Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

El método ABN en primero de Primaria. Propuesta de intervención.

Trabajo fin de grado presentado por:	Rosa María Pi González
Titulación:	Grado Maestro en Educación Primaria
Línea de investigación:	Propuesta de intervención
Director/a:	Paloma Gavilán Bouzas

Ciudad : Barcelona
[Seleccionar fecha] 21 de Febrero de 2014
Firmado por: Rosa María Pi González

CATEGORÍA TESAURO: 1.1.8 Métodos Pedagógicos

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradezco a la Dra. Paloma Gavilán sus horas de dedicación en la dirección del presente trabajo. Mi gratitud también a todos los profesionales de la Universidad Internacional de la Rioja que han participado a lo largo de estos años en mi proceso de formación.

Gracias también a Don Jaime Martínez Montero por la atención mostrada y por los documentos proporcionados que sirvieron para enriquecer el presente trabajo.

Para finalizar, debo agradecer a mis familiares la comprensión y ánimo mostrado durante este periodo, especialmente a Lluís, mi marido y el mejor compañero en este viaje, gracias por tus consejos y la serenidad transmitida en los peores momentos.

RESUMEN

En el último curso de Educación Infantil y durante los primeros cursos de Educación Primaria los alumnos son introducidos en el cálculo algorítmico. Tradicionalmente esta enseñanza se ha realizado mediante un método cerrado basado en cifras (CBC). En el presente trabajo analizaremos las dificultades que presenta el método tradicional y nos detendremos en una de sus posibles alternativas, el reciente e innovador método abierto basado en números (ABN). Finalmente plantearemos una propuesta de intervención en el área de matemáticas para el primer curso de Educación Primaria.

PALABRAS CLAVE:

Algoritmo, método ABN, método tradicional, primer ciclo, Primaria.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas han sido, y siguen siendo, un escollo en la trayectoria escolar de muchos alumnos y alumnas. Una mala experiencia en esta materia durante la etapa escolar te puede llevar a pensar que está reservada solo para unos pocos privilegiados capaces de ver más allá del común de los mortales.

Pasados los años, y desde la posición de docente, debes impartir la materia y para ello, debes de ser capaz de encontrar la lógica a aquello que en el pasado no la tuvo. Te dispones a enseñar a tus alumnos las operaciones básicas de cálculo y compruebas lo que ya sabías, la metodología es compleja y opaca a tal grado que resulta irracional, pero no conoces otra. Te dispones a enseñar cálculo con una metodología que te resulta incómoda, y además, los resultados en la adquisición del aprendizaje no son proporcionales al tiempo y esfuerzo dedicados, tanto por el alumno como por el docente. Gran parte de los alumnos adquirirán el aprendizaje a través de un proceso laborioso. Una minoría de afortunados conseguirán memorizar la mecánica de la operación relativamente pronto. Otra minoría presentará problemas de aprendizaje que en muchos de los casos acabarán acarreándole toda una serie de concepciones sobre sus capacidades que en muchas ocasiones no se corresponderán con la realidad.

Ante esta experiencia personal me dispuse a buscar métodos alternativos al método CBC. La investigación me llevó a descubrir que ya en los años 70, Ablewhite (1971) (citado en Martínez, 2011) advertía de los problemas que originaba el aprendizaje de las operaciones debido a la irracionalidad del método que se utilizaba. En la actualidad existen diferentes experiencias basadas en la aritmética mental. En este trabajo nos detendremos a analizar la metodología ABN, ideada por Martínez (2000) y aplicada en varios centros de la provincia de Cádiz.

- OBJETIVO GENERAL.

Hacer una propuesta que guíe el proceso de aplicación y desarrollo de la metodología de cálculo ABN en el primer curso de Educación Primaria.

- OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Describir las dificultades que presenta el método tradicional de enseñanza de los algoritmos
- Conocer qué es el método ABN a partir de la bibliografía y las experiencias que se han llevado a cabo.

La metodología que utilizaremos para conseguir tanto el objetivo general como los específicos se basa fundamentalmente en un estudio teórico de la bibliografía publicada tanto en la red como en formato impreso y de las experiencias llevadas a cabo. A partir de todo ello elaboraremos nuestra propuesta de intervención cuya metodología la especificaremos en el segundo capítulo.

De todo lo anterior se desprende la estructura del TFG el cual se configura a partir de tres capítulos.

El primer capítulo comprende el marco teórico en el cual se aborda: la definición y las características de algoritmo, las primeras críticas al modelo de cálculo tradicional, los fallos y dificultades de los algoritmos tradicionales, el análisis del modelo ABN como método alternativo al tradicional, el estado de la cuestión y las conclusiones.

El segundo capítulo comprende la propuesta de intervención, y los apartados que la conforman son: consideraciones previas, el objetivo específico de la propuesta, la metodología de trabajo, la secuencia de contenidos, los recursos y actividades, la información a los padres, la formación de los docentes, la evaluación de la propuesta y la conclusión del capítulo.

En el tercer capítulo se extraen conclusiones a partir de los objetivos planteados así como las limitaciones y las futuras líneas de investigación.

Seguidamente al tercer capítulo encontramos una relación de las referencias bibliográficas. El TFG se cierra con un apartado de anexos con imágenes, tablas e ilustraciones.

CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO

1.1 INTRODUCCIÓN.

En el siguiente apartado definiremos qué es un algoritmo y cuáles son sus características, expondremos los problemas que presenta el aprendizaje de los algoritmos de cálculo tradicionales. Nos remontaremos a las primeras voces críticas con este método y a las alternativas que han ido surgiendo dentro de la llamada aritmética mental. Realizaremos un análisis detallado del método ABN como alternativa al método CBC, especificando sus ventajas e inconvenientes.

1.2 DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE ALGORITMO.

Bermejo (2004) define algoritmo como un “método sistemático para resolver operaciones numéricas, que consta de un conjunto finito de pasos guiados por unas reglas que nos permiten economizar el cálculo y llegar a un resultado exacto.” (p. 194). Para poder trabajar con estos algoritmos es necesario que previamente el alumno maneje el sistema de operación decimal y sepa operar mentalmente.

Partiendo de la definición anterior, Bermejo (2004) expone las tres propiedades básicas de los algoritmos: su especificidad, su generalidad y su resultabilidad. Los algoritmos son específicos porque cada uno tiene sus propias reglas las cuales deben guiar al sujeto hasta el resultado. La generalidad de los algoritmos implica que problemas de la misma naturaleza puedan resolverse utilizando el mismo algoritmo. Finalmente la resultabilidad hace referencia a la capacidad que tienen los algoritmos para solucionar problemas. Por todo ello los algoritmos deberían ser instrumentos destinados a realizar operaciones de una forma rápida, eficaz y económica.

1.3 PRIMERAS CRÍTICAS AL MODELO TRADICIONAL.

Martínez (2011) exponía que:

> Ya en 1971 Ablewhite advertía de los muchos problemas que originaba el aprendizaje de las operaciones y cómo los alumnos con dificultades sufrían en mayor medida la irracionalidad del método que se utilizaba. Desde entonces han sido múltiples los autores (Alcalá, 1986; Baroody, 1988; Castro, Rico y Castro, 1987; Chamorro, M. C. (coord), 2005; Dickson, Brown y Gibson, 1991; Ferrero, 1984; Gómez Alfonso, 1999; Jaulin-Mannoni, 1980; Kamii, 1986; Maza, 1989; Mialaret, 1977; N. C. T. M., 2000; Pereda, 1987; Resnick y Ford, 1990; VV. AA., 2007; Vergnaud, 1991) que han señalado disfunciones y complicaciones derivadas del empleo de unos algoritmos muy poco adecuados para los sujetos a los que se destinaban (p.95).

Autores como Gil (2008) resaltan en sus estudios la permanencia y reproducción de la metodología tradicional a pesar de los bajos rendimientos que produce. Los cambios metodológicos más relevantes en la actualidad según Fernández (2007) pasan por un mayor protagonismo del cálculo mental, de las destrezas de estimación y del uso de la calculadora, así como una iniciación más temprana a los problemas de iniciación al cálculo.

1.4 FALLOS Y DIFICULTADES DE LOS ALGORITMOS TRADICIONALES.

Las investigaciones psicológicas, la didáctica de las matemáticas y las buenas prácticas escolares establecen que el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas debe estar regido por unos principios entre los que se encuentra (Martínez 2011):

- El principio de igualdad que considera que todos los seres humanos estamos bien dotados para el aprendizaje matemático.
- El principio de la experiencia que se basa en que el aprendizaje se produce haciendo, manipulando.
- El principio que reclama el empleo de los números completos.
- El principio de transparencia aplicado tanto al desarrollo de los algoritmos, los cuales deben mostrar todos los pasos intermedios; como a los materiales y recursos que se utilizan, los cuales deben ser lo más fieles a la realidad posible.
- El principio de comprensión el cual establece que el alumno debe ser capaz de entender la matemática para poder, a partir de sus conocimientos previos, elaborar nuevos conceptos.
- El principio de adaptación al ritmo individual de cada sujeto, el cual requiere de otros dos principios el de autoaprendizaje y autocontrol.

A continuación analizaremos los problemas que presenta el método de cálculo CBC y comprobaremos que muchas de esas dificultades vulneran los principios mencionados anteriormente.

La primera dificultad que encuentra el alumno de Primaria cuando se enfrenta a los algoritmos es su temprana descontextualización y la pérdida de las referencias de la realidad. Martínez (2010) considera que los alumnos son introducidos demasiado pronto en las operaciones exclusivas de signos, las cuales les privan de referentes reales. Con ello, los alumnos que mejor sepan trabajar con significantes tendrán más ventaja sobre los que presenten dificultades.

Sabemos la necesidad de utilizar abstracciones en matemáticas pero debemos reconocer que operar desde el primer momento de forma descontextualizada, vulnera uno de los principios básicos del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, la transparencia. Para evitar esta descontextualización, que tantos problemas acarrea a nuestros alumnos, Martínez (2010) recomienda que se empiece a trabajar el cálculo con materiales y recursos simbólicos, y que éstos sean lo más fieles a la realidad posible. Para ello debemos evaluar su idoneidad. Por ejemplo, si queremos representar una decena y podemos elegir entre la regleta naranja de Cuisenarie u otro material tipo palillos, colores o fichas; optaríamos por la opción de palillos, colores o fichas porque estos materiales permiten su fragmentación en las 10 unidades que componen la decena, y por tanto, son más fieles a la realidad que representan que la regleta naranja de Cuisenarie que no se puede fragmentar.

La reivindicación de trabajar con materiales y recursos simbólicos con tal de reducir la abstracción que caracteriza el lenguaje matemático viene respaldada también por otro de los principios matemáticos básicos del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, el principio de la experiencia. Sabemos que los alumnos de primer curso de Primaria se encuentran en la etapa de las operaciones concretas y que para ellos es de vital importancia el hacer por ellos mismos, de aquí la relevancia de una enseñanza más manipulativa. Por lo expuesto anteriormente, entendemos que es necesario trabajar combinando símbolos y signos durante más tiempo, porque los símbolos nos proporcionan los rasgos físicos de la realidad a la que representan, permiten la manipulación y mantienen el proceso de enseñanza-aprendizaje contextualizado. Todo ello aumenta las posibilidades de éxito del proceso.

Los algoritmos tradicionales presentan toda una serie de dificultades específicas del formato que concretamos a continuación.

El método tradicional para calcular los algoritmos se puede calificar como antinatural porque mientras nuestro cerebro tiende a operar de izquierda a derecha el método tradicional se basa en un cálculo direccional de derecha a izquierda (salvo en la división). Esta direccionalidad opuesta a la natural acaba obstaculizando el cálculo pensado.

Otro de los factores conflictivos en el cálculo tradicional es el hecho que el alumno no trabaje con números completos sino con cifras. Eso es debido a la mecánica del método la cual obliga a fragmentar los datos, como si fueran unidades y a combinarlos de dos en dos. Esta manera de proceder dificulta la comprensión de las matemáticas, al tiempo que vulnera otro de los principios del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas el de empleo de números completos. A continuación ilustramos con un ejemplo la forma de operar del método tradicional.

$\begin{array}{r} 528 \\ +\ 311 \\ \hline 839 \end{array}$	En el ejemplo que señalamos el alumno no suma 500 con 200 ni 20 con 10, el alumno solamente suma cifras emparejadas, el 8 con el 1, el 2 con el 1, y el 5 con el 3.

Con esta metodología se obtiene el resultado por apilamiento y ello comporta tres consecuencias:

1. El alumno no puede aplicar ninguna estrategia de cálculo mental (redondeo, compensación…) que le permitan atajar el proceso y aplicar su ingenio. Martínez (2010) señala como paradigmático las operaciones realizadas con el método tradicional con sumandos o sustraendos acabas en 99.

$\begin{array}{r} 399 \\ +\ 53 \\ \hline 452 \end{array}$	Esta operación tiene una sencilla solución mental. Pasamos una unidad del 53 al 399 con lo que lo redondeamos a 400 y tan solo queda añadirle 52. Si se intenta hacer la operación con el método tradicional, la rigidez del mismo nos hace perder la perspectiva de estar trabajando con unidades, decenas y centenas y la capacidad de aplicar la lógica para optimizar el proceso.

1. La colocación correcta de los términos con los que se opera se convierte en crucial. El alumno no está pensando en números sino en emparejar cifras que es en lo que se basa la metodología, ello le puede llevar a cometer errores a la hora de apilar las cifras.

399 - 53	Es bastante común que los alumnos te pregunten donde deben apilar los números, si hacia la derecha o hacia la izquierda. Esta pregunta se produce porque no están pensando que operan con números, solo están pendientes de recordar la estricta metodología que les exige apilar las cifras para poder operar con ellos.

3. El resultado de la operación también es fruto del apilamiento, si este no ha sido correcto, el resultado tampoco lo será pero lo peor es que muchos de los alumnos no se percatan de su error, y nos podemos encontrar resultados de restas que son superiores al minuendo.

399 - 53 869	Este resultado no significa que el alumno no sepa que cuando restamos a una cantidad le quitamos otra menor y el resultado debe ser menor que el minuendo. El alumno lo sabe pero su atención a la mecánica le impide ver su error.

De lo anunciado con anterioridad se desprende que con el método tradicional se trabaja con una única metodología que: impide el cálculo mental y que solo ejercita la memoria de significantes, que se presenta igual de inflexible para todos y que no permite tanteos ni errores imposibilitando que el alumno ejercite el autoaprendizaje y el autocontrol, dos de los principios básicos de la enseñanza-aprendizaje antes mencionados.

Autores como Lladó y Vázquez (2012) ya realizaron un análisis del método ABN, enumeraron los problemas que el método de cálculo tradicional provocaba y plantearon la siguiente pregunta "¿Y si los problemas que originaran las dificultades de aprendizaje no estuvieran residenciados en los alumnos, sino que fueran el efecto no deseado de una determinada metodología…que conlleva servidumbres y obstáculos no previstos?"(p.1). Si las matemáticas son un elemento clave en el desarrollo intelectual de los seres humanos, si tal y como señala el principio de la igualdad, todos estamos bien dotados para el aprendizaje de las matemáticas y somos capaces de desarrollar herramientas de cálculo para responder a las necesidades diarias sin haber sido enseñado para ello ¿cómo es posible que el desarrollo de tal competencia que se presupone innata sea tan dificultoso?

A continuación veremos cómo los comportamientos humanos reflejan la poca utilidad que este método de cálculo tradicional. Plunkett (1979) formuló esta pregunta ¿Cuánto tiempo hace que no ve a alguien resolviendo una división por dos cifras con lápiz y papel?. Esta pregunta la realizó en el momento que irrumpían las calculadoras en los hogares y quería demostrar que la sociedad había dejado de utilizar lápiz y papel en sus cálculos, para ello, realizó un estudio y el resultado confirmó sus sospechas. Los seres humanos somos prácticos y utilizamos aquellas vías que nos hacen economizar tiempo y esfuerzo. Si recurrimos a la calculadora es porque nuestra capacidad de cálculo no es equiparable a la de la máquina. Hemos podido ver a alumnos en su etapa postobligatoria buscar la calculadora para realizar operaciones de fácil resolución, aún cuando la calculadora no la tenían a mano han preferido buscarla a realizar la operación por ellos mismos.

Como señala Martínez (2010)

> La enseñanza de la matemática está urgida de renovación, de cambio de paradigma…No puede ser que la primera dificultad que tienen los alumnos con la matemática venga del método con que se la hace llegar…que algo que en sí no es especialmente difícil, se oscurezca y se dificulte su progresión por el sistema de enseñanza que se siga. (p. 31)

Nos encontramos que el método, en lugar de ser el instrumento que nos permita resolver los problemas con facilidad es el que lo dificulta, convirtiendo las matemáticas en una materia detestable para muchos.

1.5 EL MODELO ABN.

1.5.1 Principios del método ABN.

Canto (2013) nos explica los cuatro puntos básicos en los que se sustentan la metodología ABN. El primero es la comprensión, el alumno debe ser capaz de entender lo que hace y debe de ser capaz de ir subiendo a otros niveles de abstracción. El segundo principio es el trabajo con referentes, es decir, con algo próximo a su realidad y que pueda entender, objetos, caramelos… El tercer aspecto básico es la utilización de un formato de cálculo abierto en el que cada alumno tiene múltiples posibilidades para resolver el problema dependiendo del nivel de cada alumno. Finalmente ser fiel a los sistemas y métodos de cálculo.

La nueva metodología que se propone tiene un elemento clave, el uso de la línea y la tabla numérica (ver anexo figuras 1). Tal y como señala Canto (2013) es crucial que el aprendizaje matemático se base en este sistema y se trabaje bien, de lo contrario habrá problemas de aprendizaje del cálculo.

1.5.2 Precedentes

En la década de 1970 se desarrolló en Holanda un movimiento de renovación de la enseñanza-aprendizaje matemática como reacción al enfoque mecanicista que imperaba en el momento. Este movimiento, conocido como Educación Matemática Realista (EMR), fue impulsado por Freudenthal y se ha ido desarrollando hasta hoy a través del instituto que lleva su nombre. La EMR y los principios que ésta ha ido estableciendo, junto con las influencias de modelos constructivistas, sirven de base a Martínez (2011) para configurar la metodología ABN que aquí nos ocupa.

1.5.3 Experiencias con los algoritmos abiertos basados en números.

- Primeros Pasos.

Las primeras experiencias en el desarrollo del cálculo ABN se remontan al curso 2008-2009. Durante este curso dos grupos de primero de Primaria de dos colegios de Cádiz empezaron a desarrollar en sus aulas el cálculo ABN. Durante el curso 2009-2010 los mismos alumnos, ya en segundo curso, continuaron aprendiendo con la misma metodología. A estos dos grupos iniciales se unieron otros dos primeros, dos segundos, un tercero, un cuarto y un quinto procedentes, tanto de los colegios mencionados anteriormente, como de colegios de Puerto Real (Martínez, 2011).

Los alumnos de segundo de los colegios de Cádiz, que habían trabajado con la metodología ABN desde el comienzo de la escolarización, fueron sometidos a una evaluación externa a partir de la cual se han extraído conclusiones relevantes.

Las pruebas se aplicaron en la primera semana de junio de 2010 y en ellas se valoraba el cálculo mental, la resolución de operaciones y problemas, estos últimos explicados.

Como contraste, participaron voluntariamente cuatro grupos de segundo curso de Primaria de dos colegios privados concertados de la provincia de Cádiz, ambos de reconocido prestigio.

La prueba de evaluación constaba de dos partes, una primera en la que se realizaba una entrevista individual y una prueba colectiva en la que se encontraban todos los miembros del equipo evaluador junto con los maestros tutores de los grupos, no hubo restricción de tiempo.

De la prueba de evaluación citada, Martínez (2011) concluye que las diferencias entre los alumnos que han trabajado exclusivamente con el método ABN frente a los que lo han hecho con el método tradicional son muy claras, más si se considera toda una serie de condicionantes: la autolimitación de contenidos promovida por los tutores de los grupos CBC, la diferente extracción social de los participantes y el tiempo de ejecución de la prueba, superior en los alumnos CBC pero que no se tuvo en cuenta. En este caso las grandes diferencias sociales de los alumnos no tuvieron el peso decisorio que tienen en otras pruebas, y esto sirve para afirmar que una actuación docente adecuada con un método idóneo puede vencer las diferencias y obstáculos provocados por otros factores que no son estrictamente educativos.

- El asentamiento del método.

La información que se expone en este apartado y en el de perspectivas ha sido extraída del documento de La calesa (ed) (s.f.). Vamos a dar una relación de aquellas Comunidades Autónomas, municipios e incluso países en los que se está aplicando el método ABN.

Sabemos que la metodología empezó a implantarse en la provincia de Cádiz, desde allí se ha ido extendiendo. En el curso 2010-2011 se incorporaron al método las localidades de Rota, Chipiona y la Línea. En el curso 2010-11 centros de Jaén, Córdoba y Almería, es el momento en el que aparecen los primeros centros que aplican el método en Extremadura, Madrid, Castilla-León y Cantabria. En el curso 2011-2012 se da una generalización tanto en la provincia de Cádiz como por diversas autonomías: Valencia, Cataluña, Galicia, Asturias, Castilla-la Mancha, Canarias, Murcia y Aragón. Durante el curso 2012-2013 continúa la extensión, lo más relevante es que empieza a aplicarse el método en la etapa de Educación Infantil. En el curso actual se tienen las primeras de muestras de la aplicación del método en países como Argentina, Chile y Méjico.

- Las perspectivas de futuro del método ABN.

Durante el curso 2013-2014 el método se está aplicando en cuatro universidades españolas, dos en Chile y una en Méjico. Se está generalizando rápidamente por Andalucía, donde una acreditada cadena de centros proyecta la implantación del método en casi treinta centros andaluces. También se está extendiendo rápidamente por centros de Jaén, Córdoba y Sevilla. En Cádiz hay ciudades en las que todos sus centros ya trabajan con el método ABN. En esta iniciativa están participando tanto centros públicos, como privados y concertados los cuales han demandado formación al respecto. Se tiene constancia de la utilización del método tanto en Centros de Adultos, en prisiones como en institutos. La editorial La Calesa, encargada de elaborar y comercializar todos los recursos didácticos necesarios para llevar a cabo el método, ha estimado que más de 500 grupos, que comprendería entre los diez mil y los veinticinco mil alumnos, están trabajando ABN.

1.5.4 Ventajas del método ABN

Martínez (2010) hace una síntesis de lo que podrían ser las ventajas más relevantes del método ABN. La más general es que esta nueva metodología "supone un salto cualitativo en la cantidad y en la calidad de los logros matemáticos de los niños. Esto se concreta en que los niños aprenden más rápido y mejor" (p. 6). Martínez (2010) prevé que los alumnos de segundo curso que han adquirido el método desde el primer curso, llegarán al final del ciclo con una serie de mejoras y de conocimientos que se corresponderán a dos cursos superiores. Por otra parte los alumnos también experimentarán una mejora notable de la capacidad de estimación y de cálculo mental. [1] Como hemos señalado en los principios de esta metodología cada niño es capaz de realizar las operaciones según su capacidad, esto es posible gracias al carácter abierto de estos algoritmos, el cual permite que cada alumno lo resuelva según considere, porque ahora no hay un único camino que lleve a la solución, hay múltiples, la elección de uno u otro dependerá del alumno. La resolución de problemas también mejorará con la adquisición de la nueva metodología, porque los datos tendrán sentido. Otra mejora notable se da en los niveles de motivación de los alumnos. Con la nueva metodología el alumno deja atrás el círculo vicioso que le hacía aborrecer las matemáticas para entrar en lo que Martínez (2010) llama círculo virtuoso. El alumno empezará con el método ABN a apreciar las matemáticas porque las entenderá y ello le llevará a que le gusten y a que quiera practicarlas cada día más, el aumento de la práctica le llevará a que cada vez las haga mejor…

[1] Un ejemplo gráfico lo podemos ver en http: / / algoritmosabn.blogspot.com

1.6 ESTADO DE LA CUESTIÓN: EL INFORME PISA ROMPE LAS RESISTENCIAS AL CAMBIO.

Barba y Calvo (2011) en un documento que lleva por título *Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos* plantean hacer de la aritmética mental el eje que vertebre la enseñanza de la aritmética en una sociedad en la que los algoritmos han sido substituidos por las calculadoras, pero se encuentran que esta propuesta de cambio presenta fuertes resistencias. A continuación analizaremos dónde residen algunas de ellas.

Maier (1987) acuñó el término *supervivencia escolar* para definir los motivos que explican la continuidad de los algoritmos. Según este autor los alumnos deben conocer los algoritmos, no por su importancia matemática, sino porque les ayudan a tener éxito en sus estudios. Maier lo califica como destrezas para la supervivencia escolar. Martínez (2010) analiza las características de la escuela básica obligatoria de la que dice que "…ha estado recorrida por dos propósitos que a veces se contraponían y en raras ocasiones se complementaban. Uno era el sentido práctico, la preparación para la vida… y el otro, el sentido de la formación como valor en sí mismo…" (p. 27) Por ello, considera que la escuela se movía en dos dimensiones que persisten en la actualidad, una más existencialista y otra más esencialista.

El informe PISA marcó un giro metodológico menos existencialista en la manera de enseñar en las escuelas. Este informe fue puesto en marcha por la OCDE y trata de analizar las competencias, conocimientos y aptitudes consideradas relevantes para el bienestar personal, social y económico (Informe PISA, 2013). Para ello tratan de medir la capacidad de los alumnos de 15 años de edad para entender y resolver problemas de la vida real, es decir, las pruebas PISA requieren una aplicación práctica de los conocimientos adquiridos. Este nuevo enfoque aplicado a las matemáticas puede hacer posible que se pase de la teoría a la práctica, del cálculo memorístico a la resolución de situaciones prácticas. Como vemos el marco teórico que propicie un cambio de metodología ya está creado solo falta ponerlo en marcha.

La legislación vigente define la competencia básica matemática como:

> La habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. (Real Decreto 1513/2006, p.43059)

Para Martínez (2010) “las matemáticas son un poderoso lenguaje universal…principal herramienta para poder abstraer, generalizar y sintetizar” (p.4). Las matemáticas son consideradas el leguaje de la tecnología y la ciencia, y la herramienta que pone en marcha el razonamiento lógico y crítico que nos permite abordar nuevos retos y problemas. Por lo tanto, las matemáticas deben ser consideradas en sí una competencia básica para las materias tanto de ciencias como de letras o humanísticas. Sin un buen desarrollo de la competencia matemática, no es posible un óptimo desempeño de las mismas.

1.7 CONCLUSIONES.

Tras el análisis realizado en el marco teórico podemos concluir que el método de cálculo ABN se está desarrollando en algunos centros educativos como método alternativo al tradicional.

Tradicionalmente los algoritmos de las operaciones básicas se ciñen a una rígida mecánica establecida por la metodología CBC de la cual se derivan toda una serie de dificultades que lastran el aprendizaje de los alumnos e incluso dificultan la aplicación de estrategias de cálculo mental. Estas dificultades han sido denunciadas durante años por diferentes autores pero a pesar de las críticas, el método de cálculo CBC se ha mantenido como el predominante hasta hoy.

A lo largo de la última década se ha ido configurando la metodología ABN, una nueva forma de realizar algoritmos que no presenta las dificultades de la tradicional y que además mejora notablemente la capacidad de cálculo de los alumnos al tiempo que aumenta considerablemente su motivación.

Los resultados satisfactorios que se derivan de su aplicación y la rapidez con la que se está implantando en diferentes centros del Estado nos llevan a considerar el método ABN como una posible propuesta de futuro.

CAPÍTULO 2. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.

2.1 INTRODUCCIÓN.

La propuesta de intervención que a continuación desarrollaremos está diseñada para el primer curso de Ciclo Inicial de Primaria. Como hemos visto en las experiencias desarrolladas en diferentes CEIPs del estado español, la metodología se puede implantar en cualquier curso de la etapa de Primaria, pero en nuestro caso trabajaremos en un contexto teórico en el que los alumnos ya fueron introducidos en la numeración y el cálculo en la etapa de Infantil siguiendo los patrones ABN.

2.2 OBJETIVOS DE LA PROPUESTA

- **Objetivo general:**

Analizar y evaluar los efectos que produce en el alumnado de primer curso de educación Primaria la enseñanza de los algoritmos de las operaciones básicas a través del método ABN.

- **Objetivos específicos:**

- Aumentar la motivación de los alumnados en el aprendizaje de las matemáticas.
- Mejorar la competencia matemática de los alumnos de primero de Primaria.

2.3 METODOLOGÍA DE TRABAJO.

Tal y como señala la normativa legal vigente, Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, el sentido de esta área será eminentemente experiencial y los contenidos tomarán como referencia aquello que es familiar para el alumno. La metodología de trabajo será activa y partirá del planteamiento de problemas próximos a la realidad cotidiana del alumno. Los alumnos adquirirán los aprendizajes a través de actividades en gran grupo, pequeño cooperativo e individuales. Los discentes utilizarán durante su proceso de aprendizaje todo tipo materiales manipulativos como pueden ser los palillos, también contarán con apoyos como la recta numérica y la tabla del 100. Las actividades que plantearemos a los alumnos estarán graduadas según su dificultad, asegurándonos que sean estimulantes y acordes a su nivel de desarrollo. Por los mismos criterios señalados anteriormente, las diferentes categorías semánticas de la suma y la resta se irán introduciendo secuenciadamente. Los alumnos trabajarán con la pizarra digital, hecho que les familiarizará con las nuevas tecnologías.

2.4 SECUENCIA DE CONTENIDOS.

La adhesión progresiva de centros educativos al método ABN ha llevado a diferentes profesionales a pedir una guía que refleje la distribución de contenidos a lo largo de la etapa de Primaria. De la Rosa (2013) facilita una relación de contenidos pero nos advierte que, dada la evolución diferenciada del alumno y las diversas situaciones en las que estos han sido introducidos en el método ABN, esta relación de contenidos es orientativa.

La casuística en la introducción del método ABN es variada. Encontramos una minoría de grupos llamados ABN puros porque tan solo han trabajado con el método ABN. Actualmente lo más común son los grupos que durante algunos años han trabajado con el método tradicional y se han introducido con posterioridad en el ABN. De la Rosa (2013) considera que esto puede condicionar la rapidez en la adquisición de los aprendizajes de unos respecto a otros, y por ello, remarca que la secuenciación de contenidos, que seguidamente expondremos, estará condicionada por las características del grupo. De la Rosa (2013) también nos advierte que el algoritmo ABN no infravalora las capacidades de aprendizaje de los alumnos y que por ello no pone límites máximos al aprendizaje. Realizadas las oportunas matizaciones pasamos a referenciar aquellos contenidos que se recomienda que se aborden durante el primer curso de Primaria.

Tabla 1. Secuenciación de contenidos matemáticos en el primer curso de Primaria.

PROGRESIÓN	EJEMPLO	MODO
Numeración hasta el 100.		
Combinaciones hasta el 10 (tabla del 10)	Desde 0+0 hasta 10+1	M / CM
Tabla de sumar inversa	10-3	M / CM
Sumas de tres dígitos: - Rebasando la decena en la última combinación. -Rebasando la decena en la primera combinación pero no en la última. -Rebasando la decena en las dos combinaciones.	 3+4+6 2+8+1 5+8+9	
Sumas de decenas completas. Extensión de la tabla de sumar.	20+30	
Decenas completas más decenas incompletas	30+25	
Decenas incompletas más dígito	38+5	
Decenas incompletas más decenas incompletas sin	43+36	

sobrepasar la centena		
- 3 decenas completas sin sobrepasar la centena	20+40+30	
- 2 decenas incompletas y unidades en distintas posiciones, sin sobrepasar el 100	24+31+8	
- 3 decenas incompletas sin sobrepasar la decena en las unidades y la centena en la solución	24+32+41	M/ ABN/ CM
Decenas incompletas mas decenas incompletas sobrepasando la centena.	53+78	
Resta de decenas completas	60-30	
Resta de decenas incompletas menos decenas completas	78-50	
Resta de decenas completas menos unidades. Especial atención a los complementarios del 10	30-8	
Resta de decenas incompletas menos decenas incompletas.		
- Distancia de decenas	68-38	
- Distancia de decenas y unidades	68-33	
Centenas incompletas mas unidades	357+4	
Multiplicación por dos (hallar el doble)	Doble de 8	
División por dos (hallar la mitad)	Mitad de 8 Mitad de 16	
Extraída de De la Rosa, 2013, pp.6-7		

Modo: Evolución del cálculo. **M** manipulativo (palillos)/ **ABN** en la cuadrícula/ **CM** Cálculo Mental.

En la tabla nos hemos limitado a referenciar aquellos contenidos catalogados exclusivamente de primer curso. En los anexos se puede consultar otra tabla con aquellos contenidos que, dependiendo del nivel de aprendizaje de los alumnos, pueden introducirse tanto en primer como en segundo curso (ver anexos tabla 1).

Antes de iniciarnos en el cálculo es necesario trabajar previamente la numeración. A continuación señalaremos una serie de actividades que permitirán que los alumnos se introduzcan en la misma con éxito.

2.5 RECURSOS Y ACTIVIDADES.

Los recursos que encontramos para trabajar con el método ABN son múltiples y variados, van desde el lápiz y papel tradicional, hasta materiales específicamente elaborados para trabajar esta metodología. A continuación exponemos los materiales, recursos y actividades previstos para trabajar cada uno de los contenidos.

2.5.1 La numeración.

Los alumnos para los que planteamos nuestra propuesta de intervención son alumnos que en el último curso de Educación Infantil ya fueron introducidos en la numeración con diferentes materiales del tipo palillos, canicas o tapones, no por ello dejaremos de trabajar con estos materiales pero empezaremos a introducir actividades con la recta numérica y la tabla del 100 (ver anexo figura 1).

<u>Ejercicios individuales con la tabla del 100</u>

Los alumnos deberán aprender los nombres de las decenas y sus familias. Para ello proponemos tareas de contar:

- hacia atrás y hacia delante en series de 2, 5 o de 10.
- todos los de la familia de una decena hasta llegar a la siguiente. Con esta actividad el alumno se va habituando a la nueva unidad.

Los alumnos deben encontrar el número que se le demanda y situar en esa casilla un marcador que puede ser un muñeco, un trozo de cartulina con velcro o similar. Este ejercicio conlleva dos tareas previas. En primer lugar la identificación de las filas por parte del alumno, los alumnos localizarán cada fila con su decena. Seguidamente deben aprender a desplazarse por las filas, sabiendo que si subo por la fila estoy disminuyendo y que si bajo estoy aumentando. Una vez el alumno ya identifica las filas empezamos a trabajar con las columnas. Proponemos que el alumno localice las columnas del 0, del 10 y del 5 que son las extremas y la central, seguidamente debe localizar las columnas intermedias entre el 1 y el 5 y entre el 5 y el 10. Al finalizar estos ejercicios el niño debe de ser capaz de localizar cualquier número dentro de la tabla.

<u>Ejercicios de composición y descomposición con la técnica de la casita (ver anexo figura 2)</u>. Este aspecto se trabajará a través de tareas que impliquen la búsqueda de la unidad perdida.

Iniciación en las operaciones a partir de la numeración y los símbolos.

En el momento en que el alumno ya ha trabajado y asimilado la recta numérica, la tabla y los palillos, pasamos a realizar tareas basadas en símbolos. Dependiendo del profesor, los símbolos elegidos pueden variar, en el caso que nos ocupa los rectángulos representan las decenas y los palos a las unidades.

73	□□□ □ IIII	¿?

En esta tarea estamos representando una suma. El alumno debe averiguar que número resulta de sumar a 73 la cantidad representada por los símbolos.

Podemos trabajar las sumas y todos los tipos de resta (detracción, escalera ascendente, descendente y la comparación).

Números decimales y dinero

Los alumnos desde primer curso trabajarán estas dos dimensiones. Para ello utilizarán material hecho con cartulina o proporcionado por alguna editorial.

Un modelo de actividad propuesto por Canto (2013) para trabajar estos dos aspectos consiste en: seleccionar productos con precios bajos de un folleto publicitario de un supermercado. Los alumnos recortan el producto que está marcado con el precio. El alumno pega el producto en el cuaderno y representa su precio en la mesa con el material moneda que tenemos, a continuación, el alumno dibuja en su cuaderno las monedas que representan el precio del producto. A continuación ya podemos trabajar problemas de suma en los que el alumno debe juntar dos productos y por tanto dos precios, los cuales deberá representar.

2.5.2 La suma

2.5.2.1 Etapas en el aprendizaje de la suma, materiales y actividades.

En la primera etapa las combinaciones de dígitos con las que el alumno trabaja no superan el cinco y los alumnos las resuelven representando cada sumando con los dedos de cada mano, así, para saber el resultado de la suma el niño solo debe contar los dedos extendidos. Esta etapa suele superarse con rapidez.

La segunda etapa comprende las combinaciones de dígitos mayores y menores de cinco, es decir, el niño debe resolver sumas en las que un sumando es superior a cinco y el otro inferior. En este caso el alumno intenta retener en su cabeza el sumando mayor mientras extiende tantos dedos como indica el sumando menor, seguidamente los cuenta partiendo del sumando mayor memorizado. Por ejemplo, si los sumando son 7 y 4, el alumno retiene el 7 en su cabeza, seguidamente extiende cuatro dedos de una de sus manos y finalmente cuenta los dedos de su mano partiendo del 7. Esta segunda etapa suele ser superada rápidamente.

La tercera etapa comprende las combinaciones de dígitos mayores a cinco. En un primer momento necesitamos dos niños para poder realizar la operación. Cada niño representa un sumando, es decir, en el caso de 8 + 7, el niño A representaría el 8 con todos los dedos de una mano y tres de otra, mientras que el niño B representaría el 7 con una mano y dos dedos de la otra. Se les hace entender a los niños que las manos enteras no hace falta contarlas porque ya sabemos que suman 10 y que tan solo deben contar los que quedan partiendo del 10. Entendido y automatizado el proceso ya se puede prescindir de uno de los niños y cada sumando mayor a cinco se representará solamente con una mano, así el 8 serán tres dedos extendidos, el 9 cuatro… y el niño contará a partir de 10 los dedos extendidos. Por ejemplo si debe sumar 9 + 6, el niño representará el 9 con cuatro dedos extendidos en una mano y el 6 con uno en la otra y seguidamente los sumará partiendo de 10, 10 más cuatro y más uno da un resultado de 15. Este proceso, al igual que los anteriores, no presenta mayor dificultad, y al haber sido un proceso gradual no crea inseguridades en el niño.

Después de trabajar con los dedos pasamos a introducir la actividad sobre la tabla de sumar (ver anexo figura 3), esta actividad nos facilitará la construcción del algoritmo de la suma. A los alumnos se les entrega una tabla vacía que deberán ir elaborando y memorizando progresivamente y por familias. Cada vez que estudiamos una familia también incidimos sobre la propiedad conmutativa de la suma. Empezaremos por el cero y veremos y analizaremos las 21 posibles combinaciones, a continuación seguiremos con el uno, pondremos el número mayor en primer lugar y les haremos ver a nuestros alumnos que el resultado es el número siguiente al número puesto en primer lugar. Con estos tres números la mitad de la tabla ya está completa. A continuación seguimos con el 9 que es lo mismo que sumar 10 y restar 1, en este caso el 10 también debe ser el primer sumando. La siguiente familia es la del dos, esta combinación es sencilla porque los alumnos ya aprendieron en el último curso de infantil a contar salteado. A continuación continuamos con los dobles, de los que tan solo faltan 6 combinaciones, y los vecinos de los dobles que tienen un truco, son parejas que se diferencian en 1 unidad y tan solo deben buscar el mayor de los dos y quitarle 1 (5+ 4). Seguidamente pasamos a los que se conocen como número misterioso, ocho combinaciones en las que los sumandos guardan una diferencia de dos unidades entre ellos (6 + 4), el truco en este caso es pensar en el doble del número que no aparece entre medias. Ya quedan pocas casillas por rellenar y pasamos a los complementos del diez del que solo quedan dos combinaciones para completar la familia, y finalmente y para acabar la tabla tan solo quedan 5 combinaciones (8+3, 8+4, 8+5, 7+4 y 6+3), diez teniendo en cuenta la propiedad conmutativa, que requieren de memorización porque el truco en este caso no es tan sencillo como en los anteriores.

2.5.2.2 Las acciones complementarias a la suma: dobles, mitades y complementos de 10.

En el momento en que introducimos a los alumnos en la metodología de la suma, debemos simultáneamente enseñarles primero los dobles y, una vez consolidado este concepto, las mitades, y los complementos a diez. Tanto los dobles como las mitades con conceptos que los alumnos adquieren y resuelven con gran facilidad y rapidez, con ello nuestros alumnos hacen la primera aproximación al producto y a la división.

Los complementarios de 10 o amigos del 10 son aquellos números cuya suma o resta dan como resultado 10. De la Rosa (2013) resalta la importancia que tiene que los niños dominen la suma de los números que dan como resultado diez, porque el aprendizaje memorístico de estas operaciones les permitirá detectar en cualquier operación de otros números la posibilidad de formar una nueva decena, con ello el alumno será capaz de realizar un cálculo mental más rápido y por ello más eficaz. Canto(2013) recomienda trabajar todas las posibles combinaciones en sus tres posibles tareas: las sumas de los complementarios a 10, dado un número menor de 10 decir lo que falta para llegar a éste también dado el 10 y quitado un número pequeño decir lo que número queda. Para realizar estas operaciones el alumno tiene el mejor instrumento a su alcance, sus propios dedos. De la Rosa (2013) recomienda empezar a trabajar los amigos del 10 con materiales manipulativos como palillos de dientes o sartas. Hay algunas experiencias con juegos de lanzamientos en los que el alumno debe hacer parejas de complementarios (ver anexo figuras 4) para este juego disponemos de una ficha de anotación de los puntos en los que una vez finalizadas las partidas los niños pueden formar parejas con aquellas tiradas que en principio no las formaban (ver anexo figura 5). El mismo fin se persigue con un ejercicio con pinzas numeradas del 1 al 10 y palillos preparados con el resultado 10. El niño debe buscar que pareja puede formar para que de cómo resultado 10 (ver anexo figura 6)

También disponemos de materiales impresos para trabajar los complementarios del 10 (ver anexo figura 7). Con otros materiales de elaboración propia podemos trabajar las agrupaciones, partiendo de una percha con diez pinzas, diferenciadas en dos colores, el niño busca todos los posibles complementos del diez. El mismo tipo de actividad se puede realizar con una mano de goma Eva y velcro (ver anexo figura 7).

2.5.2.3 Iniciación al algoritmo de la suma con el método ABN en el primer curso de Primaria: la rejilla.

En el momento en que el alumno ya haya adquirido agilidad mental en la suma y resta de cantidades pequeñas y decenas, se recomienda pasar a realizar cálculo mental práctico.

Debemos recordar que los algoritmos siempre se trabajarán dentro del contexto de un problema, nunca de manera aislada y descontextualizada. Con el método ABN operaremos mediante la transferencia, de unidades, decenas, centenas…, de un sumando a otro hasta que aquel del cual transferimos quede a cero. Por ejemplo, si vamos a sumar 11 + 14 = tenemos varias posibilidades para resolver este algoritmo. Si atendemos a las unidades lo primero que haremos será transferir una unidad del 11 al 14, con lo que la suma me quedará 10 + 15. Como el alumno es ágil con el cálculo de las decenas porque lo ha trabajado previamente con los amigos del 10 y la tabla de sumar, transferirá la decena al 15, sin mayor dificultad, obteniendo como resultado 25. Por lo tanto 11 + 14 = 25.

Según Martínez (2010) el algoritmo de adición ABN tan solo presenta un formato porque los problemas que resuelve este tipo de operación solo admiten un tipo de manipulación, la agregación de uno de los sumandos al otro. El procedimiento en esta metodología se expresa mediante una tabla o rejilla de cómo mínimo tres columnas. En la parte superior de la tabla se enuncia la operación que se va a desarrollar en la parte inferior donde se trazan tres columnas. La columna de la izquierda corresponde a la cantidad que se agrega, la columna del medio a la cantidad que queda del sumando que se agrega, y la columna de la derecha representa lo que resulta de la agregación. El hecho que el algoritmo ABN tenga un carácter abierto permite que el alumno lo resuelva como considere oportuno. A continuación os presentamos la resolución de un problema.

Carmen tiene 11 euros y su abuela le ha regalado 14 más por su cumpleaños ¿cuántos tiene ahora?

11 + 14		
AGREGO	**QUEDA**	**RESULTA**
1	10	15
10	0	25

La tabla se irá simplificando a medida que los alumnos vayan cogiendo soltura con la metodología. En el formato evolucionado ya no aparece la cabecera de las columnas, tampoco el número de filas. Poco a poco los alumnos serán capaces de preveer el número de filas según el número de veces en que resolverán la operación. Pasados los primeros aprendizajes el formato de tabla que os mostramos a continuación será el más común.

11 + 14		
1	10	15
10	0	25

Con este nuevo formato se ve claramente que el cambio de metodología comporta una nueva manera de concebir los algoritmos. Ahora ya no se trabaja con números sino con cifras y ello supone que el alumno debe de ser capaz de extender el conocimiento adquirido con las unidades, trabajadas mediante la tabla de sumar, a las decenas y a las centenas. El niño es capaz de sumar 2 + 7 y ello le debe de capacitar para operar también con la misma lógica con las decenas 20 + 70 o con las centenas 200 + 700. Martínez (2010) considera que este proceso de extensión es relativamente sencillo para el niño y que lo puede realizar en poco tiempo.

2.5.3 La resta

En el primer curso de Primaria el alumno es introducido en el concepto de la resta, este tipo de operación le resulta especialmente difícil de entender por la existencia de cuatro tipos distintitos de situaciones la cuales se resuelven con la misma operación. Estas situaciones son: la detracción, la escalera descendente, la escalera ascendente y la comparación. Las tres primeras son situaciones en las que se produce una transformación de las cantidades con la resolución del problema, en el caso de la cuarta categoría, al final del problema las cantidades no cambian. Vamos a conocer las características de cada situación y como el alumno las soluciona siguiendo el método ABN.

- En el caso de la detracción la problemática parte de una cantidad A a la que se le quita una cantidad B, el objetivo es averiguar lo que nos queda.

<table>
<tr><td colspan="3">DETRACCIÓN
A - B = X</td><td>Ejemplo: María tiene una caja con 35 colores de los que le ha prestado a Juan 13 ¿Cuántos colores le quedan a María?</td></tr>
<tr><td colspan="3">35 - 13</td><td rowspan="3">En este caso el alumno representará en la columna de la izquierda de la tabla las cantidades que él libremente decide ir cogiendo del sustraendo. La segunda y la tercera columna reflejarán las cantidades que quedan tanto en el minuendo como en el sustraendo.</td></tr>
<tr><td>QUITO</td><td>QUEDAN POR QUITAR</td><td>RESTAN</td></tr>
<tr><td>10
3</td><td>3
0</td><td>25
22</td></tr>
</table>

- La escalera ascendente: se parte de una cantidad A a la que hay que añadirle una cantidad B que desconocemos y que debemos averiguar para llegar a una cantidad C que conocemos, es decir, debemos determinar la diferencia entre dos cantidades. Este formato tiene dos tipos de problemas, aquellos en los que se añade una cantidad que debemos descubrir cual es y aquellos problemas en los que tengo que llegar a una cantidad dada. A continuación vemos un ejemplo.

<table>
<tr><th colspan="3">E. ASCENDENTE

A + X = C</th></tr>
<tr><td colspan="2">LLEGAR A 12</td><td rowspan="2">Ejemplo. Juan tenía 6 huevos en su casa, su madre ha regresado de comprar y ahora tiene 12 ¿Cuántos huevos ha comprado la madre de Juan?</td></tr>
<tr><td>AÑADO</td><td>LLEGO A 6</td></tr>
<tr><td>2
2
2</td><td>8
10
12</td><td rowspan="2">Para resolver un problema de escalera descendente sólo utilizamos una tabla de dos columnas. A la izquierda ponemos la cantidad que vamos añadiendo y a la derecha las sumas parciales que resultan de añadir al sustraendo las cantidades que los alumnos ponen en la primera columna hasta que se alcanza la cifra del minuendo, momento en que sumaremos las cantidades de la primera columna que será el resultado.</td></tr>
<tr><td>6</td><td></td></tr>
</table>

Las cantidades que se cogen las elije el alumno. Dependiendo de su habilidad en el método realizará la operación con más o menos pasos. El formato de la tabla dependerá de las necesidades de quien opera pero el procedimiento será el descrito anteriormente.

Una de las ventajas del método ABN aplicado a la resta es que se acaba el concepto de restas con llevadas. Con el método ABN no existen sumas y restas con llevadas, solo hay sumas y restas. El alumno llegado a este punto ha trabajado la numeración y la suma con el método ABN, por ello ahora tratará de encontrar mentalmente las combinaciones posibles para realizar decenas, centenas,… por ello nunca tendrá llevadas.

- La escalera descendente: en este tipo de problema partimos de una cantidad A a la que hay que quitar una cantidad desconocida para llegar a otra menor C que sí conocemos. Los problemas de escalera descendiente pueden ser de cambio, de comparación y de igualación.

<table>
<tr><th colspan="3">E. DESCENDENTE

A - X = C</th></tr>
<tr><td colspan="2">22-11
BAJAR A 11</td><td rowspan="3">Ejemplo1. Juan tenía 22 canicas y después de jugar con Carlos le quedan 11. ¿Cuántas canicas ha perdido?</td></tr>
<tr><td>LE QUITO A</td><td>22</td></tr>
<tr><td>1
10</td><td>21
11</td></tr>
<tr><td>11</td><td></td><td>Para resolver un problema de escalera descendente sólo utilizamos una tabla de dos columnas. En la cabecera ponemos la cantidad a la que debemos llegar. A la izquierda ponemos la cantidad que vamos quitando al minuendo y a la derecha las restas parciales que resultan de quitar al minuendo las cantidades que los alumnos ponen en la primera columna hasta que se alcanza la cifra del sustraendo, momento en que sumaremos las cantidades de la primera columna que será el resultado.</td></tr>
</table>

- Comparación: en esta tipología el objetivo es buscar la diferencia entre una cantidad mayor y otra menor.

<table>
<tr><th colspan="4">COMPARACIÓN

A - B = C</th></tr>
<tr><td colspan="3">150 - 78</td><td rowspan="3">Ejemplo. Pepe tiene 150 euros y María 78, ¿Cuántos euros tiene más Pepe que María?</td></tr>
<tr><td>RETIRO</td><td>CANTIDAD1</td><td>CANTIDAD2</td></tr>
<tr><td>50</td><td>100</td><td>28</td></tr>
<tr><td>20</td><td>80</td><td>8</td><td rowspan="3">Para resolver un problema de comparación utilizamos una tabla de tres columnas. En la cabecera representamos la operación.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>75</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>72</td><td>0</td></tr>
</table>

	En la columna de la izquierda ponemos la cantidad que vamos quitando a las otras dos, en la columna central y derecha indicaremos las cantidades del minuendo y del sustraendo y debajo de éstas pondremos las cantidades resultantes de quitarles la cantidad de la columna de la izquierda.

Canto (2013) nos advierte que el aprendizaje del proceso de comparación precisa del aprendizaje del lenguaje de sus problemas, con ello los alumnos serán capaces de realizar transformaciones en las oraciones relacionales. Seguidamente exponemos una muestra del lenguaje de comparación que debemos enseñar a nuestros alumnos:

- Yo tengo 9 euros y tengo 4 euros más que Luís.
- Tengo 9 euros y Luís tiene 4 euros menos que yo.
- Rosa tiene 5 euros y 4 euros menos que yo.
- Rosa tiene 5 euros y yo 4 euros más que ella.

Para los problemas de comparación recomienda la utilización de un material manipulable y alineado que ayude al alumno a comprender el concepto de comparación. En las figura 9 de los anexos podemos ver un ejemplo realizado para tal fin. Este material está compuesto por dos cuerdas, en las que se han ensartado tapones de tetrabrik o botella. Cada diez tapones blancos se inserta un tapón de color, con ello se facilita la tarea de contar.

2.5.4 Resolución de problemas: sumas y restas.

Nuestra propuesta de intervención está diseñada para llevarla a cabo en el primer curso de Ciclo Inicial por ello en el siguiente apartado tan solo nos centraremos en analizar los problemas de una operación.

Para que el alumno desarrolle el razonamiento y la lógica matemática es necesario que en su proceso de aprendizaje se siga una secuencia. Martínez (2011) muestra una categorización y secuenciación que debemos seguir en la introducción de las operaciones en los problemas. Esta secuenciación está realizada entorno a cuatro categorías básicas de problemas: los de cambio, los de combinación, los de comparación y los de igualación.

A continuación iremos definiendo y ejemplificando cada una de estas categorías (Bermejo, 2014).

- Categoría de Cambio (CA): en este tipo de problemas partimos de una cantidad inicial la cual será modificada, quitándole (sustracción) o añadiéndole (adición), otra cantidad de la misma naturaleza. El lugar en el que se sitúe la incógnita determinará el tipo de problema, así como la dificultad de su solución. Dentro de la categoría de cambio diferenciamos 6 tipos de problemas, pero como hemos señalado anteriormente, solo haremos referencia a aquellos que se puedan abordan en el primer curso de Ciclo Inicial.

Tabla 1. Clasificación de problemas de cambio de primer curso de Primaria.

TIPO DE PROBLEMAS	**EJEMPLOS**
CAMBIO 1 (CA1) Problema de sumar. Se conoce la cantidad inicial, se la hace creer y se pregunta por la cantidad final.	*"Antonio tenía en su hucha ocho euros. Después de su comunión, metió otros doce euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?*
CAMBIO 2 (CA2) Problema de restar: se parte de una cantidad inicial a la que se la hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final.	"*Antonio tenía en su hucha ocho euros. En su cumpleaños se ha gastado cinco euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora en la hucha?"*
	Extraída de Canto, 2012, pp. 29

- Categoría de Combinación (CO): en este tipo de problemas partimos de dos conjuntos o cantidades que el solucionador del problema une mental o físicamente para hallar el resultado. En este tipo de problemas se puede preguntar tanto por la cantidad total resultado de la unión de las dos partes, o por la cantidad de una de las partes conociendo la cantidad de la otra y el resultado total. Este es el ejemplo más claro de que dos partes forman un todo y que el todo se puede descomponer en las partes que lo conforman. En el primer curso de Primaria tan solo se realizarán problemas de combinación de tipo 1 (CO1) reservando los de tipo 2 (CO2) para introducirlos en segundo curso.

Tabla 2. Clasificación de problemas de combinación de primer curso de Primaria.

TIPO DE PROBLEMAS	EJEMPLOS
COMBINACIÓN 1 (CO1). Problema de sumar en el que se conocen las dos partes y se pregunta por el todo.	*"Luisa tiene doce bombones rellenos y cinco normales. ¿Cuántos bombones tiene Luisa en total?*
	Extraída de Canto, 2012, pp. 30

- Categoría de Comparación (CM): en estos problemas se comparan dos cantidades. De las dos cantidades una es la comparada y la otra es el referente. La incógnita puede situarse en la diferencia entre las dos cantidades comparadas, en el conjunto referente o en el conjunto de comparación. La comparación puede ser de aumento, si se formula con "más que", y de disminución si se formula con "menos que", de aquí surgirán seis tipologías de problemas. En el primer curso de Ciclo Inicial Canto (2013) tan solo recomienda introducir los problemas de Comparación de tipo 2 (CM2).

Tabla 3. Clasificación de problemas de comparación de primer curso de Primaria.

TIPO DE PROBLEMAS	EJEMPLOS
COMPARACIÓN 2 (CM2). Problema de restar en el que se conocen las dos cantidades y se busca la diferencia en el sentido del que tiene menos.	*"Marcos tiene treinta y siete euros. Raquel tiene doce euros. ¿Cuántos euros tiene Raquel menos que Marcos?*
	Extraída de Canto, 2012, pp. 31

Aunque en el curso que nos ocupa no se recomienda realizar problemas de igualación haremos una breve caracterización de los mismos.

- Categoría de Igualación (IG): en este tipo de problemas se presentan dos cantidades diferentes y una de ellas sufre un cambio de aumento o disminución hasta hacerla igual a la otra. De las dos cantidades una es la que se iguala y la otra el referente. La transformación que se da en una de las cantidades en la igualación. Los problemas de este tipo se recomienda introducirlos a partir de segundo Ciclo.

Por lo tanto la secuenciación de problemas de sumas y restas para primer curso de Primaria quedaría así: CA1, CA2, CO2, CM2. Esto no quiere decir que debamos limitarnos a tratar únicamente estas tipologías de problemas, pensemos que esta secuenciación solamente es una referencia de por dónde podemos empezar a trabajar con nuestros alumnos, la progresión dependerá de ellos.

2.5.6 Iniciación al producto.

Canto (2013) recomienda iniciar a los alumnos en el aprendizaje del producto ya desde primer curso de Educación Primaria. Para ello ya hablamos de trabajar los dobles y mitades al mismo tiempo que las suma. También se recomienda realizar series de cinco, empezando desde números pequeños. Cuando los alumnos ya estén acostumbrados a trabajar las series del 5 podremos plantear problemas orales del tipo:

“Si tenemos 20 gomas, ¿cuántas manos serían?, de este modo trabajamos tanto la tabla del 5 en la multiplicación como en la división.”

A final de curso se puede empezar a introducir los modelos para la distinción de producto y suma, intentando que los alumnos entiendan la similitud entre sumas y multiplicaciones. Es recomendable utilizar modelos de productos que facilitarán que los alumnos entiendan su utilidad (ver anexo figura 10).

2.6 INFORMACIÓN A LOS PADRES

Una de las dificultades con las que nos podemos encontrar a la hora de implantar este método, es no contar con el apoyo de los padres y madres de nuestros alumnos.

Debemos tener presente que éste es un método desconocido para ellos y tal vez esto les impida o dificulte la tarea de ayudar a sus hijos en el aprendizaje del mismo. Este desconocimiento del método puede provocar en un primer momento rechazo por parte de algunos padres, postura que tiende a variar a medida que van observando los progresos de sus hijos.

De la Rosa (2012) recomienda realizar sesiones informativas y formativas con el fin de explicar a los padres en que consiste el nuevo método y solicitar su colaboración.

2.7 EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA

Para evaluar la evolución de los alumnos en la adquisición de la metodología ABN nos basaremos en el seguimiento de los cuadernos de actividades de los alumnos. En base a estos cuadernos realizaremos unas tablas en las que registraremos si el alumno ha alcanzado el aprendizaje. A continuación mostramos un ejemplo de tabla elaborada para la evaluación del primer concepto que se abordará, las decenas.

CONCEPTO	**LAS DECENAS**				FECHA:
ALUMNO:					
- El alumno es capaz de:		SI	NO	Con dificultades	OBSERVACIONES
	Reconocer los elementos que conforman una decena				
	Extraer una decena de un conjunto				
	Convertir decenas en unidades				

2.8 CONCLUSIÓN.

En este segundo capítulo hemos realizado una propuesta de intervención a través de la cual pretendíamos alcanzar una serie de objetivos educativos. El objetivo general que perseguíamos era: conocer, analizar y evaluar los efectos que produce en el alumnado de primer curso de educación Primaria la enseñanza de los algoritmos de las operaciones básicas a través del método ABN. Para ello hemos realizado una propuesta de intervención en la que hemos especificado la secuencia de contenidos, recursos didácticos, metodología y actividades que consideramos necesarias para aplicar la metodología. Con este trabajo de planificación, hemos podido conocer y analizar la metodología ABN, cubriendo así parte del objetivo que nos planteábamos. La imposibilidad de poner en práctica la propuesta de intervención no nos ha permitido alcanzar el objetivo en su totalidad ya que para evaluar los efectos que produce en el alumnado la aplicación de la metodología es necesario aplicarla. Por lo tanto, debemos concluir que el objetivo general se ha alcanzado parcialmente, la plena consecución del mismo queda condicionada a la ejecución de la propuesta.

Los objetivos específicos planteados eran: aumentar la motivación de los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas y mejorar la competencia matemática de los alumnos de primero de Primaria. La metodología ABN es una metodología muy lógica, que trabaja con referentes y símbolos y que plantea actividades muy manipulativas, todo ello queda claramente reflejado en el apartado 2.5 de recursos y actividades. Consideramos que las propias características del método y los recursos y actividades que planteamos son los condicionantes que harán posible la consecución de estos dos objetivos específicos pero al igual que con el objetivo general su plena consecución quedará condicionada a la puesta en práctica de la misma.

Podemos decir que con el diseño de esta propuesta hemos dibujado el camino a seguir para conseguir los objetivos planteados pero que hasta que no se lleve a la práctica no podremos decir si se han alcanzado plenamente.

CAPÍTULO 3. CONCLUSIONES, DISCUSIÓN, LIMITACIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

3.1 INTRODUCCIÓN.

Con este capítulo daremos por finalizado el presente TFG exponiendo las conclusiones más relevantes, las limitaciones surgidas durante el proceso de investigación así como las futuras líneas de investigación.

En primer lugar nos detendremos a recordar cuales eran los objetivos que se planteaban al inicio del trabajo y analizaremos en qué medida esos objetivos han sido alcanzados. En el siguiente apartado realizaremos una reflexión a cerca de las limitaciones que en cierta manera han condicionado su elaboración y cerraremos el capítulo proponiendo diversas líneas de investigación que en un futuro pueden ampliar y profundizar en la temática aquí abordada.

3.2 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

El objetivo principal de este TFG era hacer una propuesta que guíe el proceso de aplicación y desarrollo de la metodología de cálculo ABN en el primer curso de Educación Primaria. Así mismo también se plantearon dos objetivos específicos, el primero de ellos, describir las dificultades que presenta el método tradicional de enseñanza de los algoritmos y el segundo objetivo específico, conocer qué es el método ABN a partir de la bibliografía y las experiencias que se han llevado a cabo.

3.2.1 Discusión y conclusiones de los objetivos del TFG .

Para conseguir el objetivo general planteado en el presente TFG elaboramos una propuesta de intervención para el primer curso de Primaria la cual se desarrolla a lo largo del capítulo II del presente trabajo.

La propuesta de intervención estuvo precedida de un estudio teórico de las dificultades que presenta la metodología CBC. El estudio teórico se basó en el análisis de una selección bibliografía al respecto, tanto impresa como digital. A través de este estudio teórico alcanzáramos el primero de los objetivos específicos planteados en el presente TFG: describir las dificultades que presenta el método tradicional de enseñanza de los algoritmos, muestra de ello la podemos encontrar en el Capitulo I apartado 1.4.

El segundo de los objetivos específicos planteados: conocer qué es el método ABN a partir de la bibliografía y las experiencias llevadas a cabo, también lo alcanzamos mediante un estudio teórico de la bibliografía publicada al respecto. El resultado de alcanzar este objetivo está plasmado a lo largo del apartado 1.5 del Capítulo I. En este apartado exponemos los principios que caracterizan la metodología ABN y las ventajas que suponen esta metodología respecto a la tradicional. En el mismo apartado realizamos también un pequeño análisis del proceso de expansión de la metodología ABN así como un pequeño análisis de algunas de las experiencias que se están llevando a cabo en algunos centros, con ello alcanzamos plenamente el otro de los objetivos específicos planteados.

3.3 LIMITACIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN.

Analizado el nivel de consecución de los objetivos planteados para el presente TFG pasamos a señalar las limitaciones encontradas en su realización y las futuras líneas de investigación posibles.

La primera limitación que se nos presentó fue el difícil acceso público a las fuentes. La metodología ABN es una metodología relativamente reciente que surge en Andalucía de la mano del Inspector de educación Jaime Martínez Montero y que hace escasamente dos años que ha empezado a adoptarse en centros de otras comunidades autónomas. Por ello, las publicaciones al respecto, a las que se pueda acceder públicamente fuera de la comunidad autónoma Andaluza donde ha tenido mayor implantación, son escasas. Ante la imposibilidad de consultar las obras libremente tuvimos que realizar una selección de las mismas y adquirirlas para poder llevar a cabo el presente TFG.

Otra de las limitaciones hace referencia al tiempo establecido. El conocimiento del método ha resultado más laborioso y complejo de lo previsto inicialmente, por ello, estos cuatro meses no han sido tiempo suficiente para aplicar la propuesta de intervención en un centro educativo como en un principio habíamos considerado.

La futura línea de investigación que proponemos pasaría por la aplicación y posterior evaluación de la propuesta de intervención en un aula de primer curso de Primaria. Con la puesta en práctica de la propuesta y su evaluación, lograríamos un conocimiento más profundo del método ABN y podríamos valorar mejor sus ventajas e inconvenientes, así como las posibles medidas que podemos tomar para su mejora.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barba, D. y Calvo, C. (2011) Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos. En *Elementos y razonamientos en la competencia matemática* (pp. 47-78). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte: J. E. García y J.L. Álvarez. Recuperado a partir de https://www.murciaeduca.es/cpstellamaris/sitio/upload/ARITMETICA_MENTAL_Y_ALGORITMOS_4778.pdf

Bermejo, V. (2004). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. CCS, Editorial.

BOE 173 de 20/07/2007 Sec 1 Pag 31487 a 31566 - A31487-31566.pdf. . Recuperado a partir de http://www.boe.es/boe/dias/2007/07/20/pdfs/A31487-31566.pdf

Bracho, R. (2013). *Menos reglas y más sentido: alternativas metodológicas a los algoritmos de cálculo tradicionales para el desarrollo del sentido numérico en la educación primaria.* Extraído el 5 de Noviembre de 2013 de http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/301.pdf

Canto, M.C. (Sin fecha). *Curso: Método ABN*. Extraído el 12 de Diciembre de https://www.google.es/search?q=Canto&hl=es#

De la Rosa, J. (2013, 11 de Agosto). *Modelos de productos* [Mensaje de blog]. Recuperado el 31 de Diciembre de 2013, de http://www.actiludis.com/?p=43719

De la Rosa, J. (2013, 14 de Noviembre*). Manipulamos con los complementarios del 10* [Mensaje de blog]. Recuperado el 31 de Diciembre de 2013, de http://www.actiludis.com/?p=45625

De la Rosa, J. (2010, 20 de mayo*). Tabla de sumar* [Mensaje en blog]. Recuperado el 31 de Diciembre de 2013, de http://www.actiludis.com/?p=18733

De la Rosa, J. (2013). *Graduación por niveles de la numeración ABN* [Mensaje en blog]. Recuperado el 12 de Octubre de 2013, de http://www.actiludis.com/?p=42088

De la Rosa, J. (2012). *Dificultades y evolución del algoritmo ABN en el alumnado* [Mensaje en blog]. Recuperado el 1 de Enero de 2013, de http://www.actiludis.com/?p=32762

Fernández, C. (2007). ¿Cómo y cuándo abordar la didáctica de las operaciones de suma y resta? *Bordón*, (59 (1)).

Gil, J. (2008). Respuestas a problemas de bajo rendimiento desde la perspectiva de diferentes actores educativos. *Bordón*.

Informe PISA. (2013, noviembre 26). En *Wikipedia, la enciclopedia libre*. Recuperado a partir de http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Informe_PISA&oldid=70982553

La calesa (ed.) (s.f.). *El método ABN en un vistazo.* Recuperado el 1 de Noviembre de 2013, de http://www.lacalesa.es/materiales/abn/vistazoabn.pdf.

Lladó, N., & Vázquez, M. Á. (2012). *El cambio de metodología como alternativa a los tratamientos de las dificultades de los alumnos en el área de matemáticas. Método ABN, el método de cálculo abierto basado en números*. Recuperado a partir de http://diversidad.murciaeduca.es/publicaciones/dea2012/docs/nllado.pdf

Maier, E. A. (1987). Basic Mathematical Skills or School Survival Skills?. Editorial de la revista *Teaching Children Mathematics* (sep)

Martínez, J. (2000). *Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI*. Bilbao: CISS-Praxis.

Martínez, J. (2010a*). Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales.* Madrid: Wolters Kluwer.

Martínez, J. (2010b). Algoritmos ABN. El cálculo del futuro. *Clave XXI*, (2).

Martínez, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (abn) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (cbc). *Bordón*, *63* (4), p. 95-110.

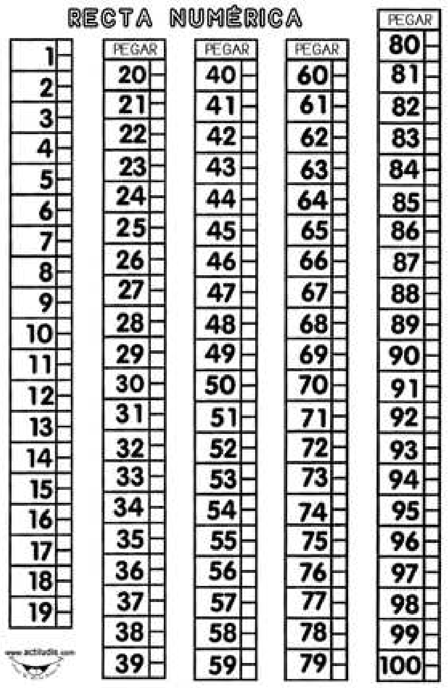
Plunkett, S. (1979). Descomposition and All That Rot. *Mathematics in Scholl*, v.8, n.3, p. 2-5

Real Decreto 1513/2006 de 7 diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la educación primaria (B.O.E. del 8 de diciembre de 2006).

Real Decreto 1631/2006 de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la educación secundaria obligatoria (B.O.E. de 5 de enero de 2007)

ANEXOS.

- Figuras



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Figura 1. Recta numérica y tabla del 100. (Canto, 2013 p.4)

Figura 2. La casita, ejercicios de descomposición. (Canto, 2013 p.7)

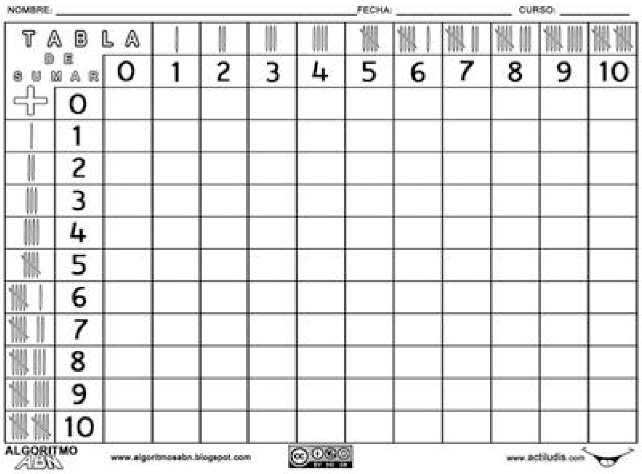


Figura 3. Tabla de sumar. (Extraído de http://www.actiludis.com/?p=18733)

Figuras 4. Juegos de lanzamiento de amigos del 10. (Extraído de http://www.actiludis.com/?p=45625)

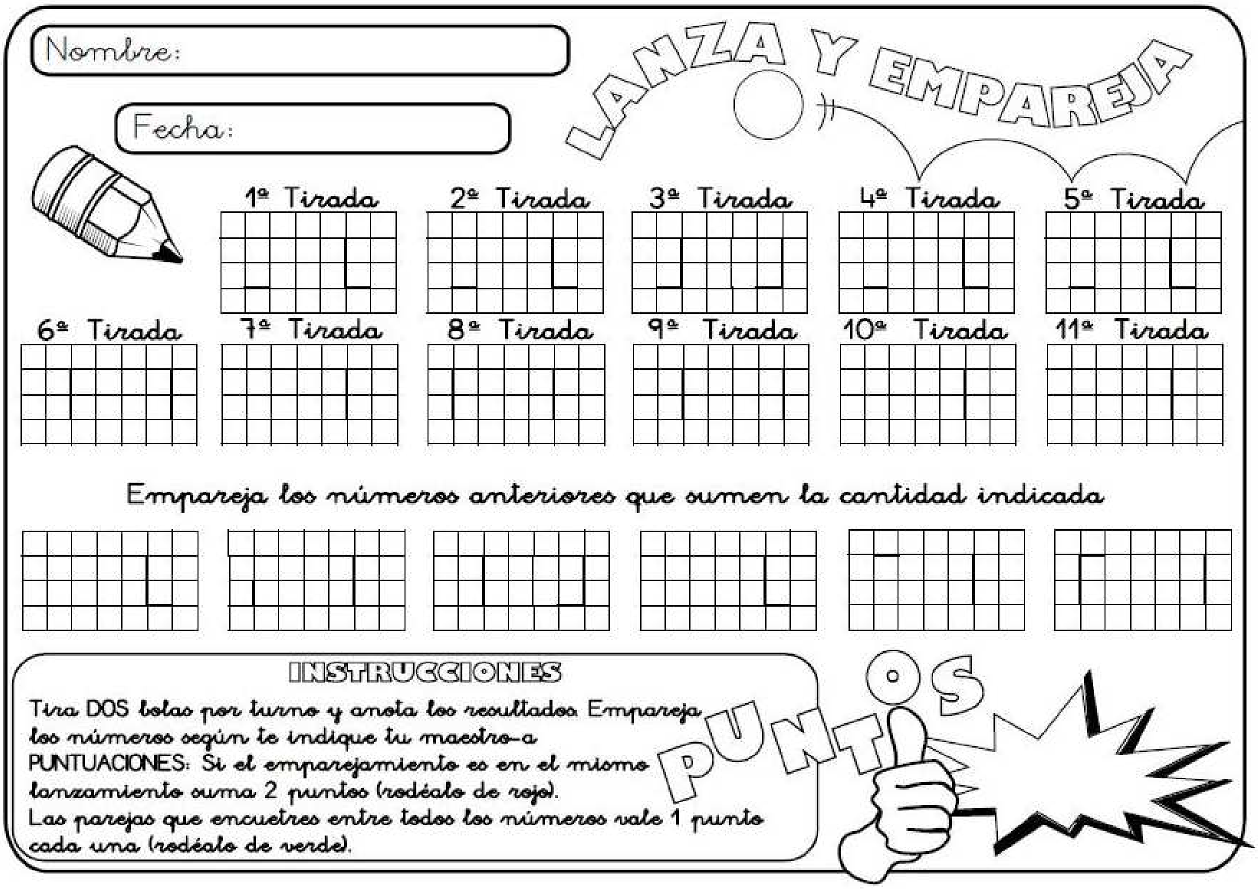


Figura 5. Ficha de anotación de los juegos de lanzamiento de amigos del 10. (Extraído de http://www.actiludis.com/wp-content/uploads/2011/12/Tira-las-bolas.pdf)

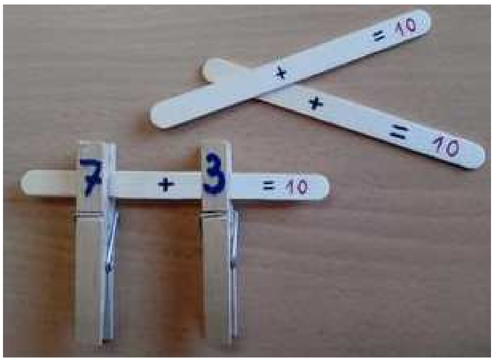


Figura 6. Juego con pinzas amigos del 10. (Extraído de http://www.actiludis.com/?p=45625)

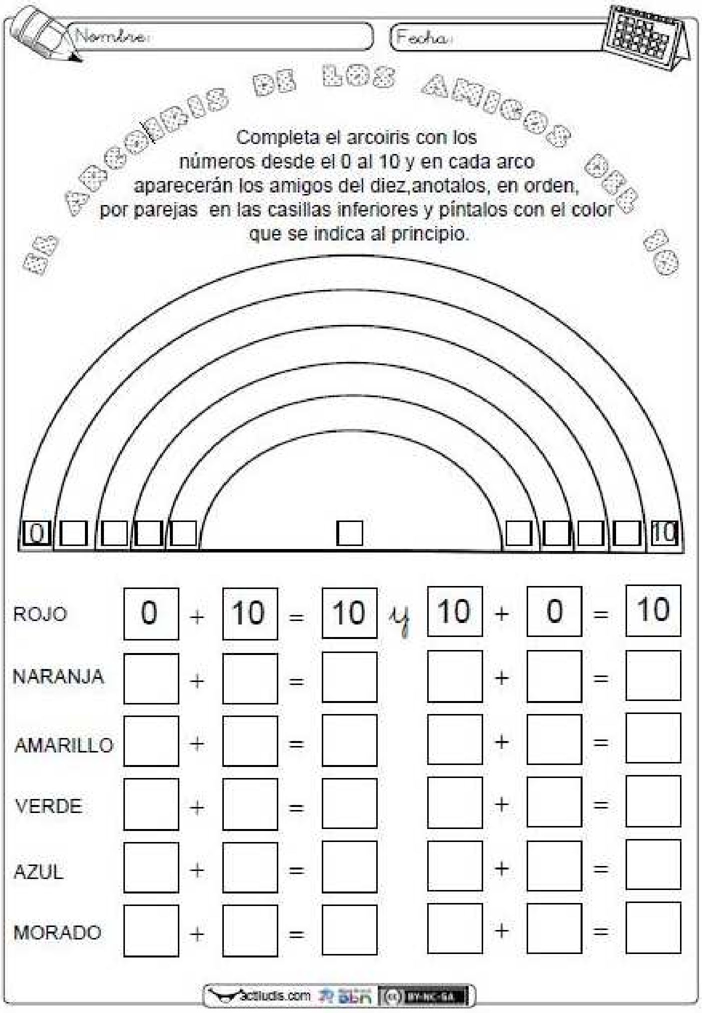
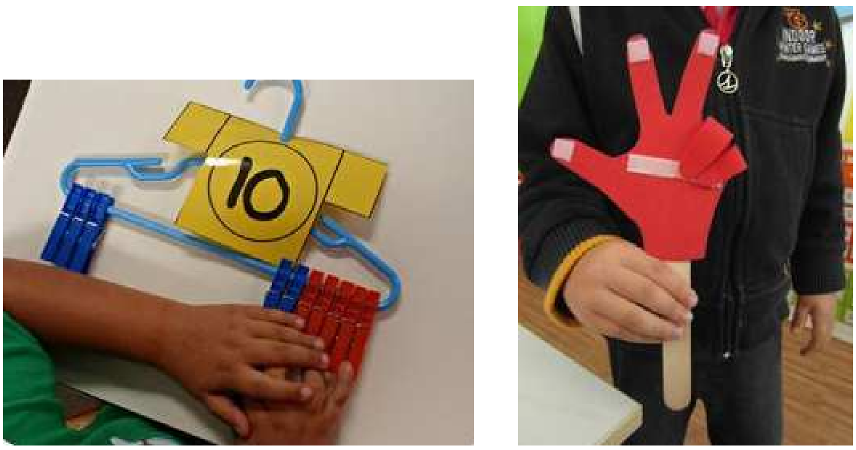


Figura 7. Ficha los amigos del 10.



Figuras 8. Materiales manipulativos para trabajar los amigos del 10. (Extraído de http://www.actiludis.com/?p=45625)

Figura 9. Material para el aprendizaje del proceso de comparación. (Canto, 2013 p.24)

Figura 10. Modelos de productos (Extraído de http://www.actiludis.com/?p=43719)

TABLAS

Tabla 1. Secuenciación de contenidos matemáticos para el primer o segundo curso de Primaria.

<table>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>PROGRESIÓN</td><td>EJEMPLO</td><td>MODO</td></tr>
<tr><td>Centenas completas mas decenas completas mas unidades, o centenas completas mas decenas incompletas</td><td>300+40+9
300+49</td><td rowspan="12">M/ ABN/ CM</td></tr>
<tr><td>Centenas incompletas mas decenas completas</td><td>357+60</td></tr>
<tr><td>Centenas incompletas mas decenas incompletas</td><td>357+63</td></tr>
<tr><td>Restas de centenas completas</td><td>800-500</td></tr>
<tr><td>Restas de centenas incompletas menos centenas completas</td><td>738-200</td></tr>
<tr><td>Sumas y restas con una decena y unidades en distintas posiciones</td><td>12+4-3
5+12-4
11-5+4
6-2+14</td></tr>
<tr><td>Doble resta con una decena y dos unidades</td><td>10-4-3</td></tr>
<tr><td>Sumas y restas con dos decenas y una unidad en distintas posiciones</td><td>20+35-2
20-10+2
26-4+50
6+60-37</td></tr>
<tr><td>3 decenas incompletas sobrepasando la centena en el resultado</td><td>65+35+41</td></tr>
<tr><td>Sumas y restas con decenas en distintas posiciones</td><td>26+10-14</td></tr>
<tr><td>Doble resta con dos decenas y una unidad en distintas posiciones</td><td>37-13-3</td></tr>
<tr><td>Doble resta con tres decenas</td><td>68-42-25</td></tr>
<tr><td colspan="3">Extraída de De la Rosa, 2013, pp.7-8</td></tr>
</table>