LA ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS. UN ENFOQUE METODOLÓGICO Y CURRICULAR.

Jaime Martínez Montero.

Servicio de Inspección de Cádiz

Muchas de las propuestas que se hacen respecto a la atención a las diversas capacidades que los alumnos y alumnas poseen se centran más en aspectos organizativos o procedimentales que en los netamente curriculares. Esta carencia se nota especialmente dentro del área de Matemáticas, donde en demasiadas ocasiones el tratamiento diferenciado que se ofrece a los alumnos afecta al momento (se retrasa respecto al alumnado que no requiere esta atención), al ritmo (se intenta que el sujeto se ocupe de los mismos contenidos que los demás, pero se trabaja más despacio), o, finalmente, a la cantidad (se recorta el contenido de los aprendizajes de los alumnos con dificultades). En lo que hace referencia a los sujetos especialmente dotados, apenas si hay tratamiento especial.

En buena medida tal estado de cosas se debe a una metodología obsoleta, basada en el aprendizaje mecánico del cálculo, apoyada en un enfoque psicológico conductista. La parte central de los aprendizajes consiste en la memorización de las tablas o combinaciones básicas de dígitos y el conjunto de instrucciones que se ha de seguir al pie de la letra para resolver la operación que se propone. Así, el producto de 3246 x 7, es resuelto siguiendo la siguiente secuencia:

1. Memorización de la tabla del 7, y fácil recuperación de los productos que comprende.
2. División del multiplicando en cifras (3-2-4-6).
3. Se toma la primera cifra de la izquierda (6), que se empareja con el 7. Se busca el resultado en la memoria (6 x 7 = 42).
4. Una vez encontrado, y si es menor de 10, se escribe debajo de la raya y de la primera cifra de la derecha del multiplicando. Si no lo es, entonces se escribe en ese lugar solo la cifra de las unidades del producto (2)y se guarda en la memoria la otra cifra (4).
5. Se toma la cifra situada a la izquierda de aquella con la que hemos operado (4). Se empareja con el 7. Se busca el resultado en la memoria (4x 7 = 28).
6. Al producto anterior se le suma la cifra que hemos guardado (28 + 4 = 32). Se escribe a la izquierda de la cifra ya escrita (2) la cifra de las unidades del producto (2)y se guarda en la memoria la otra cifra (3).
7. Se repite el ciclo con los productos del 2 y del 3.
8. Cuando se trata de componer el último número (3), entonces no se guarda nada y se escribe el producto entero.

9. Se lee el número obtenido.

Es casi un aprendizaje de loros. Las dos destrezas que requiere son saberse la tabla y saber sumar a un número de dos cifras la cifra que se ha guardado en la memoria. Si el proceso es difícil es debido a que no se entiende nada y a que el alumno en ningún momento sabe lo que hace.

Atender a la diversidad desde un enfoque metodológico y curricular dentro del área de matemáticas supone:

I. Emplear procesos de aprendizaje acordes con el grado de madurez y desarrollo del niño.
II. Flexibilizar las opciones algorítmicas que se ofrecen a los alumnos, de manera que se adapten mejor a las realidades que representan y simbolizan.
III. Facilitar que la resolución de los diversos procesos de cálculo se desarrollen de manera diferente según sea la capacidad de cada uno de los sujetos.

I. EMPLEAR PROCESOS DE APRENDIZAJE ACORDES CON EL GRADO DE MADUREZ Y DESARROLLO DEL NIÑO.

1.1. Lo que nos dice la ciencia.

O dicho muy brevemente, partir de lo que la ciencia nos dice hoy sobre cómo aprende un niño. Se abre camino el enfoque intuicionista, desarrollado por diversos autores.

Spelke, psicóloga cognitivista de la Universidad de Harvard, sostiene que la aritmética elemental es parte del núcleo de conocimientos de la especie humana. Gracias a ello, desde muy temprano intuimos e interpretamos las realidades numéricas. Dehaene sostiene que nacemos con las intuiciones fundamentales del espacio, del tiempo y de los números, y que tales intuiciones las compartimos con bastantes especies animales. Se trataría de una herencia que viene desde la aurora de los tiempos, y que ha jugado un papel importantísimo en la supervivencia de la especie. La construcción matemática no es más que la formalización y la relación de las tres grandes intuiciones que acabamos de señalar.

¿En qué consiste la intuición aritmética humana? Siguiendo al autor antes citado, se trata de una red compleja de conocimientos que, fundamentalmente, capacita al ser humano para:

a) Estimar con bastante aproximación y de una manera muy rápida el cardinal de un conjunto. Si este conjunto tiene pocos elementos, la estimación de su numerosidad puede ser inmediata y exacta.

b) Anticipar el resultado de una adición y de una sustracción, de manera exacta cuando se trata de conjuntos pequeños y de manera aproximada cuando no lo son. Es decir, que el sujeto sabe, sin que haya recibido instrucción sobre ello ni haya tenido experiencias espontáneas previas, que si a un conjunto o colección se le añade otro éste va a crecer, y que si de un conjunto detraemos elementos, éste va decrecer. Y esto antes de que efectivamente se lleven a cabo las acciones que conducen a esos resultados.

c) Juzgar y diferenciar los conjuntos por su numerosidad o tamaño. Es decir, juzgar que (●●●●●●●●) es mayor que (●●●), o que (●●●●) es más pequeño que (●●●●●●●●●●●). Todo ello, sin tener que contar y sin haber sido entrenado para ello.

d) Situar los números en el espacio, de manera que los pueda ordenar y, por tanto, saber que uno determinado está más cerca de algunos que de otros. Así, el ocho está más cerca del diez que del cuatro, y el dos está más cerca del uno que del cinco.

Este núcleo de conocimientos está presente en los niños desde muy temprana edad y también lo está en numerosas especies de animales. El número no sería sino una capacidad intuitiva numérica que se manifiesta en todo el desarrollo de los sujetos, permitiéndo:

- Una evaluación rápida de la numerosidad de un conjunto, es decir, del número de objetos presentes en una colección. Se trata de una manifestación que aparece desde la más temprana edad y que se da, con las lógicas diferencias, en los primates.

- Una comparación de las numerosidades de dos colecciones. La evaluación que se es capaz de llevar se mantiene activa, presente en la memoria de trabajo, para poder comparar dos o más conjuntos y obrar en consecuencia. Los bebés de meses eligen, de entre dos colecciones de objetos que les atraen, la que tiene más. Los mamíferos superiores no dudan qué montón de comida elegir cuando, de dos de ellos, uno tiene claramente más alimentos.

- Una anticipación de la transformación de la numerosidad del conjunto a través de las operaciones de adición y sustracción, así como una evaluación del resultado una vez producido el cambio en las cantidades.

Estas capacidades intuitivas se manifiestan espontáneamente y sin haber sido aprendidas antes, y se ponen de manifiesto con tres características que acompañan a todo acto de intuición: la instantaneidad (en conjuntos muy pequeños) o la rapidez cuando los conjuntos son mayores; la automaticidad, en el sentido de que se produce la conducta evaluadora, comparativa o transformadora sin procesos previos de deliberación o como consecuencia de un conjunto secuenciado de instrucciones o aprendizajes anteriores; y, por último, la inaccesibilidad a la introspección consciente, a la capacidad de poder explicarnos lo que hacemos, a analizar lo que sucede cuando llevamos a cabo esas conductas.

1.2. El sentido del número.

El número es algo estático, determinado, cerrado, mientras el sentido numérico es algo abierto, dinámico, vivo. Lo que la realidad le ofrece al niño son cantidades que puede juntar, separar, agrupar de diversas maneras. Los símbolos numéricos les permitirán afinar, precisar y llevar a cabo representaciones mentales más exactas de esas cantidades, y sin necesidad de tenerlas delante. Cuando se trabaja con números y cantidades se desarrolla la capacidad de razonamiento de los mismos. ¿Cuándo alcanzan los niños el sentido numérico? Sowder (1992) dice que cuando comprenden el tamaño de los números, piensan sobre ellos, los representan de diferentes maneras, los utilizan como referentes, desarrollan percepciones acertadas sobre los efectos de las operaciones, y emplean su conocimiento sobre los números para razonar de manera compleja: por ejemplo, extiende a conjuntos mayores lo que sabe hacer con los más pequeños, generaliza lo que sabe sobre la suma de dos sumandos a pequeñas operaciones con tres sumandos, o cuando, para evitar la dificultad de un cálculo, aplica técnicas de descomposición.

Griffin (2004) señala los tres grandes mundos de las matemáticas: cantidades en el espacio y en el tiempo, la acción de contar y los símbolos numéricos. Educar en el sentido del número es ayudar al niño a que construya un conjunto de relaciones entre los tres mundos, y que ese conjunto sea cada vez más rico y más complejo. Pero para ello los niños tienen que tener oportunidades de apreciar, contrastar, separar, juntar, añadir, contar, representar, igualar, combinar, etc. Justo lo que menos se hace.

El trabajo didáctico debe consistir en desarrollar el sentido del número. Esto es, ofrecer experiencias y actividades que, entroncando con su capacidad intuitiva, la desarrolle y la encauce a través de los símbolos numéricos. O, dicho de otra manera, la capacidad intuitiva numérica de los niños hay que desarrollarla y volcarla en los moldes que ofrece la simbología. No se trata, por tanto, de permitir un crecimiento espontáneo o salvaje, que daría lugar a innumerables lagunas, ni de imponer unos conceptos cerrados y alejados de sus propias capacidades, sino de desarrollar, encauzar y ayudar a expresar a los niños y a las niñas las intuiciones y experiencias numéricas que tienen.

II. FLEXIBILIZAR LAS OPCIONES ALGORÍTMICAS QUE SE OFRECEN A LOS ALUMNOS, DE MANERA QUE SE ADAPTEN MEJOR A LAS REALIDADES QUE REPRESENTAN Y SIMBOLIZAN.

2.1. ¿Un único formato para la sustracción?

Queremos centrarnos aquí, como ejemplo, en las estructuras aditivas. Hasta ahora, toda la amplia problemática concernida por ella se sustanciaba con dos algoritmos: el de la suma y el de la resta. El de la resta se ha revelado desde siempre como el más inconveniente de todos. Era muy difícil de aprender y también de descubrir su aplicación a problemas concretos. Veamos por qué.

La resta se hace muy difícil porque es una operación que abarca muchos problemas, que resuelve tipos que son muy diferentes desde un punto de vista conceptual. Una resta tan sencilla como "17- 9 = 8" puede resolver hasta trece problemas diferentes.

1	Tengo 17 y me gasto 9. ¿Cuántos me quedan?
2	Tengo 9. Después de jugar tengo 17. ¿Cuánto he ganado?
3	Tengo 17.Después de jugar me quedan 9. ¿Cuánto he perdido?
4	Me han dado 9, y con las que tenía junto 17. ¿Cuántas tenía?
5	Hay 17 caramelos de fresa y de menta. 9 son de menta. ¿Cuántos son de fresa?
6	Tengo 17 y tú tienes 9. ¿Cuántas tengo más que tú?
7	Tengo 17 y tú tienes 9. ¿Cuántas tienes menos que yo?
8	Tengo 17 y tú tienes 9 menos que yo. ¿Cuántas tienes tú?
9	Tengo 17 y tengo 9 más que tú. ¿Cuántas tienes tú?
10	Tengo 17 y tú tienes 9. ¿Cuántas te tienen que dar para que tengas las mismas que yo?
11	Tengo 17 y tú tienes 9. ¿Cuántas tengo que perder para que me queden las mismas que a ti?
12	Tengo 17, y si a ti te dan 9 tienes las mismas que yo. ¿Cuántas tienes tú?
13	Tengo 17, y si pierdo 9 me quedan las mismas que a ti. ¿Cuántas tienes tú?

Son trece problemas diferentes y una sola operación. La resta se queda pequeña. Si analizamos despacio el sentido de los problemas, los podemos agrupar en cuatro categorías, que son las que siguen:

DETRAER O QUITAR. Son los problemas 1, 8, 9, 12 y 13. Son situaciones en las que hay una única cantidad, de la que se detrae otra y se pregunta por lo que queda. Nótese que en el caso de los problemas 9 y 12 hay que hacer previamente una transformación en el enunciado para que encajen en este tipo.

COMPARAR. Son los problemas 6 y 7. Hay dos cantidades diferentes. No se hace nada con ellas (de ninguna se quita, a ninguna se le añade nada), salvo establecer cuál tiene más o menos.

ESCALERA ASCENDENTE. Son los problemas 2, 4, y 10. Se parte de una cantidad determinada y se va añadiendo hasta que se llega a otra cantidad mayor, también expresa en el problema. Por el sentido es más una operación de sumar, puesto que se ha de ir añadiendo a la cantidad menor. La suma de todo lo que se añade es, valga la contradicción, la diferencia.

ESCALERA DESCENDENTE. Son los problemas 3 y 11. Se parte de una cantidad determinada y se va quitando hasta que se llega a otra cantidad menor, también expresa en el problema. El sentido es de una operación mixta. Por un lado, se ha de quitar hasta que se llegue a la cantidad inferior. Por el otro es de sumar, puesto que así se ha de hacer con todas las cantidades que se han añadido para saber la diferencia.

¿Y el problema número 5? ¿Se nos ha olvidado? No. Lo que ocurre es que se puede conceptualizar de tres maneras diferentes. Recordemos que dice lo que sigue: “Hay 17 caramelos de fresa y de menta. 9 son de menta. ¿Cuántos son de fresa?” El problema puede ser de ***detracción***, porque de los 17 caramelos quitamos los 9 de menta y nos quedaran los de fresa. Pero también puede serlo de ***escalera ascendente***, porque los alumnos se pueden situar en los 9 de menta y a partir de ahí ir añadiendo caramelos hasta llegar a los 17. Todos los que hayan puesto son los de fresa. Si se hace al revés (me sitúo en el 17 y voy quitando caramelos hasta llegar al 9), entonces el problema es de ***escalera descendente***. De acuerdo con nuestra experiencia, cada niño puede verlo de forma diferente.

Hay que cambiar. Se deben ofrecer modelos diferentes para cada uno de los tipos de que hemos hablado, y dejar que sea el alumno, cuando conceptualice bajo el mismo modelo formal todas las situaciones, el que al final se quede con uno de ellos.

En los siguientes enlaces pueden ver ejemplificaciones de cada uno de los formatos.

Detracción:
http://algoritmosabn.blogspot.com.es/search/label/Sustracci%C3%B3n.%202%C2%BA%20de%20Primaria.%20Formato%20por%20detracci%C3%B3n.

Comparación:
http://algoritmosabn.blogspot.com.es/search/label/Sustracci%C3%B3n.%202%C2%BA%20de%20Primaria.%20Formato%20por%20comparaci%C3%B3n.

Escalera ascendente:
http://algoritmosabn.blogspot.com.es/search/label/Sustracci%C3%B3n.%202%C2%BA%20de%20Primaria.Formato%20en%20escalera%20ascendente.

Escalera descendente:
http://algoritmosabn.blogspot.com.es/search/label/Sustracci%C3%B3n.%202%C2%BA%20de%20Primaria.%20Formato%20en%20escalera%20descendente.

2.2. Las operaciones dobles.

Las operaciones dobles que se hacen en la nueva metodología son dos: la doble resta y la sumirresta. La primera es una sustracción con dos sustraendos, y la segunda mezcla adición y sustracción en el mismo formato.

Los enlaces a las citadas operaciones son los que siguen:

Doble resta:
http://algoritmosabn.blogspot.com.es/search/label/Doble%20resta.%203%C2%BA%20de%20Primaria.

Sumirresta:
http://algoritmosabn.blogspot.com.es/search/label/Sumirrestas.%202%C2%BA%20de%20Primaria

Aparte del nuevo campo de posibilidades de cálculo que abre, la importancia fundamental de estas operaciones radica en que simplifica enormemente el mundo de los problemas porque convierte, de golpe y sin transición, muchos de ellos de dos operaciones que son difíciles para los niños (todos los dedos restas y todos los de una suma y una resta) en problemas de una operación, simplificando enormemente la complejidad de su comprensión y su realización. Hay siete problemas distintos de sumar y, como vimos hace poco, trece diferentes de restar. Quiere decir que, combinándolos simplemente, nos salen 91 problemas distintos de sumar y restar (13 x 7), y 169 de dos restas (13 x 13). Es decir, que con la doble resta y la sumirresta cambiamos 260 problemas diferentes de dos operaciones en problemas de una operación. ¡Casi nada!

Los problemas de dos operaciones son especialmente difíciles para los niños. No es complicado averiguar por qué y hay una amplia literatura científica que da cuenta de ello. Para nuestro propósito, baste pensar que en un problema de una operación aparecen los datos y la pregunta. En uno de dos operaciones aparecen los datos de la primera operación, pero no la pregunta, mientras que en la segunda operación sí aparece la pregunta, pero solo uno de los datos. Véase el caso siguiente: "**Un bosque con 2145 árboles se incendia y arden 368. Después plantan 325 árboles más. ¿Cuántos árboles hay ahora?**" Es evidente que la primera operación (2145-368) no tiene pregunta, y que la segunda (1777+325) no tiene el dato de los 1777 árboles.

Por lo anterior, la sumirresta facilita mucho todo el proceso. Es fácil pasar directamente del texto al formato del algoritmo, y luego permite múltiples posibilidades de desarrollar los cálculos de uno u otra manera. La resolución clásica obliga a realizar primero una operación y luego otra, mientras que aquí se pueden abordar los cálculos sucesiva o simultáneamente.

Recordamos los trece problemas de restar:

1	Tengo 17 y me gasto 9. ¿Cuántos me quedan?
2	Tengo 9. Después de jugar tengo 17. ¿Cuánto he ganado?
3	Tengo 17.Después de jugar me quedan 9. ¿Cuánto he perdido?
4	Me han dado 9, y con las que tenía junto 17. ¿Cuántas tenía?
5	Hay 17 caramelos de fresa y de menta. 9 son de menta. ¿Cuántos son de fresa?
6	Tengo 17 y tú tienes 9. ¿Cuántas tengo más que tú?
7	Tengo 17 y tú tienes 9. ¿Cuántas tienes menos que yo?
8	Tengo 17 y tú tienes 9 menos que yo. ¿Cuántas tienes tú?
9	Tengo 17 y tengo 9 más que tú. ¿Cuántas tienes tú?
10	Tengo 17 y tú tienes 9. ¿Cuántas te tienen que dar para que tengas las mismas que yo?
11	Tengo 17 y tú tienes 9. ¿Cuántas tengo que perder para que me queden las mismas que a ti?
12	Tengo 17, y si a ti te dan 9 tienes las mismas que yo. ¿Cuántas tienes tú?
13	Tengo 17, y si pierdo 9 me quedan las mismas que a ti. ¿Cuántas tienes tú?

Ahora, los de sumar:

1	Tengo 17 y me dan 9. ¿Cuántos junto?
2	He perdido 9 y me quedan 17. ¿Cuántos tenía?
3	Tengo 9 caramelos de menta y 8 de fresa. ¿Cuántos caramelos tengo?
4	Tengo 9 caramelos y tú tienes 8 más que yo. ¿Cuántos tienes?

5	Tengo 9 caramelos, y tengo 8 menos que tú. ¿Cuántos tienes tú?
6	En el cine A caben 150 personas. Si en el cine B cupiera 25 menos, cabrían las mismas que en el cine A. ¿Cuántas caben en el cine A?
7	Tengo 9, y se me dieran 8 tendría los mismos que tú. ¿Cuántos tienes tú?

Vayan combinando y verán. Y si ya es difícil para niños sin problemas….

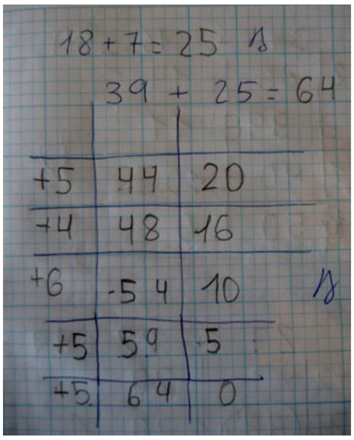
III. FACILITAR QUE LA RESOLUCIÓN DE LOS DIVERSOS PROCESOS DE CÁLCULO SE DESARROLLEN DE MANERA DIFERENTE SEGÚN SEA LA CAPACIDAD DE CADA UNO DE LOS SUJETOS.

Las únicas tareas que todos los niños, todos todos, tienen que hacer exactamente igual, son las cuentas. No hay excepciones ni parvedad de materia. Lecho de Procusto. Al que no llegue, se le estira y al que le sobre se le corta.

Si en lugar de emplear los algoritmos cerrados de toda la vida se emplean algoritmos abiertos, nos encontramos con que las dificultades con las que se enfrenta el niño a la hora de resolverlo se diluyen en una muy buena medida. Los algoritmos abiertos basados en números (ABN en adelante) presentan dos tipos de ventajas. El primero hace desaparecer muchas de las dificultades de los algoritmos antiguos: no hay llevadas, no hay ceros al cociente ni cosas de estas. El segundo tipo hace referencia a que, al ser abiertos, permiten que cada alumno los haga con su ritmo, con su cadencia, con su propio sistema de procesamiento de los cálculos.

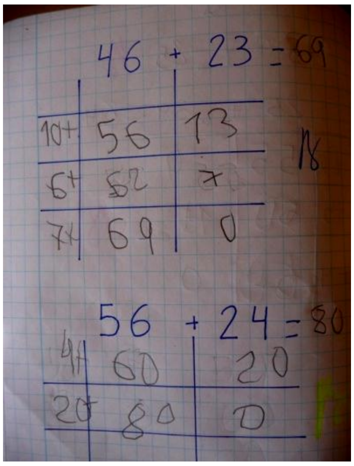
Los algoritmos ABN se basan en números, lo que facilita el enlace con los procesos intuitivos naturales de los niños, desarrollan un enfoque muy dinámico del sentido del número, son abiertos y muy graduables, son transparentes, en el sentido de que no encierran ni ocultan cálculos y procesos intermedios, se desarrollan con empleo de referentes, facilitan el relato de lo que se hace y, por último, desarrollan una alta capacidad de estimación. Por eso entendemos que son la alternativa real para evitar las dificultades de los alumnos y para solventarlas una vez que estas se produzcan. Empecemos.

3.1. Las sumas.



Primera fase.

El niño suma 25 a 39, pero no ve el sumando como dos decenas y cinco unidades, sino que lo trata como si todos sus integrantes fueran unidades. O dicho de otro modo, como si añadiera palillo apalillo.

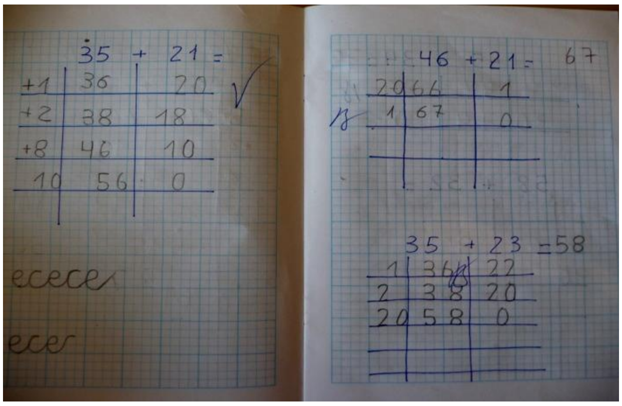


Transición.

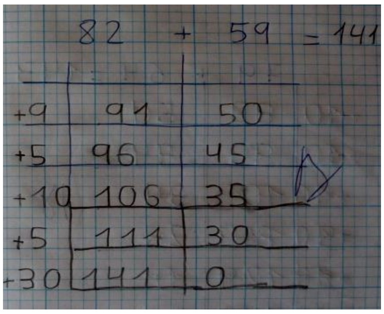
Aquí se muestra claramente una evolución.

En la primera suma ve una decena en 23, pero la restante la mezcla con las unidades y le da un tratamiento de “añadido” de unidades.

En la segunda ya sí resuelve en dos acciones: unidades de una vez y decenas de una vez.



Otro ejemplo de la transición de la primera fase a la segunda.



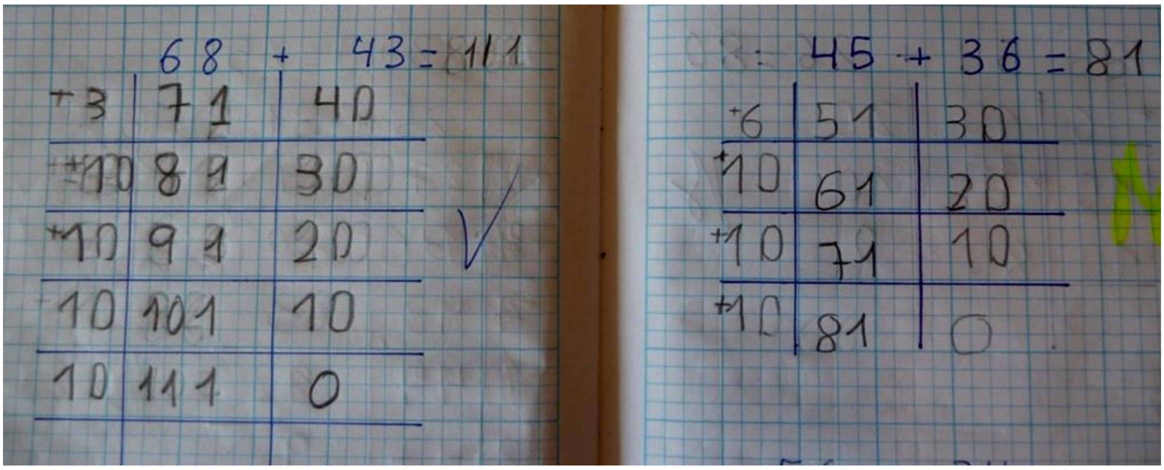
En esta operación se muestra claramente lo complicado y poco lineal que puede ser la transición a niveles superiores.

En este caso, la proximidad a la centena ha podido tener influencia en la selección de las cantidades que iba añadiendo.

Segunda fase.

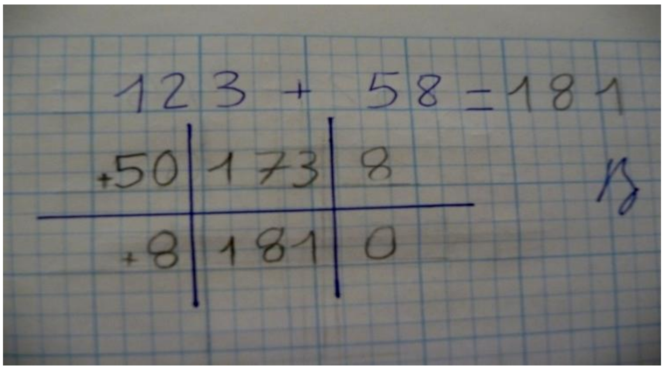
Para este alumno un número está formado por un agregado de decenas y por unidades sueltas. Así suma.

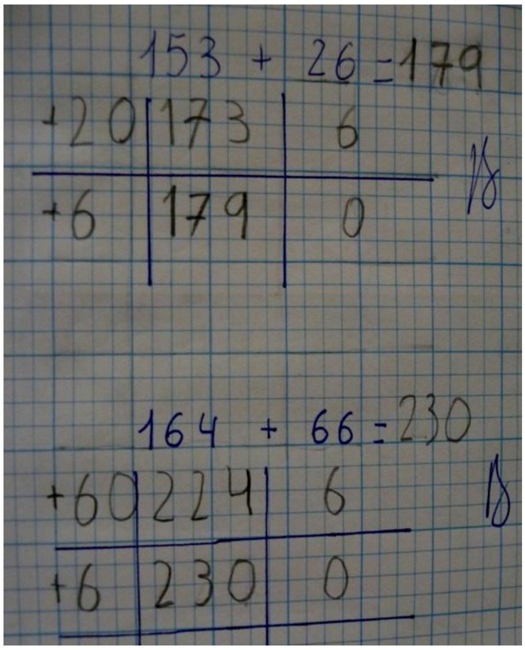
Es el ejemplo más paradigmático de esta etapa.



Transición a la Tercera fase. Agrupamiento de decenas.

En el caso de 51 y 60 (segunda y tercera sumas) desdobla el número de decenas para operar mejor.



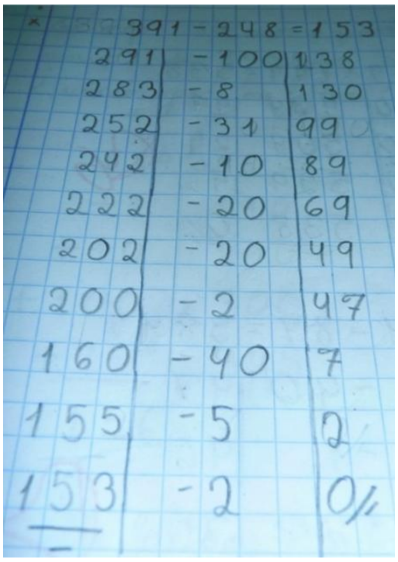


Tercera fase.

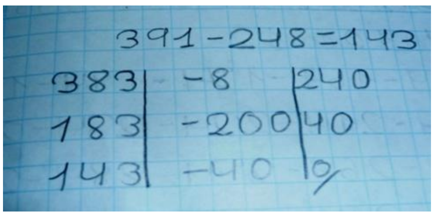
Sin palabras.

3.2. Las restas.

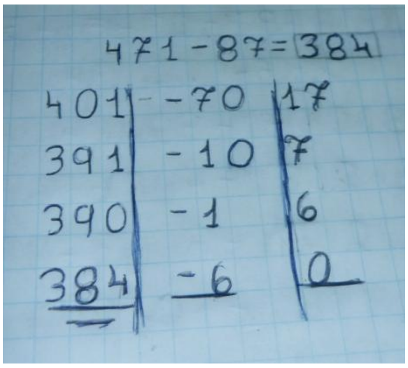
COMPARACIÓN DETRACCIÓN.



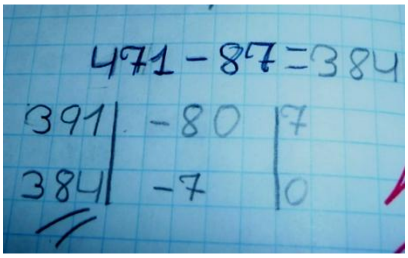
Es un caso de parsimonia. El alumno disfruta con la realización de la operación y no quiere que se le acabe.



Este otro la resuelve de forma más rápida. Va por órdenes de unidades, pero tras las unidades detrae las centenas y, por último, lo hace con las decenas.

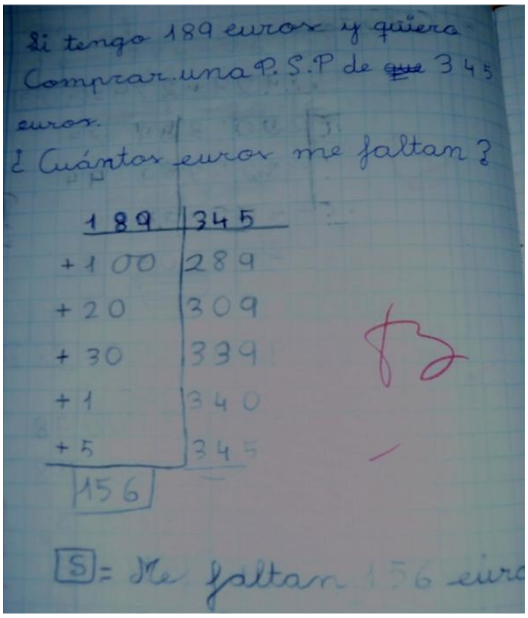


En este caso, resuelve la resta en cuatro pasos.

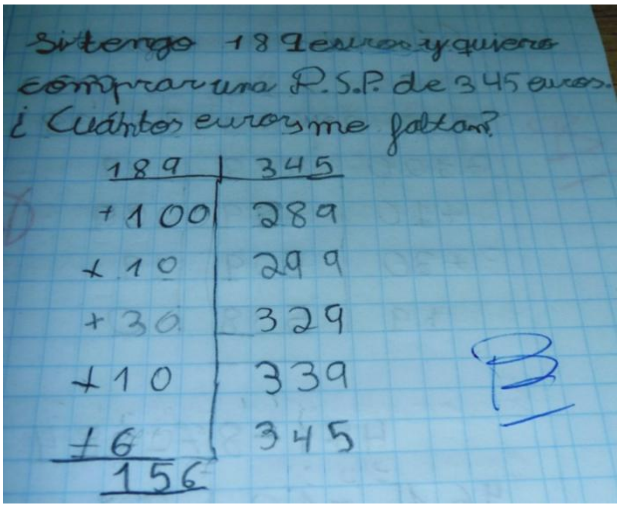


Este otro lo hace en la mitad.

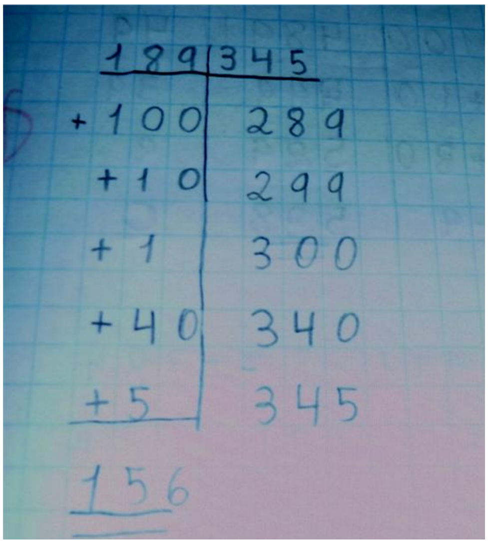
ESCALERA ASCENDENTE.



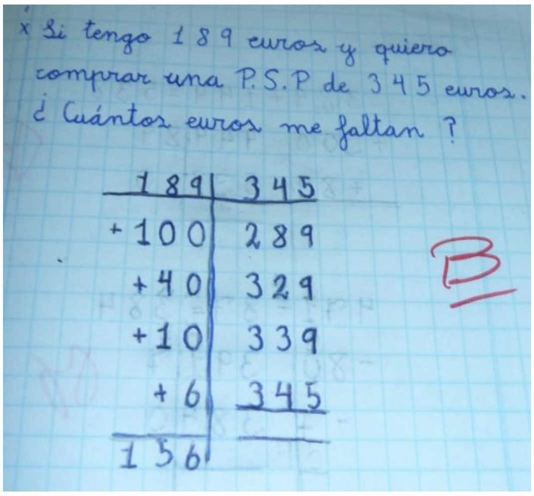
El problema es resuelto en cinco intentos.



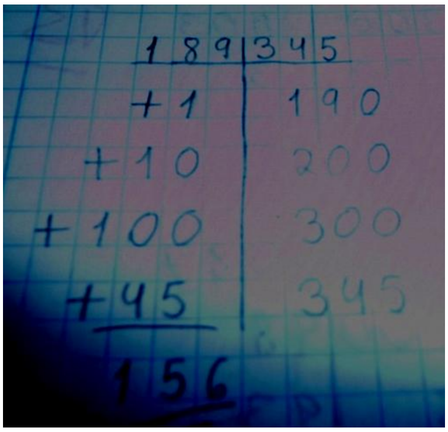
Mismo número de pasos que en el caso anterior.



Otros cinco pasos, pero diferentes a todos los anteriores.



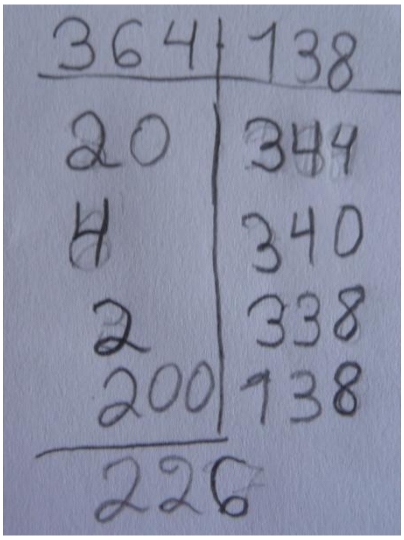
Cuatro pasos. Desde el mayor al menor.



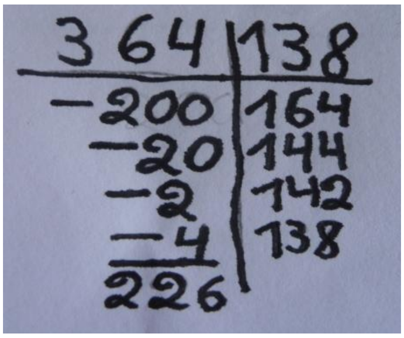
Otros cuatro pasos, pero con otra lógica y con otro itinerario.

ESCALERA DESCENDENTE.

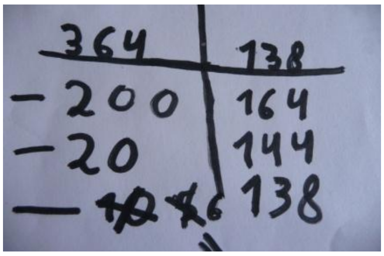
Los niños de 2º resolvían el siguiente problema: **“El ascensor de una torre muy alta desciende desde el piso 364 hasta el 138. ¿Cuántos pisos ha bajado?”**



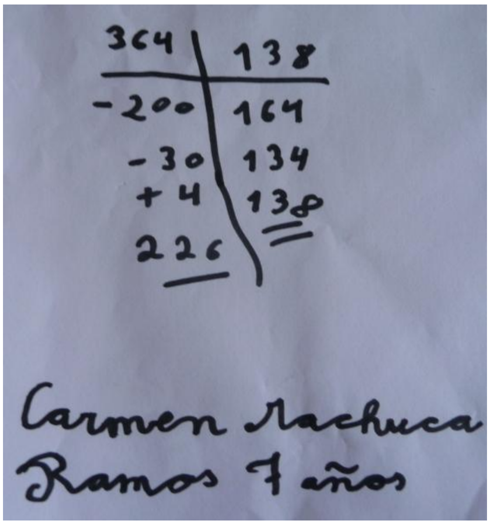
Un ejemplo y con rectificaciones. En cuatro pasos.



En cuatro pasos, pero en sentido inverso.



Llega a hacerlo en tres pasos, pero también después de tres intentos.

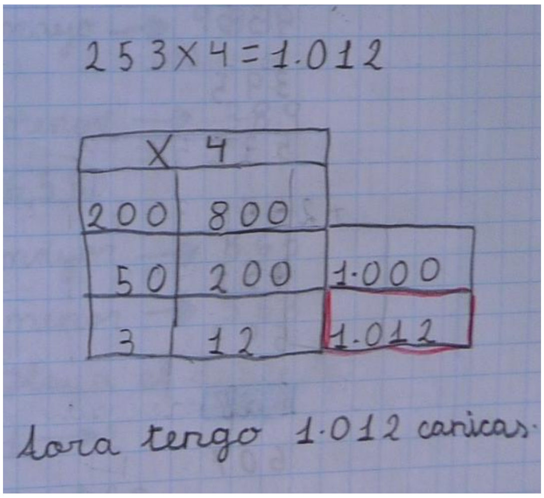


En tres pasos, pero de qué forma. Como tiene el sentido de lo que está haciendo, supera el significado estricto de los signos. De este modo, suma los negativos y resta el positivo.

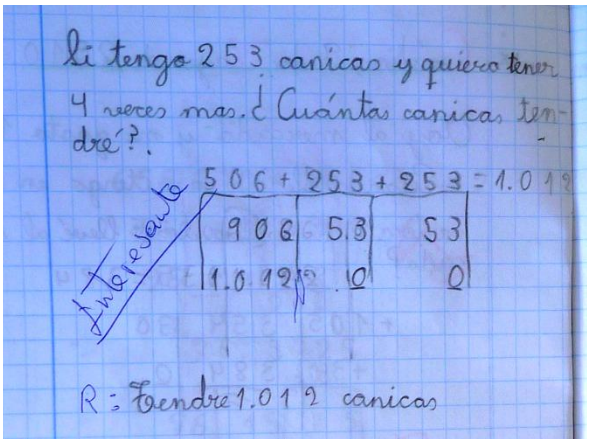
Por lo bien que lo ha hecho dejamos su nombre y edad.

3.3. Las multiplicaciones.

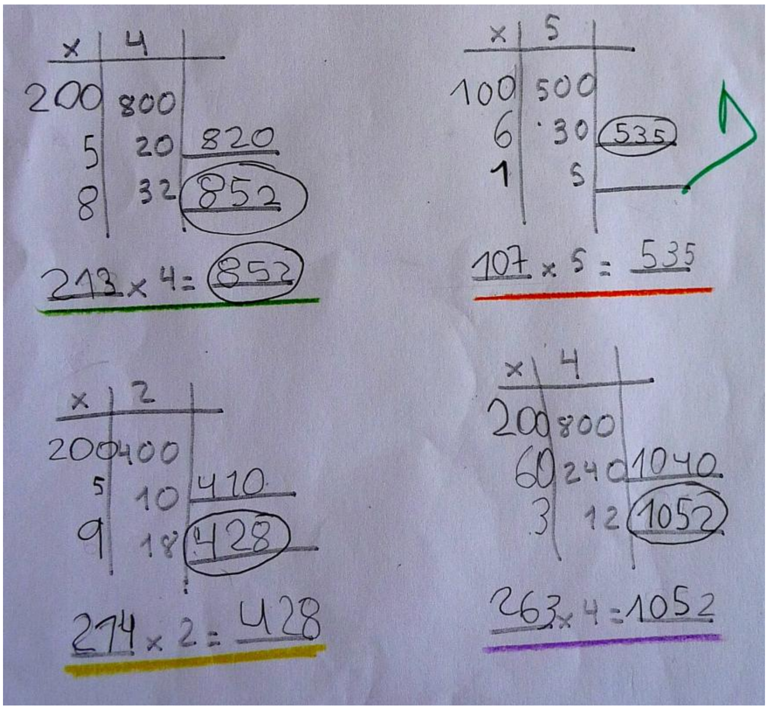
En el caso de las multiplicaciones caben pocas alternativas, pues es una operación que exige la memorización de una base de datos (las tablas). La forma de aprender las tablas y de afrontar la operación deja margen para la creatividad.



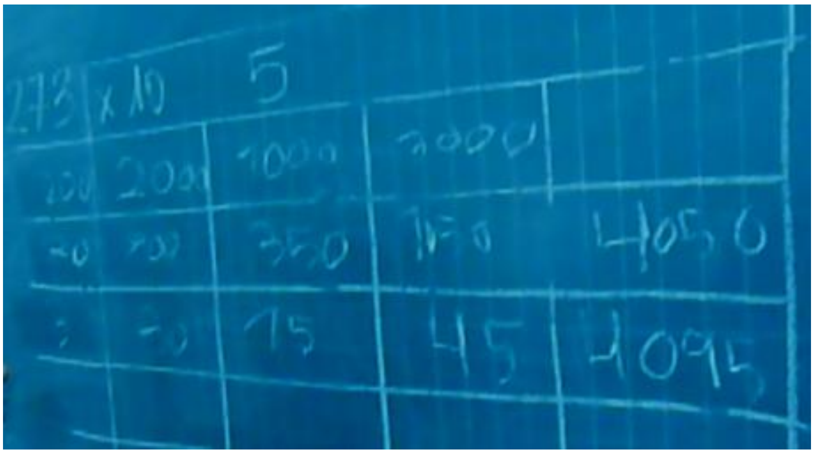
El algoritmo es expandido, la transparencia es absoluta y permite hallar todos los productos parciales: Si fueran 200, el resultado sería 800; si 250, 1000; si 203, 812; y por último, si 53, 212.



Algunos niños, como este, se permiten originalidades.



Otra originalidad. María señalaba que multiplicar 10 y 3 no tenía mérito, y lo cambiaba por 8 y 5. Nadie le había explicado la propiedad distributiva del producto respecto a la suma.



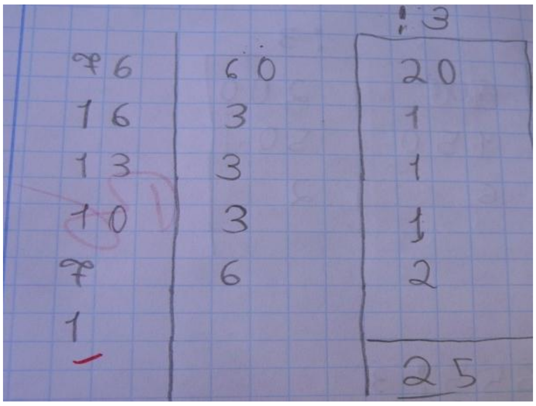
Para los que comienzan a multiplicar por dos cifras, desdoblan el multiplicador y así practican más las sumas. Los niños con menor capacidad prefieren quedarse en este estadio.

Finalmente, los alumnos de mayor capacidad de cálculo desarrollan rapidez y seguridad, lo que les permite un magnífico cálculo mental. Prueba de ello es el enlace siguiente:

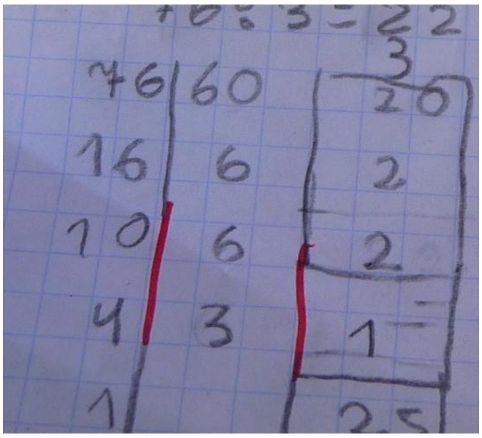
http://algoritmosabn.blogspot.com.es/search/label/Producto.%204%C2%BA%20de%20Primaria.%20Decimales

3.4. La división.

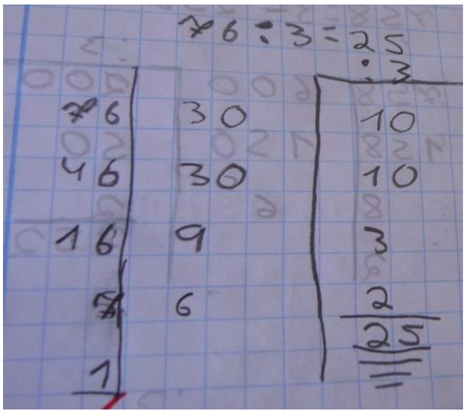
La división permite diversos grados de adaptación y de desglose de los cálculos. En el proceso de iniciación, los alumnos expresan su diferente dominio. Las fotografías siguientes dan cuenta de la división de 76 : 3.



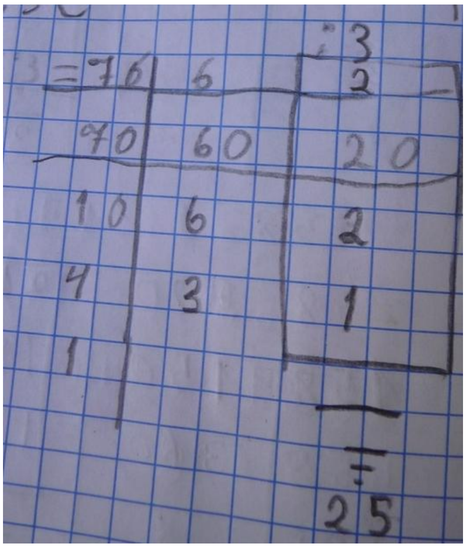
Se resuelve en cinco cálculos. Es curioso constatar la diferencia entre el primer reparto y los tres posteriores.



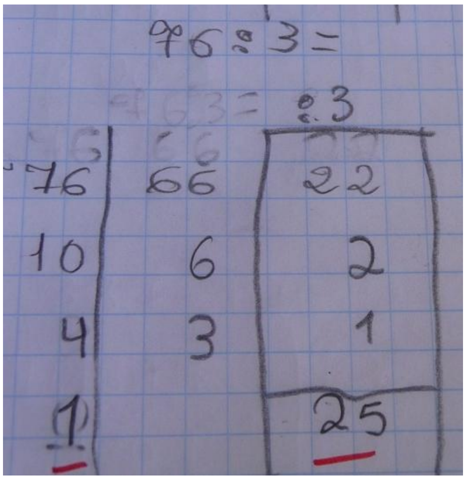
Resuelta en cuatro cálculos. El que gana respecto al anterior es la forma de descomponer el 16.



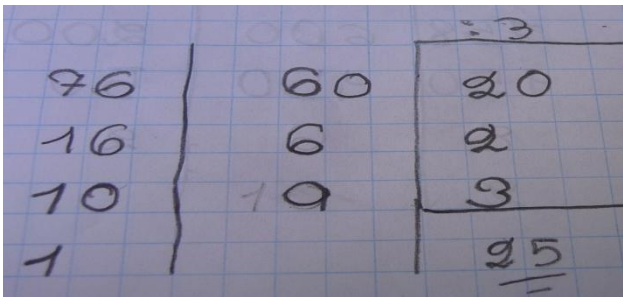
Los cuatro cálculos son de naturaleza distinta a la resolución anterior. Si la comparamos, desdobla el 60 en dos pasos, y engloba los dos siguientes en uno solo.



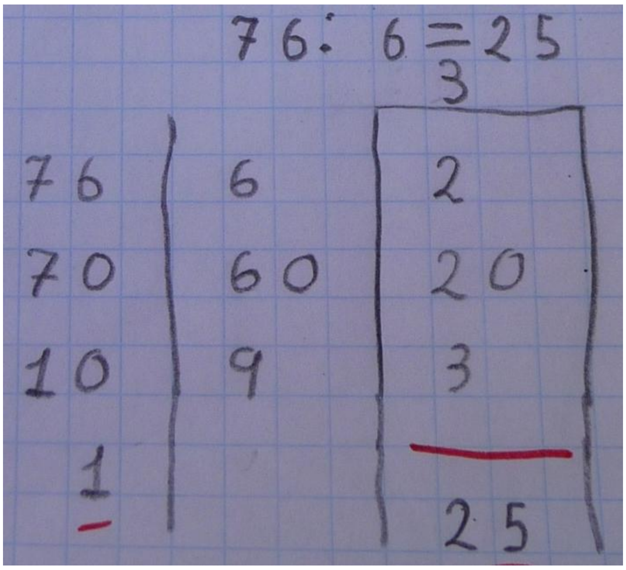
Otra forma de resolver la operación en cuatro cálculos.



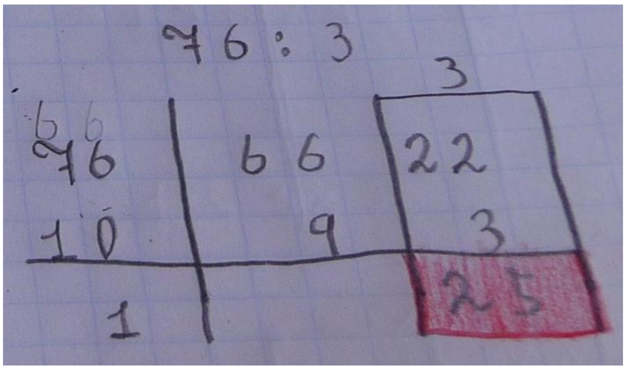
Ahora se resuelve en tres pasos. Es curioso constatar lo bien que se selecciona el primer cálculo y sin embargo se es mucho más premioso con los números pequeños, como es el caso del 10, que requiere de dos cálculos.



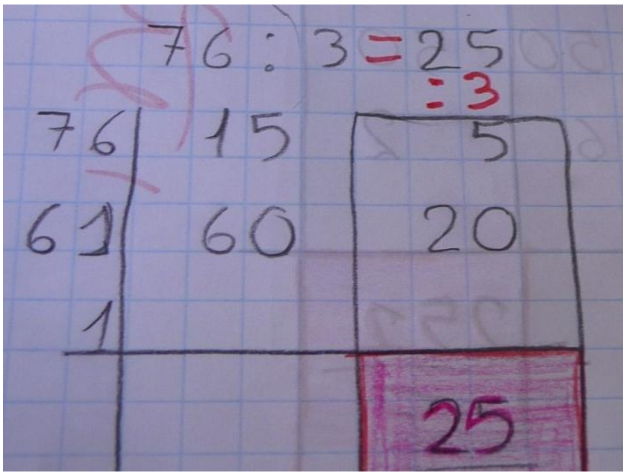
Son también tres cálculos, como en el caso anterior, pero se nota menos soltura a la hora de repartir los números pequeños que los números grandes.



Tres cálculos llenos de orginalidad. Es original no comenzar repartiendo el número mayor, sino redondear a decena exacta y, conseguida esta, extraer el máximo de la misma.



Dos cálculos. La diferencia respecto a otro homólogo de tres pasos radica en el tratamiento del número 10.



Finalmente, dos cálculos muy interesantes. El primero de ellos es posible porque el niño "localiza" el 15 dentro del 76. Así ve que a continuación le van a quedar prácticamente 60, con lo que la operación está resuelta.

IV. BIBLIOGRAFÍA.

Aguilar Villagrán, M., y Martínez Montero, J. (1997). El dominio de la numeración al terminar cada uno de los ciclos de la Educación Primaria. *Números,* 31. Pp. 15-31.

Beishuizen, M. (1994). Mental Strategies and Materials or Models for Addition and Subtraction up to 100 in Dutch Second Grades. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 4. Pp. 294-323.

Dehaene, S. (1993). *Numerical cognition*. Oxford: Blackwell.

Dehaene, S. (1997). *The number sense*. New York: Oxford University Press.

Dehaene, S. (2003). *La Basse des maths.* París: Odile Jacob.

Dehaene, S. (2007). A few steps toward a science of mental life. *Mind, Brain and Education,* 1, Pp. 28-47.

Dehaene, S. (2007). Symbols and quantities in parietal cortex : elements of a mathematical theory of number representation and manipulation. In *Attention & Performance XXII. Sensori-motor foundations of higher cognition*, Haggard, P. and Rossetti, Y. (Ed) Cambridge, Mass., Harvard University Press. 2007, 24, pp. 527-374.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1*, 83–120.

Dehaene, S., Izard, V., Spelke, E., Pica, P. (2008). Log or Linear ? Distinct intuitions of the number scale in western and Amazonian indigene cultures. *Science*, 320, 1217-1220.

Griffin, S. (2004). Teaching number sense. *Educational Leadership. February*, 39 a 42.

Martínez Montero, J. (2000). *Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI*. Bilbao: CISS-Praxis.

Martínez Montero, J. (2001). Los efectos no deseado (y devastadores) de los métodos tradicionales de aprendizaje de la numeración y de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas. *Epsilon*, 49. Pp. 13-26.

Martínez Montero, J. (2008). *Competencias básicas en matemáticas. Una nueva práctica*. Madrid: Wolters Kluwer.

Martínez Montero, J. (2010). *Enseñar matemáticas a alumnos con NEE*. (2ª edición). Madrid: Wolters Kluwer.

Martínez montero, J., y Sánchez Cortés, C. (2011). *Desarrollo y mejora de la inteligencia matemática en la Educación Infantil*. Madrid: Wolters Kluwer.

Wright, R., Martland, J., & Stafford, A. (2005). *Early numeracy: Assessment for teaching and intervention* (2nd ed.). London, UK: Sage.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358*, 749–750.

Xu, F, y Spelke, E.S. (2000). Large number discrimination in 6-months-old infants. *Cognition, 74* (1), B1-B11.