



Manipulativos físicos y virtuales

Juan García Moreno

CEIP Blas Infante. Lebrija (Sevilla)

Manipulativos físicos y manipulativos virtuales coexisten complementándose y ninguna de las dos clases debe considerarse sucedánea de la otra. Ambas, a pesar de sus evidentes diferencias, pueden facilitar una metodología activa y constructiva de las matemáticas en primaria que se apoye continuamente en lo sensorial e intuitivo, incluso en lo experimental. Pero... ¿tienen ambas clases el mismo potencial de desarrollo, diversificación e integración?

PALABRAS CLAVE

- MANIPULATIVO
- FÍSICO
- VIRTUAL
- PRIMARIA
- MATEMÁTICAS

■ Se aplica con naturalidad el calificativo «manipulativo» a determinados objetos digitales para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?

Xxx): Gracias por esta aplicación virtual, porque seguro que «enganchará» a mis alumnos, además de venirme de perlas para complementar sus experiencias, enfocadas en esta línea, pero a nivel manipulativo y vivenciando a través de escenificaciones.

Yo: Gracias, Xxx, por tu comentario. Me parece muy acertado utilizar sencillas escenificaciones y dramatizaciones como heurístico en la RP.

No entiendo muy bien la expresión «pero manipulativo», que parece contraponerse a la naturaleza de la propuesta que aquí se hace, la cual, obviamente, es eminentemente manipulativa. Aunque la manipulación no es un objetivo en sí misma, ni una competencia matemática.

La actividad de la que se postulan benéficas consecuencias en matemáticas es, según el constructivismo, la actividad mental. Esta puede ser estimulada, o no, mediante materiales manipulativos adecuados, tanto físicos como virtuales [...].

El diálogo anterior es un fragmento del que aparece en los comentarios a una entrada en mi blog en la que presentaba, a través de un manipulativo virtual, un método de resolución de PAEV que denomino «Modelado algebraico mediante etiquetas de texto». ¹ En dicho modelo, etiquetas desplazables e intercambiables y signos de operaciones han de configurarse adecuadamente para que sean la expresión prealgebraica de la solución del problema, como fase previa a la realización de los cálculos correspondientes...

En relación con esta misma aplicación, una maestra me había comentado anteriormente que ella iba a hacer las etiquetas en cartulina plastificada, con velcro, para usarlas sobre un franelograma, de manera que fueran «tangibles» y «manipulables».

Con cierta frecuencia he constatado, a partir de opiniones de docentes, que el atributo «manipulativo» en matemáticas se asocia a materiales didácticos físicos, incluso como contrapuesto a «virtual», y que hay cierta resistencia o desconfianza en determinados sectores del profesorado para atribuirlo con naturalidad (y con propiedad) a materiales didácticos digitales que cumplen unas determinadas características.

Manipular, aquí, tiene dos acepciones principales: «manejar una cosa o trabajar sobre ella con las manos o con algún instrumento» y «hacer cambios o alteraciones en una cosa interesadamente para conseguir un fin determinado». Ambas acepciones tienen sentido en la aplicación anterior, en la que se manipulan conceptos (magnitudes) relacionándolos entre ellos mediante los signos de las operaciones para expresar la estrategia de resolución del problema. Es obvio que no es tocar la cartulina plastificada lo que facilitará el despliegue de la actividad mental que se pretende (imagen 1, en la página siguiente).

TRADICIÓN Y DIGITALIZACIÓN

Y es que la tradición pesa mucho sobre los significados. El material didáctico nace y se desarrolla dentro de una concepción empirista y sensorial para mejorar el aprendizaje por experimentación, la educación sensorial de niños con necesidades educativas especiales (aunque luego se genera-

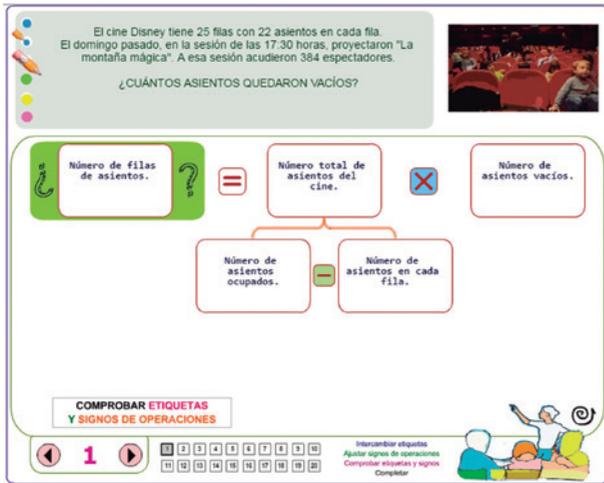


Imagen 1. Las etiquetas virtuales no dan lugar a una manipulación virtual sino real

liza para todos), para aprovechar el potencial del juego en el aprendizaje, para hacer visibles, tangibles y comprensibles contenidos esenciales de las matemáticas... Muchos autores han contribuido a ello (Comenius, Rousseau, Itard, Séguin, Fréobel, Montessori, Cuisenaire, Cattegno, Dienes, Castelnovo, Puig Adam, Canals...). Se trata del material didáctico que denominamos *manipulativos físicos* (en adelante MF) para distinguirlos de los *manipulativos virtuales* (en adelante MV) nacidos y desarrollados por una gran cantidad de autores diferentes, en el contexto contemporáneo de la era digital, con los mismos propósitos.

A pesar de las evidentes diferencias entre lo real y lo virtual, ambas clases de manipulativos coexisten y van a coexistir y ninguna de ellas debe considerarse un sucedáneo de la otra. Ambas pueden facilitar una adecuada manipulación de los contenidos que se desea trabajar en el aula, haciendo posible una metodología activa y constructiva de las matemáticas que se apoye continuamente en lo

sensorial e intuitivo, incluso en lo experimental o empírico. ¿Acaso no admitimos con naturalidad el paradójico concepto de «realidad virtual»?

Mucho se ha escrito sobre realidad y virtualidad en educación. Las tecnologías son una extensión de nuestros sentidos, de nuestras manos, de nuestros ojos... Es cierto que para determinados niños, los objetos digitales conllevan pérdida de información significativa y pueden ser una barrera, mientras que los objetos familiares tangibles son fácilmente asimilables. No se puede digitalizar olores, sabores ni sensaciones táctiles.

Pero esta pérdida de información, que no es cierta en todos los casos, es poco relevante para la gran mayoría del alumnado, en relación con la enseñanza y aprendizaje de la matemática, sobre todo a partir de ciertas edades.

Quizá se pueda pensar que la digitalización de la realidad tridimensional, que hasta ahora forzosamente se implementa en dos dimensiones, conlleva una pérdida de información valiosa y que, por tanto, las versiones digitales o virtuales de materiales didácticos como las regletas de Cuisenaire, los bloques base diez, cubos encajables, ábacos, balanzas, etc. siempre serán sucedáneos de sus correspondientes versiones físicas. O que es insustituible, en matemáticas, por ejemplo, la experiencia de formar figuras en un geoplano físico tocando los pivotes de anclaje y experimentando la modificabilidad de los elásticos por la acción de los dedos.

■

**¿Acaso no admitimos
con naturalidad el paradójico
concepto de «realidad virtual»?**

La «manipulación aumentada» es un potencial didáctico innegable para el aprendizaje autónomo



UNA MANIPULACIÓN LIMPIA Y CLARA

Yo, que en su día fabriqué geoplanos físicos con puntitas sobre un tablero de madera; que posteriormente usé con mucha frecuencia tramas de puntos sobre papel y que, con posterioridad, desarrollé diferentes versiones de geoplanos virtuales, he constatado, entre otras ventajas, que en estos últimos la manipulación es más limpia, más clara. En los primeros, los dedos que cambian el anclaje de los elásticos dificultan, a mi juicio, la visión íntegra de la figura y de la transformación realizada. De acuerdo en que esto puede ser una cuestión baladí. Sigamos...

Podemos preferir en determinados momentos o situaciones que el alumno utilice el dibujo (procedimiento más específico de la geometría), el trazado de líneas, uniendo puntos de una trama, para los mismos fines... Obviamente no hay contradicción en alternar diferentes tipos de recursos. Por el contrario, resulta aconsejable. Pues bien, todas las funcionalidades del geoplano físico con puntitas y elásticos, así como las de las tramas de puntos sobre papel, pueden ser implementadas en un geoplano virtual. Pero, además, podemos lograr lo que yo denomino «manipulación aumentada». Así, en los geoplanos² y geofraccionadores³ (que he desarrollado, se pueden configurar los puntos de anclaje de diferentes maneras en el plano, se pueden obtener tantas copias desplazables como se desee de una determinada figura; éstas se colo-

rean automáticamente de manera diferenciada y con transparencia para poder compararlas por superposición; puede informar de las características de la figura trazada (triángulo isósceles y acutángulo de tres unidades cuadradas de área con dos puntos del geoplano en su interior y cuatro en su frontera, por poner un ejemplo); se pueden guardar figuras y diseños realizados; etc. Esta «manipulación aumentada» es un potencial didáctico innegable para el aprendizaje autónomo, semidirigido y por descubrimiento (imágenes 2 y 3).

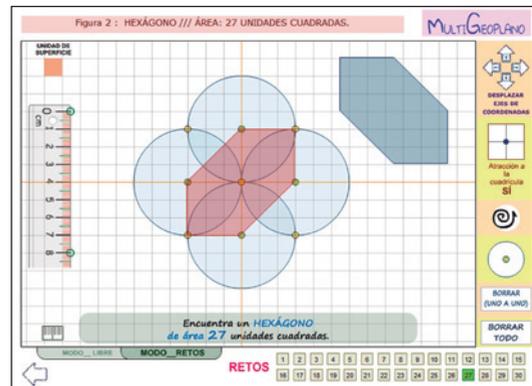


Imagen 2. Geoplano inteligente. Multigeoplano. Manipulación aumentada

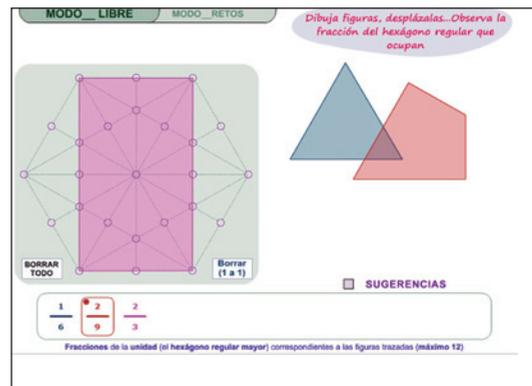


Imagen 3. Geoplano inteligente. Geoconstructor y geofraccionador. Manipulación aumentada

Los materiales educativos digitales hacen posible la compensación de carencias y desigualdades



Lo anterior es un ejemplo de que la digitalización no necesariamente conlleva pérdida de información valiosa y que, por el contrario, los MV permiten progresar y evolucionar hacia una manipulación cada vez más aumentada.

En estos momentos, mi dilatada experiencia como docente y desarrollador de cientos de MV me lleva a asegurar que es más fácil mantener y asegurar la manipulación como estrategia metodológica, a lo largo de la enseñanza obligatoria, a través del uso continuado de MV (más asequibles y disponibles) que de MF. Además, hay que tener en cuenta que los materiales educativos digitales hacen posible la compensación de carencias, de desigualdades educativas. Facilitan que centros pobres, con pocos recursos económicos, puedan acceder a MV cuyos correspondientes físicos no podrían adquirir, al menos en la cantidad necesaria para que su manipulación no fuese meramente testimonial. Sobre todo si se lleva a la práctica una educación constructivista, que demanda especialmente la abundancia de materiales didácticos diversos. Los MV permiten conjugar la calidad con el bajo costo.

No dispongo de espacio suficiente aquí para profundizar en el análisis de las características que debe tener un objeto digital de enseñanza-aprendizaje para ser considerado MV. El concepto de *applet*⁴ es bastante adecuado para aproximarse al de MV. Para mí, un MV:

- 1 Debe estar basado en programación estructurada.
- 2 Debe tener preferiblemente una fuerte componente gráfico-dinámica.
- 3 Debe permitir interactuar con el usuario.
- 4 Debe posibilitar diferentes grados de configuración.
- 5 Debe poder integrarse de manera eficaz en unidades didácticas más amplias.

En relación con estas cinco características, quiero aportar algunas reflexiones y experiencias que nos permitan vislumbrar, comparativamente, el grado de desarrollo, diversificación e integración educativa que puede alcanzar cada clase de manipulativos.

En gran medida se han realizado versiones digitales de los materiales didácticos concretos tradicionalmente más utilizados en el área de matemáticas. No obstante, la clase de los MV no debe considerarse formada exclusivamente por aquellos que tienen su correspondiente MF. Los MV son una clase más amplia y con mayor potencial de desarrollo y evolución.

Con respecto a la programación estructurada

Si tomamos una caja de regletas de Cuisenaire, poco va a importar su fabricante puesto que, en todos los casos, el material prácticamente va a tener unas características semejantes y el mismo potencial didáctico. Eso no es así para el caso de las diferentes versiones digitales de las regletas⁵ que podamos encontrar, precisamente por el hecho de ser no ya un producto resultante de manufactura sino, esencialmente, de programación. Todos los materiales didácticos digitales pueden ser analizados a la luz

del modelo TPACK⁶ (Mishra y Koehler, 2006) ya que resulta muy ilustrativo para entender el reto que supone integrar diferentes tipos de conocimiento profesional para llegar al *conocimiento tecnológico pedagógico disciplinar*, conocimiento que un docente (más aún un desarrollador de MV) requiere para poder integrar de manera consistente la tecnología en la enseñanza.

La programación estructurada es uno de los conocimientos imprescindibles para desarrollar un MV de calidad, pues a través de ella se integra el resto de los conocimientos puestos en juego en su desarrollo. El grado de dominio de la misma determina en buena medida el potencial didáctico del MV resultante. Por ello, nos encontramos con múltiples aplicaciones digitales que, tratando una misma temática o tópico matemático, pueden presentar, sin embargo, diferencias notables en relación con determinadas variables fundamentales para la valoración de la calidad didáctica de un MV: el grado de innovación que implementan, el grado de interactividad que permiten, el grado de generalización con que se abarca el contenido, el enfoque didáctico subyacente, la estética, etc.

Se presenta así el dominio de la programación, en principio, como un obstáculo para el desarrollo de MV de calidad y, al mismo tiempo, como herramienta de enorme potencial para su desarrollo y diversificación.

■

Cada vez existirán más manipulativos virtuales que no puedan tener su correspondiente físico

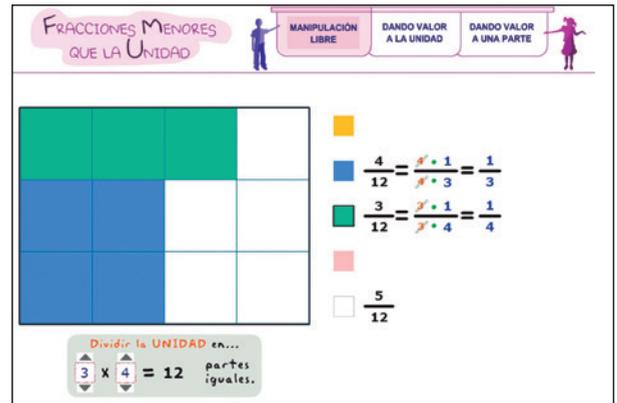


Imagen 4. Ejemplo de MV que no puede tener su correspondiente MF

Cada vez existirán más MV que no tengan, o no puedan tener, su correspondiente físico. Así ocurre, por ejemplo, para un MV consistente en un rectángulo que puede dividirse en partes iguales de múltiples formas; en las que cada parte pueda colorearse con un color elegido entre varios; en el que se informa automáticamente de la fracción del total asociada a cada color... (imagen 4).

Para realizar un análisis ilustrado de las cinco características que para mí debe tener un MV, podría poner una gran variedad de ejemplos (interactivos, obviamente). El formato impreso no lo permite. En mi blog⁷ se pueden encontrar cientos de ejemplos comentados.

En uno de los últimos posts, presento la aplicación digital Simetría,⁸ concebida para primer ciclo de primaria. Tomándola como ejemplo, se puede constatar que en ella se integran diferentes MV que podrían considerarse modulares (5) ya que podrían presentarse aislados, con un funcionamiento independiente. El primero es un muñeco articulado configurable (niño/niña) (4) con el que



Imagen 5. MV integrado en una unidad más amplia sobre simetría. Interactividad

pueden conseguirse diferentes posturas (además de desplazamiento y giro). Lleva incorporado un eje de simetría que solo se muestra cuando la postura es simétrica (3). El segundo es una mariposa que se propone para ser coloreada simétricamente (parte izquierda igual que parte derecha). Ello se puede realizar de múltiples formas pero la aplicación informa al instante si el coloreado está siendo, o no, simétrico y se puede cambiar o borrar lo realizado con suma facilidad y de manera inmediata (3). Integra, además, varios MV más fuertemente visuales y dinámicos (2): mitad de la letra A mayúscula girando «en el espacio» alrededor de su eje de simetría; libro abatible con mitades de letras mayúsculas simétricas que se pueden hacer coincidir para conseguir completar la letra; formación dinámica de polígonos simétricos desplazando

■

**Los manipulativos virtuales
están llamados a alcanzar
mayor diversificación
e integración que los físicos**

vértices de uno de ellos; un juego de composición de mitades de casas parecidas para formar seis casas simétricas diferentes; juego de clasificación de letras con criterios seleccionables; juego de clasificación de figuras con criterios seleccionables; un caleidoscopio configurable según el número de ejes de simetría que deseemos que intervengan en el efecto resultante... Evidentemente, todo ello basado en programación (1) y eminentemente interactivo (3) (imagen 5).

Es evidente que los MF no pueden integrarse en unidades didácticas más amplias con esta facilidad, economía y eficacia. Ni pueden diversificarse tanto, porque su uso sería prácticamente ingestible; ni se adecúan con la misma facilidad para una manipulación aumentada; ni valoran, registran o guardan por sí mismos una determinada respuesta o producción (aspecto distintivo esencial en relación con la interacción con los mismos).

Por ello, afirmo que los MV están llamados a alcanzar un mayor grado de desarrollo, diversificación e integración educativa que los MF (imágenes 6 y 7).

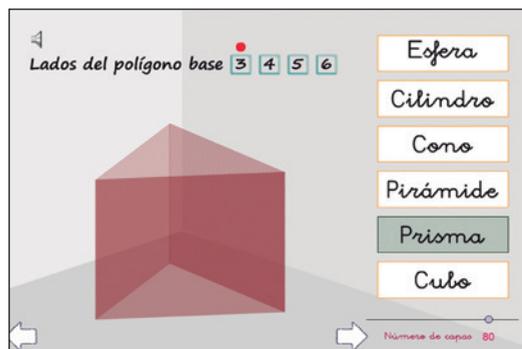


Imagen 6. MV integrado en una unidad sobre cuerpos geométricos. Configuración e interactividad

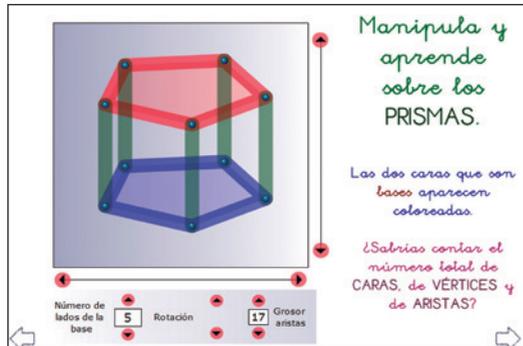


Imagen 7. Configuración e interactividad de un MV integrado en una unidad sobre cuerpos geométricos

📍 Notas

1. www.didactmaticprimaria.com/2014/01/analisis-y-sintesis-en-la-resolucion-de.html
2. www.didactmaticprimaria.com/2016/03/multigeo-plano-clases-de-triángulos-y.html

3. https://dl.dropboxusercontent.com/u/44162055/hexagono_modular/hexagono_modular.html
4. <https://es.wikipedia.org/wiki/Applet>
5. www.didactmaticprimaria.com/2015/01/regletas-de-cuisenaire-version-digital.html
6. <http://bit.ly/2h5XsyB>
7. www.didactmaticprimaria.com
8. www.didactmaticprimaria.com/2016/08/simetria.html

👤 Dirección de contacto

Juan García Moreno

CEIP Blas Infante. Lebrija (Sevilla)

jugamor@gmail.com

Este artículo fue solicitado por UNO: REVISTA DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS en julio de 2016 y aceptado en septiembre de 2016 para su publicación.