">1</td> <td style="border: 2px solid black;">←</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			3	2	1	←				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10												
		3	2	1	←																
Adaptaciones	Se podrá calcular también el doble con ayuda de la recta numérica. Se situará en el número del que queremos hallar su doble, y contará mientras avanza otra vez el mismo número.																				
Evaluación	¿Es capaz de realizar operaciones de doble y mitad con ayuda de la recta numérica?																				

#### **4.2.6. EVALUACIÓN:**

La evaluación será global, continua y formativa.

Se partirá de los conocimientos previos de los niños, valorando así el proceso de aprendizaje y no sólo el resultado final.

La evaluación se llevará a cabo a través de la observación sistemática del comportamiento de los niños durante la realización del trabajo, y también a través de la observación del producto del trabajo realizado.

También resulta interesante, que el profesor se evalúe a sí mismo después de cada sesión, realizando las observaciones necesarias para la mejora de las actividades y de su manera de trabajarlas.

## **5. CONCLUSIONES Y POSIBLE APLICACIÓN:**

Tras realizar una revisión bibliográfica, tanto de las teorías del aprendizaje de las matemáticas, especialmente de la adquisición del número, como también de la metodología innovadora en la que centro el trabajo, se cumple uno de mis objetivos de demostrar que la metodología ABN tiene una **fundamentación teórica sólida**.

Al comenzar a investigar sobre esta metodología, es fácil encontrar documentos en los que se afirman los buenos resultados que estaba dando en los colegios donde se implanta. Y podría haberme fiado de los datos encontrados. Pero me pareció mucho más seguro el realizar una revisión de sus bases teóricas, y compararlo con las teorías que se han ido elaborando a lo largo de la historia. Así, se descubre, que la metodología ABN tiene pinceladas de diferentes teorías, de diferentes autores, y esto le da la solidez necesaria para su puesta en práctica.

La **propuesta educativa** realizada esta orientada a la adquisición del número en el segundo ciclo de Educación Infantil. Etapa en la que los conocimientos intuitivos e informales se van a transformar en conocimientos formales. Pero teniendo en cuenta que este salto cualitativo de comenzar la educación formal, el niño lo va a realizar con una “mochila” cargada de conocimientos matemáticos y no será necesario ni favorable comenzar de cero como si el niño fuese una “tabla rasa”.

La **secuencia de contenidos** a lo largo de los tres cursos que incorpora el segundo ciclo de Educación Infantil, puede ser modificada y adaptada a cada grupo que llegue a este ciclo educativo, porque sabemos que cada grupo de alumnos es diferente y que nunca encontraremos dos grupos iguales. A su vez, las **actividades propuestas** también podrán ser modificadas y adaptadas al grupo en el que se vayan a llevar a cabo. Incluso pueden ser integradas en un aula en la que normalmente no se trabaje esta metodología, pero quiera empezar a ponerlas en práctica poco a poco para comprobar su funcionamiento y resultados en el grupo.

Desde el **punto de vista económico**, no supone un gran desembolso ya que, el profesor puede elaborar los recursos materiales, reciclando tapones de botellas, con pinzas de tender, con palitos de médico... material que se puede encontrar fácilmente y por un coste no muy elevado. Esto facilitará también, que las familias, junto con los niños, puedan elaborar los recursos materiales para poder continuar trabajando en casa a través de la misma metodología.

No se han tenido en cuenta en la secuencia de contenidos ni en las actividades planteadas, la presencia de alumnos con necesidades educativas especiales, ya que es una metodología orientada a todos los alumnos, que irán desarrollando habilidades y destrezas al niño para que llegue al conocimiento. Cada niño, según sus características, personales y madurativas, y cualidades permanecerá en cada tipo de contenido y de actividad el tiempo necesario para lograr el conocimiento correspondiente.

La prospectiva de la propuesta anterior, tanto de la secuencia de contenidos como de las actividades planteadas, es que es aplicable a cualquier colegio, con el único requisito de realizarla en el segundo ciclo de Educación Infantil.

## BIBLIOGRAFÍA

- Baroody, A. J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor aprendizaje.
- Baroody, A. J., & Ginsburg, H. P. (1982). Preschoolers' informal mathematical skills: research and diagnosis. . *American Journal of Diseases of Children*, 136, 195-197.
- Brainerd, C. J. (1973). The origins of number concepts. *Scientific American*, 101- 109.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Brush, L. (1978). Preschool children's knowledge of addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9, 44- 54.
- Caulfield, R. (2000). Number matters: Born to count. *Early Childhood Educational Journal*, 63-65.
- Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. España: Pearson Educación.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan*. Madrid: MEC.
- Fuson, K. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. . Nueva York: Springer- Verlag.
- Fuson, L., & Richards, J. y. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. Barineard, *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development*. New York: Springer.
- Gauderat- Bagault, L., & Lehalle, H. (2002). La généralisation des connaissances numériques avant et apr'es ans. En J. Bideaud, & H. Lehalle, *Le développement des activités numériques chez l'enfant* (págs. 103- 125). Paris: Hermès.
- Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambirdge, Massachusentts: Harvard University Press.

- Griffin, S. (February de 2004). Teaching number sense. *Educational Leadership*, 39-42.
- Hughes. (1987). *Los niños y los números*. Barcelona: Nueva Paidea.
- Kamii, C. K. (1985). *El niño reinventa la aritmética*. Aprendizaje Visor.
- Kilpatrick, J., Rico, L., & Sierra, M. (1994). *Educación matemática e investigación*. Madrid: Síntesis.
- Martínez Montero, J. (1990). Numeración y operaciones básicas. dificultades y tratamiento. Madrid: Escuela Española.
- Martínez Montero, J. (2000). *Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI*. Barcelona: CISS- Praxis.
- Martínez Montero, J. (2010). *Enseñar matemáticas a alumnos con NEE*. Madrid: Wolters Kluwer Educación.
- Martínez Montero, J. (2011). El método de cálculo basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *ABN La Calesa*, 95-110.
- Martínez Montero, J., & Sánchez Cortés, C. (2011). *Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en Educación Infantil*. Madrid: Wolters Kluwer.
- Maza, C. G. (1989). *Conceptos y numeración en la educación infantil*. Madrid: Síntesis.
- Payne, J. N., & Rathmell, E. C. (1975). Number and numeration. En J. N. Payne, *Mathematics learning in early childhood* (págs. 125- 160). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Piaget, J. (1973). *Introduction à l'epistemologie genétique*. Paris: PUF.
- Servais, W. (1980). Humanizar la enseñanza de la matemática. *Revista de Bachillerato*, 13 (Monográfico 4), 3-22.
- Starkey, P., & Cooper, R. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210, 1033- 1035.

- Starkey, P., Spelke, E., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36, 97- 128.
- Vecino, F. (2005). *Desarrollo del pensamiento simbólico en el niño. Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson Educación.
- Villete, B. (2002). Processus de quantification chez le jeune enfant: peut-on parler d'une arithmétique précoce? En J. Bideau, *Le développement des activités numériques chez l'enfant*. Paris: Lavoisier.
- Von Glasersfeld, E. (1982). Subitizing: The role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de Psychologie*, 50, 191- 218.
- Wagner, S. H., & Walters, J. (1982). A longitudinal analysis of early number concepts: from numbers to number. En G. Forman, *Action and thought. From sensorimotoric schemes to symbolic operations* (págs. 137- 161). Nueva York: Academic Press.
- Woodworth, R., & Schlosberg, H. (1954). *Experimental Psychology*. New York: Holt, Rinehart & Winston.

# **ANEXOS:**

## **Índice de Anexos:**

**Anexo 1:** Tarjetas de los números

**Anexo 2:** Recta numérica para el primer curso

**Anexo 3:** Recta numérica para el segundo curso

**Anexo 4:** Recta numérica para el tercer curso.

**ANEXO 1: TARJETAS DE LOS NÚMEROS.**

1	2
3	4

5

6

7

8

9

10

ANEXO 2: RECTA NUMÉRICA PARA EL PRIMER CURSO.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

ANEXO 3: RECTA NUMÉRICA PARA EL SEGUNDO CURSO.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

**ANEXO 4: RECTA NUMÉRICA PARA EL TERCER CURSO.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100