

ALGORITMOS ABIERTOS BASADOS EN NÚMEROS (ABN) O LA SENDA PARA ALCANZAR COMPETENCIA MATEMÁTICA.

Autor y Director del Proyecto:
JAIME MARTÍNEZ MONTERO.
Inspector de educación.

CÁDIZ, FEBRERO DE 2010

EL CÁLCULO DEL SIGLO XXI.

- Se ofrecen aquí los primeros resultados de una experiencia didáctica que ha sustituido las antediluvianas cuentas u operaciones clásicas por otros formatos más asequibles y que producen un mayor grado de formación matemática.

¿POR QUÉ LAS VIEJAS CUENTAS HACEN A LOS NIÑOS INCOMPETENTES?

- Son algoritmos antiguos, pensados para la vida adulta, que se introdujeron sin adaptaciones en la escuela.
- Han quedado obsoletos. Hoy no los usan ni siquiera los adultos.
- Obstaculizan el desarrollo del cálculo mental.
- Son la causa fundamental que impide que los alumnos sepan resolver problemas.
- Tienen parte de culpa en la mala fama que acompaña a las Matemáticas.

¿QUÉ VENTAJAS TIENE EL CÁLCULO BASADO EN ALGORITMOS ABN?

- Los niños aprenden más rápido y mejor.
- Mejora de manera espectacular el cálculo mental y la capacidad de estimación.
- Se aumenta notablemente la capacidad de resolución de problemas.
- Hay un crecimiento efectivo de la motivación y un cambio muy favorable en la actitud de los niños ante la matemática.

SUMA O ADICIÓN ABN.

ETAPA 1.

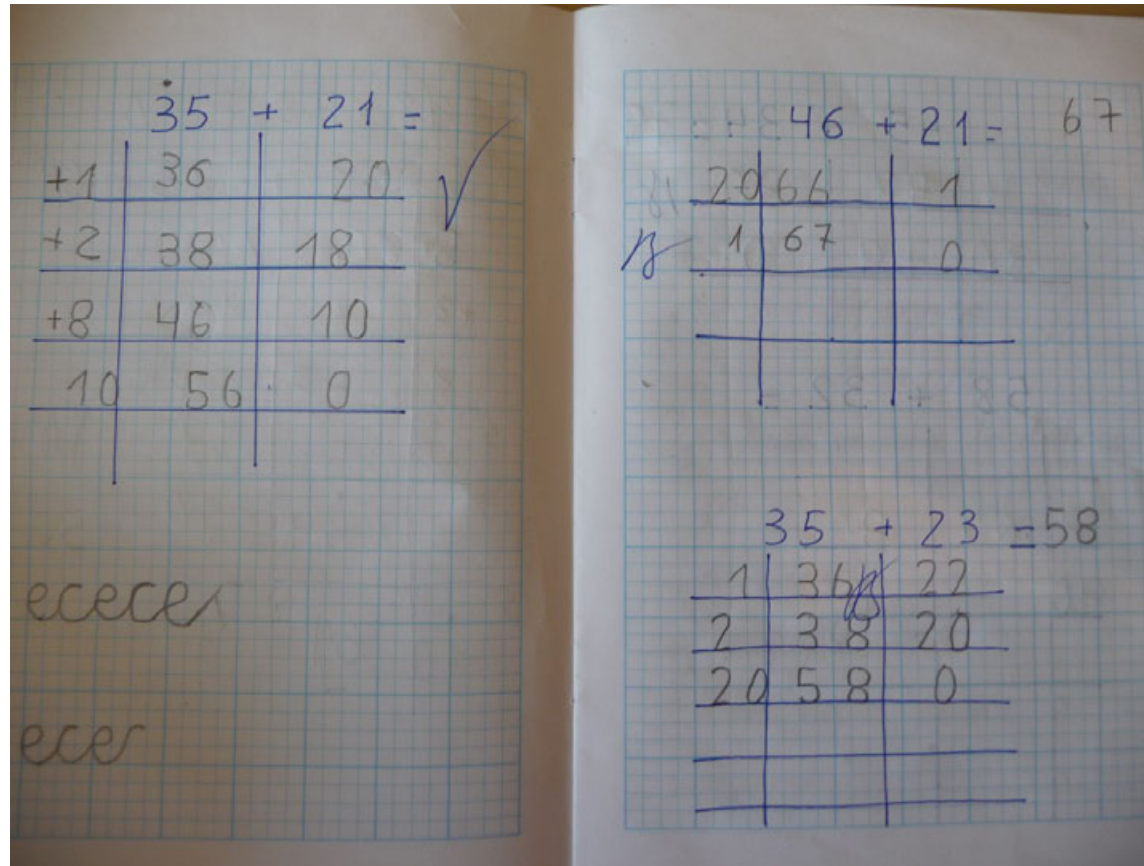
1º de Primaria.

El niño suma 25 a 39, pero no ve el sumando como dos decenas y cinco unidades, sino que lo trata como si todos sus integrantes fueran unidades.

18 + 7 = 25 ✓

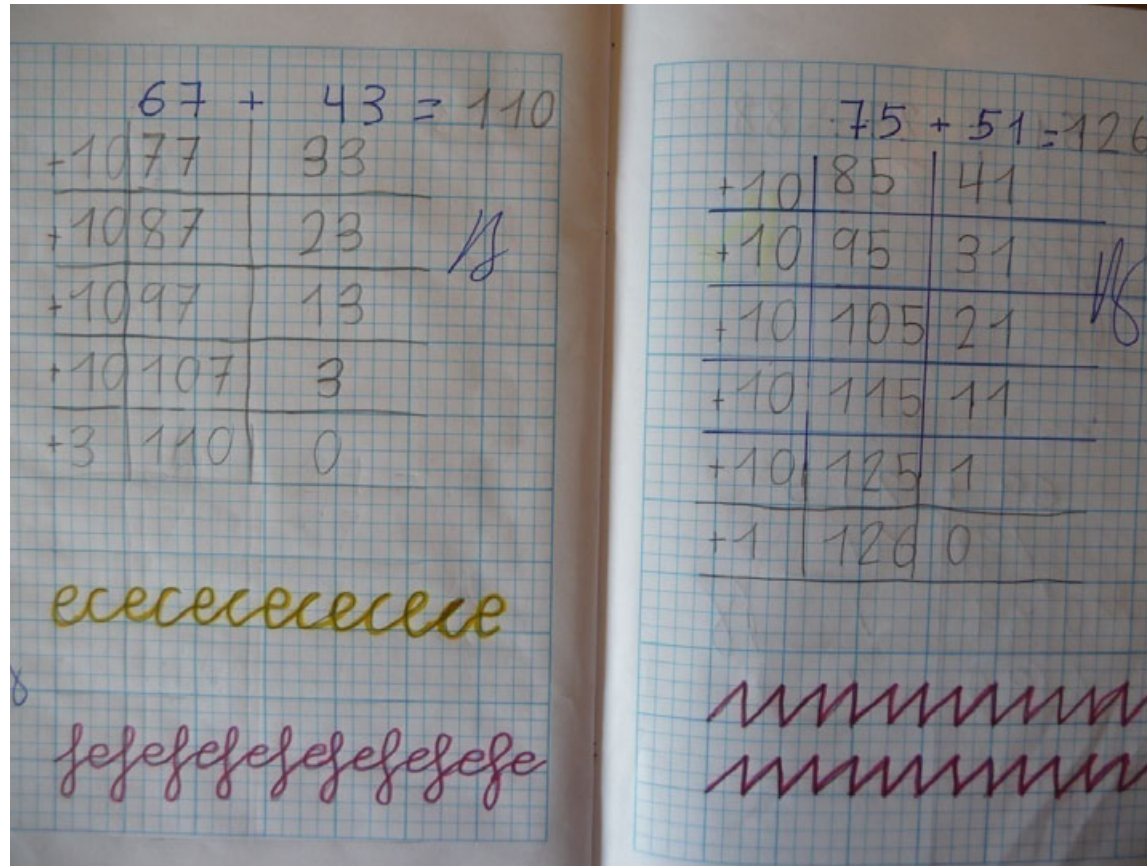
39 + 25 = 64

+5	44	20
+4	48	16
+6	-5 4	10 ✓
+5	59	5
+5	64	0



ETAPA 1 Y TRANSICIÓN. 1º de Primaria.

Este alumno da un tratamiento distinto a sumandos iguales (el 21 de la primera y segunda cuenta) o muy parecidos.



ETAPA 2. 1º de Primaria.

Para este alumno un número está formado por un agregado de decenas y por unidades sueltas. Así suma. Es el ejemplo más paradigmático de esta etapa.



ETAPA 2 Y TRANSICIÓN A LA ETAPA 3. 1º de Primaria.

Nótese que en el caso de 51 y 60 (segunda y tercera sumas) desdobra el número de decenas para operar mejor.

TERCERA ETAPA.
1º de Primaria.

Handwritten math problems on grid paper showing the addition of 153 + 26 = 179 and 164 + 66 = 230 using a columnar method with a carry.

Problem 1:

$$153 + 26 = 179$$

+20	173	6
+6	179	0

Problem 2:

$$164 + 66 = 230$$

+60	224	6
+6	230	0

CONSOLIDACIÓN

- Cuando los niños y niñas alcanzan cierto grado de maestría en el uso del algoritmo ABN, nos permiten asomarnos a rasgos curiosos de su manera de pensar y de enfocar las dificultades.
- Las fotos siguientes son un ejemplo de ello.

Cálculo

$$389 + 149 = 538$$

+ 100	489	49
+ 40	529	9
+ 9	<u>538</u>	<u>0</u>

SUMA RESUELTA DE MODO ESTÁNDAR. 2º de Primaria.

Nótese que se trata de una operación que en el algoritmo clásico arrastraría dos llevadas. En este caso, tal dificultad desaparece.

Cálculo

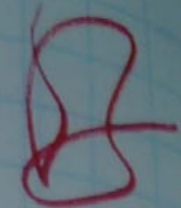
$$389 + 149 = 538$$

+100		489		49
+9		498		40
+40		538		0

// /

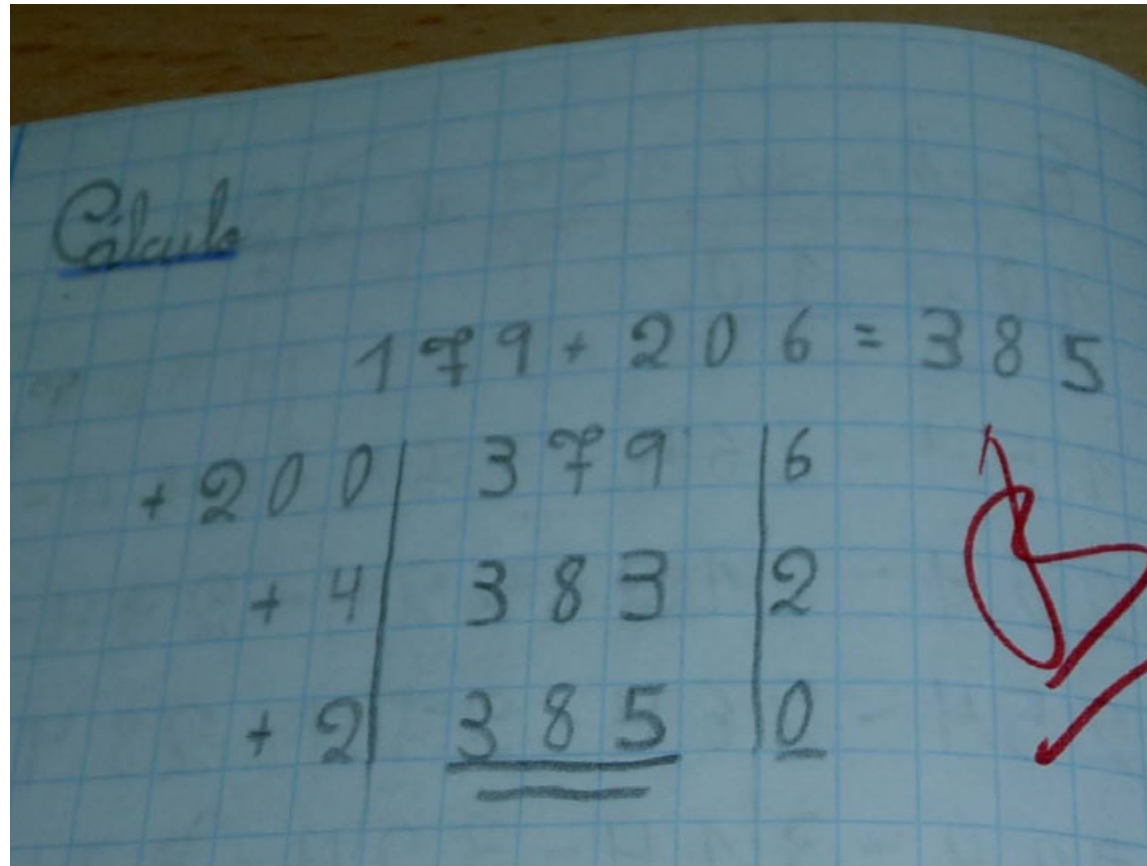
2º de Primaria.

ASÍ TAMPOCO ESTÁ MAL, Y DA LO MISMO.

$$\begin{array}{r} 125 + 136 = \\ +100 \quad 225 \quad | \quad 36 \\ +30 \quad 255 \quad | \quad 6 \\ +4 \quad 259 \quad | \quad 2 \\ +2 \quad 261 \quad | \quad 0 \\ \hline \end{array}$$


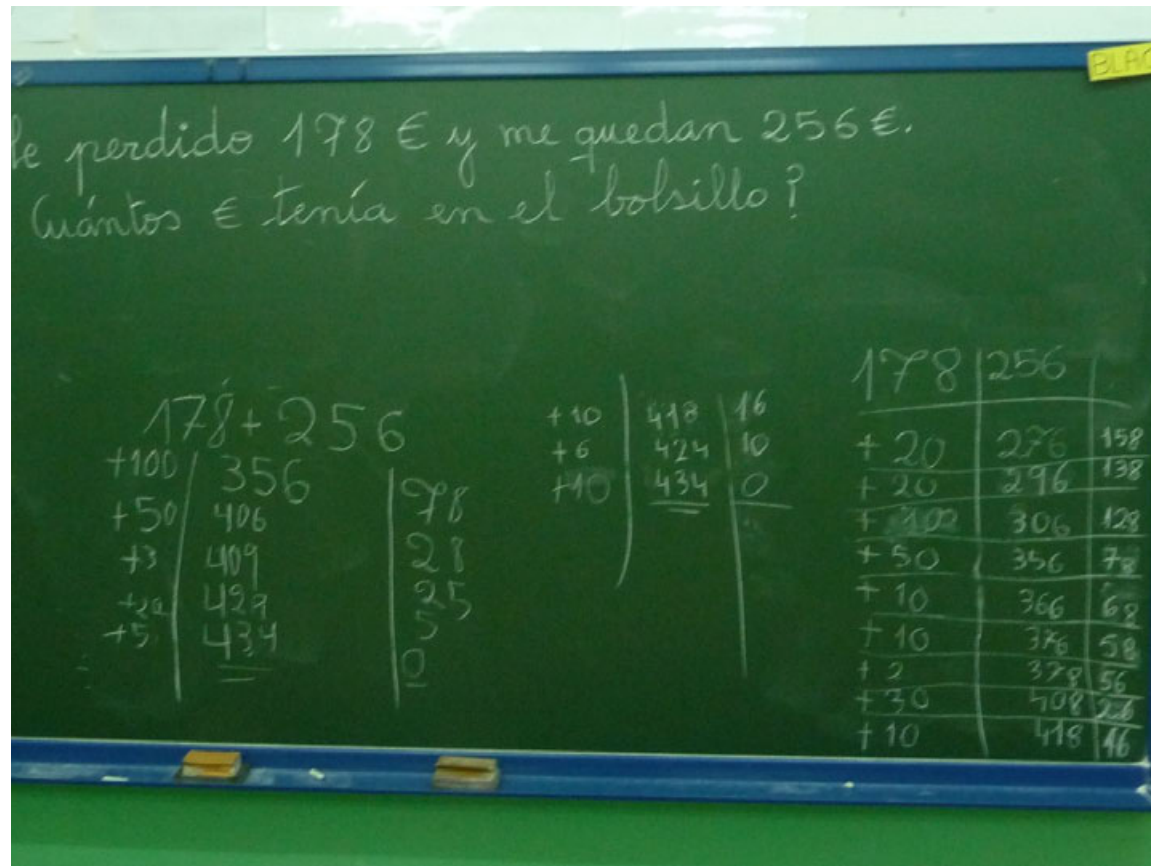
HAY QUE ACTUAR CON PRUDENCIA. 2º de Primaria.

Se pueden sumar de una vez 100 ó 30, pero con el 6 hay que tener cuidado.



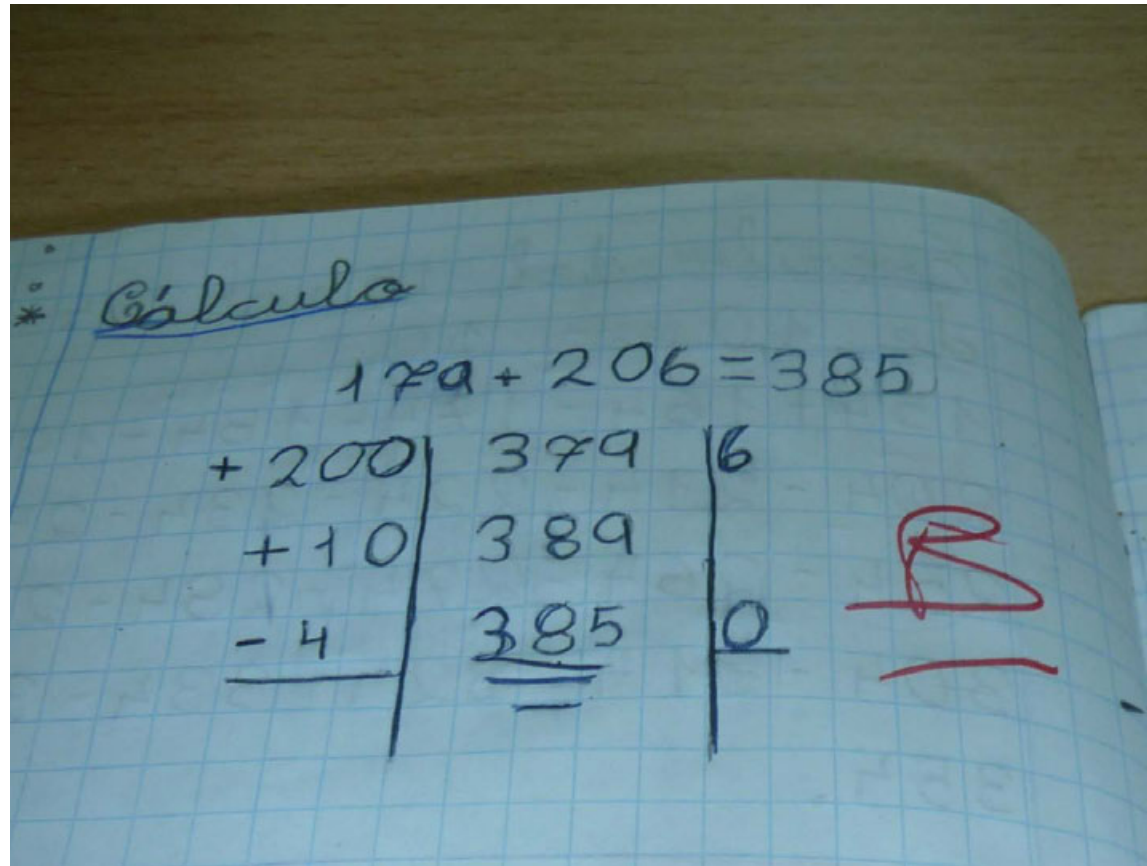
MÁS PRUDENCIA. 2º de Primaria.

¿Qué tendrá el 6?



ADAPTACIÓN A LAS INDIVIDUALIDADES DE CADA ALUMNO. 2º de Primaria.

Cada alumno lo resuelve a su modo. Con más o menos rodeos, pero lo hacen bien.

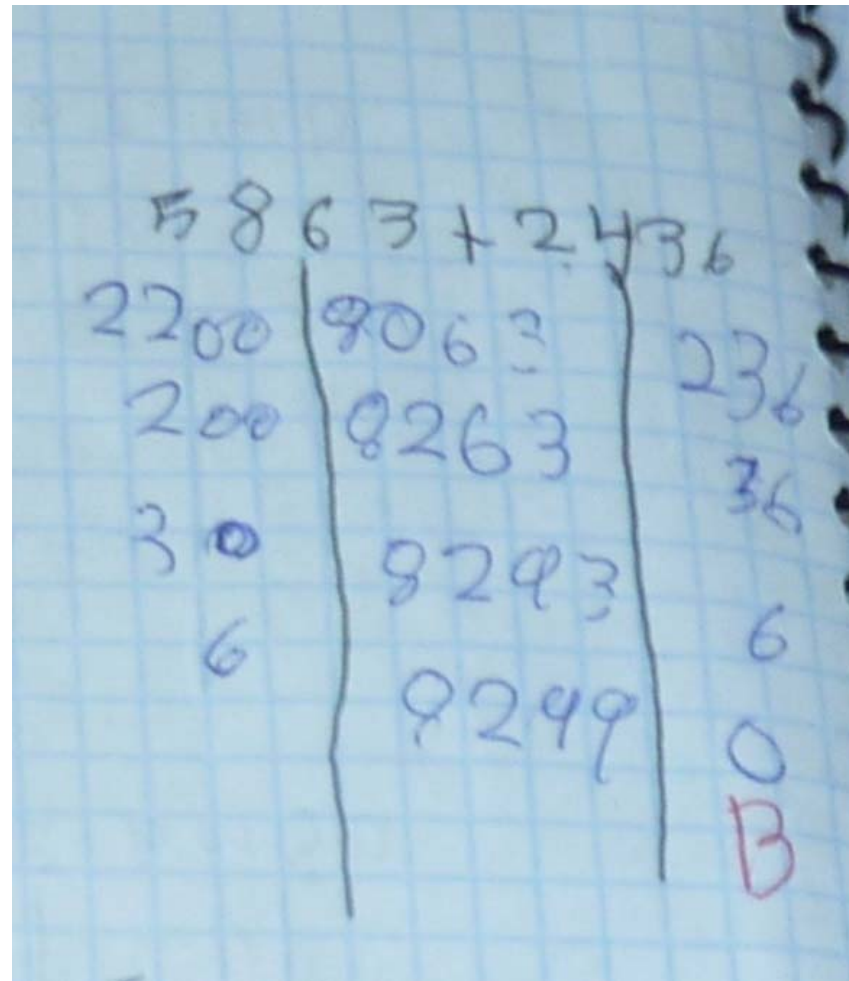


COMPENSACIÓN. 2º de Primaria.

Una alumna se permite un pequeño lujo, que indica el dominio del algoritmo.

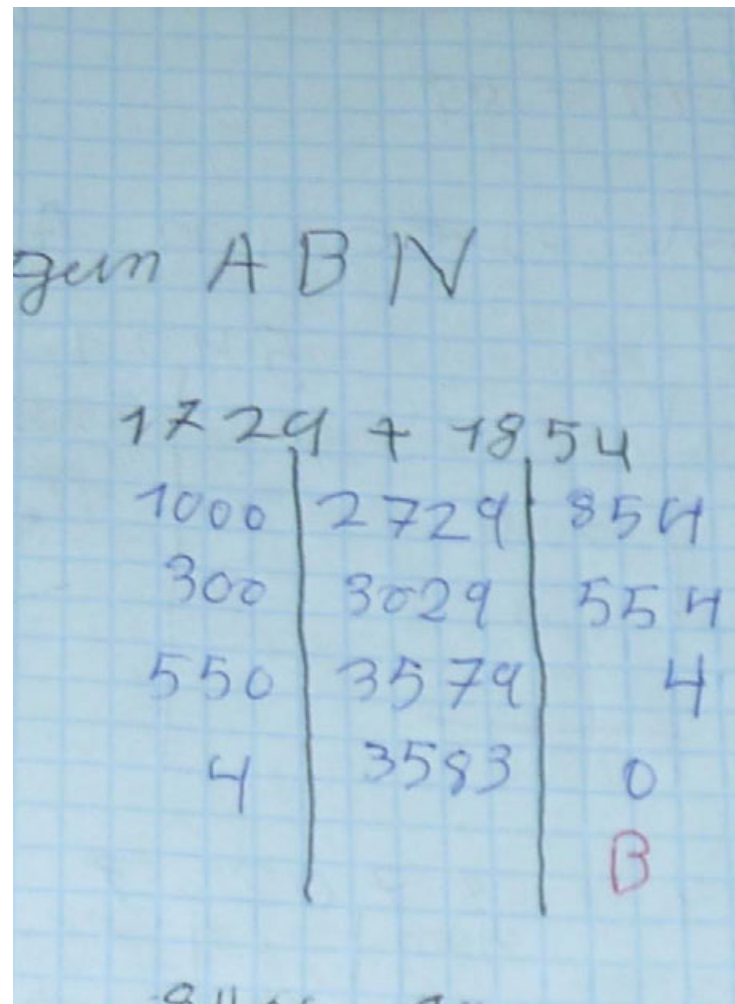
DESCOMPOSICIÓN E INTEGRACIÓN. 3º de Primaria.

En el presente caso, se descomponen las centenas, pero parte de ellas se añaden a los millares, y luego se suman las restantes.



**OTRA
DESCOMPOSICIÓN CON
INTEGRACIÓN. 3º de
Primaria.**

Ahora lo que se
desdobra es la cifra de
las centenas, pero en
las que quedan tras la
primera acumulación
integra todas las
decenas.



596 + 1078 + 2436		
96	478	3636
26	408	3776
6	388	3816
0	382	3828
	182	4028
	182	4200

Suma de tres sumandos. 4º de Primaria.

La ha resuelto en cinco intentos.

$$696 + 1078 + 24362$$

$$\begin{array}{r} 696 + 1078 + 2436 \\ \hline 96 \quad 1008 \quad 3106 \\ 6 \quad 8 \quad 4196 \\ - \quad - \quad 4210 \end{array}$$

Suma de tres sumandos. 4º de Primaria .

Sólo en tres intentos.

Resta o sustracción ABN.

HAY TRES MODELOS DIFERENTES DE SUSTRACCIÓN.

- El primero es válido para resolver los problemas de:
 - detracción (“Tengo 285 € y gasto 166. ¿Cuánto me queda?”), y
 - comparación (“Lidia tiene 12 años y su madre 45. ¿Cuántos años más tiene Lidia?”).
- El segundo es el adecuado para los problemas en escalera ascendente (Tengo 64 € y voy a comprar una PSP que me cuesta 328. ¿Cuánto dinero más necesito?”).
- El tercero es válido para los problemas en escalera descendente (“Un montañero ha bajado desde una altura de 3248 m hasta el campamento base, que está a 1429 m de altura. ¿Cuántos m ha bajado?”).

MODELO DE DETRACCIÓN Y COMPARACIÓN.

RESTAS. DETRACCIÓN Y COMPARACIÓN

1º DE
PRIMARIA

Handwritten subtraction problem on grid paper:

$$132 - 45 = 87$$

The calculation is shown in a columnar format with two horizontal lines and two vertical lines separating the digits:

1	3	2	-	4	5	=	8	7
-	3	0		1	0		1	5
-	1	5		8	7		0	

A small signature or mark is visible on the right side of the grid.

RESTAS. DETRACCIÓN Y COMPARACIÓN. 2º de Primaria.

Handwritten subtraction problems on grid paper:

$$437 - 294 = 143$$

237	- 200	94	
207	- 30	64	
203	- 4	60	07
200	- 3	57	✓
150	- 50	7	
<u>143</u>	<u>- 7</u>	<u>0</u>	

NO HAY DOS CASOS IGUALES. 2º de Primaria.

EN 4 INTENTOS

Cálculo

$$389 + 149 = 538$$

+100	489	49
+40	529	9
+9	<u>538</u>	<u>0</u>

B

$$471 - 87 = 384$$

401	-70	17
391	-10	7
390	-1	6
<u>384</u>	<u>-6</u>	<u>0</u>

EN LA MITAD.

Cálculo

$$389 + 149 = 538$$

+100	489	49
+9	498	40
+40	<u>538</u>	<u>0</u>

o

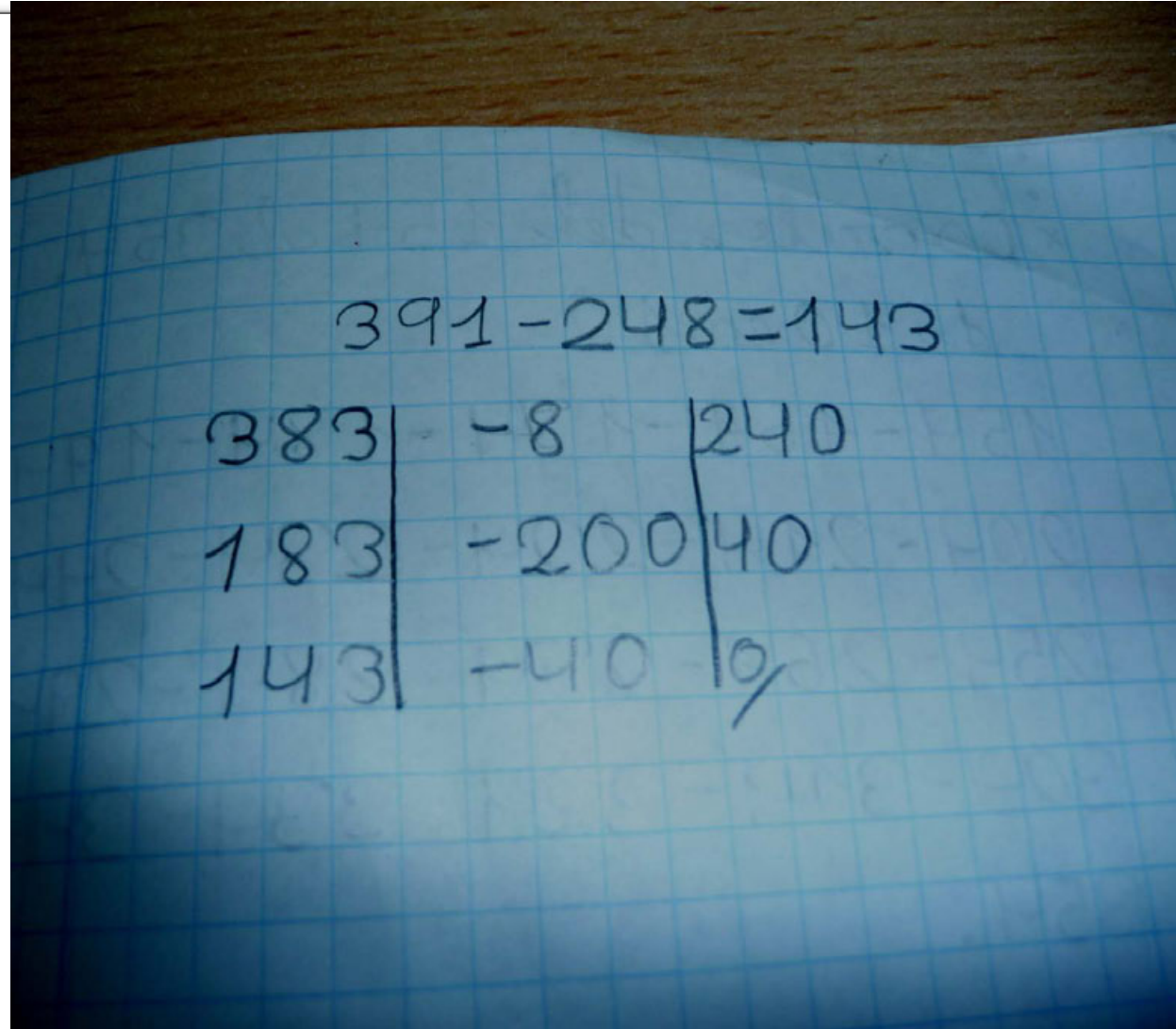
$$471 - 87 = 384$$

391	-80	7
<u>384</u>	<u>-7</u>	<u>0</u>

h

¿QUÉ MÁS DA EL ORDEN?

2º de Primaria.



RESTAS. DETRACCIÓN Y COMPARACIÓN. UN LUJO.

2º de Primaria.

Handwritten calculation on grid paper showing the decomposition of 391 into 200, 40, and 10, and the subsequent addition of 2 to reach the final result of 143.

$$391 - 248 = 143$$

-200	191	48
-40	151	8
-10	141	0
+2	143	0

The final result, 143, is underlined. There are some red scribbles and a red circle around the 0 in the third row.

$$878 - 437 = 441 \quad 503 + 473$$

	878	437
300	578	
7	571	137
30	541	
100	441	

	503	473
200	703	273
3	706	270
200	906	70
30	936	40
40	976	

Detracción: esta niña no necesita apoyos en la descomposición del sustraendo. 2º de Primaria.

RESTAS LARGAS. 4º de Primaria.

$$8506 - 3497 = 5009$$

8506	3497	
5506	497	3000
5500	491	6
5100	91	400
5099	90	1
5009	0	90

MODELO DE ESCALERA ASCENDENTE.

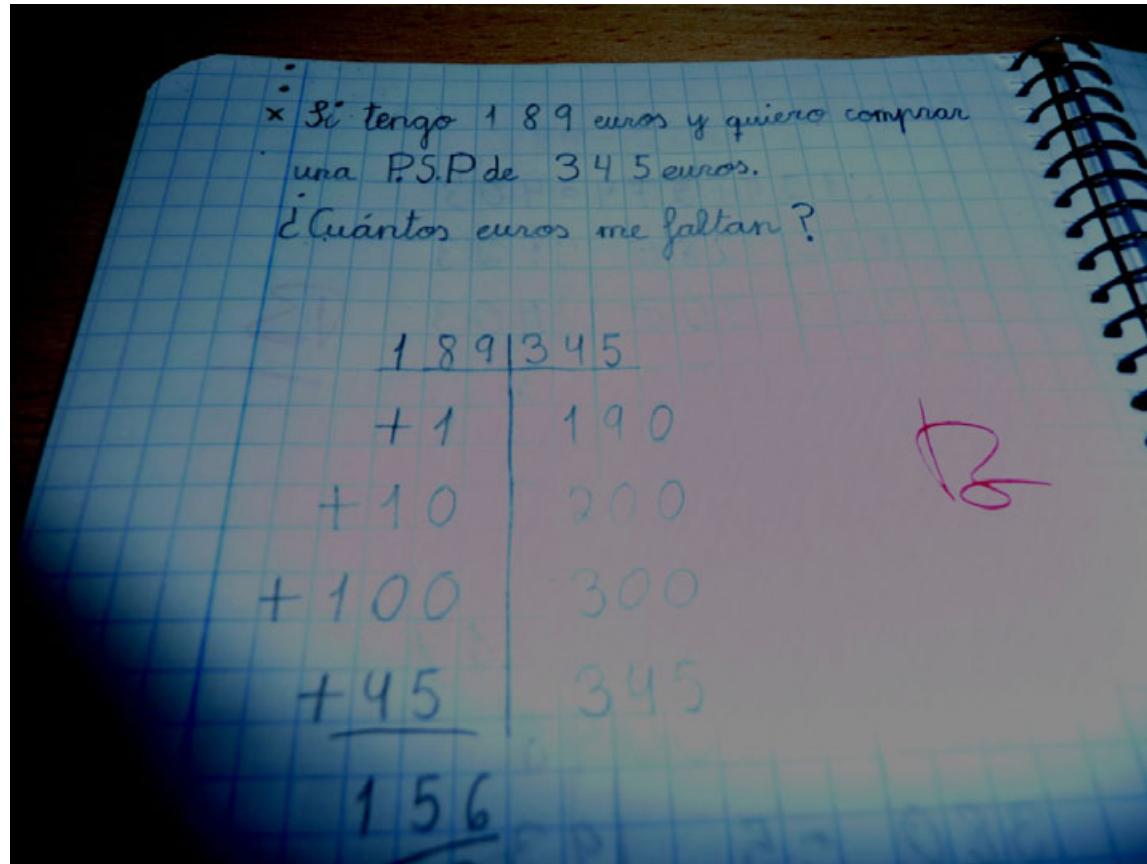
2º de Primaria.

Llega al
resultado
añadiendo
mucho desde
el principio.

x Si tengo 189 euros y quiero comprar una P.S.P de 345 euros.
¿ Cuántos euros me faltan ?

189		345
+100		289
+40		329
+10		339
+6		<u>345</u>
<u>156</u>		

B



2º de Primaria.

Este otro alumno ha preferido redondear.

2º DE PRIMARIA.

How do you say

..... in English?

What's the

meaning of...?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Can I go to the toilet please?

Can I drink water please?

Hay 428 chicos y chicas. Si 246 son chicas. ¿Cuántos chicos hay?

$$\begin{array}{r|l} 246 & 428 = 182 \\ 100 & 346 \\ 40 & 386 \\ 20 & 406 \\ 20 & 426 \\ 2 & 428 \\ \hline 182 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 428 - 246 = 182 \\ -200 & 228 & 46 \\ -20 & 208 & 26 \\ -20 & 188 & 6 \\ -2 & 186 & 4 \\ -4 & 182 & 0 \\ \hline & 182 & \end{array}$$

El mismo problema puede ser resuelto con uno u otro modelo.

MODELO DE ESCALERA DESCENDENTE.

A LOS NIÑOS DE 2º SE LES HA PLANTEADO UN PROBLEMA. SU ESCENARIO ES UNA TORRE GIGANTESCA.



El ascensor está en el piso 364, y se quiere detener en el piso 138. ¿Cuántos pisos tiene que bajar?

<u>364</u>	<u>1387</u>
-200	164
-80	154
-8	146
+4	143
-3	143
251	138
<u>226</u>	

2º de Primaria.

Algunos empiezan bajando muy deprisa, y luego toman precauciones.

8

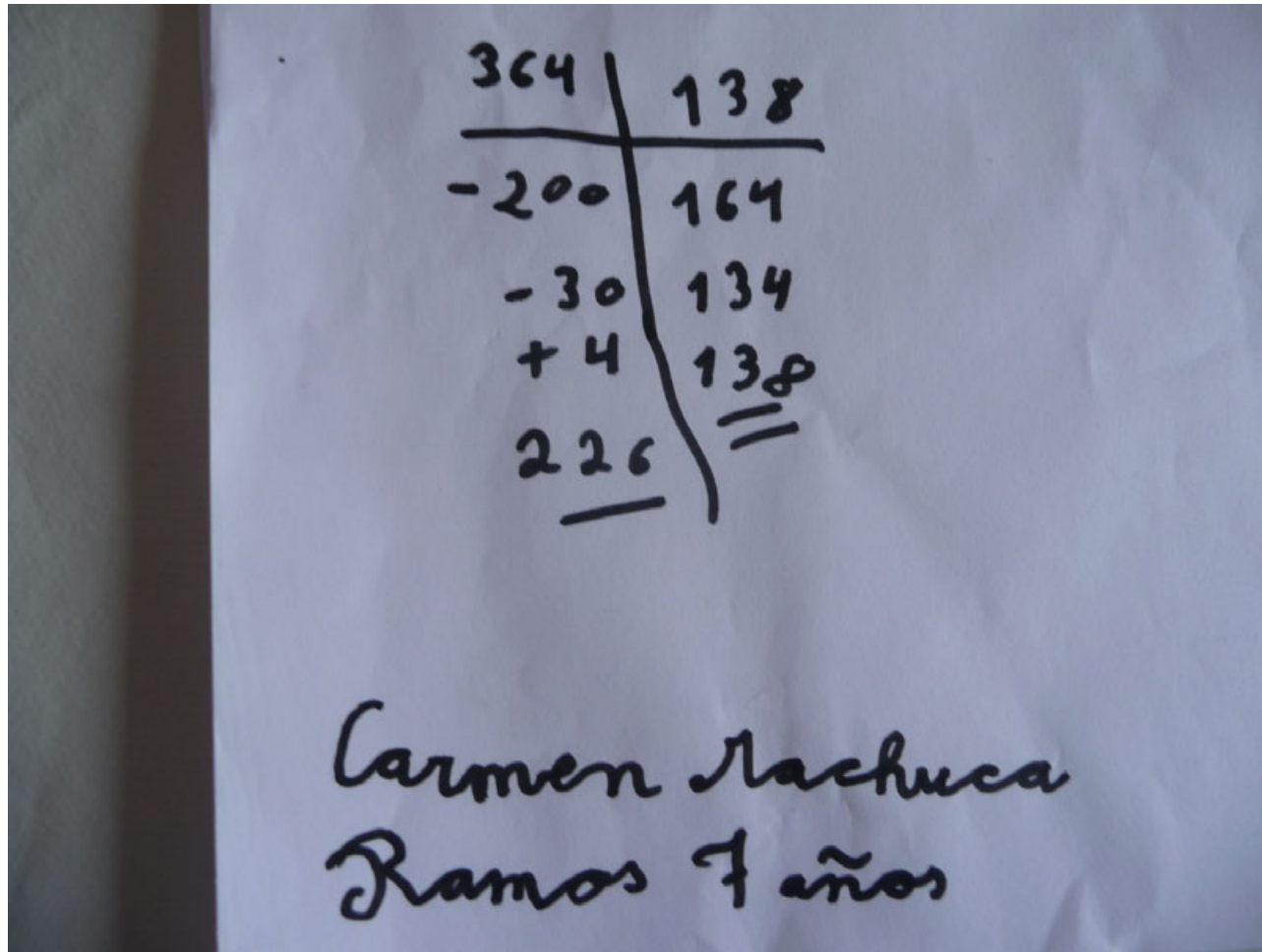
$$\begin{array}{r|l} 364 & 138 \\ \hline 20 & 344 \\ 4 & 340 \\ 2 & 338 \\ 200 & 138 \\ \hline 226 & \end{array}$$

2º de Primaria.

Otros aceleran la bajada al final.

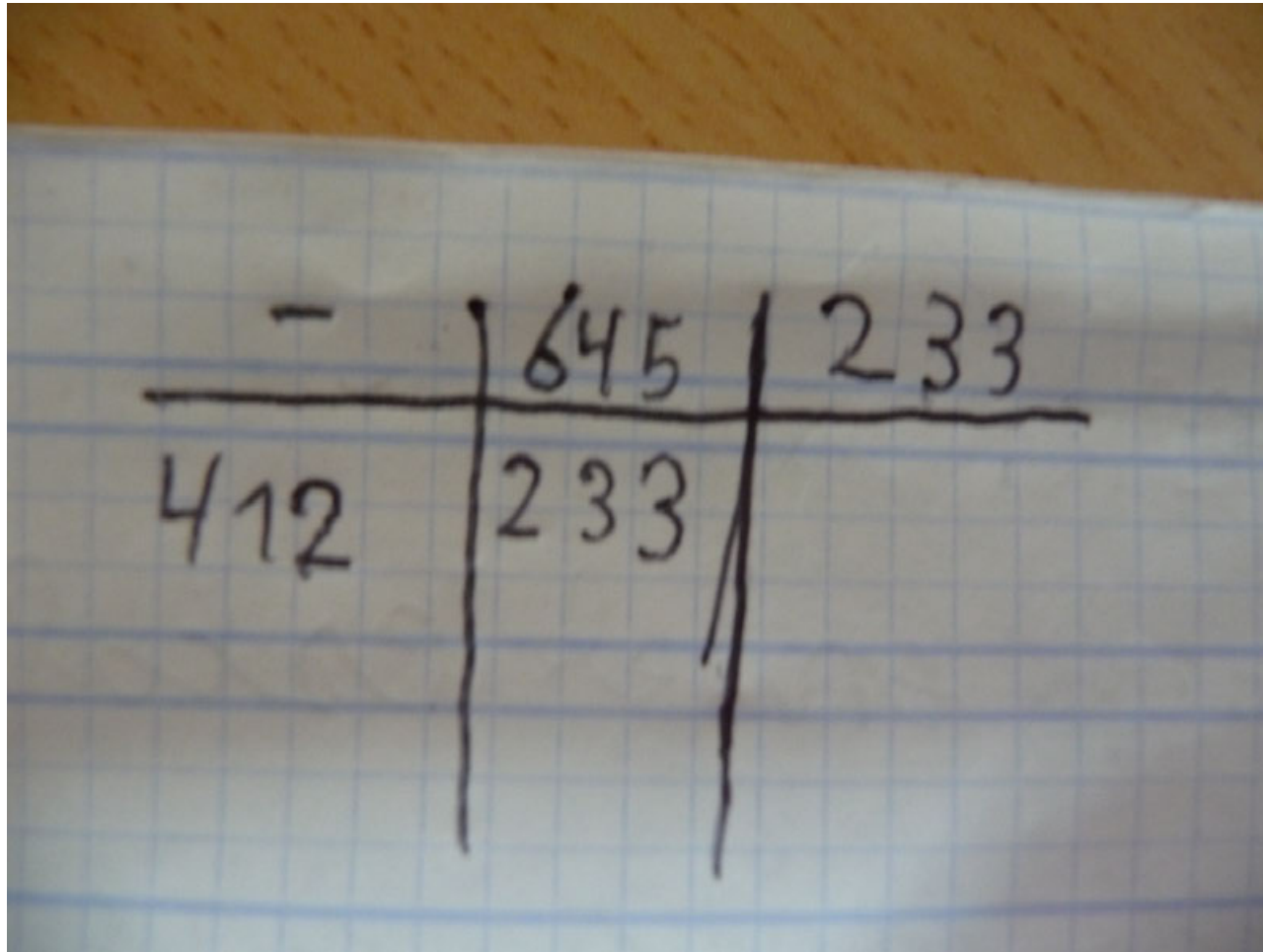
$$\begin{array}{r|l} 364 & 138 \\ \hline -200 & 164 \\ -20 & 144 \\ -\cancel{12} \cancel{6} & 138 \end{array}$$

Sólo hasta el tercer intento no fue capaz de llegar al piso 138.



¿Qué tal está lo que hace Carmen?

¿Quién le ha enseñado a operar con números enteros?



¡Para qué dar rodeos!

Había que bajar desde 645 m hasta 233.

MULTIPLICACIÓN O PRODUCTO ABN.

CARACTERÍSTICAS

- Es un algoritmo abierto, por cuanto el alumno puede fragmentar en mayor o menor medida el multiplicando o el multiplicador.
- La base es el algoritmo expandido, que acumula en cada paso los productos anteriores.
- Exige dominar la extensión de las tablas de multiplicar (a decenas, centenas y millares).
- Requiere un dominio apreciable del cálculo mental

1- Completa:

6437	-	1298	
5437		298	1000
5237		98	200
5147		8	90
5139		0	8

$7 \times 6 + 3 = 45$ B
 $8 \times 8 + 3 = 67$ B
 $2 \times 10 + 2 = 22$ B
 $3 \times 6 + 1 = 19$ B
 $6 \times 5 + 4 = 34$ B
 $9 \times 6 + 5 = 59$ B
 $4 \times 6 + 4 = 28$ B

x	3	
600	1800	
30	90	1890
9	27	4917

x	5	
500	2500	
20	100	2600
7	35	2635

2- Resuelve:

3598	+ 2723	
------	--------	--

INICIANDO LA MULTIPLICACIÓN. 3º de Primaria.

Los ejercicios de la izquierda sirven para la transición a la división. Aquí ya está resuelto, pero se les proponen con uno de los tres componentes del primer término en blanco.

	7152×8	
7000	56000	56.800
100	800	57.200
50	400	57.216
2	16	

4º de Primaria.

La "prueba"

$$44.050 \times 5$$

x	5	
40.000	200.000	
4.000	20.000	220.000
50	250	220.250
		220.250

¿Algún problema con los ceros intercalados? 5º de Primaria.

MULTIPLICACIONES POR DOS CIFRAS.

1594 x 35

x	30	5		
1000	3.000	5000	35.000	
500	1500	2500	17.500	52.500
90	2.700	450	3.150	55.650
4	120	20	140	<u>55.790</u>

5º DE PRIMARIA.



ha

5-13

$$3 \times 64$$

x	60	4		
2000	120000	8000	128000	
800	48000	3200	51200	179200
50	3000	200	3200	
3	180	12	192	182400
				182592

5º DE PRIMARIA.

División o Cociente ABN.

$$\begin{array}{r}
 8396 \\
 7796 \\
 \cdot \\
 596 \\
 \cdot \\
 56 \\
 \cdot \\
 2 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 8396 : 6 \\
 6600 \\
 1200 \\
 540 \\
 \underline{54} \\
 \hline
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1100 \\
 200 \\
 90 \\
 9 \\
 \hline
 \hline
 1399
 \end{array}$$

Fácil realización. 4º de Primaria


Se trata de ir descomponiendo el dividendo sucesivamente en números que sepamos repartir con exactitud.

5º de Primaria.

③ Divisiones

43655	40000	8000
3655	35000	700
155	150	30
5	5	1
0	3.655	

5.669	5.600	700
69	69	8
0	5.669	708



En la de arriba se le olvidó sumar los cocientes parciales.

DIVISIÓN POR DOS CIFRAS.

The image shows a piece of paper with handwritten mathematical work. On the left, a long division problem is written: $4629 \div 13 = 356$. The quotient 356 is written above the dividend 4629, with a horizontal line above it. The steps of the division are shown: 13 goes into 46 two times (200), leaving a remainder of 2029; 13 goes into 2029 one hundred times (100), leaving a remainder of 729; 13 goes into 729 thirty times (30), leaving a remainder of 599; 13 goes into 599 one time (10), leaving a remainder of 209; 13 goes into 209 seven times (70), leaving a remainder of 79; 13 goes into 79 six times (60), leaving a remainder of 1. A horizontal line is drawn under the final remainder 1. To the right of the division, the components of the quotient are listed: 200, 100, 10, 30, 10, and 6, with a horizontal line above the sum 356. Below this, the number 13 is written. At the bottom, the number 4628 is written, with a plus sign and a 1 below it, and a horizontal line above the sum 4629. A large bracket on the left side of the paper groups the division steps and the components of the quotient.

5º DE PRIMARIA.

DIVISIÓN POR DOS CIFRAS. Y CON CERO AL COCIENTE FINAL. 5º de Primaria.

Divisiones

48 56	4.400	22
456	440	200
<u>16</u>	4 840	20
	+ 16	+ <u> </u>
	<u>4856</u>	220

PARTICIPANTES Y FECHA DE COMIENZO DE LA EXPERIENCIA.

- CEIP “ANDALUCÍA” DE CÁDIZ.
 - 1º DE PRIMARIA: OCTUBRE DE 2009.
 - 2º DE PRIMARIA: OCTUBRE DE 2008.
 - 3º DE PRIMARIA: OCTUBRE DE 2009.

 - PROFESORAS:
 - CONCHA SÁNCHEZ.
 - ROSARIO RUIZ

PARTICIPANTES Y FECHA DE COMIENZO DE LA EXPERIENCIA.

- CEIP “CARLOS III” DE CÁDIZ.
 - 2º DE PRIMARIA: OCTUBRE DE 2008.
 - PROFESORA:
 - APOLONIA PINTEÑO.
- CEIP “REGGIO” DE PUERTO REAL.
 - 1º DE PRIMARIA: OCTUBRE DE 2009.
 - 4º DE PRIMARIA: OCTUBRE DE 2009.
 - PROFESORAS:
 - CONCHA CANTERO.
 - ENCARNACIÓN LLAMAS.

PARTICIPANTES Y FECHA DE COMIENZO DE LA EXPERIENCIA.

- CEIP “REYES CATÓLICOS” DE PUERTO REAL.
2º Y 5º DE PRIMARIA: OCTUBRE DE 2008.
– PROFESORAS Y PROFESOR:
 - AMPARO ALVARADO.
 - NIEVES QUESADA.
 - ADOLFO ETCHEMENDI.

Y ADEMÁS ...

- Con la autorización de la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía.
- Con el apoyo técnico del Departamento de Psicología de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Cádiz.
- Con la colaboración y apoyo logístico de la Delegación Provincial de Cádiz.
- Con la cordial acogida de los Directores y Directora de los Centros y de sus comunidades educativas.

Para conocer los fundamentos técnicos del método,
las secuencias de progresión, los niveles de
dificultad de los algoritmos y la conexión
operaciones-problemas:

Martínez Montero, J. (2009). Competencias básicas en
Matemáticas. Una nueva práctica. Madrid: Wolters Kluwer.

CON MI ESPECIAL AGRADECIMIENTO A
CONCHA Y CHARI DEL COLEGIO
“ANDALUCÍA”, APOLONIA, DEL “CARLOS III”,
CONCHI Y ENCARNI DEL “REGGIO”, Y
AMPARO, NIEVES Y ADOLFO, DEL “REYES
CATÓLICOS”.

ES ABSOLUTAMENTE VERDAD QUE SIN ELLAS (Y ÉL) ESTE TRABAJO NO
HUBIERA SIDO POSIBLE.

JAIME MARTÍNEZ MONTERO.

jaime.martinez@uca.es