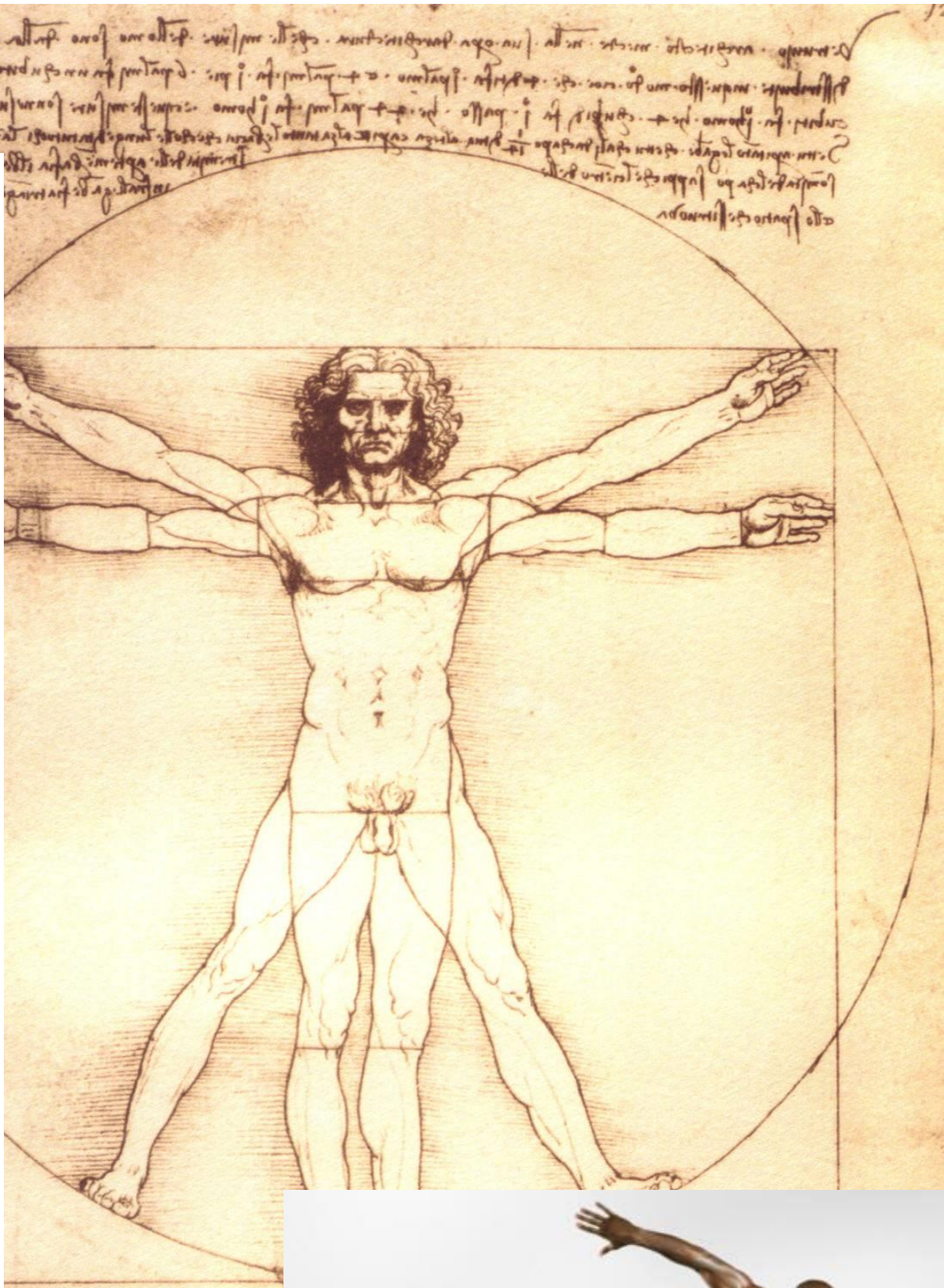


# Ámbito Científico-Tecnológico

## Bloque 9: La vida es movimiento.

Contenidos  
C.E.Per. Clara Campoamor de Osuna v sus Secciones



# Tema 1: Vectores, la dirección y el sentido importan.

## 1. Una flecha dice mucho.

**MAGNITUD:** es todo aquello que se puede medir.

**Magnitudes escalares:** son las que quedan completamente definidas con un número y no dependen de su dirección ni sentido. *P. ej. La masa, el tiempo, la temperatura...*

**Magnitudes vectoriales:** son las que para **definirla necesitamos** algo más que un número y su unidad, necesitamos un **vector**. *P. ej.: la velocidad, la fuerza, aceleración, ...*

Características de un vector:

- **Módulo:** el número que da valor a la magnitud.
- **Dirección:** línea sobre la que se aplica.
- **Sentido:** hacia dónde va.
- **Punto de aplicación:** lugar donde se aplica.



Vectores libres son los que tienen el mismo módulo, sentido y dirección. El punto de aplicación no importa.

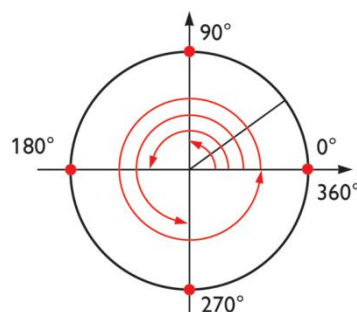
**Producto de un escalar por un vector:** es como aplicar el vector tantas veces como indique el escalar. En realidad, es multiplicar el módulo del vector.

Cuando un vector tiene el mismo módulo y dirección que el original, pero sentido contrario. Es lo que se denomina **vector opuesto**.



### ÁNGULO

Un ángulo está formado por dos semirrectas que comparten un mismo vértice. Los ángulos se miden en grados y en el sentido contrario a las agujas del reloj.



### EJE DE COORDENADAS O EJE CARTESIANO.

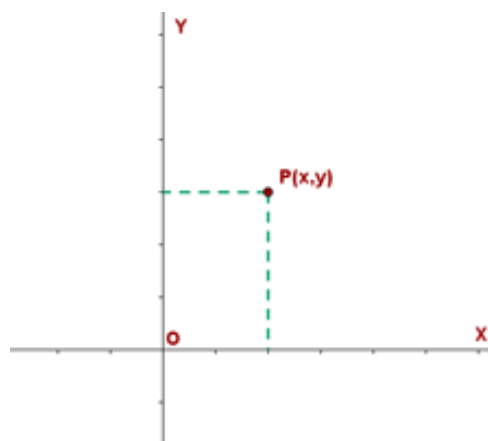
Unos **ejes de coordenadas** lo forman dos ejes perpendiculares entre sí, que se cortan en un punto llamado **origen**.

El eje horizontal se llama eje X o eje de **abscisas**.

El eje vertical se llama eje Y o eje de **ordenadas**.

El punto **O**, donde se cortan los dos ejes, es el **origen de coordenadas**.

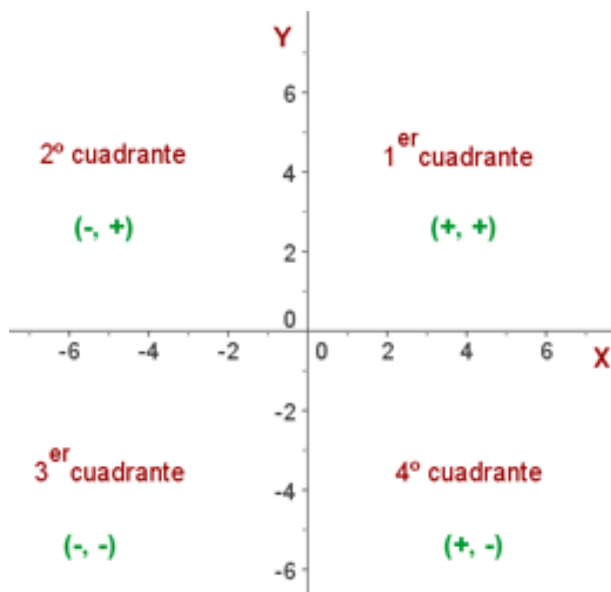
Las **coordenadas de un punto** cualquiera P se representan por **(x, y)**.



La primera coordenada se mide sobre el eje de abscisas, y se la denomina coordenada x del punto o abscisa del punto.

La segunda coordenada se mide sobre el eje de ordenadas, y se le llama coordenada y del punto u ordenada del punto.

Los ejes de coordenadas dividen al plano en cuatro partes iguales y a cada una de ellas se les llama cuadrante.



Observa la siguiente ilustración:

	<p>Punto aplicación: <math>(-3, 2)</math></p> <p>Módulo = 6</p> <p>Ángulo con la horizontal = <math>0^\circ</math></p>
<p>Punto aplicación: <math>(0, 1)</math></p> <p>Módulo = 3</p> <p>Ángulo con la horizontal = <math>90^\circ</math></p>	<p>Punto aplicación: <math>(3, 0)</math></p> <p>Módulo = 5</p> <p>Ángulo con la horizontal = <math>270^\circ</math></p>
	<p>Punto aplicación: <math>(-1, -4)</math></p> <p>Módulo = 7</p> <p>Ángulo con la horizontal = <math>180^\circ</math></p>

**SUMA DE VECTORES.**

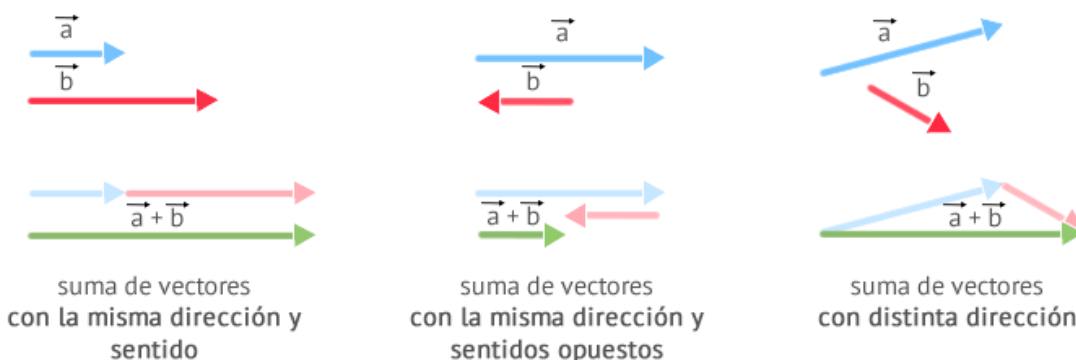
Si **sumamos vectores con la misma dirección y sentido**, el resultado es un vector con dicha dirección y sentido y cuyo módulo es la suma de los módulos de cada uno de los vectores.

Si **sumamos dos vectores con la misma dirección, pero sentido opuesto**, el resultado es un vector con dicha dirección, sentido el del vector con mayor módulo y con módulo la resta de los módulos de cada uno de los vectores.

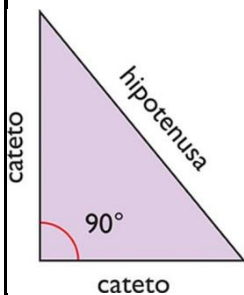
**RESTA O DIFERENCIA DE VECTORES.**

La resta de dos vectores es la suma del primero con el opuesto del segundo.

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$



**TEOREMA DE PITÁGORAS.** (Sólo se aplica en los triángulos rectángulos, es decir, que tienen un ángulo de 90º)



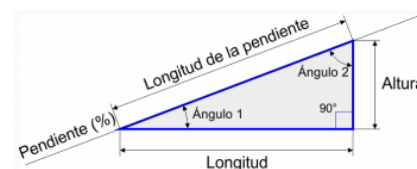
Observa que el lado que es opuesto al ángulo de 90º se llama hipotenusa y los otros dos se llaman catetos.

El teorema de Pitágoras dice:

$$hipotenusa^2 = \sqrt{cateto^2 + cateto^2}$$

**Cálculo de la pendiente**

La pendiente es la inclinación de una superficie o de una línea en relación a la horizontal. Puede medirse según un ángulo en grados o en porcentajes.



Para calcular la pendiente del ángulo  $\alpha$  se hace así:

## Tema 2: ¿Nos movemos?

---

### 1. Yo me muevo, ¿y tú?

Y es que las cosas se mueven o no se mueven según desde el punto de vista que las veamos. **El movimiento es relativo.**

Siempre que decimos que algo se está moviendo o que algo está en reposo, quieto, sin moverse, lo hacemos refiriéndolo a "algo", a una cosa (un objeto, un cuerpo) que suponemos que está quieto. A ese "algo" lo llamamos sistema de referencia.

Imagina que estás en un autobús que va por una carretera recta. En el asiento de al lado hay un pasajero, sentadito en su asiento ¿Se está moviendo ese pasajero?

**Un sistema de referencia (S.R.) es un punto que tomamos como fijo y desde el que estudiamos si un cuerpo se mueve o no.**

**Un cuerpo está en movimiento si cambia su posición respecto de un sistema de referencia.**

### 2. Al andar se hace camino

#### 2.1 Trayectoria

Si un cuerpo que se mueve fuese dejando un rastro, iría dibujando una línea; una línea formada por todos los puntos por los que va pasando. Esa línea es la trayectoria del movimiento.

**La trayectoria es la línea imaginaria que "dibuja" un cuerpo al moverse**

Hay muchas trayectorias que quedan marcadas: una carretera, la vía de un tren, un río, una vereda, la estela de un avión... son "líneas" que marcan el sitio por donde se mueve o se ha movido un cuerpo.

Pero lo normal es que un cuerpo se mueva "sin dejar rastro" de por donde pasa; por eso decimos que la trayectoria es una línea imaginaria.

La trayectoria que sigue un cuerpo puede ser bastante complicada; piensa, por ejemplo, en la trayectoria que sigue una abeja mientras vuela. Pero también hay movimientos cuyas trayectorias son muy sencillas, fáciles de estudiar: rectas, circunferencias o parábolas son las más sencillas.

#### 2.2 Posición

Cuando vamos a estudiar un movimiento, además de la trayectoria, lo que nos interesa es conocer dónde se encuentra el móvil (el cuerpo que se mueve) en cada momento, para poder calcular qué distancias recorre y en cuánto tiempo lo hace.

Para eso necesitamos expresar matemáticamente dónde está el cuerpo, su posición. Y para hacer esto necesitamos elegir el sistema de referencia. Conocer la trayectoria nos va a permitir hacerlo; vamos a situar sobre la trayectoria el sistema de referencia para estudiar el movimiento.

Para ello tendremos que hacer dos cosas:

Elegir un punto de la trayectoria como origen del sistema de referencia. Este punto será la posición 0.

Para indicar a qué lado del origen está el cuerpo se emplean los signos + y -. En general se considera positiva la posición cuando se aleja del S. R. hacia arriba o hacia la derecha y negativo en caso contrario.

Posición de un punto

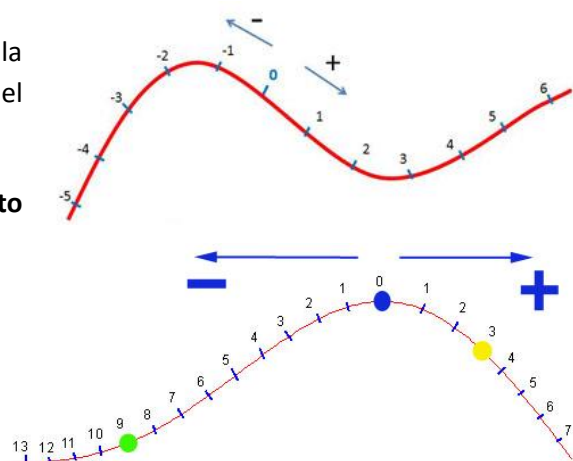
Una vez establecido el sistema de referencia, para indicar la posición del móvil, basta decir la distancia que lo separa del origen (signo incluido).

**Al lugar que ocupa el cuerpo sobre la trayectoria, respecto del sistema de referencia, en cada momento, se le llama posición.**

Por ejemplo: En la figura se muestra la trayectoria que están describiendo tres bolas (las tres describen la misma). Las distancias se miden en metros.

¿Qué posición ocupa cada bola en el momento que muestra la imagen?

La posición se suele representar mediante la letra “e” (aunque también suelen usarse las letras "x" y "r") y, como ya sabes, en el Sistema Internacional se mide en metros (porque, al fin y al cabo, no es más que la distancia hasta el origen del sistema de referencia, una longitud).



### 2.3 Desplazamiento

**Cuando un cuerpo se mueve, cambia de posición a lo largo del tiempo.** Si un cuerpo ocupa en un instante determinado  $t_i$  (instante inicial) una posición determinada  $e_i$  (posición inicial), y cierto tiempo después, en otro instante  $t_f$  (instante final) ocupa otra posición  $e_f$  (posición final), entonces podremos decir que el cuerpo se ha movido. Lógico, ¿no?

Al tiempo que ha pasado entre  $t_i$  y  $t_f$  se le suele llamar **tiempo transcurrido**. Se calcula muy fácilmente: restando los dos tiempos,  $t_f - t_i$  (siempre el final menos el inicial, claro). Para representarlo se suele emplear el símbolo  $\Delta t$ :

$$\Delta t = t_{final} - t_{inicial}$$

Durante ese tiempo el móvil habrá **recorrido** cierta **distancia** sobre la trayectoria, y habrá efectuado cierto **desplazamiento**  $\Delta e$ .

Llamamos **desplazamiento** a la diferencia entre dos posiciones determinadas, es decir la **posición final menos la inicial**.

$$\Delta e = e_{final} - e_{inicial}$$



El **desplazamiento** no es lo mismo que la **distancia recorrida**. Entre ellos hay varias diferencias importantes:

- La distancia recorrida siempre es positiva, pero el **desplazamiento puede ser positivo o negativo**.
- La distancia se recorre sobre la trayectoria. El **desplazamiento no tiene nada que ver con la trayectoria**, solo con las posiciones inicial y final; dos cuerpos pueden hacer el mismo desplazamiento por trayectorias diferentes y recorriendo distancias diferentes.

Observa la imagen de google maps que nos indica dos trayectorias diferentes (azul y gris) para ir desde la posición de inicio A hasta la posición final B, recorriendo distancias distintas, pero efectuando el mismo desplazamiento (ambas permiten ir de A hasta B).



La trayectoria azul tiene una distancia de 1,2 km = 1200 m

La trayectoria gris tiene una distancia de 1,3 km = 1300 m

El desplazamiento es el vector representado por la flecha que va desde la posición A hasta la posición B y mide (módulo) 745,54 m

Cuando la trayectoria es rectilínea y el movimiento no cambia de sentido, el desplazamiento coincide con la distancia recorrida, pero con signo (+ ó -).

### 3. ¿Vamos rápidos o veloces?

En nuestro lenguaje cotidiano no distinguimos entre **velocidad y rapidez**. Pero los científicos, que son tan quisquillosos, sí que necesitan diferenciarlas. Y es que, en realidad, no son la misma cosa, aunque sí se parezcan un poco.

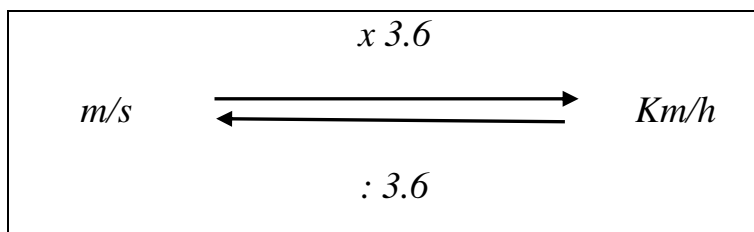
	RAPIDEZ	VELOCIDAD
Concepto	$\frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo empleado}}$	$\frac{\text{desplazamiento efectuado}}{\text{tiempo empleado}}$
Tipo de magnitud	Escalar	Vectorial
Unidad	m/s	m/s
Signo	Siempre positivo	Positivo si el móvil se desplaza en el sentido positivo del sistema de referencia.

Solo en el caso de movimientos rectilíneos en los que el móvil no cambie de sentido, la velocidad y la rapidez coinciden ya que en estos casos coincide la distancia recorrida y el desplazamiento efectuado.

Es muy importante usar siempre las unidades adecuadas. En el caso de **la velocidad y de la rapidez la unidad**, la del Sistema Internacional, es el **metro partido por segundo (m/s)**.

Pero seguro que te suenan mucho más las velocidades expresadas en otras unidades, sobre todo en "kilómetros por hora" (km/h) ¿no?, que es la unidad más habitual cuando hablamos de la rapidez o la velocidad de un vehículo, por ejemplo.

Por eso es muy importante saber cambiar de m/s a km/h y viceversa, ya que en cualquier problema de cinemática (de movimientos) debemos tener cuidado de usar las unidades correctas. Para convertir dichas unidades puedes utilizar la siguiente equivalencia:



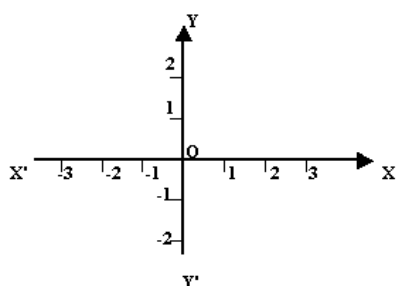
Calcula a cuántos m/s equivalen 54 km/h.  $54 \text{ km/h} : 3.6 = 15 \text{ m/s}$

#### 4. ¿Cómo representarlo gráficamente?

Viendo una gráfica, de un vistazo, se puede extraer mucha información sobre el fenómeno que se está estudiando. Cada movimiento tiene sus gráficas características.

##### Ejes de coordenadas

Si trazamos dos rectas numéricas perpendiculares entre sí, haciendo coincidir el punto de corte con el cero común, obtenemos un sistema de ejes de coordenadas.



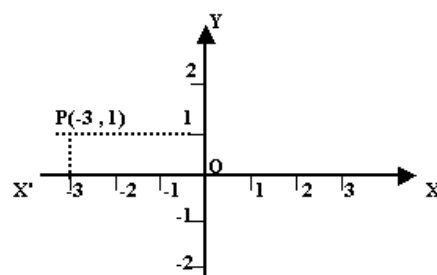
La línea X'X se llama eje de las X o eje de las abscisas y la línea Y'Y se llama eje de las Y o eje de las ordenadas.

Podemos decir que el **origen O**, donde se encuentra el cero común de ambas rectas numéricas y divide a cada eje en dos semiejes, uno positivo y el otro negativo. Cualquier distancia o posición medida sobre el eje de las x de O hacia la derecha es positiva y de O hacia la izquierda es negativa.

Similarmente, cualquier distancia o posición medida sobre el eje de las y de O hacia arriba es positiva y de O hacia abajo es negativa.

##### Ubicación de un Punto por sus Coordenadas.

Conociendo las coordenadas de un punto se puede ubicar el punto en el plano. Por ejemplo, ubicar el punto cuyas coordenadas son -3 y 1. Por convención el número que se menciona primero es la abscisa y el segundo la ordenada. La notación empleada para indicar que la abscisa es -3 y la ordenada 1 es (-3 , 1).





Como la abscisa es negativa, -3, tomamos sobre OX' de O hacia la izquierda tres veces la unidad escogida; en -3 levantamos una perpendicular a OX' y sobre ella llevamos una vez la unidad hacia arriba porque la ordenada es positiva, 1. El punto P es el punto (-3 , 1), en el segundo cuadrante.

**Función lineal**

La función de variable real que tiene por ecuación general  $y = mx$ , cuya gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas, se llama función lineal.

En las funciones lineales de este tipo  $y = mx$ , el valor de  $m$ , que corresponde a un número real, se llama pendiente. La pendiente mide la inclinación de la recta respecto del eje de abscisas.

**Ejemplo**

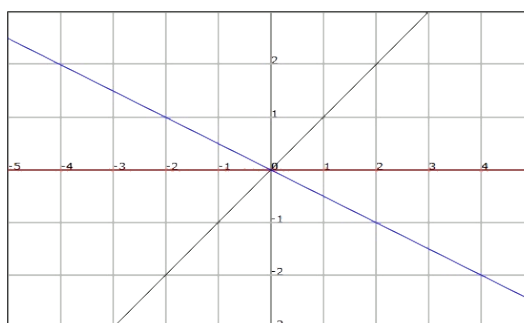
La pendiente de la recta  $y = -2x$  es  $-2$ .

La pendiente de la recta  $y = 0$  es  $0$ .

La pendiente de la recta  $y = 3x$  es  $3$ .

Es importante entender que cuanto mayor es el valor de la pendiente  $m$ , mayor inclinación respecto el eje horizontal posee la recta. Además,

- Si  $m$  es positivo ( $m > 0$ ), la recta pasa por el primer y por el tercer cuadrante.
- Si  $m$  es negativo ( $m < 0$ ), la recta pasa por el segundo y cuarto cuadrantes.
- Si  $m$  es cero ( $m = 0$ ), la recta es horizontal y coincide con el eje de abscisas. A este tipo de función se le llama **función constante**.

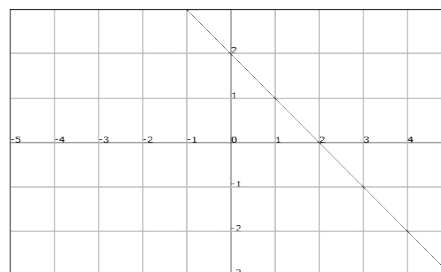


**Función afín**

La función de variable real que tiene como ecuación general  $y = mx + n$ , cuya gráfica es una recta que no pasa por el origen (si  $n \neq 0$ ), se llama función afín.

Como en el caso anterior  $m$ , es el pendiente de la recta.

Es destacable también que el punto de corte de una función afín  $y = mx + n$  con el eje de ordenadas es el punto  $(0,n)$ .



**2.1 Gráficas posición - tiempo**

Vamos a aplicar lo aprendido hasta ahora a casos concretos. Empecemos con las **gráficas** que se llaman **posición-tiempo** (o simplemente **gráficas e-t**), como la siguiente.

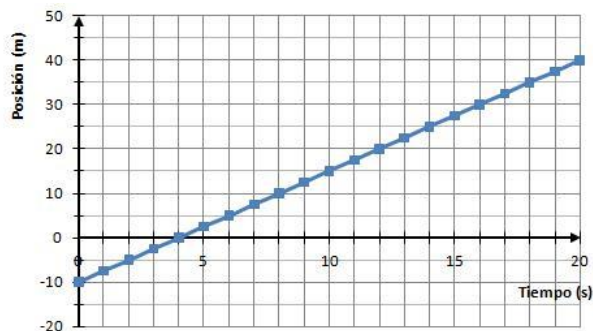
En ellas se representa la posición que ocupa el cuerpo frente al tiempo.

**El tiempo es aquí la variable independiente;** se pone en el eje de abscisas (el horizontal).

**La posición que ocupa el móvil en cada instante de tiempo es la variable dependiente;** se pone en el eje de ordenadas (el vertical).

La gráfica de la imagen es la gráfica e-t de un movimiento que comienza con el móvil en la posición -10 m y nos indica que el móvil recorre 5 m cada dos segundos, hacia la parte positiva del sistema de referencia.

Es muy fácil **calcular a partir de una gráfica e-t la velocidad del movimiento** que representa. Se trata simplemente de la **pendiente de la gráfica**. Así, la velocidad del movimiento representado en la gráfica anterior es de: 2,5 m/s.



Podemos extraer algunos datos más, como por ejemplo la posición inicial del móvil (-10 m en este caso) o el instante en el que el móvil pasa por el origen del sistema de referencia (en nuestro ejemplo, en el instante  $t = 4$  s).

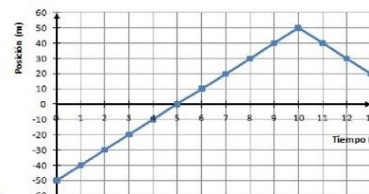
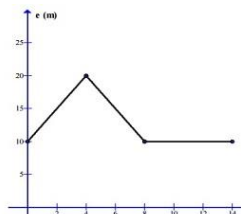
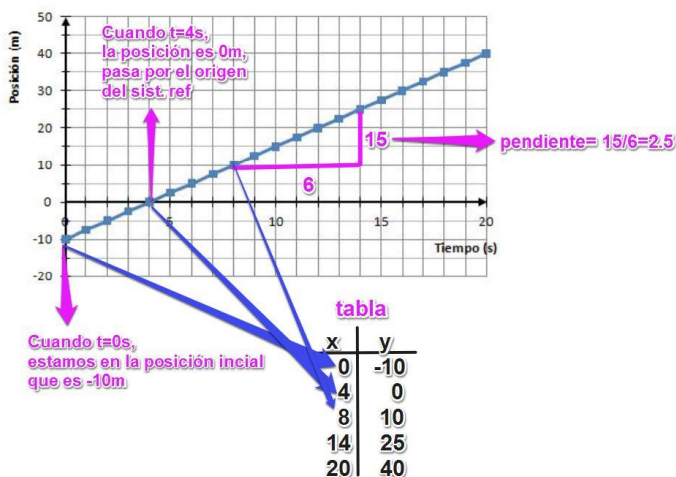
En la siguiente imagen se explica.

¡Mucho cuidado!

Las gráficas posición-tiempo no nos dan ninguna información sobre la trayectoria del movimiento. No representan la trayectoria. Solo las posiciones que el móvil va ocupando en los diferentes instantes, respecto al sistema de referencia.

Cuando varía la velocidad, las gráficas posición-tiempo son trozos de diferentes rectas

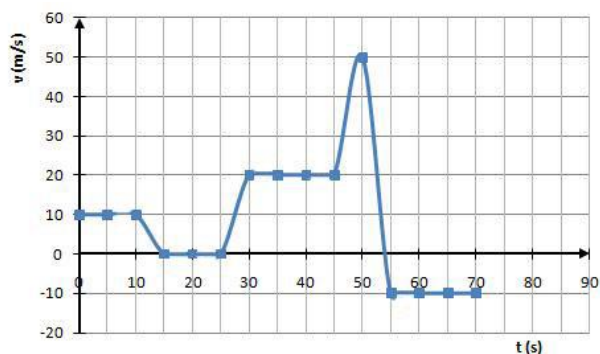
Como por ejemplo estas dos gráficas:



## 2.2 Gráficas velocidad – tiempo

¿Has visto qué cantidad de información sobre un movimiento puede obtenerse tan solo analizando una simple gráfica?

Te hemos presentado un tipo de gráfica de movimiento, la gráfica posición-tiempo, pero hay más, por supuesto. También podemos representar la rapidez frente al tiempo o la **velocidad frente al tiempo**. Así obtendremos las gráficas que se llaman, en general, **gráficas v-t**. Cuando en un movimiento hay cambios de velocidad, se dice que se trata de un **movimiento acelerado**, que tiene **aceleración**.



## Tema 3: Los movimientos... más fáciles (e importantes)

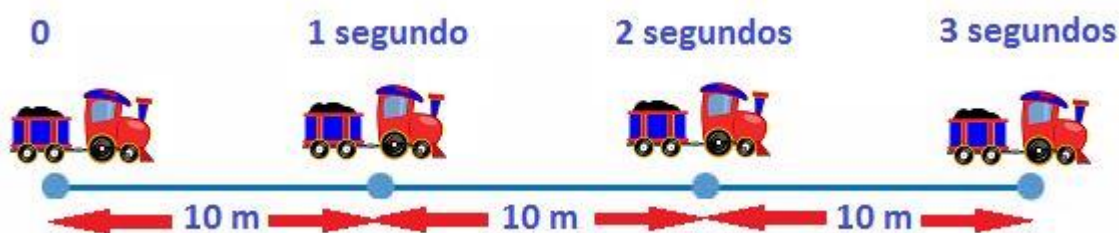
### 1. Siempre lo mismo, siempre lo mismo.

El más sencillo de todos los movimientos es el que normalmente se nos viene a la cabeza cuando pensamos en un movimiento. Los científicos lo llaman **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME** (y lo suelen escribir abreviado, **M.R.U.**).

Muchos movimientos son M.R.U. (o al menos casi M.R.U.): el tren circulando por una recta, una cinta transportadora, el sonido...

#### 1.1. ¿Por qué rectilíneo? ¿Por qué uniforme?

El movimiento es rectilíneo porque la trayectoria es una línea recta, y es uniforme porque sucede con rapidez constante (no cambia mientras dura el movimiento). Para que un movimiento se considere M.R.U. es necesario que cumpla las dos condiciones.



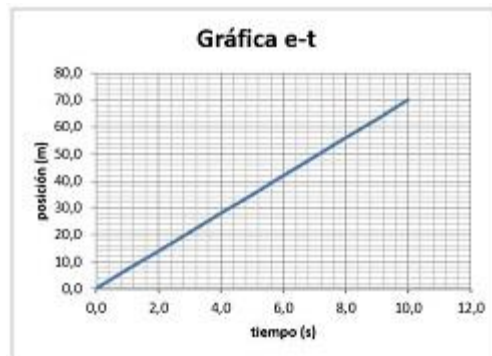
Un movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.) es aquel en el que:

- la **trayectoria** es una línea **recta** y...
- el móvil va siempre igual de deprisa, lleva **siempre la misma rapidez**.

### 1.2. Primero las gráficas

En cualquier M.R.U. hay dos constantes, dos valores que no cambian:

- la posición que ocupaba el cuerpo en el instante inicial (es decir, cuando  $t = 0$ ). Esa posición la solemos llamar **posición inicial** (evidentemente) y la representamos por  $e_0$ .
- la **velocidad** con la que se mueve el cuerpo, que la solemos representar por  $v$ .

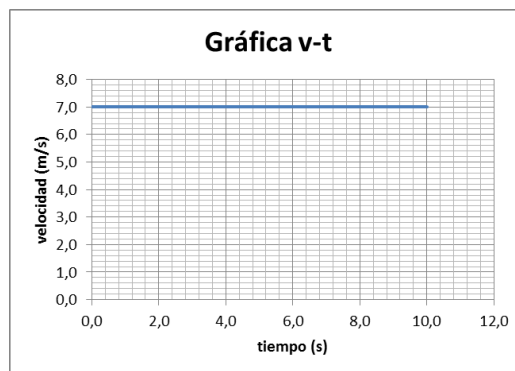


Importante

La gráfica  $e-t$  de un MRU es una línea recta, en la que:

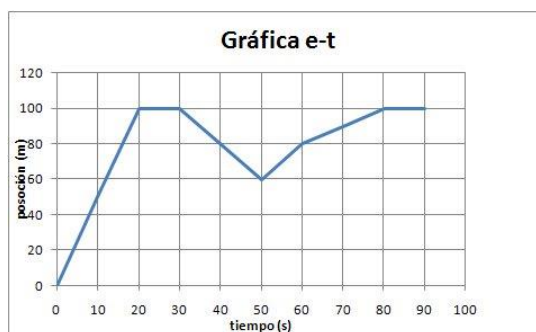
- la **pendiente nos dice la velocidad** del movimiento.
- la **ordenada en el origen**, donde la gráfica corta al eje  $e$ , nos dice la **posición inicial del móvil**.

La gráfica  $v-t$  de un MRU es una línea recta horizontal, puesto que la velocidad permanece constante.



¡No te sorprendas!

Puedes encontrarte gráficas  $e-t$  como la que ves aquí... No es una línea recta, ¿verdad? ¿Será la gráfica de un MRU?... Pues no exactamente, pero sí, porque todos sus tramos son rectos y ya has visto que una gráfica  $e-t$  recta siempre representa un movimiento uniforme (sea rectilíneo o no).



Lo normal es que nos encontremos con que un móvil se mueva con movimiento uniforme un rato, se pare, avance de nuevo y se mueva otro rato con una velocidad constante, pero distinta de la anterior, se vuelva a parar, dé la vuelta y regrese con una velocidad constante y diferente de las anteriores... En fin, que la gráfica que ves aquí (como otras que viste en el tema 2 de este bloque) sí que representa un **movimiento uniforme... pero, "a trozos"**.

### 1.3. Ahora las "fórmulas"

No cabe duda de que la gráfica  $e-t$  es muy útil. Pero no creas que nos soluciona todo lo que queramos saber sobre estos movimientos. Aunque por lo general siempre conoceremos la posición inicial (puesto que la elegimos nosotros normalmente), no siempre conocemos de antemano la velocidad del móvil.

La gráfica  $e-t$  de un movimiento uniforme es la representación de una función afín, cuya expresión matemática (cuya fórmula) tiene la forma:

A esta fórmula se la conoce como ecuación del movimiento rectilíneo uniforme.

$$e = e_0 + v \cdot t$$

COMO RESOLVER UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO	
<p>Una <b>ecuación</b> es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Se dice que una <b>ecuación es de primer grado</b> cuando la variable (x) no está elevada a ninguna potencia, es decir, su exponente es 1. A continuación, te explicamos paso por paso como <b>resolver una ecuación de primer grado</b> de forma sencilla.</p> <p>Para resolver la ecuación agrupa los números a un lado del símbolo = todos los términos que tengan la incógnita (x) y junta en el otro todos los términos que no tienen (x).</p>	
<p>Para hacer esta transposición los signos que van delante de cada número cambian. Así, el que está sumando en un lado pasa al otro restando y viceversa; y el que está multiplicando en un lado pasa al otro dividiendo. Ejemplo:</p>	<p>Ecuación: <math>4x + 1 = 2x + 7</math></p> <p>Transposición: <math>4x - 2x = 7 - 1</math></p>
<p>Resuelve de forma separada las operaciones de cada lado del igual. Es decir, para resolver la ecuación de primer grado deber formular las operaciones hasta dejar un número a cada lado del igual.</p>	<p>Ecuación: <math>4x - 2x = 7 - 1</math></p> <p>Resultado: <math>2x = 6</math></p>
<p>Finalmente, para resolver la ecuación de primer grado el número que está multiplicando a la x pasa a dividir el valor del otro lado del igual, en nuestro caso:</p>	<p>Ecuación: <math>2x = 6</math></p> <p>Resultado <math>x = 6/2</math></p> <p><math>x = 3</math></p>

### 1.4. Aplicamos la ecuación del MRU

#### El récord de la hora.

El 19 de julio de 2005 el ciclista checo Andrei Sosenka estableció el récord de la hora moviéndose a **una velocidad de unos 13,8 m/s**. Este récord mide la distancia que un ciclista es capaz de recorrer en una hora bajo unas condiciones determinadas (establecidas por la UCI, la Unión Ciclista Internacional).

*¿En cuánto estableció Andrei el récord de la hora? (es decir, ¿qué distancia recorrió en una hora si se movía a la velocidad de 13,8 m/s?)*

$$e = e_0 + v \cdot t$$

(Esta fórmula te será de gran ayuda)

$e = ?$

$v = 13,8 \text{ m/s}$

$$e = v \cdot t = 13,8 \cdot 3600 = 49680 \text{ m}$$

$t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$

En un salto en paracaídas, desde que éste se abre hasta que el paracaidista llega al suelo, el movimiento que lleva es prácticamente uniforme. No cae cada vez más rápido porque el rozamiento con el aire lo impide.

Hay movimientos uniformes, y muy importantes, que duran y duran (y esperemos que así siga siendo). Hablamos de, por ejemplo, el **movimiento de los planetas alrededor del Sol** o de los satélites alrededor de los planetas. Por ejemplo, en su movimiento alrededor del Sol, la Tierra va siempre igual de rápido. **¡Todos los años duran lo mismo!** De modo que su movimiento es uniforme (aunque no sea rectilíneo)

Pero sí que podemos encontrar algunos movimientos muy importantes y que sí que son rectilíneos y uniformes. Claro, que se trata de movimientos de "cuerpos" un poco "raros". **La luz**, por ejemplo, es uno de esos casos.

**La luz se mueve, en el vacío y en el aire, en línea recta y con una velocidad constante de ¡¡300.000 km/s!!**

La más grande que existe. Nada se mueve tan rápido como la luz. Pero claro, por rápido que se mueva, si tiene que recorrer distancias muy grandes... pues tarda su tiempo, no te creas.

Para resolver un problema siempre es conveniente seguir un orden. En la siguiente imagen se te ofrece un decálogo para resolver problemas de MRU.

10

## PASOS PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE MOVIMIENTO

<p><b>1</b> LEE EL ENUNCIADO ATENTAMENTE</p> <p><b>2</b> HAZ UN ESQUEMA GRÁFICO DE LA SITUACIÓN</p> <p><b>3</b> ESTABLECE EL SISTEMA DE REFERENCIA <small>Dónde está el origen y cuál es el sentido positivo</small></p> <p><b>4</b> ESCRIBE EL VALOR DE LAS CONSTANTES DEL MOVIMIENTO: <small>POSICIÓN INICIAL Y VELOCIDAD</small></p> <p><b>5</b> ESTABLECE LA ECUACIÓN DEL MOVIMIENTO <small>(AUNQUE LA TENGAS INCOMPLETA)</small></p>	<p><b>6</b> REFLEXIONA SOBRE QUÉ MAGNITUD TIENES QUE CALCULAR Y QUÉ DATOS VAS A NECESITAR.</p> <p><b>7</b> SUSTITUYE EN LA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO LOS DATOS NECESARIOS <small>(MUCHO OJO CON LAS UNIDADES).</small></p> <p><b>8</b> RESUELVE LA ECUACIÓN (ECUACIONES) QUE OBTIENES</p> <p><b>9</b> DA LA SOLUCIÓN, RESPONDIENDO A LA PREGUNTA DEL PROBLEMA.</p> <p><b>10</b> SI ES NECESARIO, CAMBIA LAS UNIDADES DE LA SOLUCIÓN PARA QUE SE ENTienda CON FACILIDAD</p>
---	---

## 2. De cero a cien en... 5,1 segundos.

¿Sabes lo que significa? Seguro que sí... todo el mundo lo sabe. Quiere decir que, desde el reposo, pisando a fondo el **acelerador** del coche, éste se pone a 100 km/h en tan solo 5,1 s.

Y es que claro, **aunque el movimiento uniforme sea muy importante, no es, ni mucho menos, el único que hay.**

**Hay movimientos en los que la velocidad no permanece constante...** se dice que el **movimiento es acelerado (o variado)**. Un movimiento es acelerado (o variado) si su velocidad no es constante

<p><i>Puede que solo cambie el sentido del movimiento (Y se mantengan constantes la rapidez y la dirección)</i></p>	<p><i>Puede que lo que cambie sea solamente la dirección del movimiento. Aunque el cuerpo se mueva siempre con la misma rapidez.</i></p>	<p><i>Puede que cambie todo... Es decir, la dirección del movimiento y la rapidez del mismo.</i></p>
---	--	--

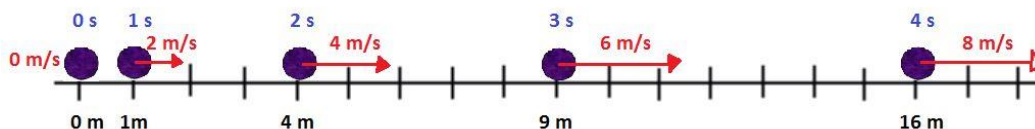
En todos estos casos el movimiento es acelerado porque, de una u otra forma, cambia la velocidad.

Nosotros solo estudiaremos el **MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACCELERADO**

### 2.1. ¿Por qué uniformemente?... Y más cosas.

Ya sabes que si un movimiento se llama "rectilíneo" es porque **su trayectoria es una recta**. Y en el apartado anterior has aprendido que, si se llama "acelerado" es porque **su velocidad cambia** (bueno, en este caso, solo su rapidez, "lo deprisa que va")

Pero, ¿qué significa el "uniformemente"? Observa con atención la imagen...



El movimiento de esta bola no es uniforme... ¡ni mucho menos! Observa que **no recorre distancias iguales en tiempos iguales**.

Por ejemplo, entre los instantes  $t=0$  s y  $t=1$  s solo recorre 1 m, mientras que entre  $t=2$  s y  $t=3$  s recorre 5 m (pasa de la posición  $e=4$  m a la posición  $e=9$  m).

Pero **¿qué sucede con la velocidad de la bola?**... En la tabla de abajo lo verás mejor. Cada segundo que pasa la velocidad aumenta en 2 m/s ¿lo ves?

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

Es decir, la velocidad va cambiando, sí, ¡pero siempre al mismo ritmo! Por eso la gente de Ciencia llama a este movimiento **UNIFORMEMENTE ACELERADO**. La velocidad cambia, pero de manera "uniforme"... siempre cambia igual.

En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, **la velocidad cambia a un ritmo constante**.

Para medir ese ritmo al que varía la velocidad se usa una nueva magnitud: **la aceleración**.

Incluso lo podemos calcular de forma muy facilita. Mira... si la aceleración mide el ritmo al que cambia la velocidad, para calcularla solo tendremos que **dividir lo que ha cambiado la velocidad entre el tiempo que ha tardado en cambiar**.

$$\text{aceleración} = \frac{\text{Lo que cambia la velocidad}}{\text{tiempo que tarda en cambiar}}$$

**La unidad de la aceleración** en el SI es el "**metro por segundo cada segundo**". Esa unidad "tan rara" se escribe  $\text{m/s}^2$  (y se lee "metro por segundo al cuadrado"). Una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$  significa que cada segundo que pasa el cuerpo se mueve con una velocidad 2 m/s más grande.

Bien... seguro que ya has entendido por qué el movimiento que vas a estudiar se llama uniformemente acelerado, pero por si acaso... insistimos: Recuerda que, en la ciencia, aceleración significa **siempre** "cambio de velocidad"

Volviendo a cómo podemos calcular la aceleración, lo que les "chifla" a los científicos, es disponer de una **expresión matemática** general, de una "fórmula" que les permita calcularla

Si en el instante inicial  $\rightarrow t_0$  ( $t_{\text{inicial}}$ ), la velocidad de un cuerpo que se mueve con MRUA es  $\rightarrow v_0$  ( $v_{\text{inicial}}$ ); y en un instante posterior  $\rightarrow t_f$  ( $t_{\text{final}}$ ), la velocidad es  $\rightarrow v_f$  ( $v_{\text{final}}$ ). Entonces, la aceleración constante del movimiento es:

$$a = \frac{v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}}$$

La aceleración puede tomar valores negativos (igual que una velocidad). **La aceleración es también un vector**, como la velocidad; **importa "hacia dónde" se acelera**:

- si se acelera en el mismo sentido en que la velocidad... ésta irá aumentando.
- si se acelera en sentido contrario al que lleva la velocidad... ésta irá disminuyendo (¡vamos frenando!)



Esto no tiene nada que ver con que la aceleración sea positiva o negativa. Eso depende, realmente, del sistema de referencia que hayamos tomado (igual que pasa con la velocidad)

### 2.2. Primero las gráficas.

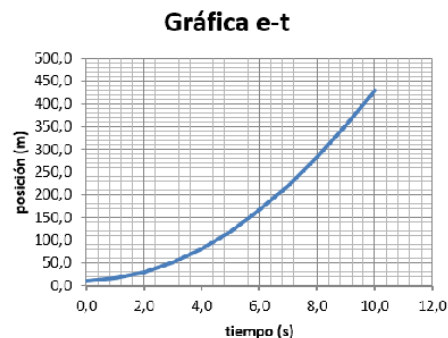
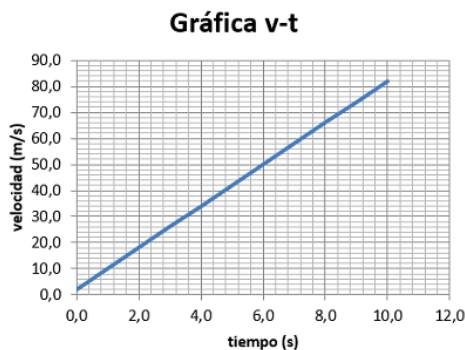
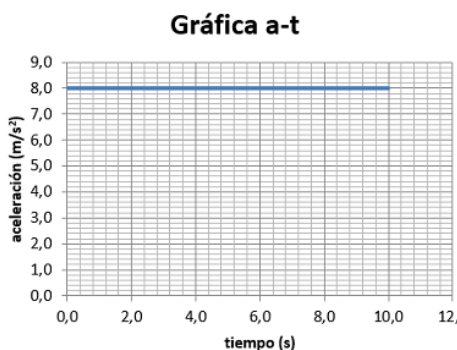
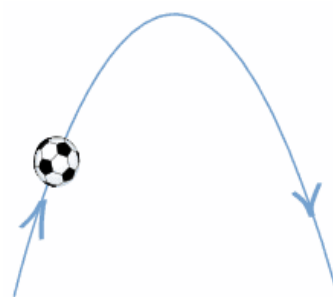
A estas alturas ya debes tener muy claro que las gráficas que representan a los movimientos pueden resultarnos de gran utilidad para obtener información sobre los mismos. Por ejemplo, saber cuáles son los **constantes del movimiento**, es decir, los valores que no cambian durante todo el movimiento.

En cualquier M.R.U.A. hay tres constantes, tres valores que no cambian:

- La posición que ocupaba el cuerpo en el instante inicial (es decir, cuando  $t = 0$ ). Esa posición la solemos llamar **posición inicial** (evidentemente) y la representamos por  $e_0$ .
- La velocidad que poseía el cuerpo cuando se inició el movimiento acelerado (normalmente para  $t = 0$ ). A esta velocidad la solemos llamar **velocidad inicial** y la representamos por  $v_0$ .
- Por supuesto, **la aceleración**, que es la principal constante de un MRUA.

Claro, que entre las gráficas del MRU y las del MRUA hay grandes diferencias... En particular, al estudiar el MRU nos fijamos sobre todo en la gráfica  $e-t$  (la gráfica  $v-t$ , al ser  $v$  constante, tenía poca "chicha"). Pero ahora, en el MRUA, la velocidad no es constante y la gráfica  $v-t$  sí que nos va a ser muy útil.

Como puedes ver, **la gráfica  $v-t$  se trata de una recta**, cuya pendiente depende de la aceleración. Pero **la gráfica  $e-t$  (también la verás a veces como  $x-t$ )**... ¡Es nueva! Se trata de una parábola... bueno, de **una rama de parábola**.

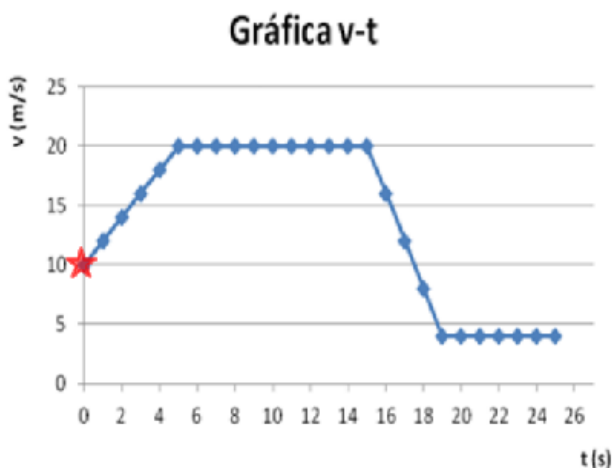


Puedes encontrarte gráficas  $v-t$  como la que ves aquí...

No es una línea recta, ¿verdad? ¿Será la gráfica de un MRUA?... Pues no exactamente, pero sí, porque todos sus tramos son rectos y ya has visto que una gráfica  $v-t$  recta siempre representa un movimiento uniformemente acelerado (sea rectilíneo o no).

Estas gráficas son muy frecuentes y representan, realmente, un movimiento que... a ratos es uniforme, a ratos es uniformemente acelerado, a ratos lleva una aceleración, a ratos otra...

Intenta "sacar" información de esta gráfica hecha "a trozos":



Función cuadrática	
Son funciones polinómicas de segundo grado, siendo su gráfica una parábola.	
$f(x) = ax^2 + bx + c$	
Representación gráfica de la parábola	
Podemos construir una parábola a partir de estos puntos:	
1. Vértice	
$x_v = \frac{-b}{2a}$	$y_v = f\left(\frac{-b}{2a}\right)$
$v\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$	
Por el vértice pasa el eje de simetría de la parábola.	
La ecuación del eje de simetría es: $x = \frac{-b}{2a}$	
2. Puntos de corte con el eje OX	
En el eje de abscisas la segunda coordenada es cero, por lo que tendremos:	
$ax^2 + bx + c = 0$	
Resolviendo la ecuación podemos obtener:	
Dos puntos de corte: $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$ si $b^2 - 4ac > 0$	
Un punto de corte: $(x_1, 0)$ si $b^2 - 4ac = 0$	

**Ecuación de segundo grado.**

Una ecuación de segundo grado es toda expresión de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a \neq 0.$$

Se resuelve mediante la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ningún punto de corte si  $b^2 - 4ac < 0$

3. Punto de corte con el eje OY

En el eje de ordenadas la primera coordenada es cero, por lo que tendremos:

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c \quad (0, c)$$

La gráfica de una función cuadrática es una parábola.

**Ejemplo**

Representar la función  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .

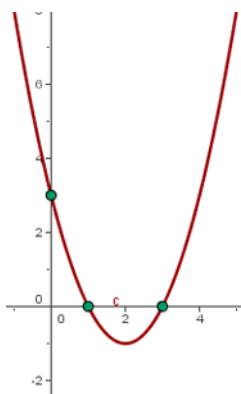
1. Vértice

$$x_v = -(-4) / 2 = 2 \quad y_v = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

V(2, -1)

2. Puntos de corte con el eje OX

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$



$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} \quad \begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = 1 \end{matrix}$$

(3, 0) (1, 0)

3. Punto de corte con el eje OY

(0, 3)

**2.3. Ahora las "fórmulas"**

Las ecuaciones del movimiento las podemos "obtener" de las gráficas, si sabemos la función a la que representan:

- La gráfica v-t de un MRUA es la representación de una función afín.
- La gráfica e-t es la representación de una función cuadrática.

La **ecuación de la velocidad** de un movimiento uniformemente acelerado es una función afín, de la forma:

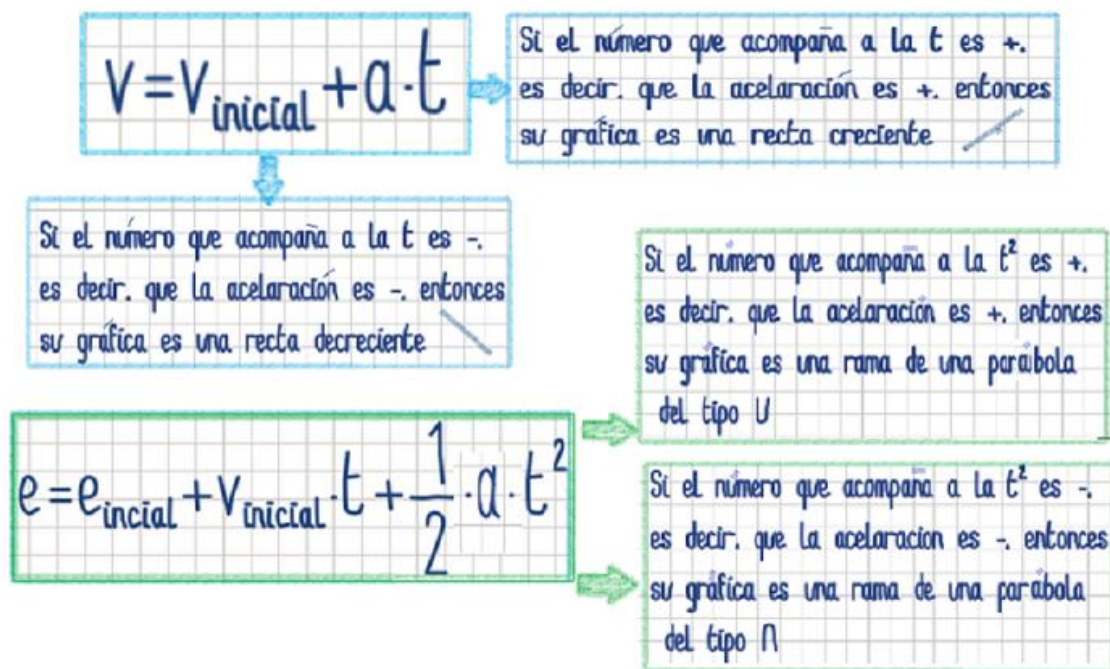
$$v = v_{\text{inicial}} + a \cdot t$$

La **ecuación de la posición** de un movimiento uniformemente acelerado es una función cuadrática, de la forma:

$$e = e_{\text{inicial}} + v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

A esta última fórmula se la conoce como ecuación del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Fijándote en determinados números (coeficientes) de cada una de las ecuaciones ya dispones de información de la gráfica.



### 3. Cuando la aceleración es la gravedad.

Hay un MRUA que es especialmente importante por "lo cerca" que lo tenemos. El movimiento de los objetos que caen o que se lanzan verticalmente hacia arriba es un MRUA, cuya **aceleración constante** vale **9,8 m/s<sup>2</sup>** y **SIEMPRE** está **dirigida hacia el centro de la Tierra**.

A esa aceleración con la que caen los objetos se la suele llamar la **aceleración de la gravedad** y se suele representar por la letra **g**.

El estudio de estos movimientos es muy sencillo porque... **¡Siempre sabemos lo que vale la aceleración!**

Las ecuaciones del movimiento para la caída libre o un lanzamiento en vertical son las del cuadro de la derecha.

Todo empezó con una manzana... en caída libre

Handwritten equations for free fall:

$$V = V_{\text{inicial}} + g \cdot t$$

$$e = e_0 + v_{\text{inicial}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y vale  $+9,8\text{m/s}^2$  o  $-9,8\text{m/s}^2$  dependiendo de nuestro sistema de referencia.

Según cuenta la leyenda, Newton llevaba ya bastante tiempo dándole vueltas al tema de porqué caían los cuerpos, hasta que un día... se le cayó la manzana en la cabeza. Pero claro... eso es... solo una leyenda.

Imagina que Newton hubiese "acechado" otra manzana y hubiese medido el tiempo que tardase en caer: 85 centésimas de segundo, es decir, 0,85 s.

¿Podría haber podido calcular Newton con esos datos desde qué altura cayó la manzana? ¿Y tú, lo podrías calcular?

¿Y si en lugar de una deliciosa manzana, hubiera sido una hoja la que se cae del árbol, pero desde la misma altura? ¿Habría tardado el mismo tiempo? ¿Tal vez más...?

... **en ausencia de aire, en el vacío, todos los cuerpos caen de la misma forma**, con la misma aceleración, con la misma velocidad. Es algo que no nos imaginamos porque, claro, siempre hemos visto las cosas caer

"habiendo aire". Es algo que ya nos dejó dicho **Galileo** hace muchos, muchos años (en el siglo XVII), y que los astronautas que llegaron a la Luna en la misión Apolo XV pudieron comprobar "en directo".

## Tema 4: ¿Fuerza? ¿Y eso qué es?

### 1. Las Fuerzas son cosas de dos

La fuerza es una magnitud física vectorial que mide la interacción entre dos cuerpos.

Esta magnitud, por tanto, nunca aparece en un solo cuerpo; no tiene sentido decir "tengo fuerza": **para que haya fuerza tiene que haber dos cuerpos**, y sobre cada uno de ellos actuará una fuerza.

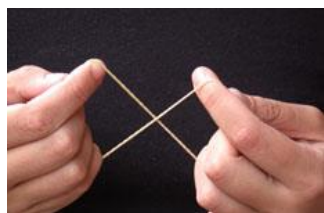
¿Te has dado cuenta de que tienes mucho camino andado? **Ten en cuenta que, al tratarse de una magnitud vectorial, todo lo que aprendiste de vectores ahora lo puedes aplicar a las fuerzas.**

Las fuerzas se pueden ejercer entre cuerpos:

- que están en contacto, **fuerzas de contacto**, como cuando levantamos un mueble, o subimos un cubo con una polea.
- que están lejanos y no tienen contacto, **fuerzas a distancia**, como son las fuerzas gravitatorias, magnéticas, etc.

Las fuerzas provocan cambios en el movimiento de un cuerpo o en su forma.

¿Todos los cuerpos se comportan igual cuando una fuerza actúa sobre ellos? Pues claro que no, fíjate:



#### **Cuerpos elásticos**

*Se deforman al actuar una fuerza sobre ellos, pero recuperan su forma cuando la fuerza para.*



#### **Cuerpos plásticos**

*Se deforman cuando actúa una fuerza sobre ellos, pero no recuperan la forma al cesar la fuerza.*



#### **Cuerpos rígidos**

*No se deforman al actuar una fuerza; en caso de que la fuerza sea muy grande se rompen.*

Aunque esta es una clasificación un poco "limitada". Dependiendo de lo intensa que sea la fuerza aplicada, un cuerpo puede pertenecer a un tipo u otro, es decir, se puede comportar como elástico, plástico o rígido. Es más una cuestión convencional.

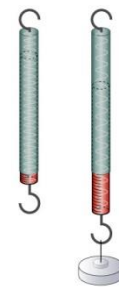
## 2. Unidad, medida y dibujo de fuerzas

La **unidad de fuerza** del Sistema Internacional (S.I.) es el **newton**, que se representa por **N**. **Un newton es la fuerza necesaria para producir una aceleración de 1 m/s<sup>2</sup> a un cuerpo de 1 kg de masa.**

Otra unidad de medida para las fuerzas es el kilopondio (kp).

$$1 \text{ kp} = 9.8 \text{ N}$$

La intensidad de una fuerza se mide con un aparato que se llama **dinamómetro**.

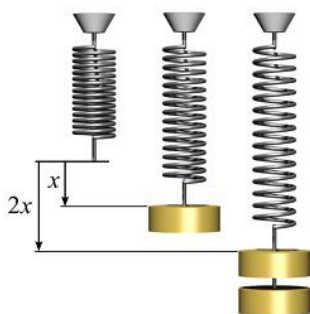


Para medir las fuerzas se utilizan los dinamómetros. Los dinamómetros se basan en la ley de Hooke: "**La deformación que se produce en un muelle es directamente proporcional a la fuerza**".

Es decir que:

$$F = k \cdot \Delta x$$

*F es la fuerza que estira el muelle  
K es una constante que depende de las características del muelle (de lo "duro" o "flojo" que sea)  
 $\Delta x$  es lo que se alarga el muelle*



En el dibujo de la izquierda vemos cómo al colgar pesas al muelle de la misma masa, el muelle se alarga la misma distancia cada vez (x cm), observa:

Al añadir una pesa, se alarga x cm; al añadir la segunda pesa de la misma masa, se alarga x cm más, se alarga entonces 2x cm; al añadir 3 pesas, el muelle se alargaría 3x cm; con 4 pesas se alargaría 4x cm, y así sucesivamente.

Efectivamente vemos que el alargamiento del muelle es proporcional a la fuerza.

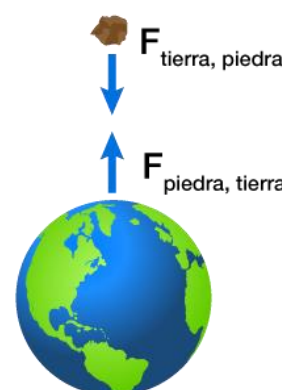
**La fuerza es una magnitud vectorial.** Pues se representarán mediante vectores. Como hemos dicho, las fuerzas son la medida de una interacción; por tanto, debemos encontrar los pares de fuerzas siempre.

El nombre de la fuerza será:  $F_{A,B}$

Donde A es el cuerpo que ejerce la fuerza y B es el cuerpo sobre el que se ejerce la fuerza.

Por ejemplo, en una piedra que cae, las fuerzas serán la que ejerce la Tierra sobre la piedra ( $F_{Tierra,piedra}$ ) y la que ejerce la piedra sobre la Tierra ( $F_{piedra,Tierra}$ ).

Si nos piden dibujar todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, recuerda que en la Tierra siempre estará la interacción entre la Tierra y el cuerpo.



## 3. Me empujas, te empujo, ¿nos movemos?

Bueno, es momento de repasar lo que has aprendido acerca de las fuerzas:

- **siempre van en pareja**, ya que son interacciones entre dos cuerpos.

- **son magnitudes vectoriales**, que puedes dibujarlas, pues no solo importa lo grandes que son, sino también sobre qué y hacia dónde actúan.
- **se miden en newton**.
- **provocan cambios en el movimiento** de un cuerpo y/o en su **forma**.

Los tres primeros puntos muy bien, pero ¿qué quiere decir eso de que provocan cambios en el movimiento? ¿Por qué y cómo?

Fue Newton (sí, el de la manzana) quien, basándose en los trabajos de Galileo, estableció las propiedades de las fuerzas y la relación de éstas con el movimiento. No fue un trabajo fácil y para hacerlo tuvo que analizar cuidadosamente distintos fenómenos aparentemente sin relación entre sí, como el movimiento de los planetas, el de la Luna y la caída de los cuerpos.

Todo el trabajo se resumió en **tres leyes o principios**.

### 3.1. Primera ley de Newton: el principio del sillón

#### PRIMERA LEY DE NEWTON:

«Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza o la suma de todas ellas es nula, el cuerpo se mantendrá en reposo o describirá un movimiento rectilíneo uniforme.»

Esto es, si está parado seguirá parado, y si se está moviendo seguirá con movimiento uniforme, sin aceleración.

Piensa en la siguiente situación: ¿qué ocurre cuando vas en bici y tienes que frenar bruscamente? La respuesta es clara, te vas hacia adelante. ¿Por qué? Pues porque **tendemos a seguir con la misma velocidad que teníamos**, la bici para y nosotros seguimos.

### 3.2. Segunda ley: Me empujas ¡me muevo!

La segunda ley está relacionada con las fuerzas, y nos explica **qué ocurre cuando actúa una fuerza sobre un cuerpo**.

Cuando sobre un cuerpo actúan fuerzas pueden ocurrir varias cosas:

- que la suma de las fuerzas sea nula (cero) y entonces el cuerpo no cambia de estado (si estaba parado sigue parado, si se estaba moviendo sigue con el mismo movimiento). ¡Ya lo decía la primera ley ¿verdad?!
- que la suma de las fuerzas que actúan sobre él no sea nula; entonces el cuerpo se acelera, más o menos dependiendo de la masa.



La suma de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual al producto de la masa del cuerpo por la aceleración que provocan las fuerzas.

Por tanto, ya conocemos cómo se da el otro movimiento que hemos estudiado.

Para que haya movimiento acelerado tiene que actuar una fuerza. No puede haber aceleración sin fuerza.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \text{donde}$$

Suma de todas las fuerzas (newton N) $\sum \vec{F}$	masa (Kg) m	aceleración (m/s <sup>2</sup> ) $\vec{a}$
---	-------------------	---

### 3.3. Tercera ley: el suelo me mueve

¿Has pensado lo complicado que es subirse a una balsa que se encuentra flotando en el agua? Cada vez que uno lo intenta, la balsa se mueve, y hay que sujetarla para no caernos.

Intenta imaginarte en esta situación: me veo en un lago helado, intento andar, pero no puedo, resbalo, así una y otra vez.

La **tercera ley de Newton** nos describe una propiedad intrínseca a las fuerzas: **que son interacciones**.

**"Si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, éste, a su vez, ejerce una fuerza igual y de sentido contrario sobre el primero"**

Y entonces... ¿Por qué no se anulan las fuerzas de acción y reacción, si son de sentido contrario?

Una de las primeras consecuencias de este principio es el **retroceso de las armas**. *La fuerza que empuja a la bala hacia adelante es igual y opuesta a la que empuja hacia atrás al arma correspondiente.*

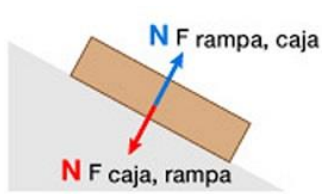
## 4. Conociendo las fuerzas que nos rodean

Las fuerzas nos rodean. Como has visto, pueden romper, deformar, hacer que algo se mueva, parar algo que se mueve... También has aprendido que nunca actúan solas, siempre van en parejas, y que la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto es la que va a conseguir que ese objeto se rompa, deforme, se mueva o se pare.

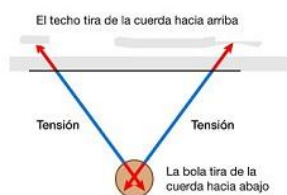
Pues lo que vamos a hacer ahora es identificarlas.



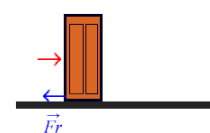
**Gravitatorias**



**Normal**



**Tensión**



**Rozamiento**

### 4.1. Fuerzas gravitatorias

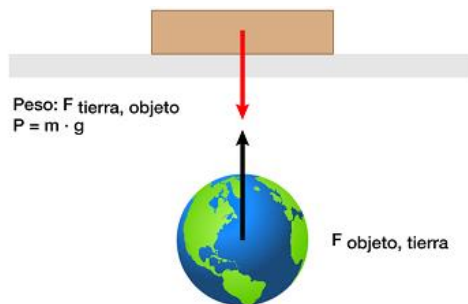
Las fuerzas gravitatorias son las fuerzas **con las que se atraen dos cuerpos cualesquiera, por el simple hecho de tener masa**. Estas fuerzas, como todas, van en parejas y cada una actúa sobre uno de los cuerpos.

Su valor depende de la masa de ambos cuerpos y de la distancia a la que se encuentran. Tienen el mismo módulo (valor) y dirección, pero son de sentido contrario.

Un tipo de estas fuerzas es el **peso**, que no es más que la **fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo**:

$$P = m \cdot g$$

Donde **m** es la masa (kg) y **g** es la intensidad de la gravedad en la superficie terrestre (**9,8 m/s<sup>2</sup>**).



**No confundas peso y masa**

- La **masa** de un cuerpo es una propiedad característica del mismo, que está relacionada con el número y clase de las partículas que lo forman. Se mide en **kilogramos (kg)**, gramos etc...
- El **peso** de un cuerpo es la **fuerza con que lo atrae la Tierra y depende de la masa del mismo**. Se puede medir en **kg-fuerza o kilopondio (kp)**, en **newton (N)** y en otras unidades.

$$1 \text{ kp} = 1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 9,8 \text{ N}$$

Por lo tanto, podemos decir que una masa de 1 kg pesará 1 kp y 9,8 N (o lo que es lo mismo, una masa de un kg es atraída por la tierra con una fuerza de 1 kp o de 9,8 N)

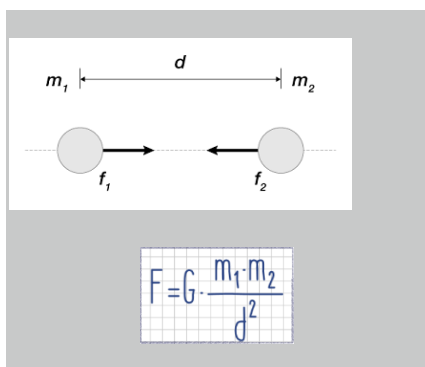
$$P = m \cdot g$$

m es la masa del cuerpo  
 g es la aceleración de la gravedad  
 y su valor es 9,8m/s<sup>2</sup>

**Fíjate que curioso...**

Newton, mirando al cielo, se dio cuenta de que si la Luna no seguía en línea recta por el espacio era porque una fuerza tiraba de ella en dirección al centro de la Tierra. Se le ocurrió pensar que esa fuerza era la misma fuerza que hacía caer los cuerpos hacia el suelo, y que la Luna estaba dando vueltas en una órbita en un estado continuo de caída libre. Al observar todo esto enunció la **ley de gravitación universal**:

**"Dos cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa"**



Donde  $m_1$  y  $m_2$  es la masa de cada uno de los cuerpos (en Kg)  
 d es la distancia entre los centros de masa de los cuerpos (en metros)  
 G es la constante de gravitación universal y su valor es  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$

La **notación científica** es una manera rápida de representar un número muy grande o muy pequeño utilizando potencias de base diez.

Los números se escriben como un producto:

$$a \times 10^n$$

siendo:

**a** un número entero o decimal mayor o igual que 1 y menor que 10, que recibe el nombre de coeficiente.

$n$  un número entero, que recibe el nombre de exponente u orden de magnitud. Si  $n$  es positivo el número será grande y si es negativo la cantidad será muy pequeña.

## 4.2. Fuerzas de rozamiento

La segunda fuerza que vamos a ver es la fuerza de **rozamiento**. ¡No te imaginas lo importante que es esta fuerza a la hora de caminar!

En general, el rozamiento es **la fuerza que se opone a que un cuerpo se deslice sobre otro**.



No depende del tamaño de las superficies que están en contacto sino de sus características (si son lisas, rugosas...) y de la fuerza con que las superficies se comprimen (fuerza normal).

También actúan **fuerzas de rozamiento sobre objetos que se mueven en un fluido**. A este rozamiento se le llama **viscoso** y aumenta con la velocidad del objeto.

### ¡Curiosidad!

*Por ejemplo, cuando vas en un coche y sacas la mano por la ventanilla notas el rozamiento con el aire, ¿verdad? ¿Qué pasa si el coche va más deprisa? Cuanto más rápido va el coche, más notas esa fuerza de rozamiento.*

*Otro ejemplo, ¿te has parado a pensar que ocurre por ejemplo en la caída libre?*

*Si no hay aire (como pasa en el vacío), todos los cuerpos caen con la misma velocidad y al mismo tiempo, independientemente de su peso. Esto sucede porque no hay fuerza de rozamiento.*

*Pero si no estamos en el vacío, el aire ofrece una resistencia a la caída del cuerpo. Al principio esa resistencia es pequeña porque el cuerpo aún cae despacio. A medida que va aumentando la velocidad también aumenta la fuerza de rozamiento. Y así hasta que la fuerza de rozamiento se hace igual de grande que el peso. En ese momento la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo que cae es cero (lo mismo tira de él el peso hacia abajo que el rozamiento hacia arriba). Entonces, según la primera ley de Newton, el cuerpo debe moverse con movimiento rectilíneo uniforme a partir de ese instante.*

*Si esto no fuera así, las gotas de lluvia al caer desde tan alto nos harían daño; sin embargo, nos acarician. O las personas que practican la caída libre bajarían cada vez más rápido, en vez de, a partir de un determinado momento, caer con velocidad constante; muy grande, eso sí, pero constante.*

## 4.3. Otras fuerzas

La fuerza que **impide que un cuerpo se meta dentro de otro** se llama **normal**. ¿Sabes por qué? Porque **siempre es perpendicular a la superficie de contacto entre los objetos**. Como todas las fuerzas, ésta también va en pareja, cada una actuando sobre uno de los objetos.

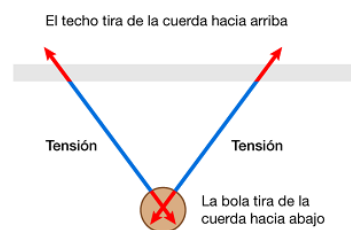
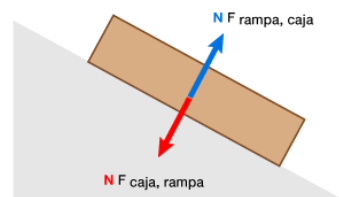
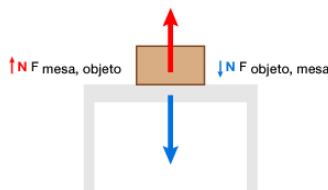
La superficie de la mesa ejerce una fuerza que impide que el objeto se meta dentro de ella y, a su vez, la superficie del objeto impide que la mesa se introduzca en él. En el otro ejemplo la fuerza ejercida por la

superficie de la caja ( $F_{\text{caja,rampa}}$ ) impide que la rampa se meta en la caja, y la fuerza ejercida por la superficie de la rampa ( $F_{\text{rampa,caja}}$ ) que la caja se meta en la rampa. ¿Complicado?

**NO CONFUNDAS FUERZA DE ROZAMIENTO CON FUERZA NORMAL**

La fuerza normal es perpendicular al suelo y la fuerza de rozamiento es paralela al mismo.

Pero tampoco nos podemos olvidar de otras fuerzas que usamos a diario en multitud de situaciones: siempre que tiramos de los dos extremos de un hilo, cuerda, alambre... para tensarlos. Estas fuerzas son la de **tensión**.



**POLEAS... ¡QUÉ ÚTILES SON!**

Las poleas son máquinas simples que sirven para transmitir fuerzas, y concretamente, las fuerzas son de tensión.

Son muchas las aplicaciones de la polea, ya que, según estén diseñadas, nos van a permitir reducir la cantidad de fuerza necesaria para mover un peso.

Las poleas pueden presentarse de varias maneras:

**Polea fija:** solo cambia la dirección de la fuerza. La polea está fija a una superficie.

**Polea móvil:** se mueve junto con el peso, disminuye el esfuerzo al 50%.

**Polipasto:** Se llama polipasto a un mecanismo que se utiliza para levantar o mover una carga aplicando un esfuerzo mucho menor que el peso que hay que levantar.

Estos mecanismos se utilizan mucho en los talleres o industrias que manipulan piezas muy voluminosas y pesadas porque facilitan la manipulación, elevación y colocación de estas piezas pesadas, así como cargarlas y descargarlas de los camiones que las transportan.

