

ALGORITMOS Abiertos Basados en Números.

LOS PROBLEMAS DE UNA OPERACIÓN.

Tipos y secuenciación a lo largo de la Educación Primaria.

LOS PROBLEMAS Y EL ALGORITMO ABN.

La metodología del cálculo abierto basado en números se apoya en un modelo que tiene como objetivo básico la resolución de problemas.

El modelo que seguimos consta de cuatro etapas bien definidas, que son las que se han de transitar para llegar a una resolución correcta de los problemas aritméticos.

El método de cálculo ABN actúa en las transiciones de una etapa a otra, facilitando el paso entre una y otra.

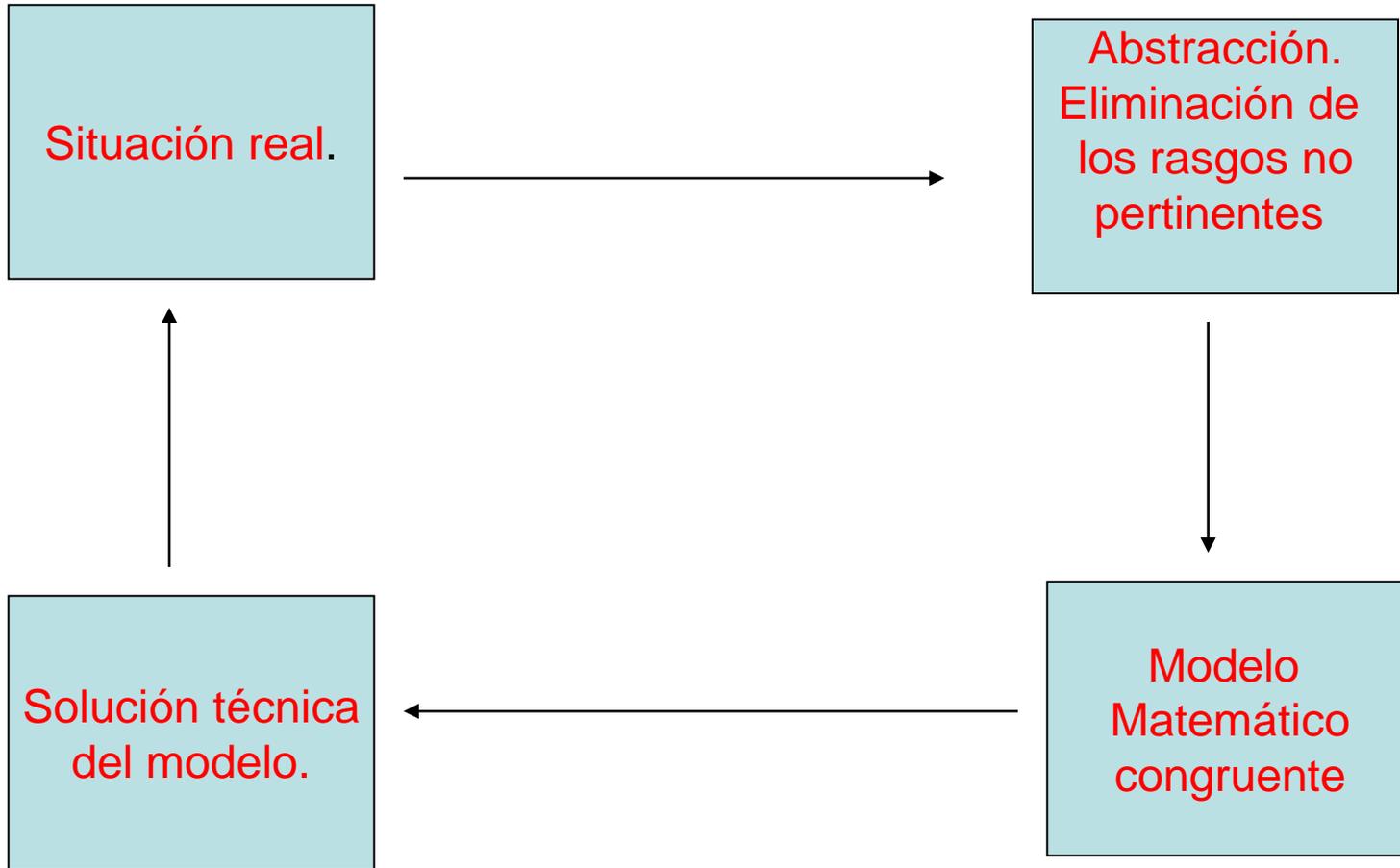
El algoritmo ABN, estrictamente considerado, sólo ocupa uno de esos intersticios. Lo que ocurre es que ese intersticio es muy importante.

LOS PROBLEMAS Y EL ALGORITMO ABN.

Las cuatro etapas del modelo son:

- La situación problemática real de la que se parte.
- El proceso de abstracción que sufre la misma, que permite eliminar los aspectos no pertinentes y mantener solamente los datos cuantitativos que tendrán que ver con el proceso de solución del problema.
- La identificación del modelo matemático congruente con la situación y los datos extraídos de ella.
- La capacidad técnica para manejar y resolver ese modelo matemático.

El modelo se muestra gráficamente en la diapositiva siguiente.



LOS PROBLEMAS Y EL ALGORITMO ABN.

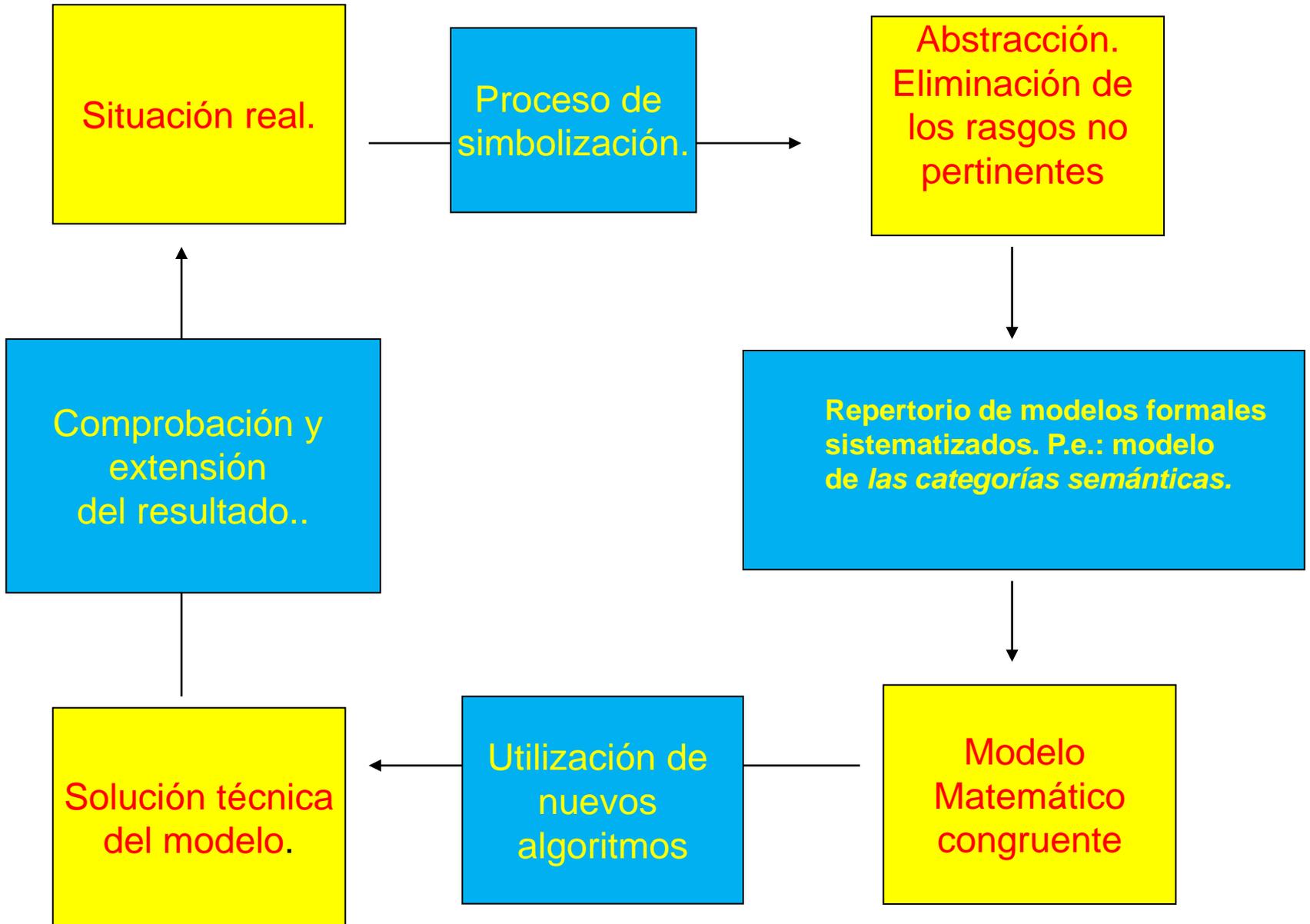
La intervención didáctica ayuda a la conquista de esas etapas y a facilitar la transición de una a otra. En concreto:

- Entre la etapa 1ª y la 2ª se debe desarrollar un proceso de abstracción y simbolización que permita pasar de una situación experiencial vivida y rica en matices, al esquematismo de la obtención y disposición de los datos necesarios.
- Entre la etapa 2ª y 3ª, se debe simplificar y armonizar el ingente número de problemas posibles, para que encajen en cada una de las operaciones básicas. Para ello, se utilizan los problemas tipo que recogen las categorías semánticas.

LOS PROBLEMAS Y EL ALGORITMO ABN.

- Entre la etapa 3ª y 4ª, se ha de facilitar la resolución técnica del modelo matemático adoptado. En el caso de los problemas aritméticos de una operación, hablamos de los algoritmos de la suma, resta, multiplicación y división. Aquí es donde encaja el algoritmo ABN, que ofrece más semejanza con las situaciones a las que se aplica que el algoritmo clásico o tradicional.
- Entre la etapa 4ª y la 1ª, se ha de desarrollar la capacidad de la extensión de los resultados a todas las variables posibles, así como a comprobar y verificar la adecuación del resultado a la situación real de que se partía.

El gráfico de la diapositiva siguiente recoge el modelo completo.



LOS PROBLEMAS Y EL ALGORITMO ABN.

En esta Presentación nos limitaremos a la transición entre la 2ª y la 3ª etapas, y ciñéndonos a los problemas de una operación.

Se recuerda: se establece un elemento mediador entre la infinidad de problemas que pueden aparecer y el que los mismos se solucionen sólo con cuatro operaciones diferentes.

El ámbito de los problemas (I).

- La alternativa del uso de las Categorías Semánticas.
 - Se cubre la gama completa de situaciones que pueden ser modeladas como problemas.
 - Permite el entrenamiento diferenciado conforme a cada uno de los tipos y situaciones que se modelizan.
 - Obliga a que se lleve a cabo una secuenciación de los mismos, que alcanza gran importancia porque facilita:
 - Una reflexión sobre la dificultad de cada problema.
 - Un escalonamiento medido de estas dificultades.
 - Una línea sin saltos ni soluciones de continuidad.
 - Unos retornos precisos de establecer, y cuya superación permite la rápida incorporación del alumno al ritmo normal.

El ámbito de los problemas (II).

- La alternativa del uso de las Categorías Semánticas.
 - Suponen el modelo formal al que se ajustan no sólo los problemas aritméticos, sino también los de medida, decimales, fracciones, geometría y proporcionalidad.

Categorías semánticas básicas.

Estructuras aditivas.

- Cambio. Transformaciones en más o en menos que sufre una cantidad.
- Combinación. Relación entre las partes y el todo.
- Comparación. Relación existente entre dos cantidades que se comparan
- Igualación. Transformaciones que se efectúan en dos cantidades para hacerlas iguales.

Categoría de Cambio.

- Marcos tiene 5 canicas. Gana 3. ¿Cuántas tiene ahora?
- Marcos tiene 5 canicas. Pierde 3. ¿Cuántas tiene ahora?
- Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 8. ¿Cuántas ha ganado?
- Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 2. ¿Cuántas ha perdido?
- Marcos ha ganado 3 canicas. Ahora tiene 8. ¿Cuántas tenía antes de ganar?
- Marcos ha perdido 3 canicas. Le quedan 2. ¿Cuántas tenía antes de perder?

Categoría de CAMBIO

ID.	MODELO	CI	CA	CF	TP	SN	CG
CA1	Marcos tiene 5 canicas. Gana 3. ¿Cuántas tiene ahora?	5	3	?	+	+	sí
CA2	Marcos tiene 5 canicas. Pierde 3. ¿Cuántas le quedan?	5	3	?	-	-	sí
CA3	Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 8. ¿Cuántas ha ganado?	5	?	8	-	+	no
CA4	Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar le quedan 2. ¿Cuántas ha perdido?	5	?	2	-	-	sí
CA5	Marcos ha ganado 3 canicas. Ahora tiene 8. ¿Cuántas tenía antes de empezar a jugar?	?	3	8	-	+	no
CA6	Marcos ha perdido 3 canicas. Ahora tiene 2. ¿Cuántas tenía antes de empezar a jugar?	?	3	2	+	-	no

CLAVE: ID: Identificación. CI: Cantidad inicial. CA: Cambio. CF: Cantidad final. TP: Tipo de problema por la operación. SN: Sentido del problema. CG: Congruencia entre el tipo de problema y el sentido del problema.

Categoría de Cambio.

Secuenciación.

- Marcos tiene 5 canicas. Gana 3. ¿Cuántas tiene ahora?
- Marcos tiene 5 canicas. Pierde 3. ¿Cuántas tiene ahora?
- Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 2. ¿Cuántas ha perdido?
- Marcos ha perdido 3 canicas. Le quedan 2. ¿Cuántas tenía antes de perder?
- Marcos ha ganado 3 canicas. Ahora tiene 8. ¿Cuántas tenía antes de ganar?
- Marcos tiene 5 canicas. Después de jugar tiene 8. ¿Cuántas ha ganado?

Categoría de COMBINACIÓN.

ID.	MODELO	PT1	PT2	TOT	TP	SN	CG
CO1	Tengo 3 caramelos de menta y 4 de fresa. ¿Cuántos caramelos tengo en total?	3	4	?	+	+	sí
CO2	Tengo 7 caramelos. 3 son de fresa, y los demás de menta. ¿Cuántos tengo de menta?	3	?	7	-	=	=

CLAVE: ID: Identificación. PT1: Parte una del todo. PT2: Parte dos del todo. TOT: Total o todo. TP: Tipo de problema por la operación. SN: Sentido del problema. CG: Congruencia entre el tipo de problema y el sentido del problema.

Categoría de Comparación.

- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros menos tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €. Marcos tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Marcos tiene 8 €, y tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €, y tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?

Categoría de COMPARACIÓN

ID.	MODELO	CC	RF	DF	TP	SN	CG
CM1	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más tiene Marcos?	8	5	?	-	+	no
CM2	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros menos tiene Raquel?	5	8	?	-	-	sí
AM3	Raquel tiene 5 €. Marcos tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos € tiene Marcos?	?	5	3	+	+	Sí
CM4	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 3€ menos que Marcos. ¿Cuántos € tiene Raquel?	?	8	3	-	-	sí
CM5	Marcos tiene 8€, y tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos € tiene Raquel?	8	?	3	-	+	no
CM6	Raquel tiene 5 €, y tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos € tiene Marcos?	5	?	3	+	-	no

CLAVE: ID: Identificación. CC: Cantidad comparada. RF: Cantidad referente. DF: Diferencia. TP: Tipo de problema por la operación. SN: Sentido del problema. CG: Congruencia entre el tipo de problema y el sentido del problema.

Categoría de Comparación. Secuenciación.

- Raquel tiene 5 €. Marcos tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros menos tiene Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €, y tiene 3 € más que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €, y tiene 3 € menos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?

Categoría de IGUALACIÓN.

- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más necesita Raquel para tener los mismos que Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros debe perder Marcos para que le queden los mismos que a Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Si a Raquel le dieran 3 € más tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €. Si Marcos perdiera 3 € tendría el mismo dinero que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Raquel tiene 5 €. Si le dieran 3, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Si perdiera 3, tendría los mismos que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?

Categoría de IGUALACIÓN

ID.	MODELO	CI	RF	DF	TP	SN	CG
IG1	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más necesita Raquel para tener los mismos que Marcos?	5	8	?	-	+	no
IG2	Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros tiene que perder Marcos para tener los mismos que Raquel?	8	5	?	-	-	sí
IG3	Marcos tiene 8 €. Si a Raquel le dieran 3 € más, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuánto dinero tiene Raquel?	?	8	3	-	+	no
IG4	Raquel tiene 5 €. Si Marcos perdiera 3 €, le quedarían los mismos que a Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?	?	5	3	+	-	no
IG5	Raquel tiene 5 €. Si le dieran 3, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?	5	?	3	+	+	sí
IG6	Marcos tiene 8 €. Si perdiera 3, tendría los mismos que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?	8	?	3	-	-	sí

CLAVE: ID: Identificación. CI: Cantidad a igualar. RF: Cantidad referente. DF: Diferencia. TP: Tipo de problema por la operación. SN: Sentido del problema. CG: Congruencia entre el tipo de problema y el sentido del problema.

Categoría de IGUALACIÓN.

Secuenciación.

- Raquel tiene 5 €. Si le dieran 3, tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Si perdiera 3, tendría los mismos que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros más necesita Raquel para tener los mismos que Marcos?
- Marcos tiene 8 €. Raquel tiene 5 €. ¿Cuántos euros debe perder Marcos para que le queden los mismos que a Raquel?
- Marcos tiene 8 €. Si a Raquel le dieran 3 € más tendría los mismos que Marcos. ¿Cuántos euros tiene Raquel?
- Raquel tiene 5 €. Si Marcos perdiera 3 € tendría el mismo dinero que Raquel. ¿Cuántos euros tiene Marcos?

Categorías semánticas básicas. Estructuras multiplicativas

- Isomorfismo de medidas. Los datos del problema tienen la misma naturaleza.
 - El producto es de la misma naturaleza que el multiplicando.
 - El producto es de distinta naturaleza que el multiplicando.
- Escalares grandes y pequeños. Uno de los datos representa una relación comparativa.
- Producto cartesiano. Multiplicación geométrica.

Isomorfismo de medidas.

- Un bar arroja cada día 12 botellas al contenedor. ¿Cuántas arroja en 8 días?
- Un bar ha arrojado 96 botellas al contenedor en 8 días. ¿Cuántas arroja cada día?
- Un bar ha arrojado 96 botellas al contenedor. Cada día tira 12. ¿En cuántos días ha arrojado las 96 botellas?

Isomorfismo de medidas.

ID.	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
IM1	Un bar arroja cada día 12 botellas al contenedor. ¿Cuántas arroja en 8 días?	12	8	?	MN	M
IM2	Un bar ha arrojado 96 botellas al contenedor en 8 días. ¿Cuántas arroja cada día?	?	8	96	MN	P
IM3	Un bar ha arrojado 96 botellas al contenedor. Cada día tira 12. ¿En cuántos días ha arrojado las 96 botellas?	12	?	96	DN	C

CLAVE: ID: Identificación. MD: Multiplicando. MR: Multiplicador. PR: Producto. NR: Naturaleza del resultado (MN: Misma naturaleza que el multiplicando o el dividendo. DN: Distinta naturaleza del multiplicando o del divisor). TIP: Tipo de problema (M: Multiplicar. P: División partición. C: División cuotición.).

Isomorfismo de medidas.

ID.	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
IM1	¿Cuánto cuestan 12 libros a 8 € cada uno?	12	8	?	DN	M
IM2	He pagado 96 € por 12 libros. ¿Cuánto cuesta cada uno?	12	?	96	MN	P
IM3	He comprado libros, al mismo precio, por 96 €. Cada libro me ha costado 8 €. ¿Cuántos he comprado?	?	8	96	DN	C

CLAVE. ID: Identificación. MD: Multiplicando. MR: Multiplicador. PR: Producto. NR: Naturaleza del resultado (MN: Misma naturaleza que el multiplicando o el dividendo. DN: Distinta naturaleza que la del multiplicando o la del divisor). TIP: Tipo de problema (M: Multiplicar. P: División partición. C: División cuotición.).

Escalares grandes.

- Luis tiene 12 €. Irene tiene 5 veces más dinero. ¿Cuánto dinero tiene Irene?
- Irene tiene 60 €, que es 5 veces más que lo que tiene Luis. ¿Cuánto dinero tiene Luis?
- Irene tiene 60 €. Luis tiene 12 €. ¿Cuántas veces más dinero tiene Irene que Luis?

Escalares Grandes.

ID.	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
EG1	Luis tiene 12 €. Irene tiene 5 veces más dinero. ¿Cuánto dinero tiene Irene?	12	5	?	MN	M
EG2	Irene tiene 60 €, que es 5 veces más que lo que tiene Luis. ¿Cuánto dinero tiene Luis?	?	5	60	MN	P
EG3	Irene tiene 60 €. Luis tiene 12 €. ¿Cuántas veces más dinero tiene Irene que Luis?	12	?	96	DN	C

CLAVE. ID: Identificación. MD: Multiplicando. MR: Multiplicador. PR: Producto. NR: Naturaleza del resultado (MN: Misma naturaleza que el multiplicando o el dividendo. DN: Distinta naturaleza que la del multiplicando o la del divisor). TIP: Tipo de problema (M: Multiplicar. P: División partición. C: División cuotición.).

Escalares pequeños.

- Luis tiene 12 €, y tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Irene?
- Irene tiene 60 €, y Luis tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Luis?
- Irene tiene 60 €. Luis tiene 12 €. ¿Cuántas veces menos dinero tiene Luis?

Escalares Pequeños.

ID.	MODELO	MD	MR	PR	NR	TIP
EP1	Luis tiene 12 €, y tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Irene?	12	5	?	MN	M
EP2	Irene tiene 60 €, y Luis tiene 5 veces menos dinero que Irene. ¿Cuánto dinero tiene Luis?	?	5	60	MN	P
EP3	Irene tiene 60 €. Luis tiene 12 €. ¿Cuántas veces menos dinero tiene Luis?	12	?	60	DN	C

CLAVE. ID: Identificación. MD: Multiplicando. MR: Multiplicador. PR: Producto. NR: Naturaleza del resultado (MN: Misma naturaleza que el multiplicando o el dividendo. DN: Distinta naturaleza que la del multiplicando o la del divisor). TIP: Tipo de problema (M: Multiplicar. P: División partición. C: División cuotición.).

Producto cartesiano.

- Andrea tiene 4 faldas y 3 blusas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir con esas prendas?
- Andrea puede combinar sus faldas y blusas de 12 maneras distintas. Si tiene 4 faldas, ¿cuántas blusas tendrá?

Producto Cartesiano.

ID.	MODELO	C1	C2	PC	NR	TIP
PC1	Andrea tiene 4 faldas y 3 blusas. ¿De cuántas maneras diferentes se puede vestir con esas prendas?	4	3	?	DN	M
PC2	Andrea puede combinar sus faldas y blusas de 12 maneras distintas. Si tiene 4 faldas, ¿cuántas blusas tendrá?	4	?	12	DN	D

CLAVE. ID: Identificación. C1: Cantidad uno. C2: Cantidad dos. PC: Producto cartesiano. NR: Naturaleza del resultado (DN: Distinta naturaleza que la de las cantidades 1 y 2). TIP: Tipo de problema (M: Multiplicar. D: División).

Consejos para los problemas de una operación.

- ¿Comprende el alumno el problema? Plánteselo con números muy pequeños.
- Sistematice los contextos en que se presentan las situaciones: personales, escolares, de ocio, de ámbito local y de ámbito social general.
- Plantee muchos problemas orales, en los que la solución sea encontrar la operación adecuada.
- Entrene a los alumnos en las situaciones que no conozcan. Dramatice si es preciso.
- Si no entienden el enunciado, explíqueselo. El tiempo de resolución de problemas no se puede convertir en una prueba de comprensión escrita.
- Actúe con parsimonia: pregunta al final del texto; presentación de los datos en el orden de las operaciones, no introducir datos superfluos. Varíe los elementos cuando tengan bien asentados los conocimientos más básicos.

Secuenciación de Problemas de una operación.

- **PRIMER CICLO:** CA1, CA2, CA6, CO1, CM2, CM3, CM4, IG2, IG5, IG6.
- **SEGUNDO CICLO:** CA3, CA4, CA5, CO2, CM1, CM5, IG1, IG3, IM1, IM2, IM3, EG1.
- **TERCER CICLO:** CM6, IG4, EG2, EG3, EP1, EP2, EP3, PC1, PC2.

SECUENCIA DE PROBLEMAS. ESTRUCTURAS ADITIVAS

CATEGORÍA DE CAMBIO					
CA1	CA2	CA3	CA4	CA5	CA6
1º	1º	2º	2º	2º	1º
CATEGORÍA DE COMBINACIÓN					
COMBINACIÓN 1			COMBINACIÓN 2		
1º			2º		
CATEGORÍA DE COMPARACIÓN					
CM1	CM2	COM3	CM4	CM5	CM6
2º	1º	1º	1º	2º	3º
CATEGORÍA DE IGUALACIÓN					
IG1	IG2	IG3	IG4	IG5	IG6
2º	1º	2º	3º	1º	1º

SECUENCIA DE PROBLEMAS. ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS

CATEGORÍA DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS		
IM1	IM2	IM3
TODOS EN EL SEGUNDO CICLO		
CATEGORÍA ESCALARES GRANDES		
EG1	EG2	EG3
2 ^o	3 ^o	3 ^o
CATEGORÍA DE ESCALARES PEQUEÑOS		
EP1	EP2	EP3
TODOS EN EL TERCER CICLO		
CATEGORÍA DE PRODUCTO CARTESIANO		
PC1	PC2	
TODOS EN EL TERCER CICLO		

BIBLIOGRAFÍA DEL AUTOR.

- Martínez Montero, J. (2000). Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI. Bilbao. Ciss-Praxis.
- Burgos Alonso, V., Martínez Montero, J., y Pérez González, J. (Diversas fechas). Pensamos y jugamos con los números. Boecillo. La Calesa. Colección de doce cuadernos de trabajo.
- Martínez Montero, J. (2008). Competencias básicas en matemáticas. Una nueva práctica. Madrid. Wolters Kluwer.
- Martínez Montero, J. (2010). Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales. Madrid. Wolters Kluwer. 2ª Edición.

ALGORITMOS Abiertos Basados en Números.

<http://algoritmosabn.blogspot.com>

<http://actiludis.com>

jmartinez1949@gmail.com