

## Objetivos y competencias en el aprendizaje de los números naturales<sup>1</sup>

Luis Rico  
José Luis Lupiáñez  
Universidad de Granada

*Este trabajo ejemplifica para el tema de matemáticas «Sistema de los números naturales» los diversos niveles de expectativas de aprendizaje que plantean los responsables del currículo de secundaria para su consecución por parte de los alumnos. Se describen y ejemplifican distintos tipos de objetivos para el área de matemáticas: objetivos de etapa, objetivos de curso y objetivos específicos de una unidad didáctica. También se describe la competencia matemática, competencia básica, en términos de siete competencias específicas establecidas en el marco conceptual del proyecto PISA. Finalmente, se presenta la vinculación entre objetivos y competencias para los enunciados escogidos.*

Palabras clave: *expectativas aprendizaje, objetivos aprendizaje, competencia matemática, competencias matemáticas específicas, proyecto PISA*

### Objectives and competences in learning natural numbers

*This article exemplifies several levels of learning expectations related to the subject of the Natural Number System in mathematics set out by curriculum designers and developers. We describe and exemplify different kinds of objectives for the area of mathematics: stage goals, course goals and specific goals for a teaching unit. We also describe mathematical competence, a basic competence, in terms of seven specific competences set out in the conceptual framework of the PISA project. Finally we present the link between objectives and competences for the chosen statements.*

Keywords: *learning expectations, learning goals, mathematical competence, specific mathematical competence, PISA project.*

### Cuestiones sobre el aprendizaje escolar en matemáticas

La Ley Orgánica 2/2006 de Educación y la normativa derivada introducen la noción de competencia como componente del currículo en todos los niveles del sistema educativo. Las competencias básicas se establecen como expectativas sobre el aprendizaje de los estudiantes, distintas a los objetivos (Real Decreto 1631/2006). La incorporación de las competencias implica cambios importantes en la organización curricular para el periodo de la educación obligatoria (Rico y Lupiáñez, 2008).

Estas orientaciones curriculares plantean a los diferentes agentes del sistema educativo, y al profesorado de las distintas materias, cuestiones como las siguientes: ¿A qué se refiere el término competencia? ¿Qué es ser competente en matemáticas? ¿Cómo logran los escolares ser competentes en matemáticas? ¿Es posible evaluar la competencia?

Fuera del ámbito español también surgen cuestiones como las anteriores. Los países de la Unión Europea, los de la OCDE, y muchos otros, incorporan las competencias básicas como parte relevante de las expec-

tativas para el aprendizaje de sus ciudadanos en sus documentos y proyectos curriculares; gran parte de la responsabilidad de estas reformas recae en la difusión de los resultados del informe PISA (Recio, 2008).

Los resultados de la evaluación PISA en 2003 (OCDE, 2005) han tenido una alta repercusión mediática y social debido a los bajos resultados de los alumnos españoles en las diversas materias que allí se evalúan, entre ellas, las matemáticas. Los resultados de la aplicación de las pruebas en 2006 han generado un debate similar desde que comenzaron a hacerse públicos (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007). Este impacto ha incidido en las nuevas orientaciones curriculares, a cuyo desarrollo estamos asistiendo. El papel que desempeñan las competencias básicas, que caracterizan las expectativas de aprendizaje al término de la educación obligatoria, lleva a subrayar la funcionalidad del conocimiento matemático (Lupiáñez, 2008).

Este enfoque funcional posee unas características que lo distinguen de otros. En Rico y Lupiáñez (2008, pp. 175-183) describimos cuatro enfoques para las matemáticas escolares, que están refrendados con programas educativos y propuestas curriculares en diferentes momentos y países. Brevemente, tales enfoques son los siguientes:

- *Enfoque instrumental o tecnológico*, centrado en el dominio y uso de hechos, destrezas y conceptos básicos, que se toman como herramientas.
- *Enfoque estructural o técnico*, donde el conocimiento se considera un sistema estructurado de reglas y conceptos, formalizado y basado en la deducción.
- *Enfoque funcional*, donde el conocimiento permite modelizar situaciones reales, y que está orientado a la resolución de problemas en diferentes contextos.
- *Enfoque integrado*, donde el conocimiento es objeto de actividad intelectual autónoma, creación e interacción en diversas situaciones y contextos.

Diferentes enfoques conducen a distintos modelos de currículo, que muestran distintas opciones de planes de formación según los conocimientos que destacan, el tipo de aprendizaje que en cada caso se promueve, el peso de la argumentación y de las relaciones de comunicación, la complejidad y diversidad de capacidades contempladas en cada caso, entre otros. La competencia matemática, ¿qué aprendizaje promueve?

«No todas las formas de enseñar matemáticas contribuyen por igual a la adquisición de la competencia matemática: énfasis en la funcionalidad de los aprendizajes, su utilidad para comprender el mundo que nos rodea o la misma

## Enfoque funcional en la enseñanza de la matemática escolar

selección de estrategias para la resolución de un problema, determinan la posibilidad real de aplicar las matemáticas a diferentes campos de conocimiento o a distintas situaciones de la vida cotidiana». (Orden ECI/2220/2007, pp. 31790-31791)

En el enfoque funcional de las matemáticas escolares, los conceptos y procedimientos matemáticos tienen un para qué, sirven para algo, pues las nociones matemáticas constituyen herramientas mediante las que actuamos para dar respuesta a cuestiones, problemas e interrogantes. En el resto de enfoques, la aplicación se suele centrar, casi en exclusiva, en la propia matemática. La perspectiva funcional concreta cómo los escolares pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana. Para abordar la resolución de problemas se requiere un conocimiento teórico y un dominio técnico, pero el carácter funcional en las matemáticas establece que no sean sólo esos los aspectos que se tengan en cuenta en educación obligatoria, sino que los escolares sean capaces de poner en juego y aplicar esos conocimientos y dominios técnicos para resolver problemas en una variedad de situaciones y contextos.

El enfoque funcional de las matemáticas escolares ha recibido en los últimos años un impulso debido al proyecto PISA de la OCDE (2005). Este proyecto se focaliza en el estudio de la alfabetización matemática de los escolares al término de su formación obligatoria. La noción de *alfabetización matemática* se concreta no tanto en términos del currículo escolar como en el de aquellos conocimientos y destrezas que son necesarios para la vida adulta. La alfabetización matemática se refiere a las capacidades individuales de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas en una variedad de dominios y situaciones (Rico, 2005, p. 14).

Las recientes orientaciones y directrices curriculares también promueven la visión funcional de las matemáticas:

«El desarrollo de la competencia matemática (...) supone aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas adecuadas e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para obtener conclusiones, reducir la incertidumbre y para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad». (Orden ECI/2220/2007, p. 31.689)

Onrubia, Cochera y Barberá (2001, p. 497) argumentan que el aprendizaje que se promueva en la escuela debe destacar la relación entre competencia y matemática funcional:

*[Las matemáticas escolares deben] permitir a los estudiantes enfrentarse a las demandas de su entorno social y cultural en sus diferentes esferas: educativa y laboral, privada, social y comunitaria. [...] [de manera que contribuyan] a su desarrollo y socialización [...] para actuar como ciudadanos competentes, activos, implicados y críticos: capacidades de pensamiento autónomo e independiente, de exploración e indagación, de pensamiento divergente y creativo, de identificación y resolución de problemas diversos, de modelización de situaciones extra-matemáticas reales, de análisis y valoración de los usos y roles de las matemáticas en el contexto social, y de comprensión de las nuevas tecnologías de la información en relación con las matemáticas.*

## Expectativas de aprendizaje

Desde nuestro punto de vista, el aprendizaje de los escolares se muestra mediante actuaciones observables y por inferencia de ciertas estructuras y contenidos en su memoria. Los escolares llevan a cabo determinadas actuaciones como respuesta a las demandas que se les plantean por medio de tareas. El análisis de actuaciones contempla el dominio de conocimientos concretos alcanzado, pero también estudia la riqueza de conexiones que se establecen entre los diversos conocimientos, que muestran su complejidad cuando se movilizan para dar respuesta a las demandas planteadas.

Eempleamos el término *expectativas de aprendizaje* para denominar, de manera general, aquellas capacidades, competencias, conocimientos, saberes, aptitudes, habilidades, técnicas, destrezas, hábitos, valores y actitudes que, según diferentes instancias del currículo, se espera que logren, adquieran, desarrollen y utilicen los escolares. En el caso de las matemáticas, las expectativas expresan determinados usos reconocibles y deseados del conocimiento matemático, que se pueden observar o inferir a partir de actuaciones de los escolares ante tareas. Las expectativas de aprendizaje son cruciales porque establecen y organizan toda la acción del profesor.

Para determinar el aprendizaje de las matemáticas, el profesor plantea a los escolares tareas y problemas que demandan actuaciones, muestran capacidades, conocimientos alcanzados y competencias matemáticas desarrolladas. La satisfacción de unas expectativas de aprendizaje se pone de manifiesto mediante los modos de hacer y de conducirse de los estudiantes ante las tareas y problemas, así como de las inferencias sobre el logro de determinadas competencias (Bell, Costello y Kucheman, 1985, p. 77).

En Rico y Lupiáñez (2008) recogemos una detallada reflexión sobre diferentes niveles de expectativas, desde la definición y concreción de

las finalidades de la educación matemática (Coll y Martín, 2003; Delval, 1990; Niss, 1995; Rico, 1997; Romberg, 1991; Skovmose, 1994; Taba, 1983), hasta el análisis de los objetivos operativos (Bloom y otros, 1971; Anderson y otros, 2001). De los niveles de expectativas considerados que forman parte del currículo de matemáticas para educación obligatoria interesan los objetivos específicos y las competencias básicas.

## Objetivos

El desarrollo sistemático del currículo, lo que se denomina currículo prescriptivo, marca sus prioridades e intenciones generales y procede por análisis desde los enunciados generales hasta los objetivos vinculados con contenidos y tareas concretos. En general, los enunciados de objetivos incluyen las capacidades cuyo logro se pretende.

Las capacidades son aquellas aptitudes o habilidades para realizar determinadas tareas o actividades que posee un sujeto, su poder para realizar un acto físico o mental. Cuando nos centramos en matemáticas, las expectativas de aprendizaje de esta materia se han concretado en el desarrollo de capacidades vinculadas con los conocimientos matemáticos que se espera que adquieran los escolares durante su etapa formativa obligatoria. Mayer (1986, p. 168) define la capacidad matemática como «todo el conjunto de operaciones cognitivas, habilidades y conocimientos que son componentes de las tareas matemáticas». Es decir, la capacidad se muestra en el modo en que los estudiantes actúan y pueden usar sus conocimientos para realizar tareas y resolver problemas en diferentes situaciones y contextos. Cuando los estudiantes logran ser «capaces de», han cubierto unas expectativas de aprendizaje.

Los objetivos en matemáticas pueden enunciar expectativas de aprendizaje con distintos grados de generalidad. En todos los casos, destacan unos conocimientos matemáticos, se vinculan a unas tareas y su realización mostraría el logro de una o varias capacidades.

Consideramos tres niveles para los objetivos curriculares, los cuales se establecen también para el caso de las matemáticas escolares, como recoge el cuadro 1.

Los niveles siguen una organización lógica, con una jerarquía según generalidad y una secuencia de realización.

### Objetivos generales de área

El primero de los niveles anteriores, al que nos referiremos como objetivos generales, aparece explícitamente en los documentos curriculares actuales. Estos objetivos generales expresan unas expectativas de

**Cuadro 1.** Niveles de objetivos en el currículo (Rico y Lupiáñez, 2008, p. 69)

ÁMBITO	OBJETIVOS	APRENDIZAJE QUE DESCRIBEN
Etapas.	Generales de área.	Resultados generales esperados de toda una etapa educativa.
Curso.	De curso o programa (criterios de evaluación).	Resultados esperados de un curso o programa.
Tema.	Específicos.	Resultados esperados de un tema concreto, afectan a una unidad temática.

aprendizaje a largo plazo para cada una de las disciplinas básicas que conforman la educación obligatoria. En el caso de las matemáticas, no aparecen descripciones precisas de las nociones matemáticas y muchos de sus enunciados se centran en capacidades genéricas sobre uso de esas nociones. El siguiente ejemplo de este nivel de expectativas está extraído de los objetivos generales de matemáticas para educación secundaria:

«Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación». (Orden ECI/2220/2007, p. 31.791)

### Objetivos de curso o programa

Estos objetivos se expresan en los documentos curriculares mediante los criterios de evaluación. Proporcionan un núcleo de contenidos matemáticos para cada curso, delimitando prioridades sobre esos contenidos. También enumeran capacidades que contribuyen al desarrollo y dominio de determinados procesos cognitivos por parte de los escolares, y brindan criterios para seleccionar tareas que sirvan para valorar la consecución de los objetivos.

Como ejemplo, señalamos el primero de los diez criterios de evaluación para la asignatura de matemáticas de cuarto curso de educación secundaria, que se desglosa a su vez en varias capacidades más precisas:

- «1. Utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico. Se trata de evaluar la capacidad de:
- Identificar y emplear los distintos tipos de números y las operaciones siendo conscientes de su significado y propiedades.

- Aplicar la jerarquía de las operaciones y el uso correcto de los signos y paréntesis en el cálculo numérico.
- Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora).
- Adecuar la solución (exacta o aproximada) a la precisión exigida en el problema, particularmente en el trabajo con potencias, radicales o fracciones». (Orden ECI/2220/2007, p. 31.802)

Estos enunciados muestran el núcleo central de conocimientos matemáticos para la enseñanza en este ciclo. Los criterios de evaluación contribuyen a la toma de decisiones sobre el contenido, a la extensión con que se contempla cada bloque en el ciclo y a marcar ciertas prioridades. Establecen indicadores para la selección de tareas que permitan valorar el logro del objetivo; igualmente enumeran algunas de las capacidades que contribuyen al desarrollo cognitivo de los escolares.

### Objetivos específicos

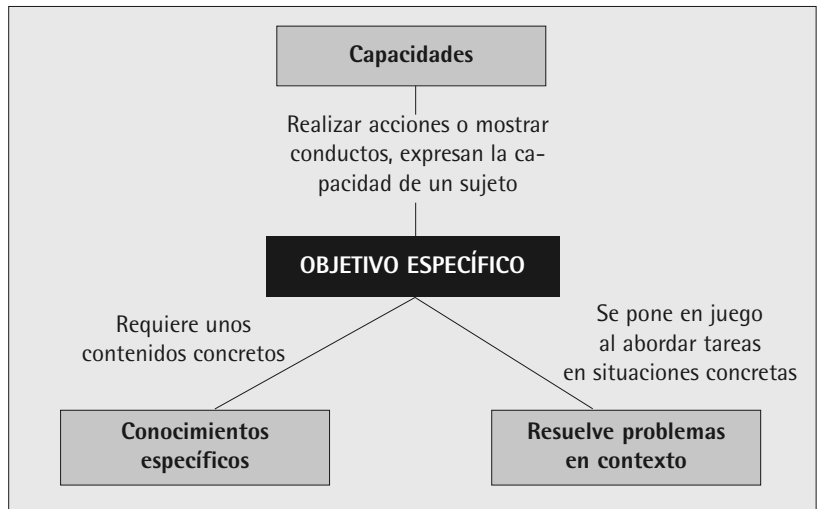
El último de los niveles de objetivos, los llamamos *objetivos específicos*, suele concretarse por el claustro y los equipos docentes de cada centro, se realiza en la planificación de cada asignatura e incluye su desarrollo. Esta planificación forma parte del proyecto educativo de cada centro (Ley Orgánica 2/2006).

Los objetivos específicos establecen la vinculación entre unos determinados contenidos y unas tareas, dando lugar al enunciado de un tipo de conducta esperada por parte del estudiante que aprende. El grado de precisión de los objetivos temáticos específicos es alto, ya que la conducta o conductas esperadas y los contenidos a que se refieren no dan lugar a equívocos, si bien pueden dar lugar a un amplio rango de tareas diferentes. El objetivo se concreta al establecer un conjunto de tareas delimitadas que lo ejemplifican.

Mediante el término objetivos específicos nos referimos a niveles concretos de expectativas de aprendizaje, que se expresan como capacidades y se muestran mediante conductas observables, relativos a un tema concreto y referidos a tareas de una complejidad determinada sobre ese tema. El cuadro 2 caracteriza este término.

### Competencias como expectativas de aprendizaje

Las competencias básicas corresponden también a la dimensión cognitiva del currículo. Marcan una perspectiva diferente, más amplia y comprensiva, en relación con las expectativas sobre el aprendizaje de los escolares. En su preámbulo, la LOE destaca como finalidad (Ley Orgánica

**Cuadro 2.** Componentes de la noción de objetivo específico

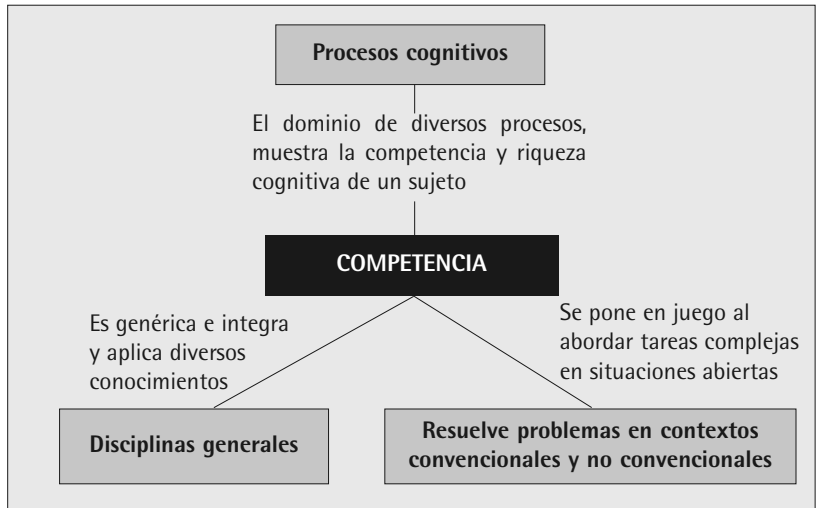
2/2006): «proporcionar a los jóvenes una educación completa, que abarque los conocimientos y las competencias básicas que resultan necesarias en la sociedad actual» (p. 17160). Para ello, afirma que «todos los ciudadanos deben tener la posibilidad de formarse [...] con el fin de adquirir, actualizar, completar y ampliar sus capacidades, conocimientos, habilidades, aptitudes y competencias para su desarrollo personal y profesional» (p. 17.162).

Lupiáñez (2009) hace una revisión y una discusión detalladas de la noción de competencia básica. Resumimos aquí las conclusiones de ese estudio, que permite extraer tres ideas en relación al significado de competencia en educación (Rico y Lupiáñez, 2008):

- La competencia sirve para y se manifiesta mediante la acción, lo cual se expresa de diversos modos, genéricos o específicos, como actuar, interpretar y resolver problemas, enfrentar demandas complejas o aplicar conocimientos a la práctica.
- La competencia se muestra mediante el desarrollo personal y social del sujeto competente, lo cual también se expresa de diversas maneras como vivir, desarrollar capacidades, tomar decisiones, continuar aprendiendo, trabajar, o mejorar la calidad de vida.
- La competencia siempre hace referencia a un contexto de aplicación. Hay un claro énfasis en que la acción y el desarrollo, que se derivan de componentes cognitivas y actitudinales, tienen lugar en un marco concreto, de manera contextualizada.

Este análisis permite caracterizar la competencia de acuerdo a tres componentes (cuadro 3), de manera análoga a como se hizo con la noción de objetivo.



**Cuadro 3.** Componentes de la noción de competencia

Este análisis estructural es coherente con el planteamiento hecho sobre las expectativas de aprendizaje en un marco curricular y responde al planteamiento funcional que realizan Rychen y Salganick (2006, p. 74), que establecen que:

*Una competencia se define como la habilidad para satisfacer con éxito exigencias complejas en un contexto determinado, mediante la movilización de prerrequisitos psicosociales que incluyen aspectos tanto cognitivos como no cognitivos [...] esto representa un enfoque orientado hacia la demanda o funcional [...]. El centro de atención principal se pone en los resultados obtenidos por el individuo mediante una acción, decisión o forma de comportarse con respecto a las demandas que se le plantean.*

Desde una perspectiva curricular, objetivos y competencias básicas enuncian expectativas sobre el aprendizaje de los escolares. La consecución de tales expectativas no es exclusiva de una materia ni de un nivel determinados, sino que su alcance se establece para las etapas del sistema educativo.

Así, el término *competencia* alude a los modos en lo que los escolares actúan cuando hacen matemáticas y cuando se enfrentan a problemas. En el proyecto PISA (OCDE, 2005), se propusieron a los escolares problemas en diferentes contextos y situaciones, para cuya resolución debían activarse diversos procesos cognitivos que caracterizan otras tantas competencias matemáticas específicas que, conjuntamente, caracterizan a la competencia básica sobre matemáticas. Estas ocho competencias son: pensar y razonar (PR), argumentar y justificar (AJ), comunicar (C), modelizar (M), plantear y resolver problemas (RP), representar (R), utilizar lenguaje simbólico, formal y técnico, y las operaciones (LS), y emplear herramientas y soportes tecnológicos (HT). Una

## Objetivos y competencias para el aprendizaje sobre números naturales

descripción detallada de las competencias matemáticas específicas aparece en Rico y Lupiáñez (2008). A continuación, ejemplificamos la relación entre estos dos niveles de expectativas de aprendizaje, en el caso del tema de los números naturales para educación secundaria.

En Rico y otros (2007), presentamos un análisis detallado de los principales conceptos y procedimientos que conforman el tema escolar de los números naturales y de las relaciones entre ellos en secundaria. La síntesis de ese análisis del contenido sobre naturales en educación secundaria se resume en el mapa conceptual que recoge el cuadro 4, donde destacan cuatro agrupamientos a partir de las directrices curriculares generales (Orden ECI/2211/2007).

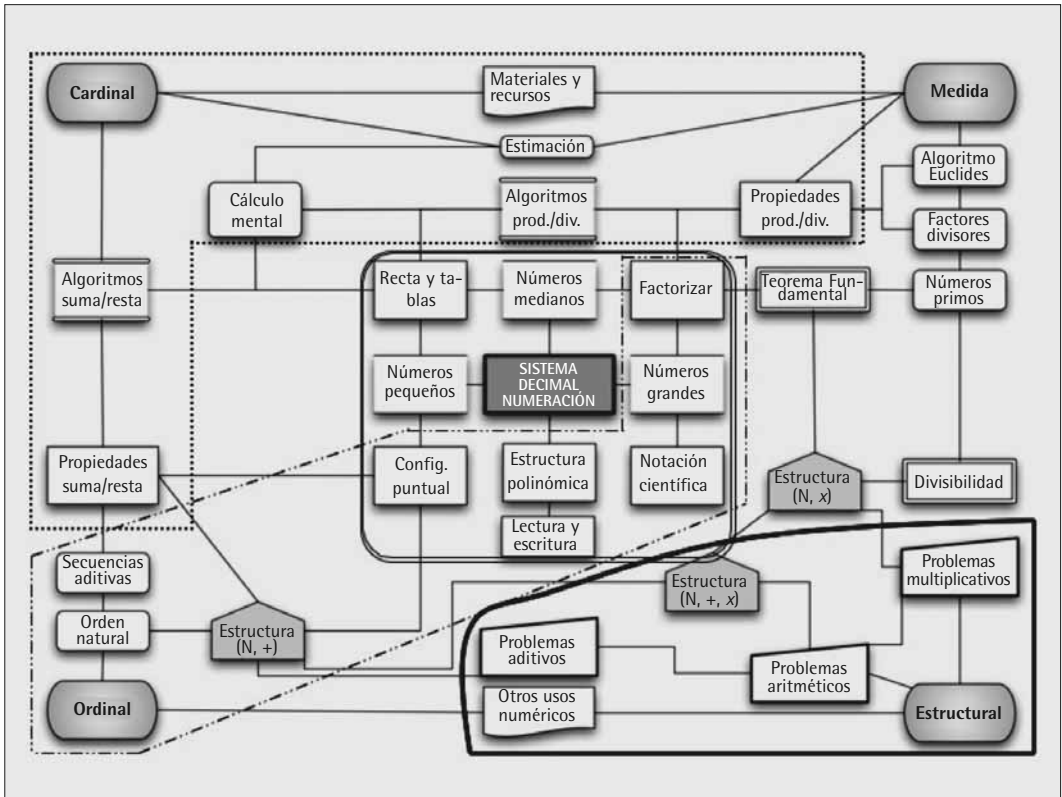
Estos cuatro agrupamientos ayudan a identificar cuatro prioridades en el aprendizaje de los números naturales para los primeros cursos de educación secundaria. Dichas prioridades son:

1. Profundizar en el estudio de relaciones numéricas, que tiene que ver con la noción de orden, con el estudio de secuencias numéricas, y con relacionar e inventar diferentes modos de representar números naturales.
2. Dominar el sistema decimal de numeración, que se concreta en dominar el valor posicional de las cifras, los diferentes órdenes de los números, y con las normas de escritura y lectura de números.
3. Trabajar con las operaciones y propiedades de los números naturales, tanto en la dimensión aditiva como en la multiplicativa, además de manejar los procesos de estimación y de cálculo mental.
4. Interpretar y resolver situaciones y problemas con los números naturales, incluyendo problemas aditivos y multiplicativos.

Para cada una de las prioridades, de acuerdo con los documentos curriculares y con la revisión de contenidos descrita en el trabajo de Rico y otros (2007), podemos enunciar objetivos específicos de aprendizaje sobre los números naturales. A continuación ejemplificamos una posible opción de enunciados de objetivos según la primera de las prioridades de aprendizaje señaladas:

1. Descubrir e inventar relaciones entre números naturales.
2. Expresar números naturales como resultado de operaciones básicas entre otros naturales.
3. Usar la Tabla-100 para encontrar y mostrar relaciones básicas entre naturales.
4. Representar gráficamente los números triangulares y cuadrados.
5. Justificar regularidades en un conjunto de números.

Cuadro 4. Prioridades en la estructura conceptual del sistema de los números naturales



Como anteriormente expresamos, el término *competencia* alude a los modos en que los escolares actúan cuando hacen matemáticas y cuando se enfrentan a problemas. Los objetivos específicos que han de lograr los escolares en los distintos temas de matemáticas —expectativas de aprendizaje matemático a corto plazo— han contribuir, en una u otra medida, al desarrollo de la competencia matemática básica. Esta contribución se determina mediante la vinculación de cada objetivo específico con una o varias de las competencias matemáticas específicas, que expresan las expectativas de aprendizaje en el medio y largo plazo señaladas por el proyecto PISA. En Lupiáñez (2009), describimos y analizamos un procedimiento mediante el cual unos objetivos específicos sobre un tema de las matemáticas escolares contribuyen al desarrollo de esas ocho competencias. De esta manera es posible establecer un vínculo entre la planificación a nivel local (de unas actividades específicas en un tema concreto), y el diseño curricular global (de una asignatura en una etapa educativa).

Basándonos en el estudio del contenido matemático de los números naturales, resumido en el mapa conceptual del cuadro 5, enuncia-

mos a continuación objetivos específicos relativos a las otras tres prioridades de aprendizaje señaladas. Destacamos la vinculación considerada de cada enunciado con las competencias matemáticas de PISA indicando esa relación con una marca, como se muestra en los cuadros 5, 6 y 7.

Cada una de las ocho últimas columnas de las tablas anteriores corresponde a una de las ocho competencias específicas consideradas en la competencia matemática. La relación de cada objetivo específico con cada una de esas competencias diferentes debe responder a un criterio y se expresa mediante una marca en la celda correspondiente. La marca indica si ese objetivo contribuye o no al desarrollo de cada competencia.

Establecer un vínculo entre cada uno de los objetivos específicos y determinadas competencias matemáticas marca prioridades acerca de qué se pretende que los escolares aprendan y cómo usarán ese aprendizaje. Así, el enunciado del objetivo 20, «utilizar los números naturales con claridad y precisión como herramienta de expresión, representación y comunicación», destaca que la prioridad para este caso específico se

**Cuadro 5.** Contribución al desarrollo de competencias matemáticas de los objetivos específicos relativos al sistema decimal de numeración

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	COMPETENCIAS							
	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
6. Expresar el valor de los diferentes órdenes de magnitud de números naturales hasta el billón.			✓				✓	
7. Ordenar números naturales grandes.	✓						✓	
8. Reconocer el valor posicional de una cifra dentro de un número natural.			✓			✓		
9. Ampliar el sistema decimal de numeración a órdenes superiores a 1012.	✓		✓			✓		
10. Estimar el orden de magnitud de un número escrito en notación factorial.	✓	✓				✓		
11. Representar números naturales en el sistema de numeración romano.						✓		

**Cuadro 6.** Contribución al desarrollo de competencias matemáticas de los objetivos específicos relativos a las operaciones y propiedades de los naturales

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	COMPETENCIAS							
	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
12. Establecer propiedades aditivas y multiplicativas de los números menores que 1000.		✓			✓			
13. Realizar mentalmente operaciones sencillas de suma, resta, producto y división exacta de naturales.							✓	
14. Redondear por exceso y por defecto números naturales de 2 o más cifras.	✓						✓	
15. Utilizar las técnicas de cálculo aproximado para estimar el resultado de una operación.	✓				✓			
16. Estimar el error cometido en redondeos y en el resultado de operaciones.	✓				✓		✓	
17. Manejar la calculadora para comparar, ordenar y operar con números naturales.							✓	✓

centra sobre el logro de las competencias *comunicar* y *representar*, al que también ha de contribuir. Las actividades que se establezcan para la consecución del objetivo han de orientarse en términos de tales competencias, tal y como indica el propio enunciado.

Al mismo tiempo, estos vínculos también sientan las bases para el posterior diseño y selección de las tareas que formarán parte de la instrucción (Rico y Lupiáñez, 2008).

## Conclusiones

Las expectativas de aprendizaje expresan, desde diferentes niveles, lo que se espera que alcancen, desarrollen y usen los escolares por medio del aprendizaje producido en su proceso de formación. En el caso de las matemáticas, sostenemos que las expectativas de aprendizaje se sustentan en actuaciones, contenidos y tareas, en el sentido que esas expectativas expresan ciertos usos reconocibles y deseados del

**Cuadro 7.** Contribución al desarrollo de competencias matemáticas de los objetivos específicos relativos a interpretar y resolver situaciones y problemas con números naturales

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	COMPETENCIAS							
	PR	AJ	C	M	RP	R	LS	HT
18. Describir situaciones personales, públicas, educativas, laborales y científicas en las que se usen números naturales y operaciones entre ellos.			✓					
19. Manejar los números para medir, contar, ordenar, simbolizar y operar, de manera exacta o aproximada, en contextos culturales, científicos y económicos.	✓				✓			✓
20. Utilizar los números naturales con claridad y precisión como herramienta de expresión, representación y comunicación.			✓			✓		
21. Distinguir diferentes contextos numéricos por sus diferencias estructurales.	✓	✓		✓				
22. Enunciar problemas aditivos y multiplicativos con números naturales en diferentes situaciones.					✓			
23. Resolver problemas aditivos y multiplicativos mediante el uso adecuado de datos numéricos en diferentes situaciones.				✓	✓			

conocimiento matemático, que se pueden desarrollar, observar o inferir a partir de las actuaciones de los escolares ante determinadas tareas.

De entre los posibles niveles en los que se expresan expectativas de aprendizaje, hemos centrado este trabajo en dos de ellos: los objetivos específicos y las competencias. Para el caso de las matemáticas escolares, las competencias consideradas han sido las competencias matemáticas específicas que articulan la competencia matemática básica en el marco del estudio PISA. Ambos niveles tienen gran importan-

cia en la actividad docente, ya que se centran en dos aspectos claves en el proceso de enseñanza. Los objetivos específicos se refieren a las expectativas de aprendizaje que el profesor tiene para los escolares acerca de un tema concreto de matemáticas para un curso determinado, a corto plazo. Las competencias, por el contrario, expresan finalidades educativas a largo plazo, que han de desarrollarse paulatinamente a lo largo de varios cursos y etapas, y mediante el trabajo en diferentes temas de matemáticas. En ambos casos, las actuaciones de los escolares ante determinadas tareas permiten observar el grado de consecución de esas expectativas. Pero, así como en el caso de los objetivos específicos esas tareas están vinculadas a un contenido matemático concreto, en el caso de las competencias las tareas han de ser abiertas, abarcar conocimientos de distintos temas y referirse a diferentes situaciones y contextos.

Al manejar diferentes niveles de expectativas de aprendizaje, el profesor dispone de criterios para interpretar las directrices sobre objetivos y competencias que se expresan en los documentos curriculares; y también puede diseñar con mayor precisión y establecer preferencias para evaluar lo que espera que aprendan unos escolares acerca de un tema de matemáticas concreto.

#### Nota

1. Este trabajo se ha llevado parcialmente a cabo con la ayuda del Proyecto de Investigación EDU2009-10454, convocado por la Secretaria de Estado de Investigación (BOE 31/12/2008)

#### Referencias bibliográficas

- ANDERSON, L.W., y otros (eds.) (2001): *A taxonomy for learning, teaching and assessing. A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Nueva York. Longman.
- BELL, A.; COSTELLO, J.; KÜCHEMANN, D. (1985): *A review of research in mathematical education: Research on learning and teaching*. Windsor. NFER-NELSON.
- BLOOM, B., y otros (1971): *Taxonomía de los objetivos de la educación: clasificación de las metas educativas*. Vol. 1: *Ámbito del conocimiento*. Alcoy. Marfil.
- COLL, C.; MARTÍN, E. (2003): «La educación escolar y el desarrollo de capacidades», en MARTÍN, E.; COLL, E. (eds.): *Aprender contenidos, desarrollar capacidades*. Barcelona. Edebé, pp. 13-57.
- DELVAL, J. (1990): *Los fines de la educación*. Madrid. Siglo XXI de España.
- «Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación». *Boletín Oficial del Estado*, núm. 106, pp. 17.158-17.207.
- LUPIÁÑEZ, J.L. (2008): «¿Soy competente en matemáticas?», en MOLINA, M.; PÉREZ, P.; FRESNO, M.A. (eds.): *Investigación en el aula de matemáticas*. Compe-

*tencias matemática*. Granada. Universidad de Granada / Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, pp. 39-57.

– (2009): *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada. Universidad de Granada.

MAYER, R. (1986): «Capacidad matemática», en STERNBERG, R.J. (ed.): *Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información*. Barcelona. Labor, pp. 165-194.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (2007): *PISA 2006. Informe español*. Madrid. MEC.

NISS, M. (1995): «Why do we teach Mathematics in school?», en PUIG, L.; CALDERÓN, J. (eds.): *Seminario de investigación y didáctica de la matemática*. Madrid. CIDE, pp. 7-16.

OCDE (2005): *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. Madrid. Santillana.

ONRUBIA, J.; ROCHERA, M.J.; BARBERÁ, E. (2001): «La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva psicológica», en COLL, C.; PALACIOS, J.; MARCHESI, A. (comp.): *Desarrollo psicológico y educación*. Vol. 2: *Psicología de la educación escolar*. Madrid. Alianza, pp. 487-508.

«Orden ECI/2211/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación primaria». *Boletín Oficial del Estado*, núm. 173, pp. 31.487-31.566.

«Orden ECI/2220/2007, de 12 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria». *Boletín Oficial del Estado*, núm. 174, pp. 31.680-31.828.

«Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria». *Boletín Oficial del Estado*, núm. 5, pp. 677-773.

RECIO, T. (2008): «Prólogo», en *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid. Alianza, pp. 13-20.

RICO, L. (ed.) (1997): *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid. Síntesis.

– (2005): «Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el proyecto PISA 2003», en INECSE: *PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de solución de problemas*. Madrid. MEC, pp. 11-25.

RICO, L.; LUPIÁÑEZ, J.L. (2008): *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid. Alianza Editorial.

RICO, L., y otros (2008): «Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales». *Suma*, núm. 58, pp. 7-23.

ROMBERG, T. (1991): «Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas». *Revista de Educación*, núm. 294, pp. 323-406.

RYCHEN, D.S.; SALGANICK, L.H. (comps.) (2004): *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida*. México. Fondo de Cultura Económica.

SKOVMOSE, O. (1994): *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers.

TABA, H. (1983). *Elaboración del currículo*. Buenos Aires. Troquel.



*Referencias  
de los autores*

*Luis Rico*

Universidad de Granada

*lrico@ugr.es*

*Líneas de trabajo:* diseño, desarrollo y evaluación del currículo de matemáticas; competencia matemática; pensamiento numérico y resolución de problemas; formación de profesorado de matemáticas; calidad y evaluación de planes de formación; investigación e indicadores de calidad en didáctica de la matemática; historia y educación matemática.

*José Luis Lupiáñez*

Universidad de Granada

*lupi@ugr.es*

*Líneas de trabajo:* formación de profesorado; expectativas de aprendizaje y competencias escolares; materiales y recursos para la enseñanza de las matemáticas.

Este artículo fue solicitado por UNO. REVISTA DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS en octubre del 2009 y aceptado en febrero del 201 para su publicación.